

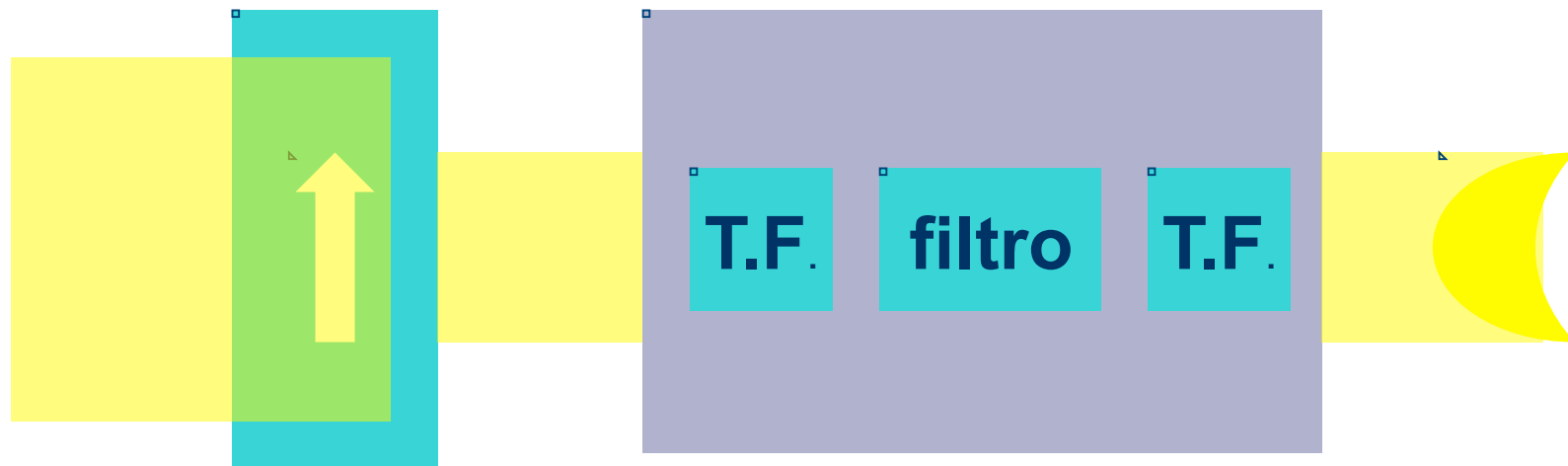
**Física Experimental IV - 7ª aula**  
**<http://www.dfn.if.usp.br/~suaide/>**

***Alexandre Suaide***  
Ed. Oscar Sala

---

sala 246  
ramal 7072

# Computador óptico



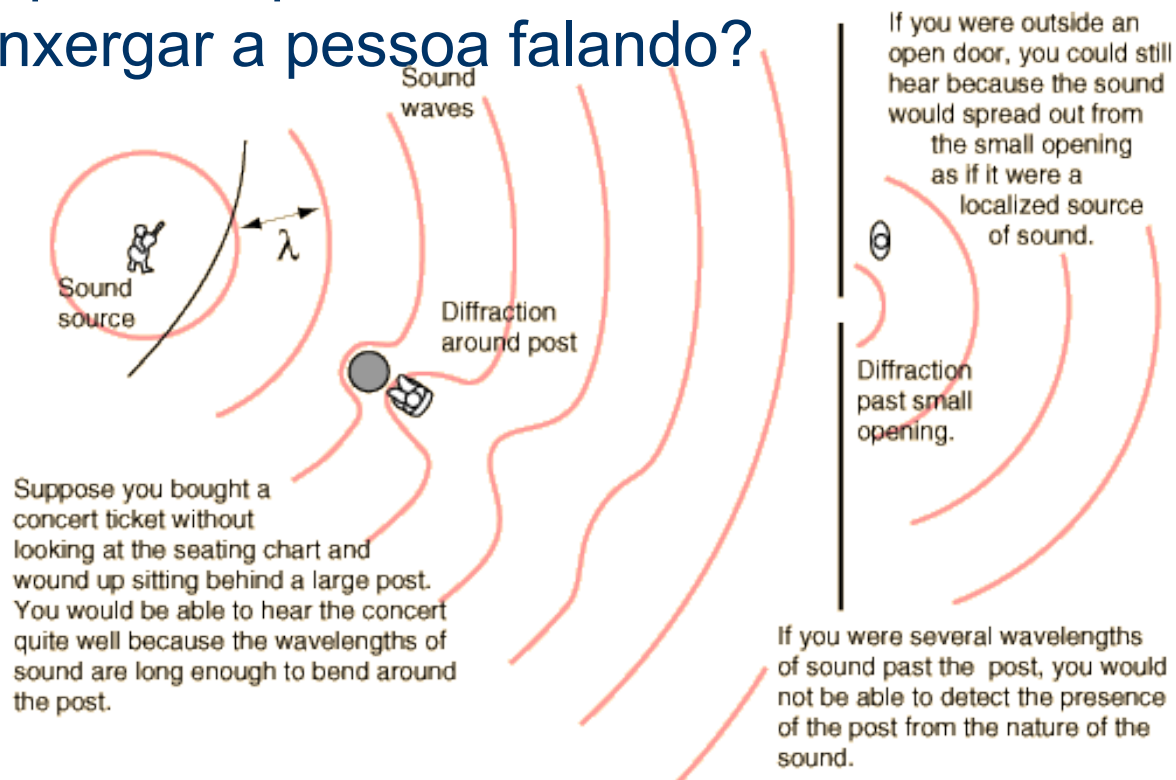
O Que precisamos fazer para contruir este sistema?

# Construção de um computador óptico

- Primeiramente precisamos iluminar o objeto de forma uniforme
  - Qualquer luz esta ok?
- Precisamos ser capazes de, experimentalmente, obter a transformada de Fourier deste objeto
- Precisamos criar filtros que atuem de forma diferente em cada componente da T.F.
- Precisamos reconstruir a imagem a partir das componentes já filtradas

# Difração: o que é?

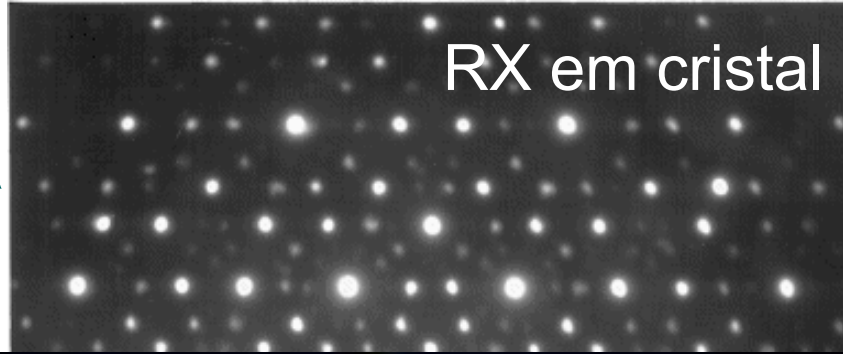
- Como um espectador, atrás de uma porta, por exemplo, é capaz de ouvir um som mas não é capaz de enxergar a pessoa falando?



# Difração na Natureza

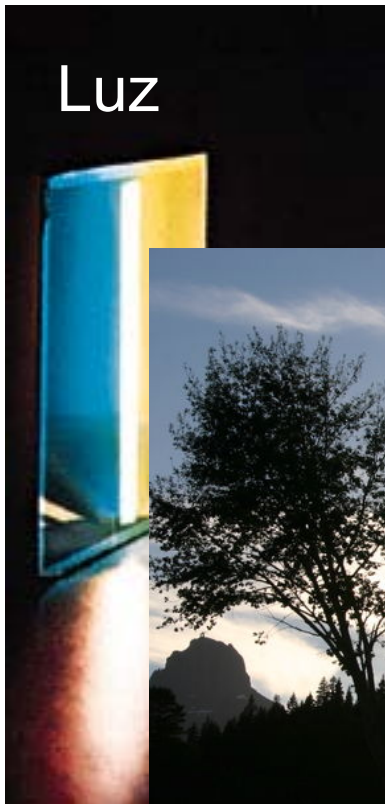
Ondas na água

RX em cristal

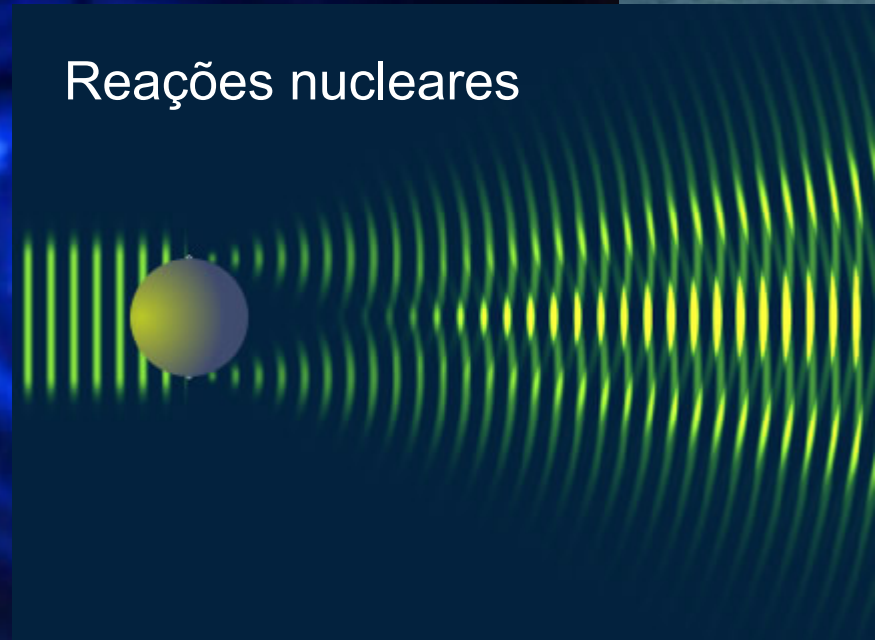


Difração de elétrons em Estruturas microscópicas

Luz

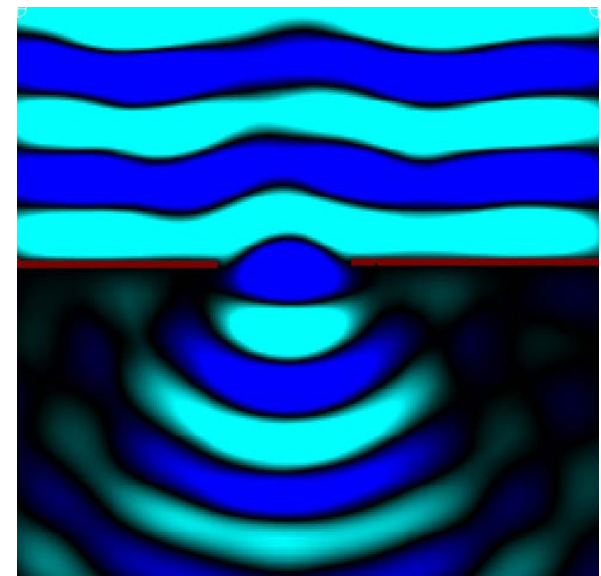
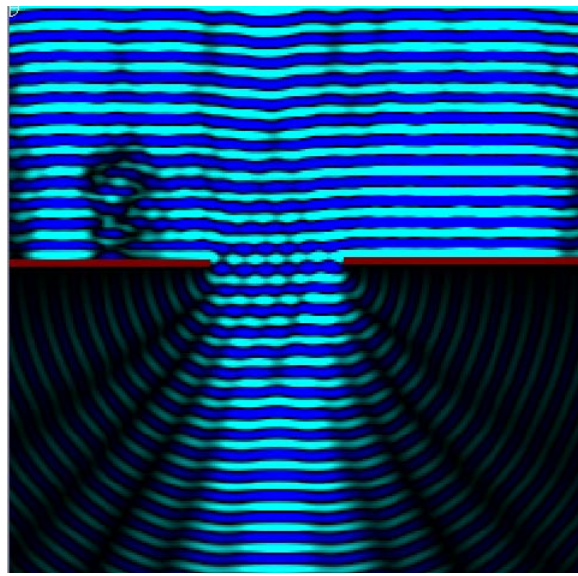
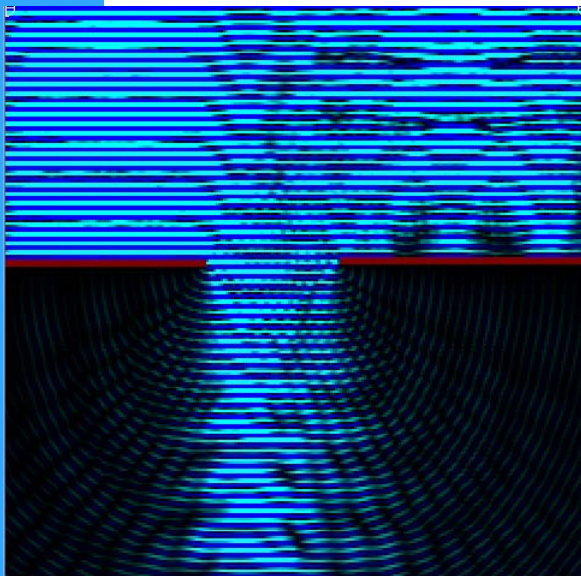


Reações nucleares



# Dependência das dimensões dos obstáculos

- Ondas de comprimento muito menor que as dimensões do obstáculo sofrem pouca difração
  - <http://sampa.if.usp.br/~suaide/applets/falstad/mirror1/ripple/>



# Atividades da semana (parte I)

- Estudar aspectos qualitativos da difração da luz
- fotografe figuras de difração para os seguintes objetos:
  - fendas simples (pelo menos duas fendas)
  - fenda dupla (pelo menos duas fendas)
  - fio de cabelo
  - todos os objetos na linha superior do slide de fendas

# Atividades da semana (parte I)

- Discuta os resultados obtidos.
  - Para as fendas simples e duplas tente relacionar, qualitativamente, as figuras observadas com as dimensões dos objetos.
  - Tente identificar a forma geométrica dos objetos na linha superior do slide de fendas a partir das figuras de difração observadas. Discuta.
    - Dica: pesquise por ai como seriam figuras de difração de circunferências, triângulos, quadrados, hexágonos, etc.



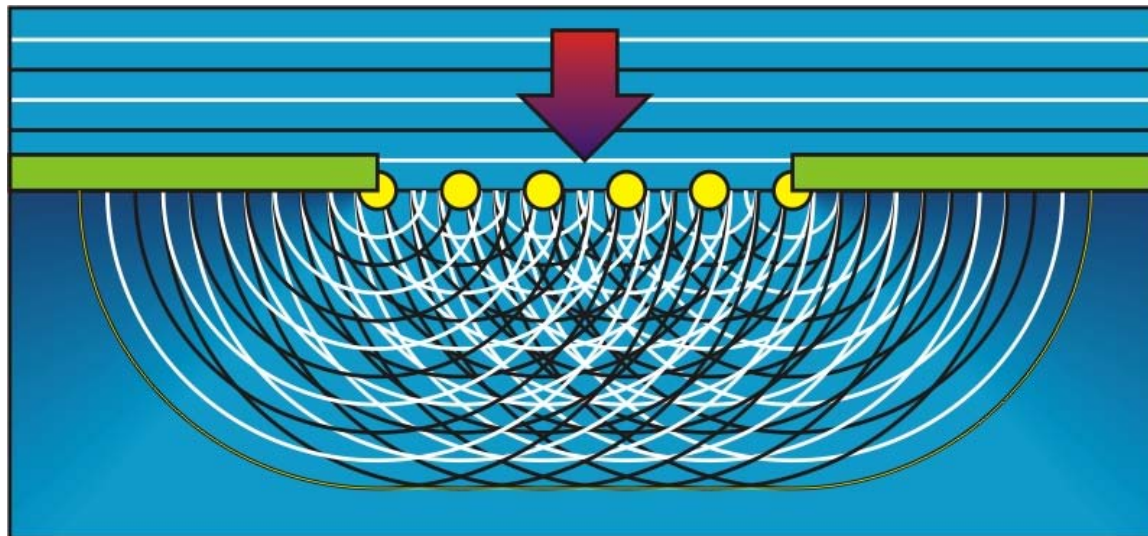
# Como obter figuras de difração?

- Montar: laser + objeto + anteparo
- Colocar o anteparo a uma distância razoavelmente grande para observar as figuras de interferência e difração
- Fotografar a figura de difração para cada objeto estudado



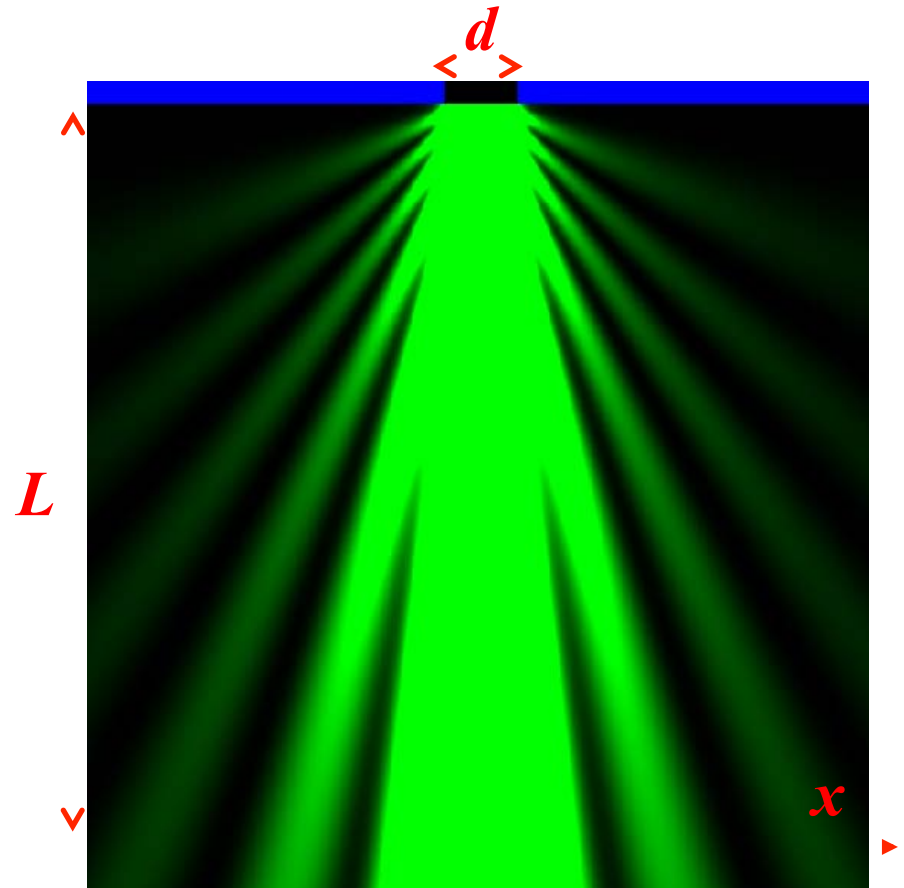
# Explicando o fenômeno de difração

- Princípio de Huygens-Fresnel
  - Cada ponto de uma frente de onda (não obstruído) funciona como uma fonte emissora puntiforme esférica
  - A onda resultante consiste da superposição de todas as ondas esféricas, levando em consideração a fase entre elas



# O estudo de uma fenda simples

- Seja uma fenda de largura  $d$ , comparável com o comprimento de onda  $\lambda$ .
- Se colocarmos um anteparo a uma distância  $L$ , muito maior que  $d$  (difração de Fraunhofer), qual é a intensidade luminosa ao longo do eixo  $x$ ?



# Generalizando a difração de Fraunhofer

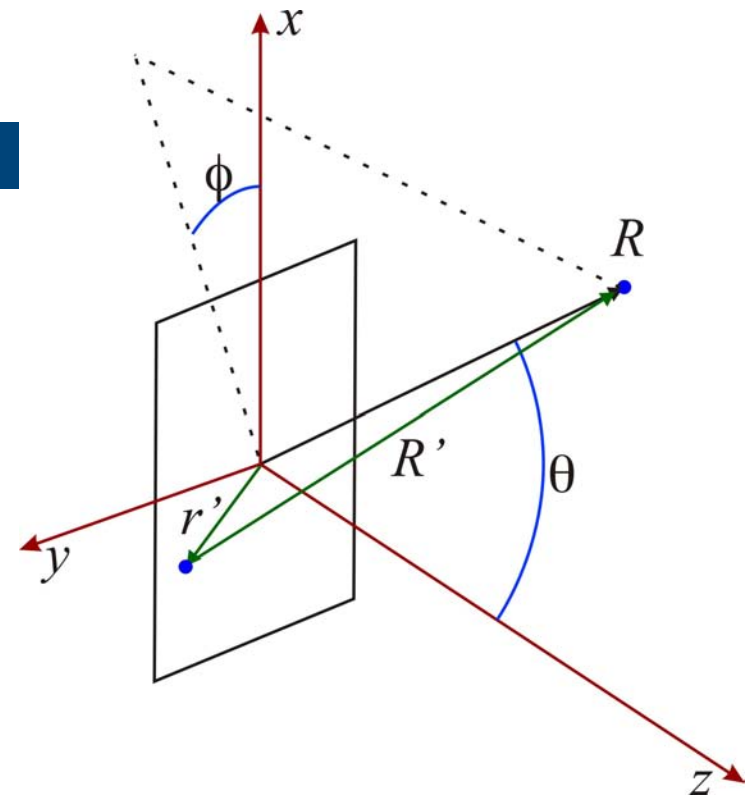
- Campo elétrico incidente no objeto

$$\hat{E} = E_0 e^{j(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)}$$

por simplicidade

$$\hat{E} = E_0 e^{j\vec{k} \cdot \vec{r}}$$

- Qual o campo elétrico no ponto R?



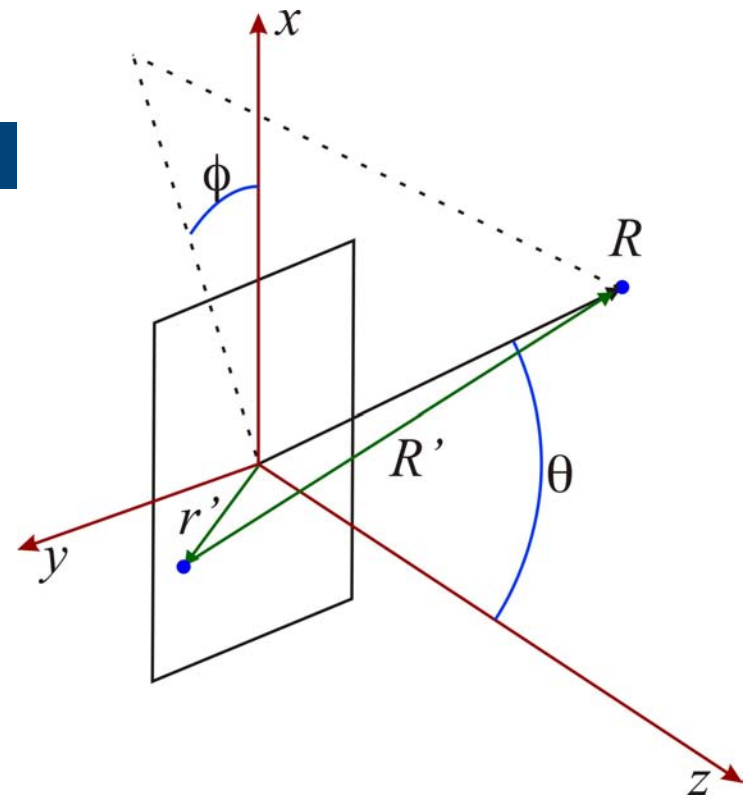
# Generalizando a difração de Fraunhofer

- Na posição  $R$ , o campo devido ao ponto em  $r'$  vale:

$$\hat{E}_{r'}(\vec{R}) = \frac{E_0(r')}{R'} e^{j\vec{k} \cdot \vec{R}'}$$

- O campo total é dado por:

$$\hat{E}(\vec{R}) = \int \frac{E_0(r')}{R'} e^{j\vec{k} \cdot \vec{R}'} dx dy$$



# Generalizando a difração de Fraunhofer

- Sabemos que, para grandes distâncias:

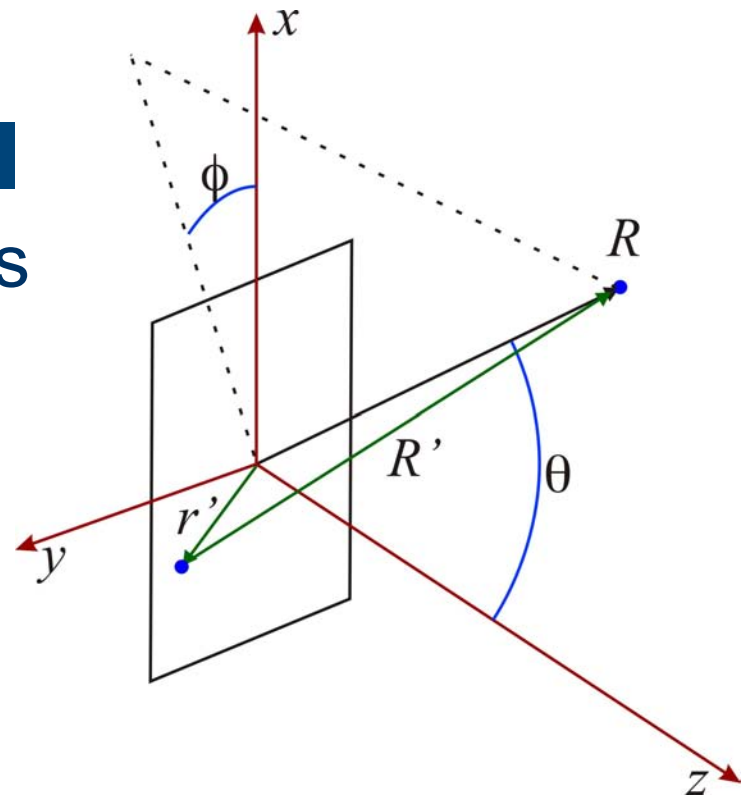
$$\vec{k} = k\hat{r}$$

$$\vec{R}' = \vec{R} - \vec{r} = R\hat{r} - \vec{r}'$$

- Assim:

$$\hat{E}(\vec{R}) = \int \frac{E_0(\vec{r}')}{R'} e^{j(kR - \vec{k} \cdot \vec{r}')} dx dy$$

$$\hat{E}(\vec{R}) = e^{jkR} \int \frac{E_0(\vec{r}')}{R'} e^{-j\vec{k} \cdot \vec{r}'} dx dy$$



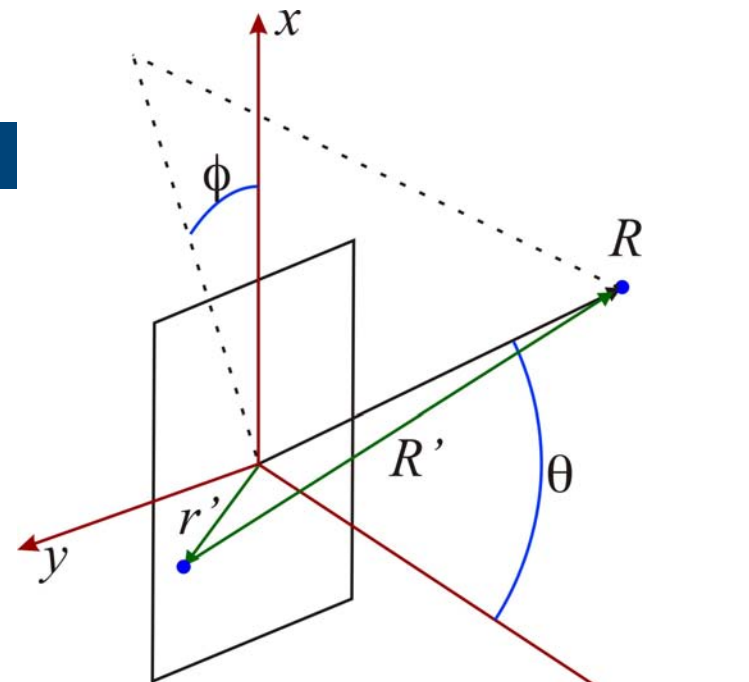
# Generalizando a difração de Fraunhofer

- Na condição de Fraunhofer

$$R' = R \text{ (módulo)}$$

- Assim:

$$\hat{E}(\vec{R}) = \frac{e^{jkR}}{R} \int E_0(r') e^{-j\vec{k} \cdot \vec{r}'} dx dy$$



# Generalizando a difração de Fraunhofer

- Quem é  $\vec{k} \cdot \vec{r}'$  ?

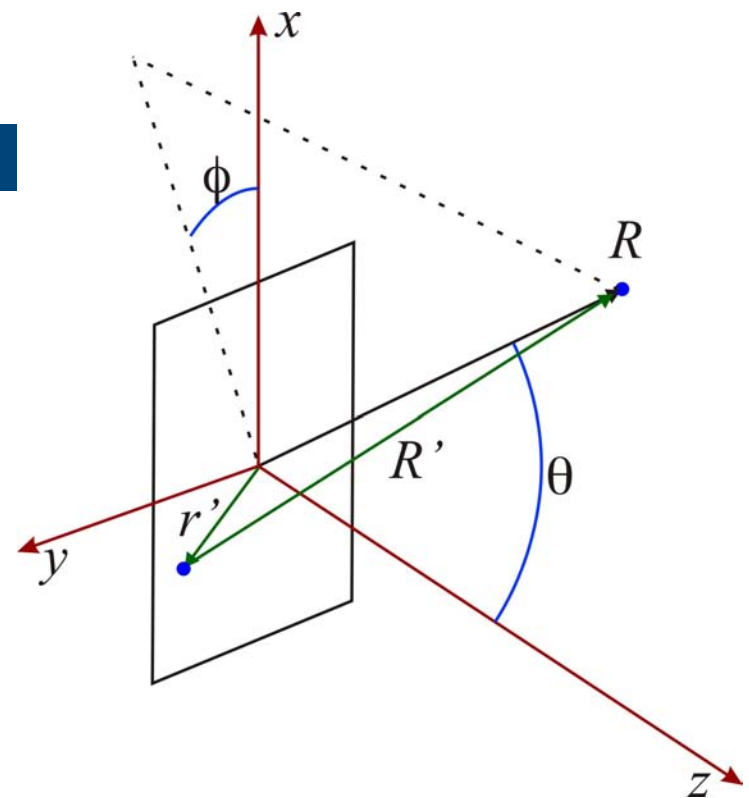
$$\vec{r}' = x\hat{x} + y\hat{y}$$

$$\vec{k} = k\hat{r} = (k \sin \theta \cos \phi)\hat{x} + (k \sin \theta \sin \phi)\hat{y} + (k \cos \theta)\hat{z}$$

- Assim:

$$\vec{k} \cdot \vec{r}' = k \sin \theta \cos \phi x + k \sin \theta \sin \phi y$$

- Definindo  $\begin{cases} k_x = k \sin \theta \cos \phi \\ k_y = k \sin \theta \sin \phi \end{cases} \Rightarrow \vec{k} \cdot \vec{r}' = k_x x + k_y y$





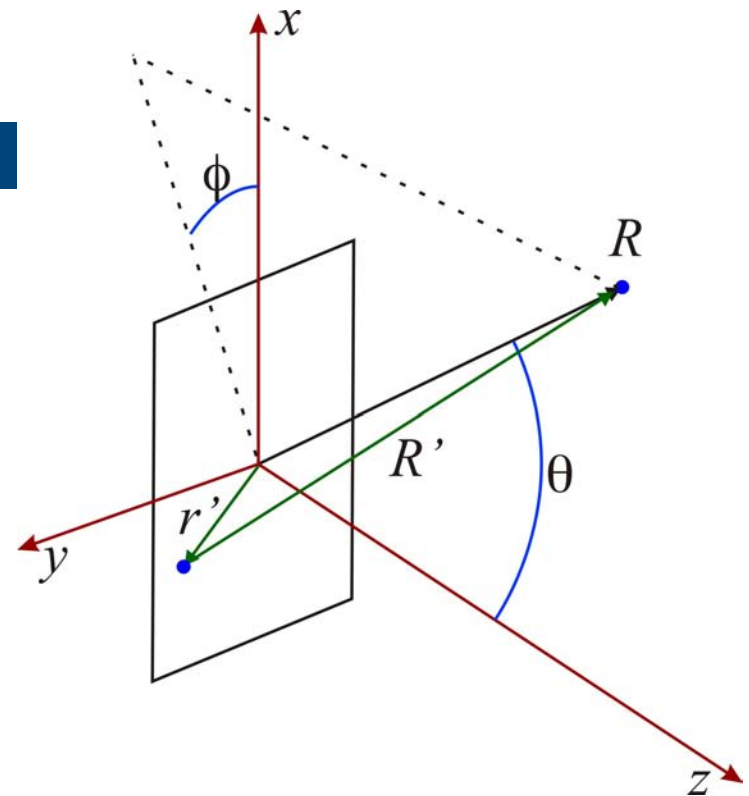
# Generalizando a difração de Fraunhofer

- A expressão para o campo

$$\hat{E}(\vec{R}) = \frac{e^{jkR}}{R} \int E_0(r') e^{-j\vec{k} \cdot \vec{r}'} dx dy$$

- Torna-se:

$$\hat{E}(\vec{R}) = \frac{e^{jkR}}{R} \int E_0(x, y) e^{-j(k_x x + k_y y)} dx dy$$



# Lembrando: Séries de Fourier

- Transformada de Fourier em 2D

$$f(x, y) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} c_{nm} e^{j(nx+my)}$$

$$c_{nm} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x, y) e^{-j(nx+my)} dx dy$$

- No caso da difração de Fraunhofer

$$\hat{E}(\vec{R}) = \frac{e^{jkR}}{R} \int E_0(x, y) e^{-j(k_x x + k_y y)} dx dy$$

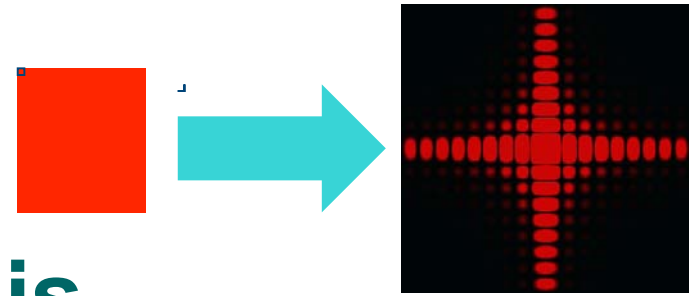
# Difração e transformada de Fourier

- A figura de difração está relacionada à transformada de Fourier do objeto iluminado

$$\hat{E}(\vec{R}) = \frac{e^{jkR}}{R} \int E_0(x, y) e^{-j(k_x x + k_y y)} dx dy$$

A transformada de Fourier se dá no campo elétrico. Contudo, medimos intensidade luminosa, que é proporcional a  $E^2$ .

# Freqüências espaciais



- A intensidade luminosa em uma dada posição está relacionada às componentes da T.F. para cada freqüência espacial

$$\hat{E}(\vec{R}) \rightarrow E(R_x, R_y) \rightarrow E(k_x, k_y)$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad \begin{cases} k_x = k \sin \theta \cos \phi \\ k_y = k \sin \theta \sin \phi \end{cases}$$

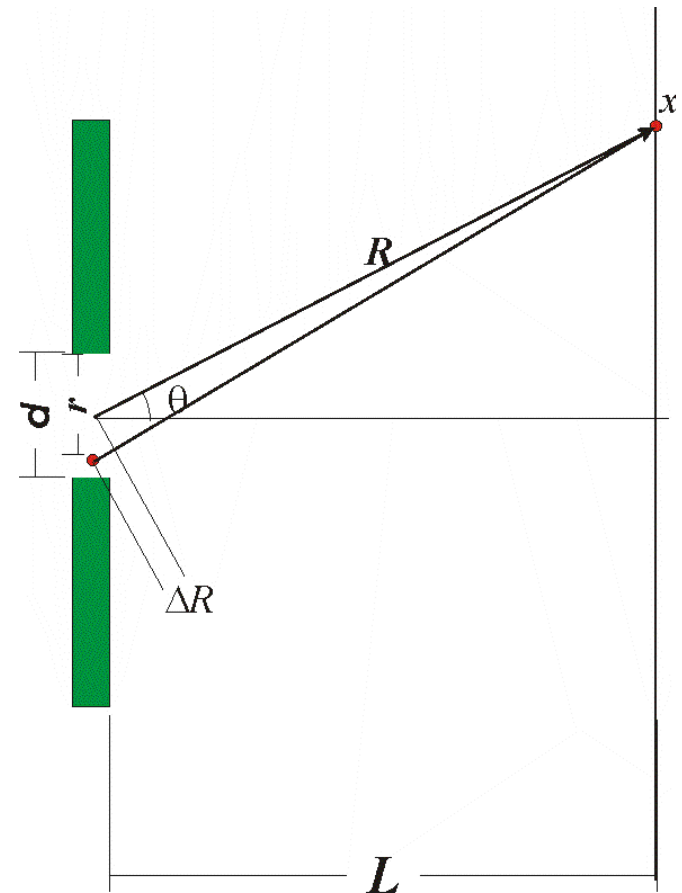
# O estudo de uma fenda simples em 1D

- O problema em 2D se resume a uma dimensão:

$$\phi = 0 \Rightarrow \begin{cases} k_x = k \sin \theta \cos \phi = k \sin \theta \\ k_y = k \sin \theta \sin \phi = 0 \end{cases}$$

- O campo elétrico em um ponto  $x$  qualquer, distante da fenda vale:

$$\begin{aligned} \hat{E}(\vec{R}) &= \frac{e^{jkR}}{R} \int_{-d/2}^{d/2} E_0 e^{-jk_x x} dx \\ &= \hat{C} \int_{-d/2}^{d/2} e^{-jk_x x} dx \end{aligned}$$



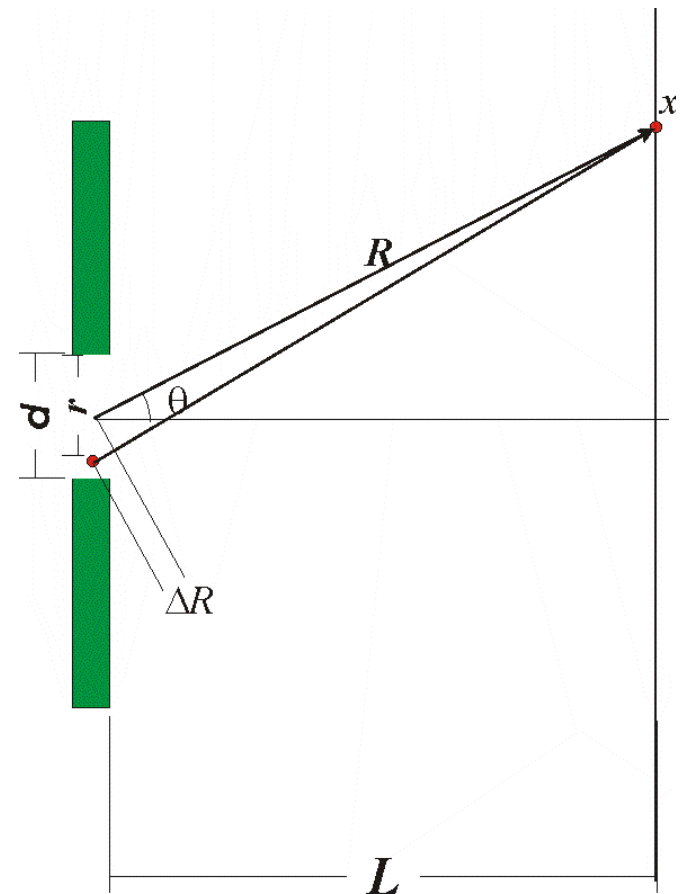
# O estudo de uma fenda simples em 1D

- Ou seja

$$\hat{E}(\vec{R}) = \hat{C} \int_{-d/2}^{d/2} e^{-jk_x x} dx$$

- Que resulta em:

$$\hat{E}(\vec{R}) = \frac{\hat{C}}{jk_x} \left( e^{jk_x \frac{d}{2}} - e^{-jk_x \frac{d}{2}} \right)$$



# O estudo de uma fenda simples em 1D

- Sabendo que:

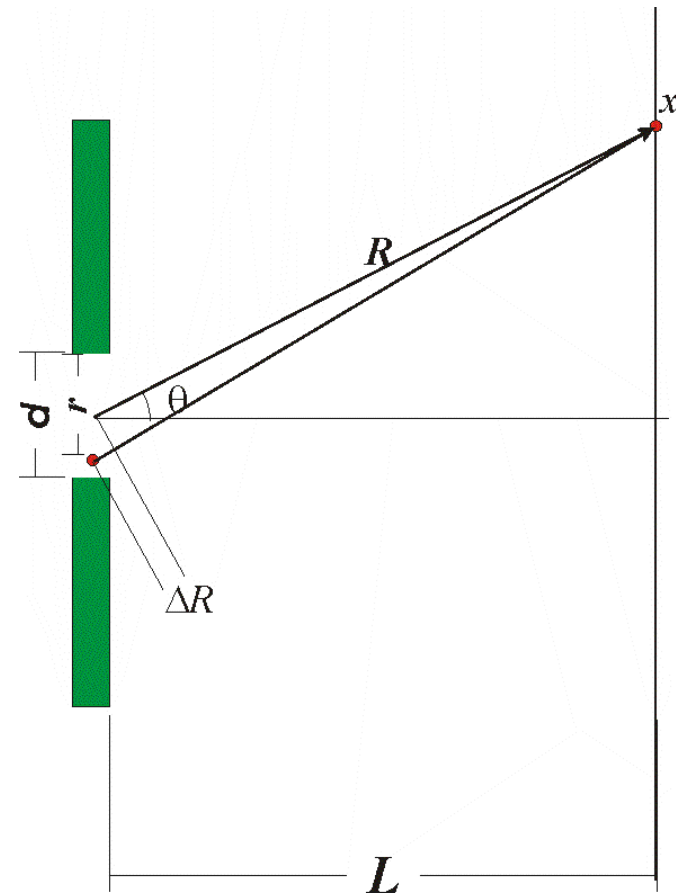
$$\sin \alpha = \frac{1}{2j} (e^{j\alpha} - e^{-j\alpha})$$

- Temos que:

$$\hat{E}(\vec{R}) = \frac{\hat{D}}{k_x} \sin\left(\frac{k_x d}{2}\right)$$

- Lembrando que:

$$k_x = k \sin \theta = \frac{2\pi}{\lambda} \sin \theta$$

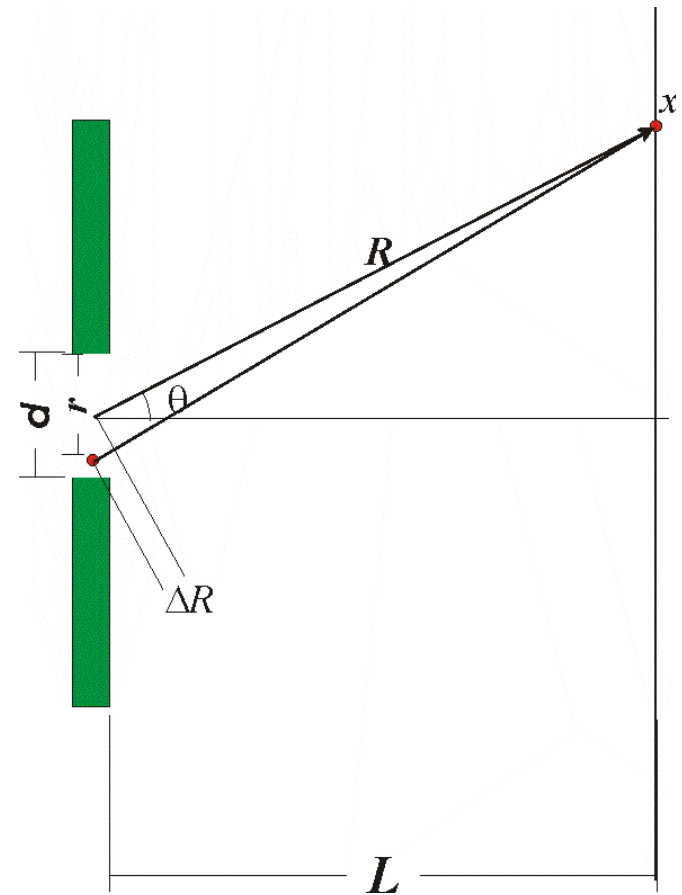


# O estudo de uma fenda simples em 1D

- Com um pouco de manipulação, podemos escrever que:

$$\hat{E}(\vec{R}) = \hat{A} \frac{\sin(\beta)}{\beta}$$

$$\text{com } \beta = \frac{\pi d}{\lambda} \sin \theta, \quad \hat{A} = \text{const.}$$



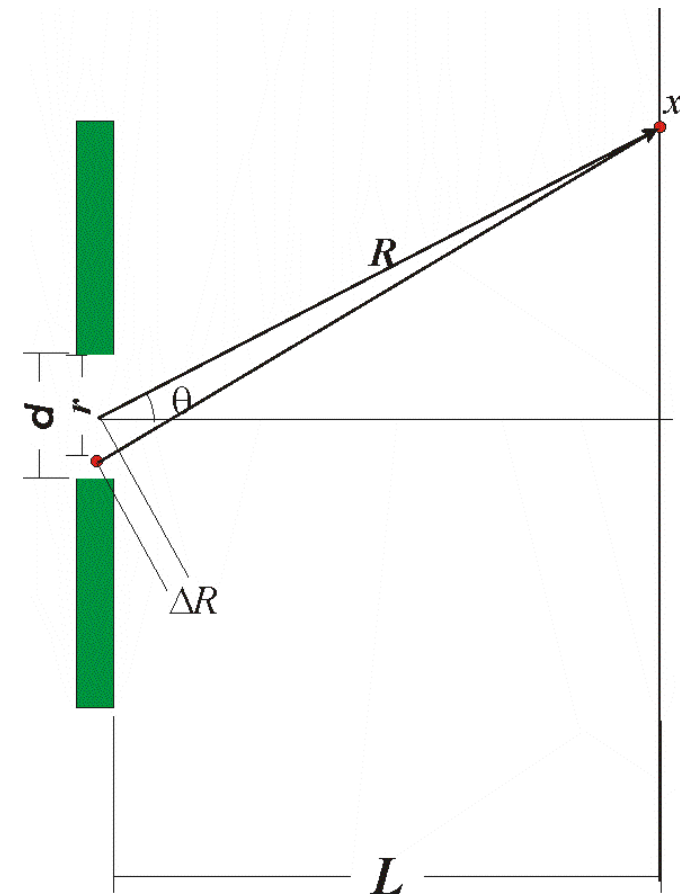


# O estudo de uma fenda simples em 1D

- Como a intensidade luminosa é proporcional ao quadrado do campo elétrico temos que:

$$I \propto \hat{E}^2 = I_0 \left( \frac{\sin(\beta)}{\beta} \right)^2$$

$$\text{com } \beta = \frac{\pi d}{\lambda} \sin \theta$$

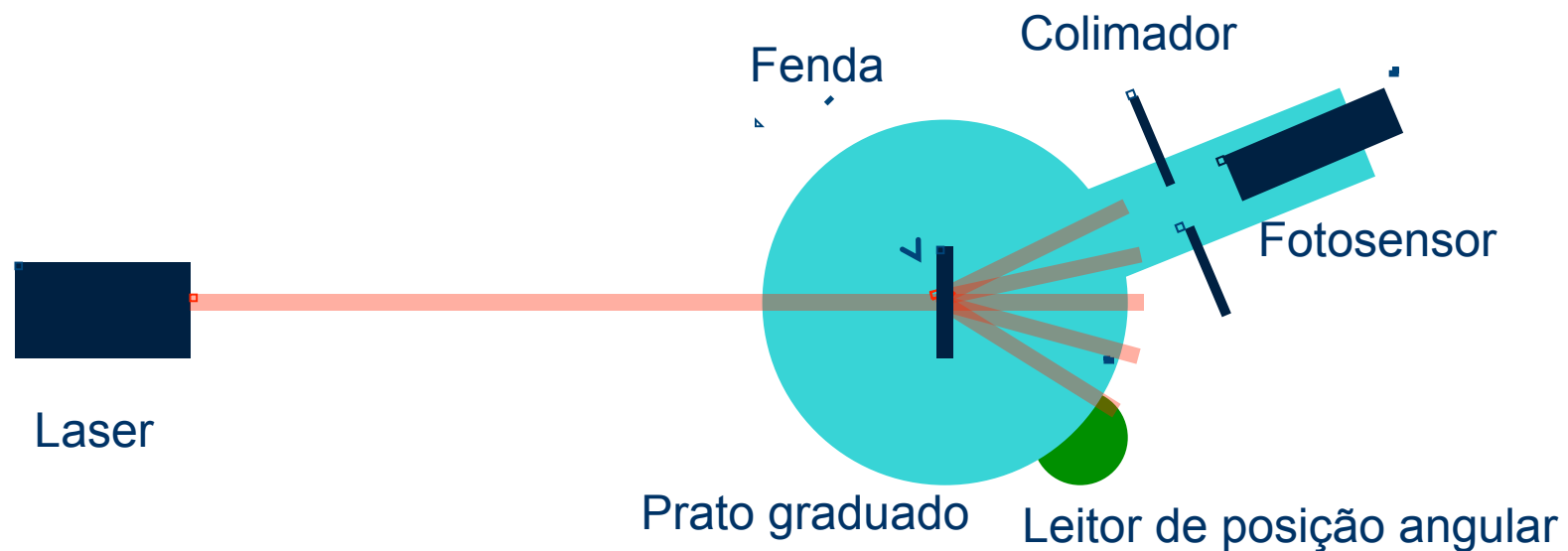


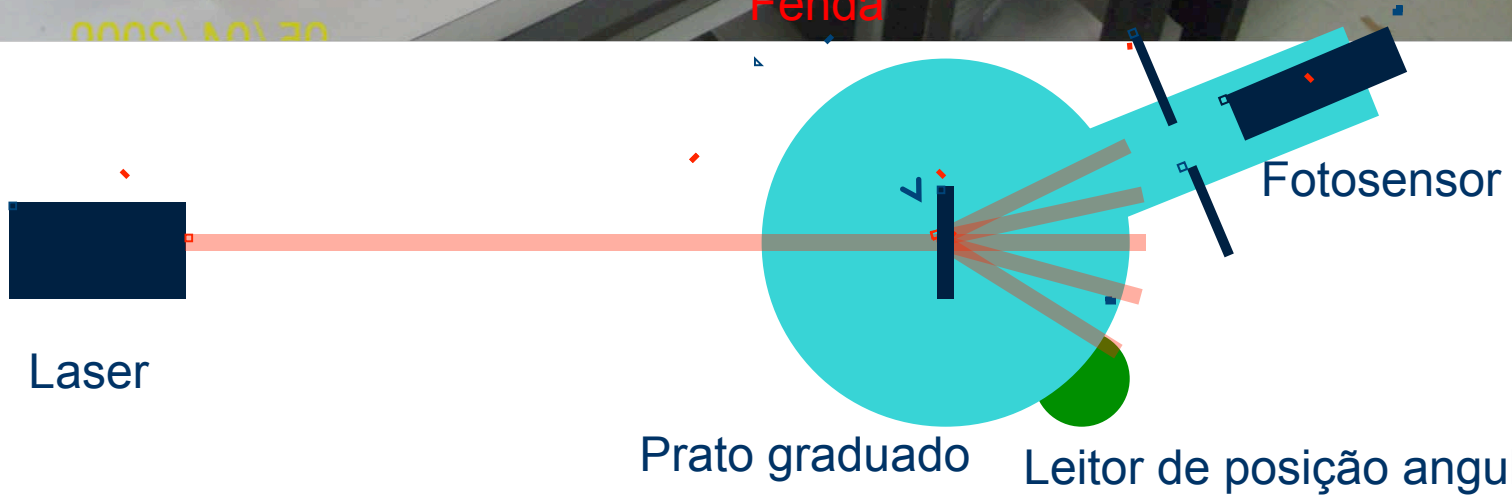
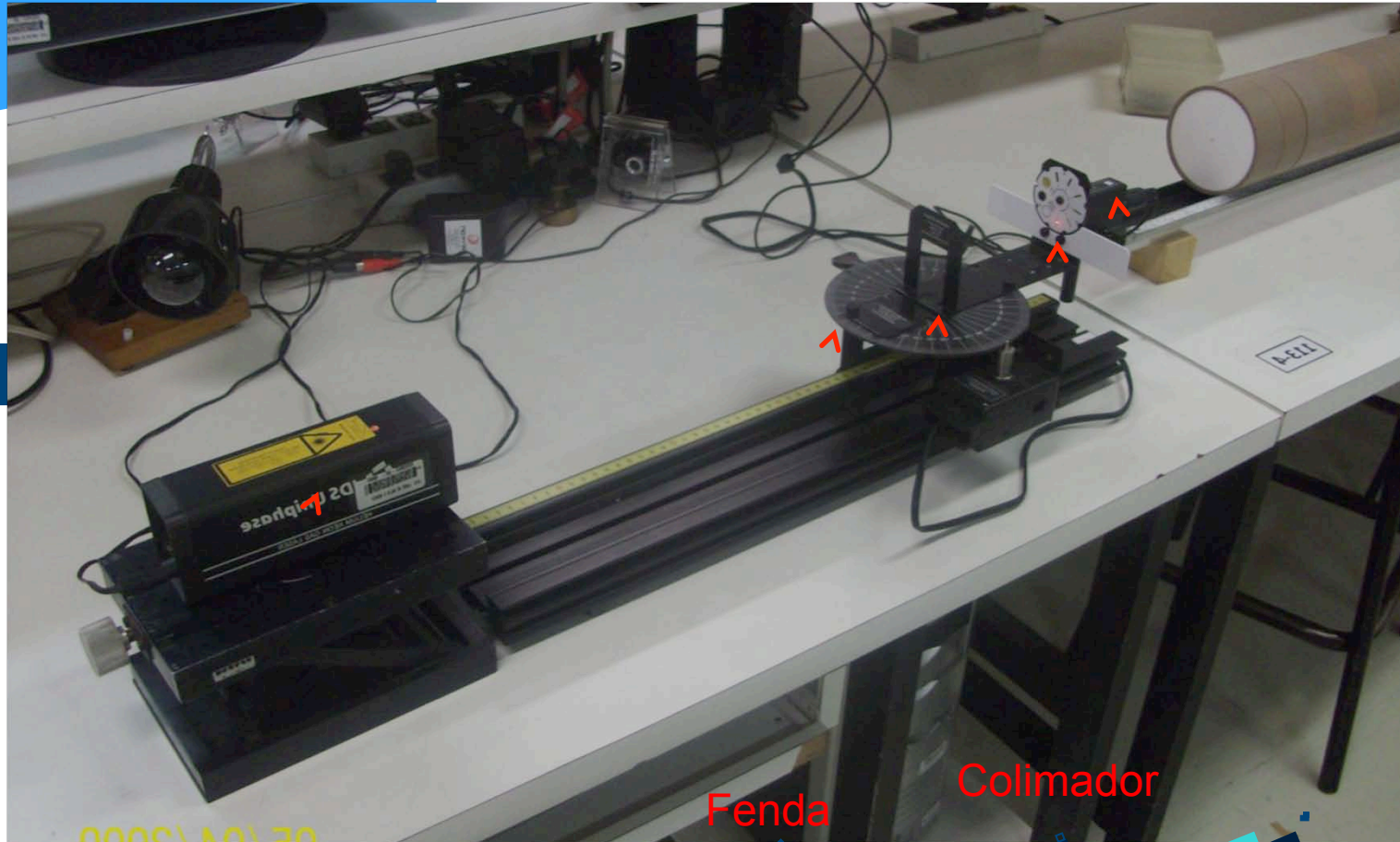
## Atividades da semana (parte II)

- Estudar, quantitativamente, a figura de difração de uma fenda simples
  - Medir as intensidades para cada ângulo
  - Comparar com previsão teórica
    - Ajuste de  $X^2_{\text{red}}$  para obter a dimensão (d) da fenda

# Arranjo experimental

- Espectrofotômetro e datastudio
  - O espectrofotômetro consiste de um arranjo contendo um fotosensor (para medir intensidade) e um sensor de rotação para medir ângulo





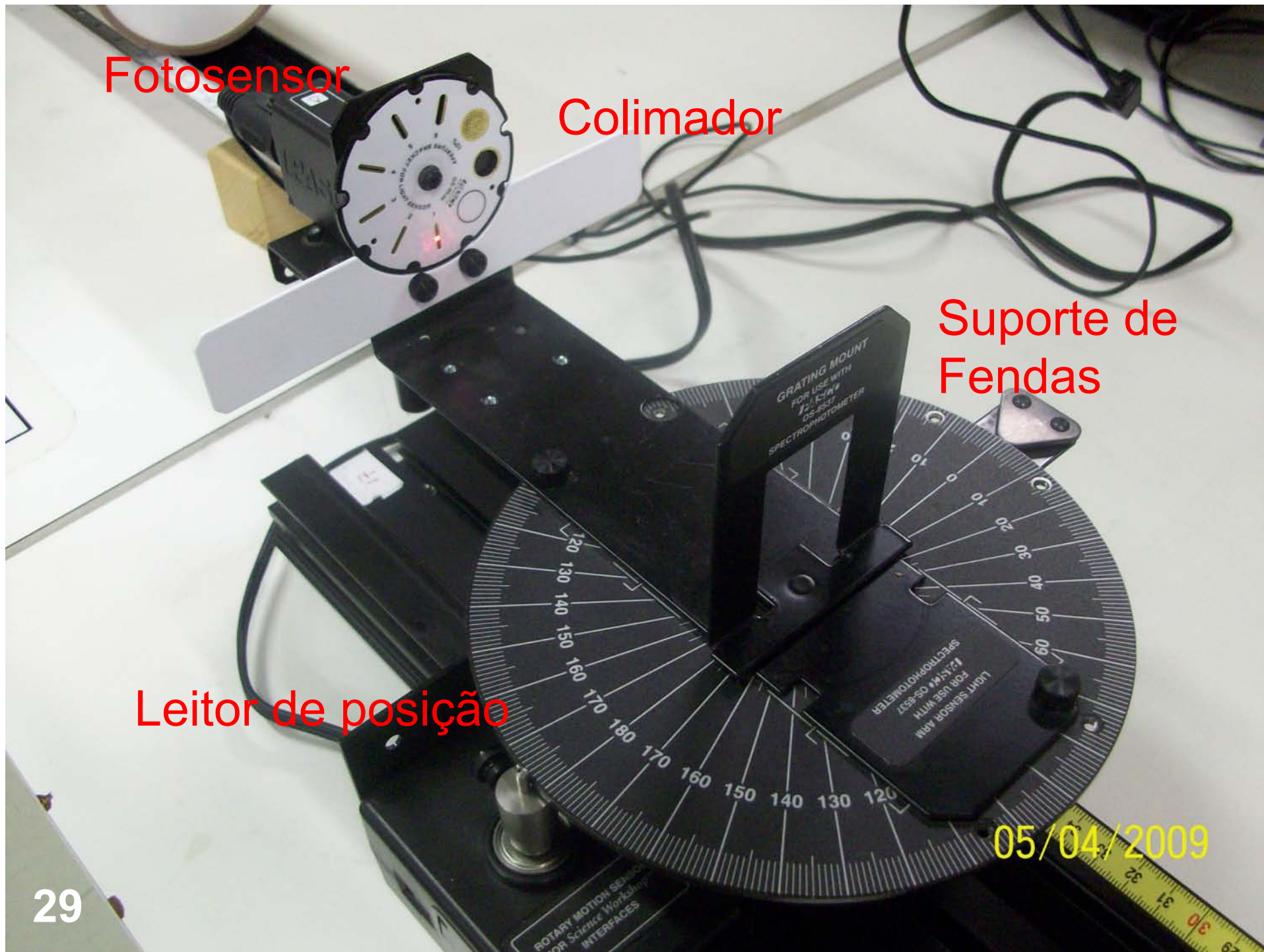
Fotosensor

Colimador

Suporte de Fendas

Leitor de posição

05/04/2009





A fenda escolhida deve estar bem centralizada no prato para garantir a correta medida angular. O que acontece se não estiver?

Colimador

Fotosensor

Fendas

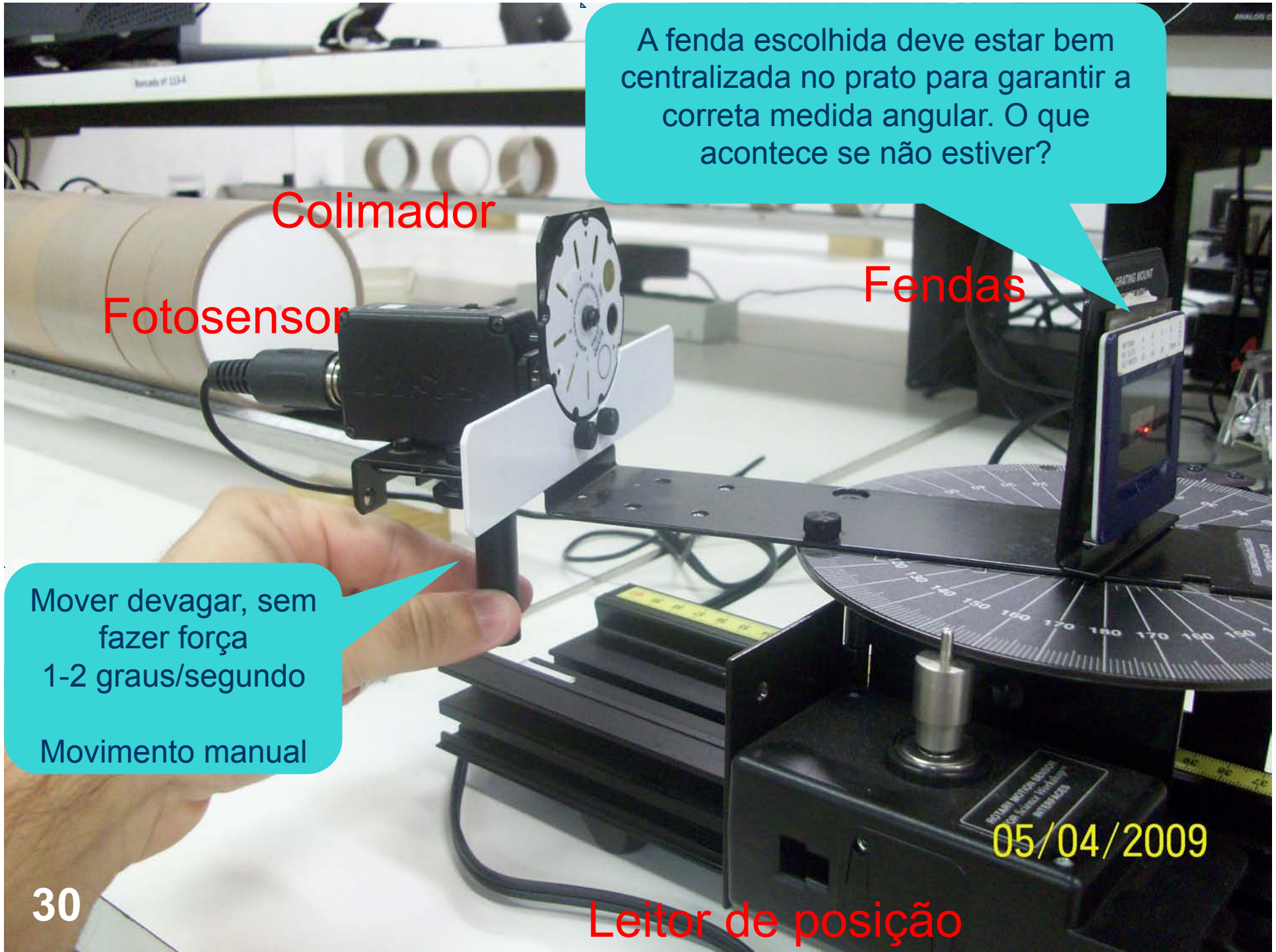
Mover devagar, sem  
fazer força  
1-2 graus/segundo

Movimento manual

05/04/2009

30

Leitor de posição



Fotosensor

Colimadores

Usar este colimador

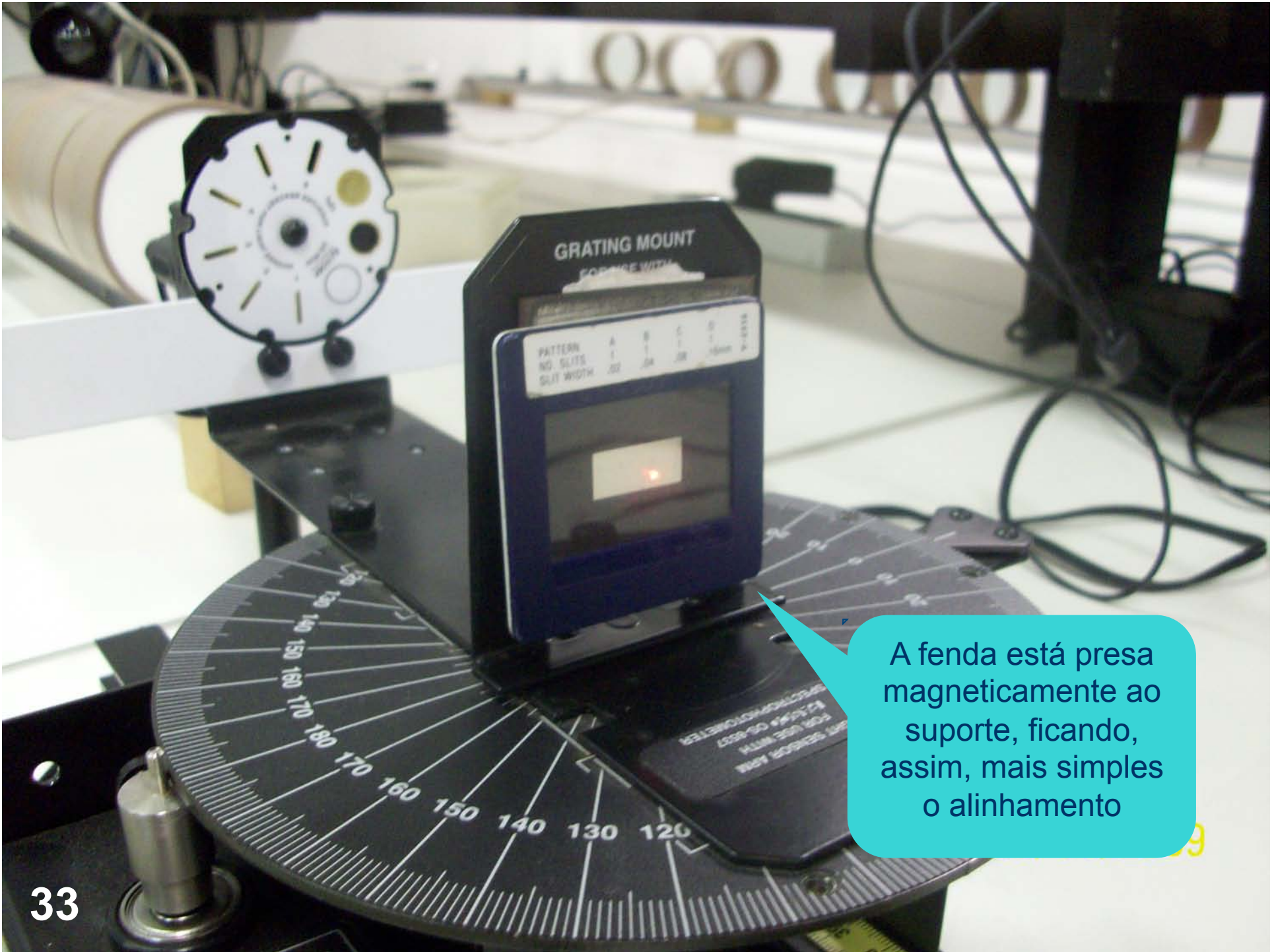
A largura da abertura do colimador define a precisão angular na qual a medida é feita. Quanto menor a abertura, maior é a precisão angular



## Colimador

Para prender a fenda use primeiro esta chapa metálica. Assim a fenda será presa magneticamente e será mais fácil posicioná-la





# USAR ESTE SLIDE DE FENDAS



Usar a segunda fenda mais larga.

05/04/2009



# Ligações no DataStudio



# Procedimento experimental

- Usar como fenda para a difração a SEGUNDA FENDA MAIS LARGA do slide que CONTÉM APENAS FENDAS SIMPLES
- Usar como colimador do fotosensor AQUELE MAIS ESTREITO. Isto aumenta a resolução na medida de ângulo.
- Fixar o slide com o conjunto de fendas no respectivo suporte. A fenda escolhida deve estar bem centralizada.
- Alinhar o laser com a fenda e o fotosensor
- Selecionar **a sensibilidade de 10X no fotosensor**.
  - Neste caso, a intensidade para o pico principal da difração pode estar saturada. O que fazer nesta região? Remover os dados?

# Procedimento experimental Sobre o datastudio

The screenshot displays the Science Workshop 750 software interface. On the left, the 'Data' panel lists 'Angular Position, Ch 1&2 (deg)', 'Voltage, ChA (V)', and 'Light Intensity, Ch A (% max)'. The 'Displays' panel includes '314 Digits', 'FFT', 'Graph', 'Histogram', 'Meter', 'Scope', 'Table', and 'Workbook'. The main 'Experiment Setup' window shows a 'Science Workshop 750' device with a 'Rotary Motion Sensor' connected to channel A and a 'Light Sensor' connected to channel B. A 'Sensor Properties' dialog box is open, showing the 'Rotary Motion Sensor' configuration. The 'Measurement List' includes 'Acceleration, Ch 1&2 (m/s/s)', 'Angular Acceleration, Ch 1&2 (deg/s/s)', 'Angular Acceleration, Ch 1&2 (rad/s/s)', 'Angular Position, Ch 1&2 (deg)' (checked), 'Angular Position, Ch 1&2 (rad)', 'Angular Velocity, Ch 1&2 (deg/s)', 'Angular Velocity, Ch 1&2 (rad/s)', and 'Position, Ch 1&2 (m)'. The 'Range' is set to '-6.00 to 6.00', the 'Unit' is 'm/s/s', and the 'Accuracy' is '0.05'. The 'Help' panel at the bottom shows a cartoon character and the text 'Double-click a display ic'.

**Data**

- Angular Position, Ch 1&2 (deg)
- Voltage, ChA (V)
- Light Intensity, Ch A (% max)

**Displays**

- 314 Digits
- FFT
- Graph
- Histogram
- Meter
- Scope
- Table
- Workbook

**Experiment Setup**

Science Workshop 750

**Sensors**

- Humidity Sensor
- ISE Ion Selective Electrode
- IR Sensor
- Laser Switch
- Light Sensor
- Low Pressure Sensor

**Signal Output**

- Output

**Sensor Properties**

General Measurement Rotary Motion Sensor

Measurement List

- Acceleration, Ch 1&2 (m/s/s)
- Angular Acceleration, Ch 1&2 (deg/s/s)
- Angular Acceleration, Ch 1&2 (rad/s/s)
- Angular Position, Ch 1&2 (deg)
- Angular Position, Ch 1&2 (rad)
- Angular Velocity, Ch 1&2 (deg/s)
- Angular Velocity, Ch 1&2 (rad/s)
- Position, Ch 1&2 (m)

Range: -6.00 to 6.00    Unit: m/s/s    Accuracy: 0.05

OK Cancelar Help

Help  
Double-click a display ic

# Propriedades do sensor e cálculo do ângulo

This screenshot shows the Science Workshop 750 interface. The 'Sensors' list includes Humidity Sensor, ISE Ion Selective Electrode, IR Sensor, Laser Switch, Light Sensor, and Low Pressure Sensor. A 'Rotary Motion Sensor' and a 'Light Sensor' are connected to the Science Workshop 750 hardware. The 'Sensor Properties' dialog box is open for the 'Light Sensor', showing the following data:

General	Measurement	Calibration
Current Reading Voltage: 0.052	High Point Voltage: 5.000	Low Point Voltage: 0.000
Value: 1.0	Value: 100.0	Value: 0.0
Take Reading		Take Reading
Name: Light Intensity, Ch A (% max)	Sensitivity: Low (1x)	
Range: 0.0 to 100.0 % max	Units:	Accuracy: 1.0

This screenshot shows the Science Workshop 750 interface with the 'Sensor Properties' dialog box open for the 'Light Sensor'. The 'Measurement' tab is selected, showing a 'Sample Rate' of 10 Hz and 'Default Range' selected. The 'General' tab shows the model 'CI-6504A' and an image of the sensor.

This screenshot shows the DataStudio interface. The 'Experiment Setup' window is open, showing the same sensor configuration as the previous images. The 'Data' window shows 'Angular Position, Ch 1&2 (deg)', 'voltage, Ch A (V)', and 'Light Intensity, Ch A (% max)'. A 'Calculator' window is open, showing the definition 'angulo = x/60' and the unit 'DEG' selected.

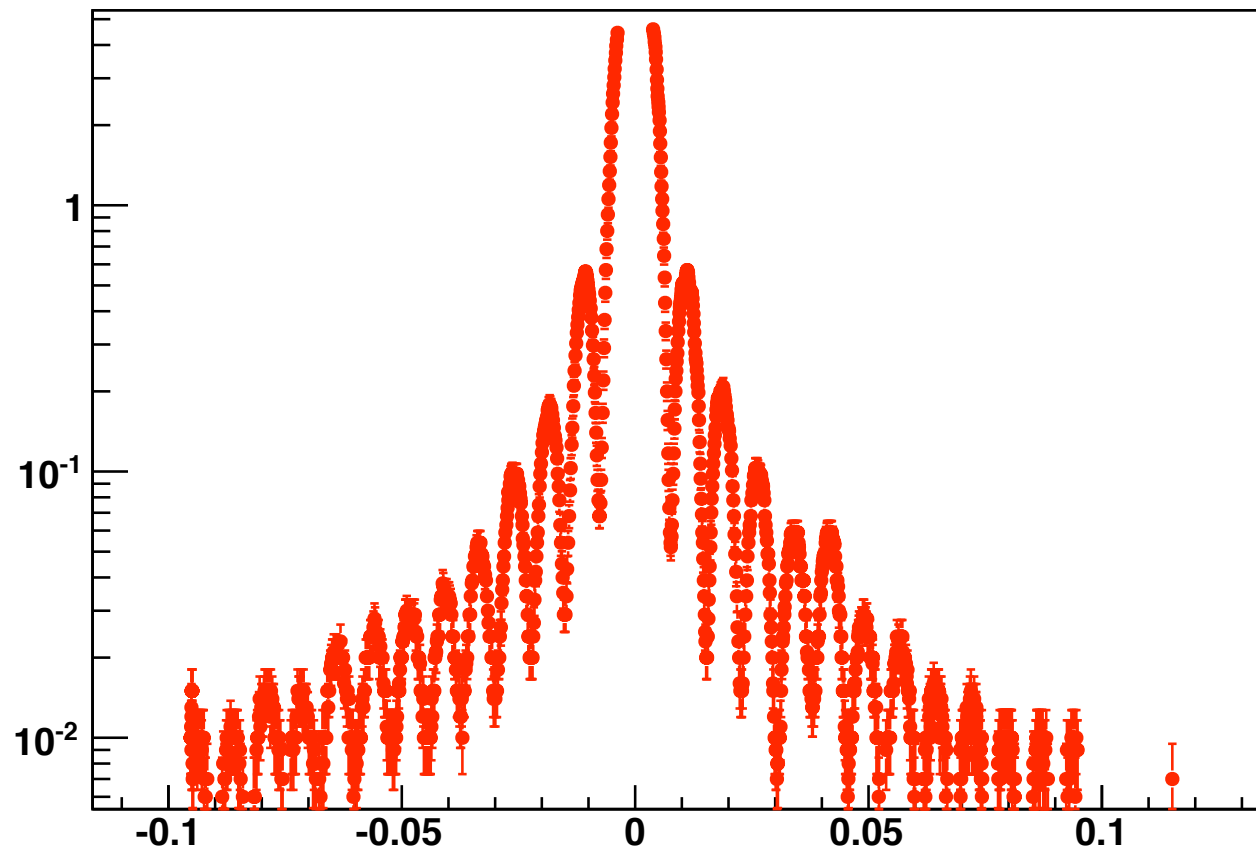


# Cuidados experimentais no DataStudio

- Sensibilidade do sensor de posição
  - Ajuste para 1440 divisões/grau
  - Ajuste a frequência de amostragem para 50-100 Hz
  - O cálculo do ângulo é leitura do sensor / 60
    - $\text{Angulo} = \text{leitura}/60$
  - Verifiquem a medida de ângulo, comparando a leitura do DS com a escala graduada no prato.

# Dados

Se houver cuidado e capricho com a montagem e tomada de dados é possível adquirir um espectro de altíssima qualidade para análise.





## Atividades da semana (parte II)

- Estudar a difração de *uma fenda simples*.
  - Medir o espectro de difração desta fenda
    - Lembre-se que queremos uma fenda específica
  - *Ajustar a curva teórica aos dados, utilizando mínimos quadrados.*
    - A curva teórica descreve bem os dados? Há alguma discrepância? O que poderia explicar eventuais discrepâncias? Descreva os resultados.
      - Dica: Compare detalhadamente os dados com teoria.

## Atividades da semana (parte II)

- Caso a função teórica seja insuficiente para explicar os dados obtidos, discuta modificações nessa função (por exemplo, limitações impostas pelo arranjo experimental) e obtenha uma função mais realista que possa explicar os dados obtidos.

# Extras

---

## Porque $L \gg d$ ?

- Dois limites
  - Difração de Fresnel
    - Próximo ao obstáculo
    - Cálculos complexos
      - Efeitos de borda importantes
  - Difração de Fraunhofer
    - Longe do obstáculo
    - Muito mais simples de calcular
- Número de Fresnel
  - $F \ll 1$  (Fraunhofer)
  - $F \gg 1$  (Fresnel)

$$F = \frac{d^2}{\lambda L}$$

