Física Experimental III

Notas de aula: www.if.usp.br/suaide

LabFlex: www.dfn.if.usp.br/curso/LabFlex

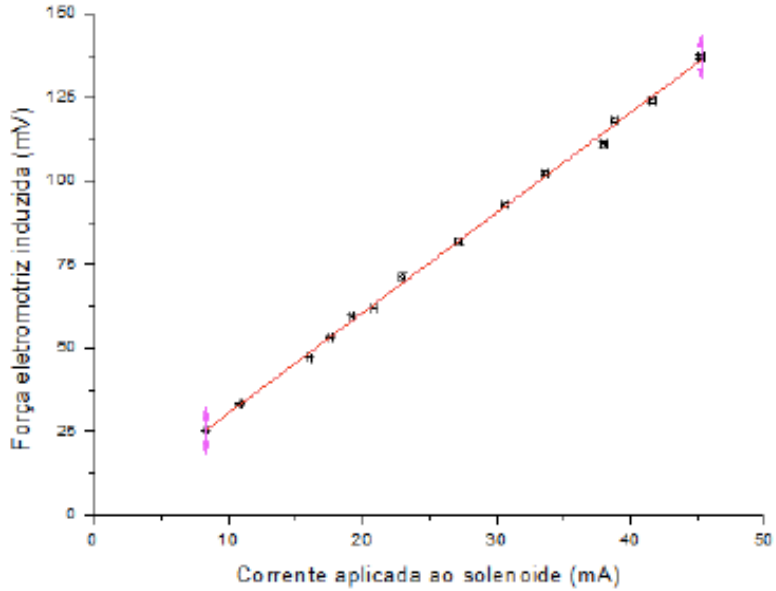
Aula 13

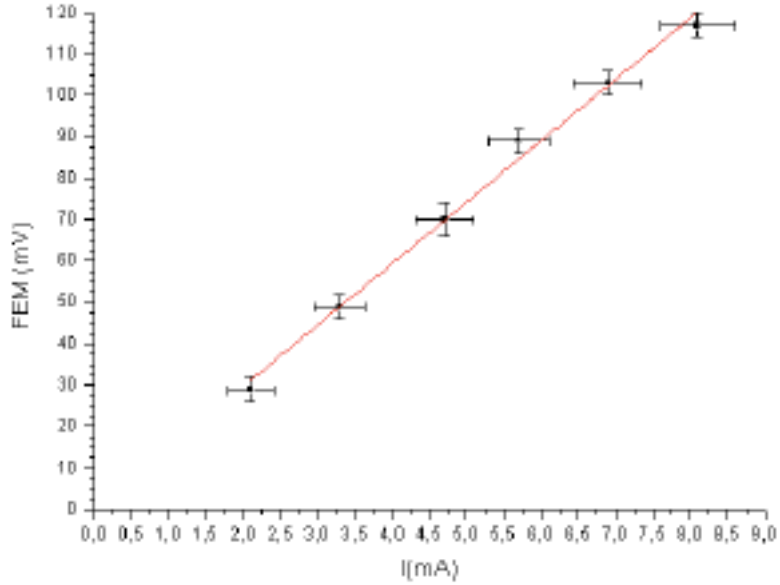
Prof. Alexandre Suaide
Ramal: 7072
Ed. Oscar Sala (Pelletron), sala 246

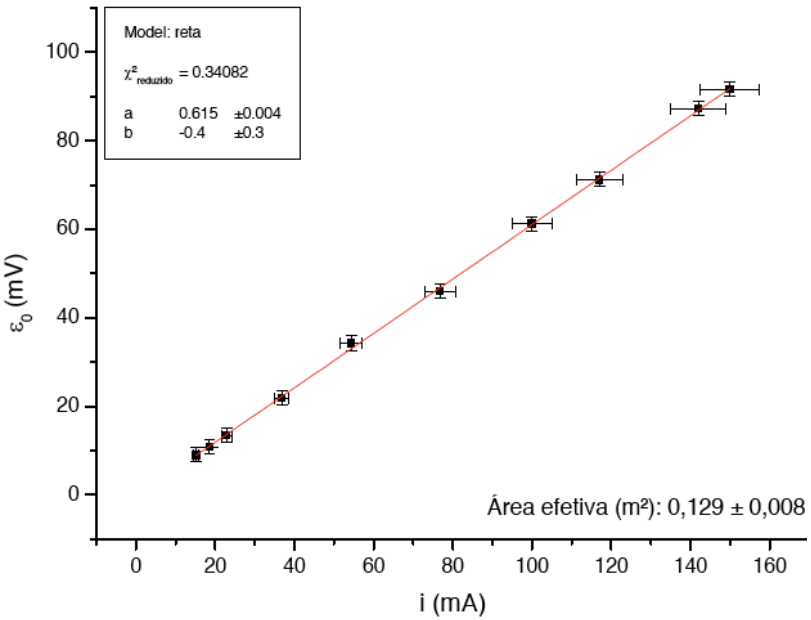
Objetivos da semana anterior

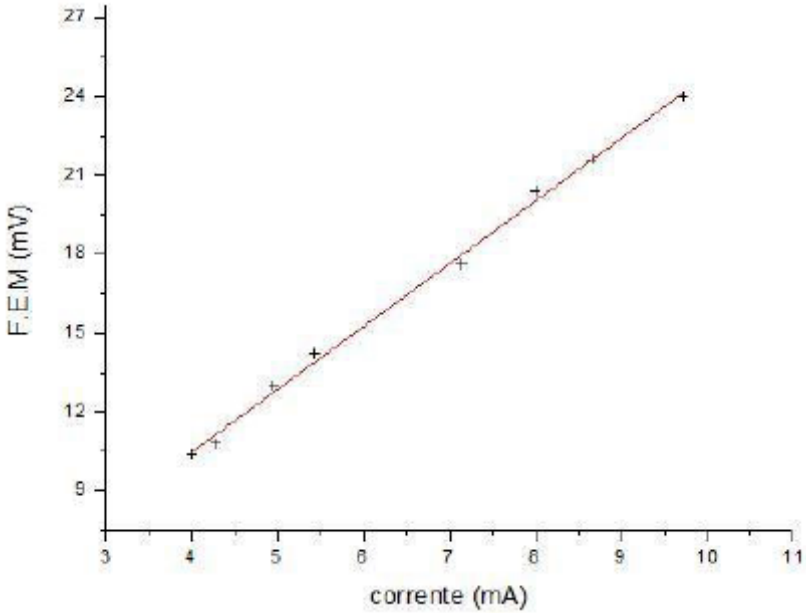
- Calibrar uma bobina sonda
- Mapear os campos magnéticos de um solenóide finito
- Comparar os resultados com previsões teóricas ou simulações

Resultados


Força eletromotriz induzida (mV)
Corrente aplicada ao solenoide (mA)


FEM (mV)
I(mA)


Model: reta
$\chi^2_{reduzido}$ = 0.34082
a 0.615 ±0.004
b -0.4 ±0.3
ε_0 (mV)
i (mA)
Área efetiva (m²): 0,129 ± 0,008

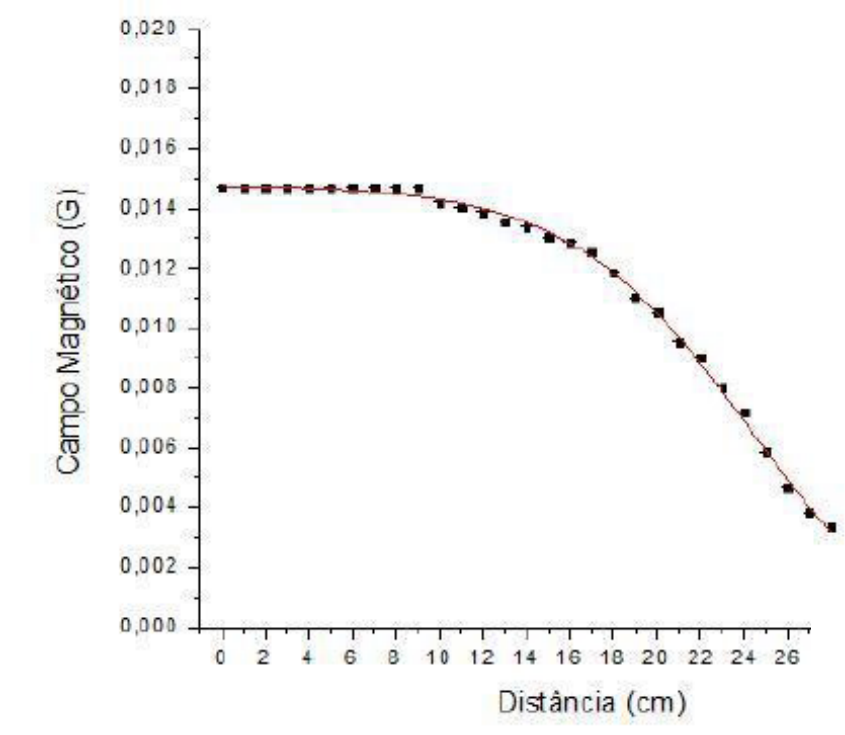

F.E.M (mV)
corrente (mA)

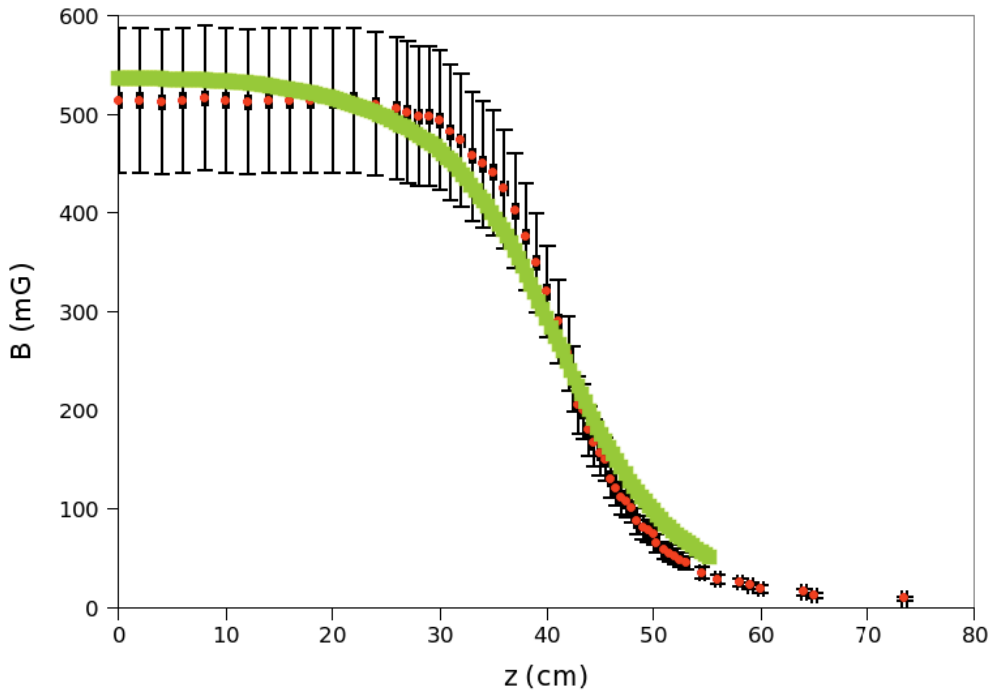
Resultados

A [cm²]
1922 ± 40
1550 ± 50
9860
1,29
0,27
$(1,9 \pm 0,8) \times 10^3$
1655 ± 13
1290 ± 80
$(9,9 \pm 0,2) \times 10^3$
1996 ± 60
1461 ± 60

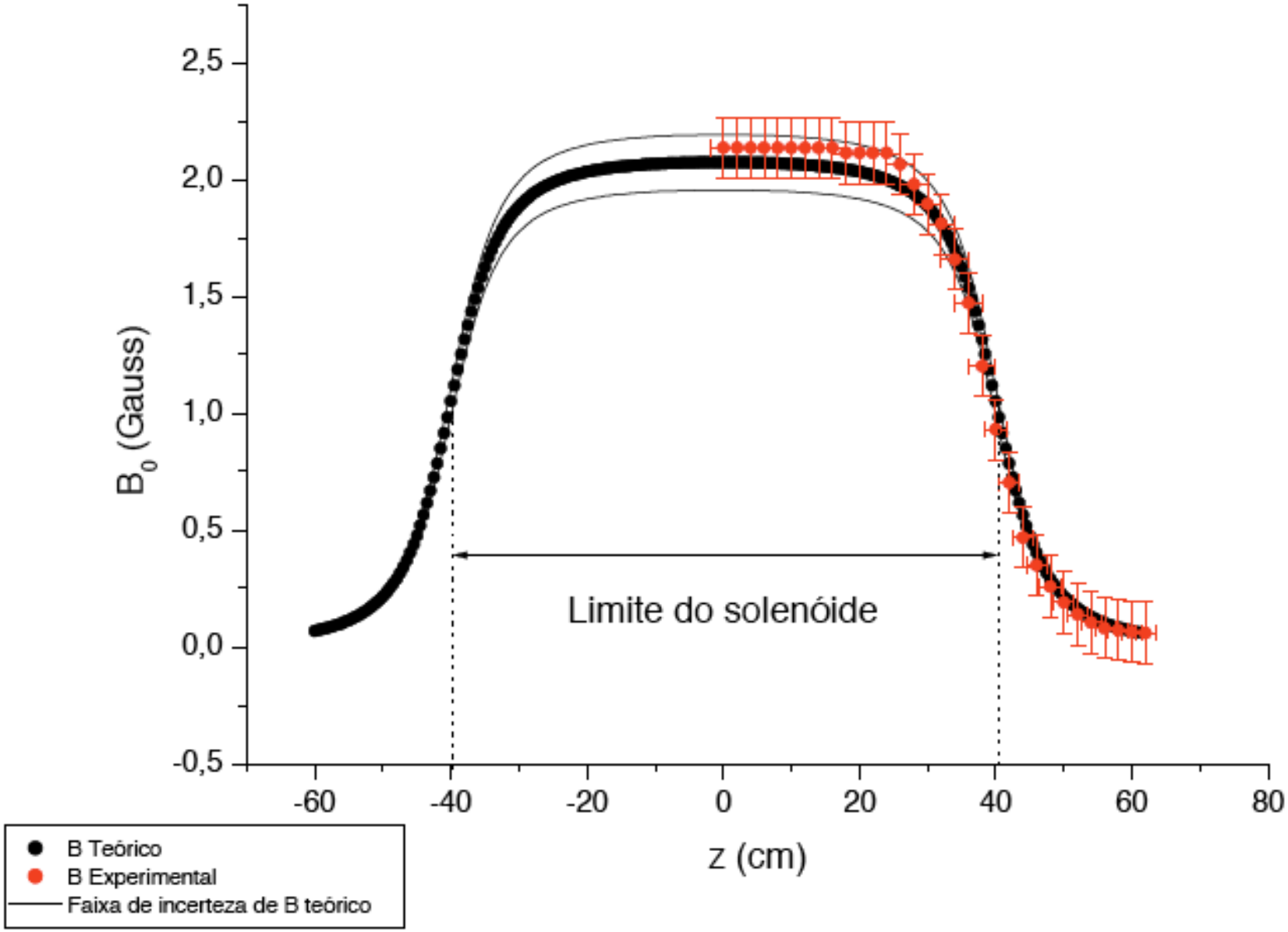
Os resultados são razoáveis?

Mapeamento do solenóide





Mapeamento do solenóide



Lei de Faraday – auto indutância e indutância mútua

- A Lei de Faraday estabelece como uma variação de fluxo magnético pode induzir um potencial elétrico.

$$\varepsilon = -\frac{d\phi_B}{dt}$$

- Sempre que há variação de fluxo magnético, não importa a origem, há uma tensão induzida. Esta semana vamos estudar a tensão induzida pela bobina nela mesma e em outras
  - Auto indutância e indutância mútua

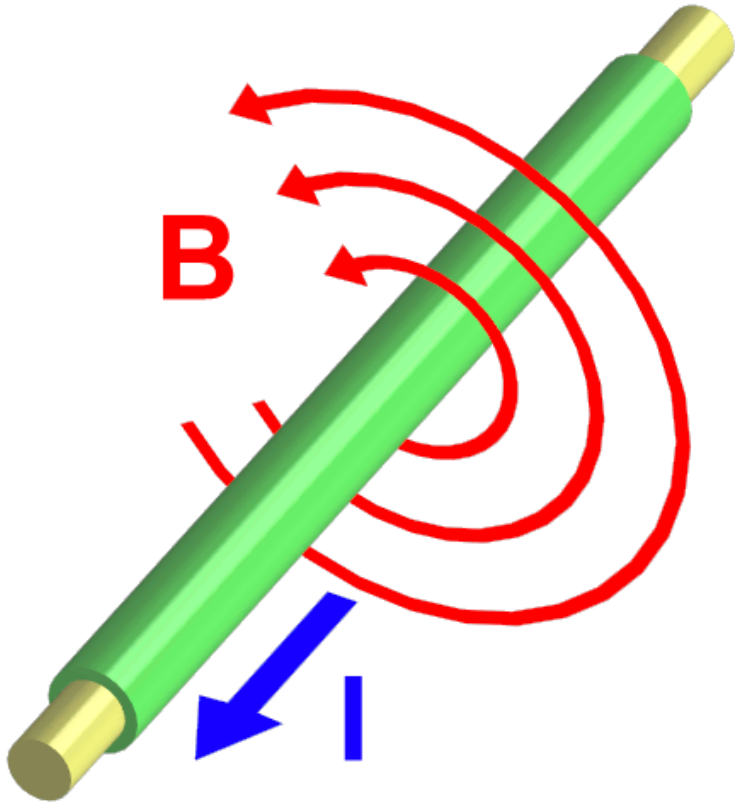
Campo magnético em um fio ideal

- Corrente passando pelo fio gera um campo magnético

$$B = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{i}{r}$$

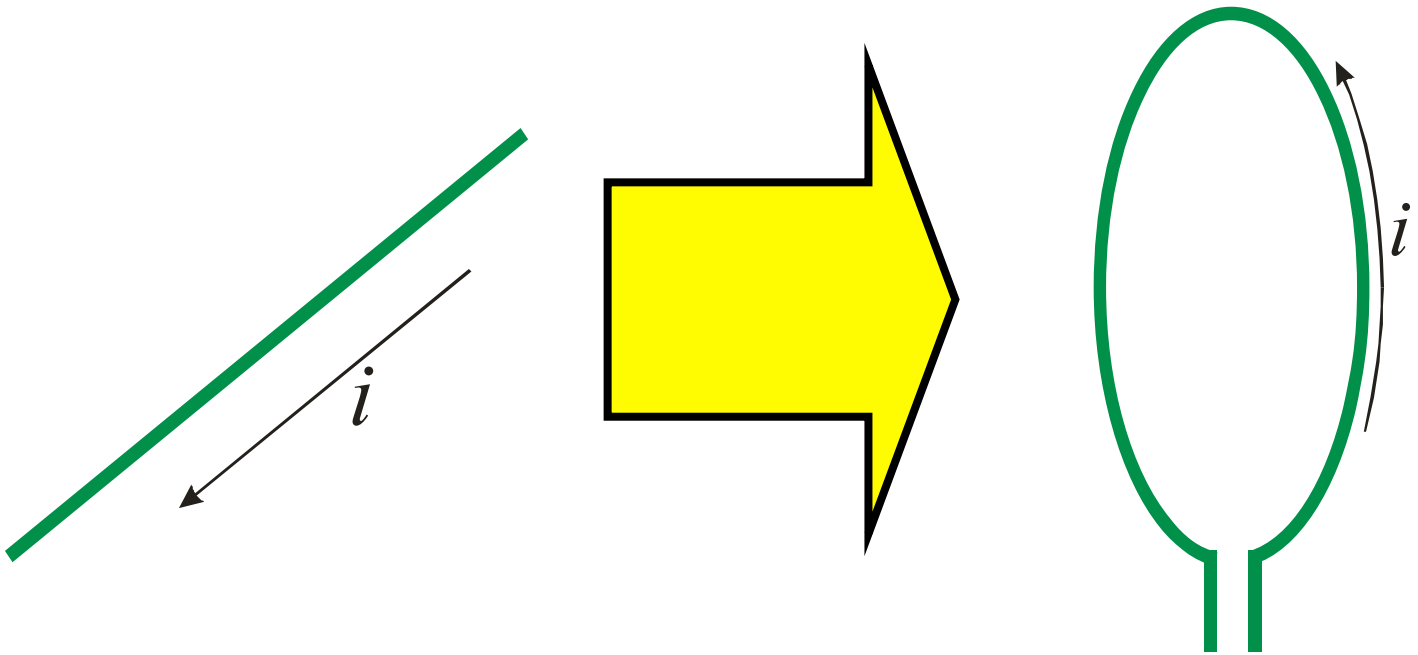
- Fio ideal → R = 0
  - Tensão elétrica entre os terminais do fio é nula

$$V = Ri = 0$$



O que acontece se...

- ... agora esta corrente está passando sobre uma espira de área A?

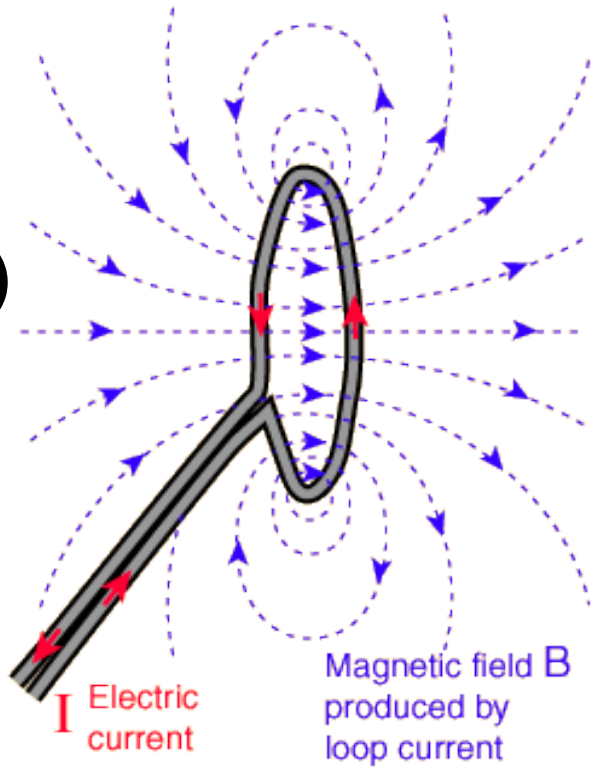


Campo magnético de uma espira ideal

- Corrente passando pela espira gera um campo magnético

$$B = \frac{\mu_0}{2} a^2 \frac{i}{r^3} \text{ (no eixo)}$$

- Fio ideal → R = 0
  - Tensão elétrica entre os terminais do fio é nula
  - Isto é verdade para uma espira?



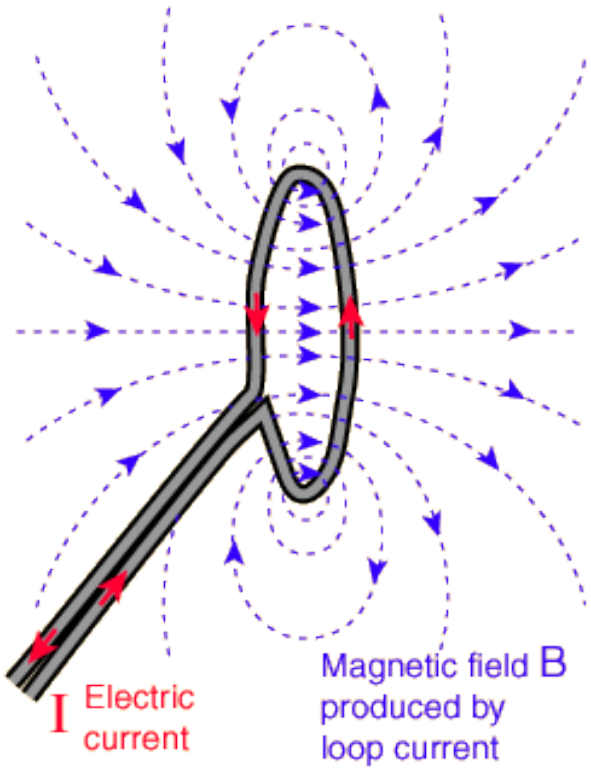
Campo magnético de uma espira ideal

- Fluxo magnético deste campo sobre a espira

$$\phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{a} \neq 0$$

- Fluxo diferente de zero, logo, pela Lei de Faraday temos uma tensão nos terminais da espira, se o campo for variável

$$\varepsilon = -\frac{d}{dt}\phi_B \neq 0$$



Auto-indutância

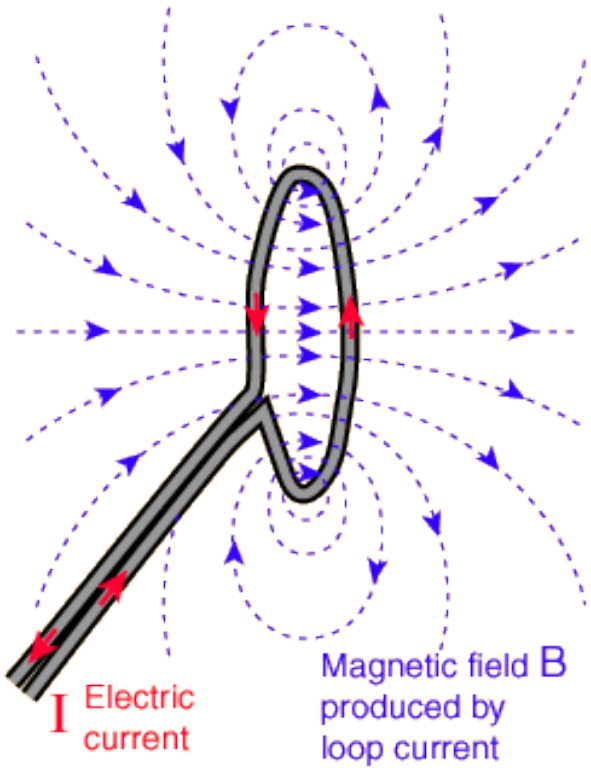
- Fluxo magnético deste campo sobre a espira

$$\phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{a}$$

$$= \int i\vec{\beta} \cdot d\vec{a} = Li$$

- A constante de proporcionalidade entre a corrente e o fluxo magnético na espira é chamada auto-indutância

$$\phi_B = Li$$



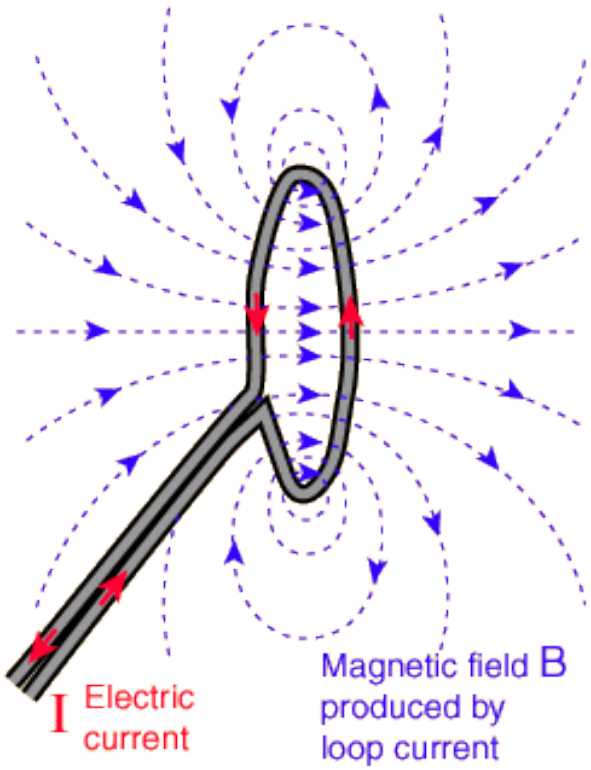
Auto-indutância

- O fato da espira criar um campo magnético e, conseqüentemente, um fluxo magnético nela mesma faz com que haja uma f.e.m. nos seus terminais

$$\varepsilon = -\frac{d}{dt}\phi_B = -\frac{d}{dt}(Li)$$

$$\varepsilon = -L\frac{d}{dt}i$$

Somente a corrente varia



Indutância mútua

- Agora, o que acontece se tivermos duas espiras, cada uma com uma corrente distinta (i_1 e i_2)?

- Fluxo devido ao campo da bobina 1 na bobina 2 vale:

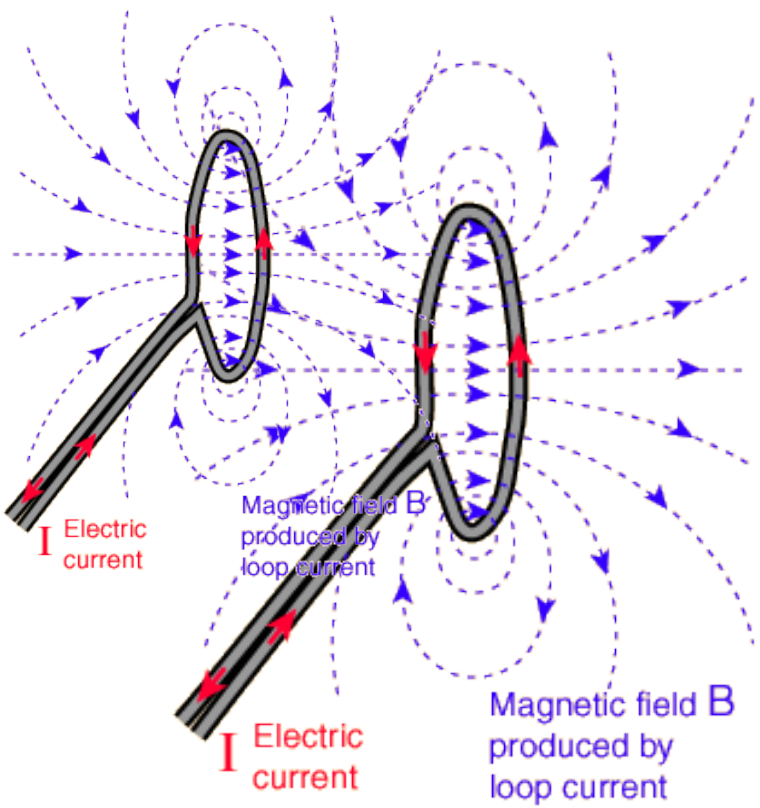
$$\phi_{21} = \int \vec{B}_1 \cdot d\vec{a}_2$$

$$= \int i_1 \vec{\beta}_1 \cdot d\vec{a}_2 = M_{21} i_1$$

- Fluxo devido ao campo da bobina 2 na bobina 1 vale:

$$\phi_{12} = \int \vec{B}_2 \cdot d\vec{a}_1$$

$$= \int i_2 \vec{\beta}_2 \cdot d\vec{a}_1 = M_{12} i_2$$



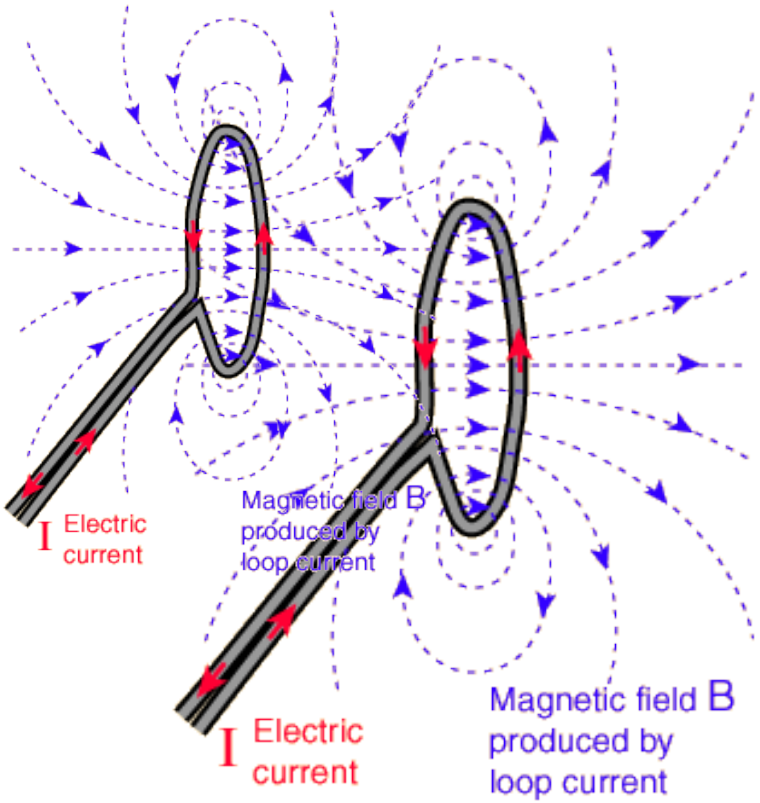
Indutância mútua

- Pode-se mostrar que, por razões de simetria que (ver Moysés III, por exemplo)

$$M_{12} = M_{21} = M$$

- M é denominada indutância mútua entre as duas espiras

- Qual é a tensão induzida nas bobinas considerando o efeito de auto-indutância e indutância mútua?



f.e.m. em um sistema de duas espiras

- Auto-indutância

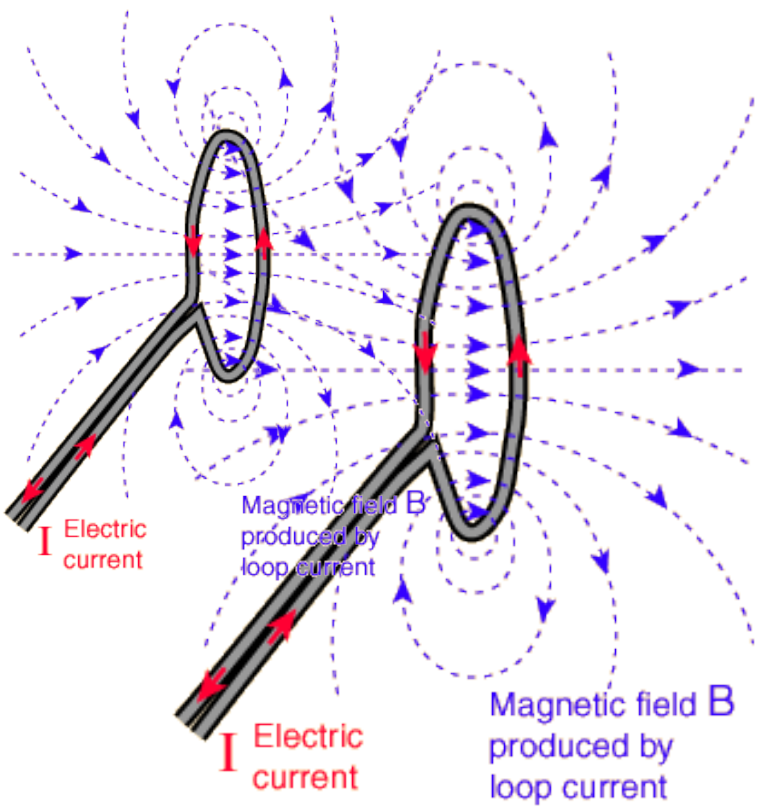
$$\varepsilon_1 = -L_1 \frac{d}{dt} i_1$$

$$\varepsilon_2 = -L_2 \frac{d}{dt} i_2$$

- Indutância mútua

$$\varepsilon_{12} = -M \frac{d}{dt} i_2$$

$$\varepsilon_{21} = -M \frac{d}{dt} i_1$$



f.e.m. em um sistema de duas espiras

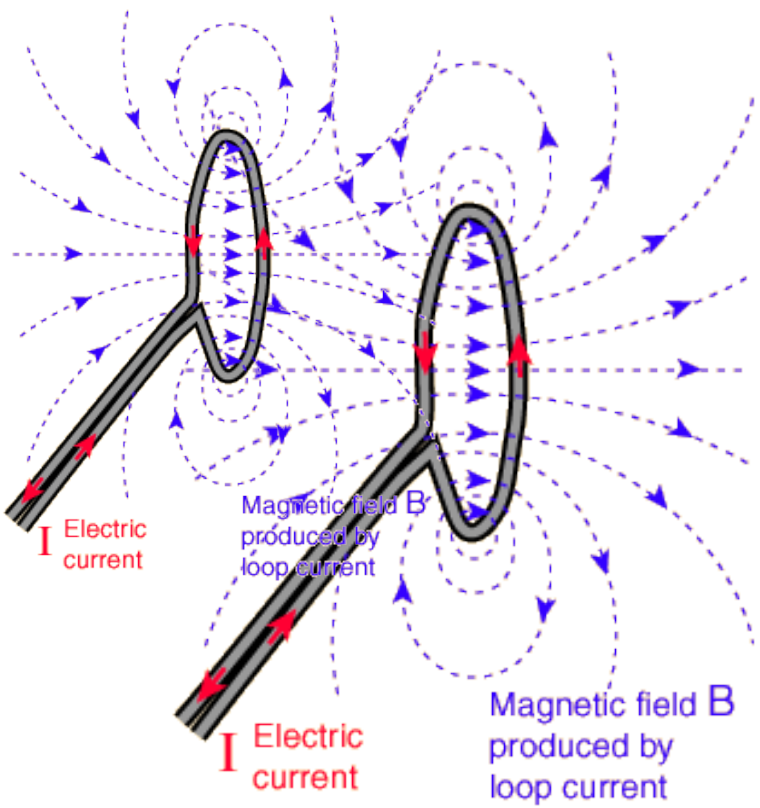
- fem induzida na bobina 1

$$\varepsilon_1 = -L_1 \frac{d}{dt} i_1 - M \frac{d}{dt} i_2$$

- fem induzida na bobina 2

$$\varepsilon_2 = -L_2 \frac{d}{dt} i_2 - M \frac{d}{dt} i_1$$

- Neste caso, a tensão induzida em cada bobina depende das condições de ambas bobinas



Objetivos da semana

- Estudar o efeito de auto-indutância em um solenóide submetido a uma corrente elétrica harmônica

$$i_s(t) = i_s \sin(\omega t)$$

- Medir a indutância mútua entre o solenóide e uma bobina fornecida

- Comparar os resultados com valores obtidos teoricamente através da geometria do experimento

Situação experimental real

- Na nossa discussão sobre auto-indutância e indutância mútua nós consideramos as bobinas ideais, ou seja, sem resistência.
  - Na nossa situação real, as bobinas possuem resistência elétrica de tal forma que uma corrente sempre está associada a uma f.e.m.

$$V = Ri \neq 0$$

  - Assim, no caso de uma única espira a tensão medida nos terminais da mesma é:

$$\varepsilon = Ri - L\frac{d}{dt}i$$

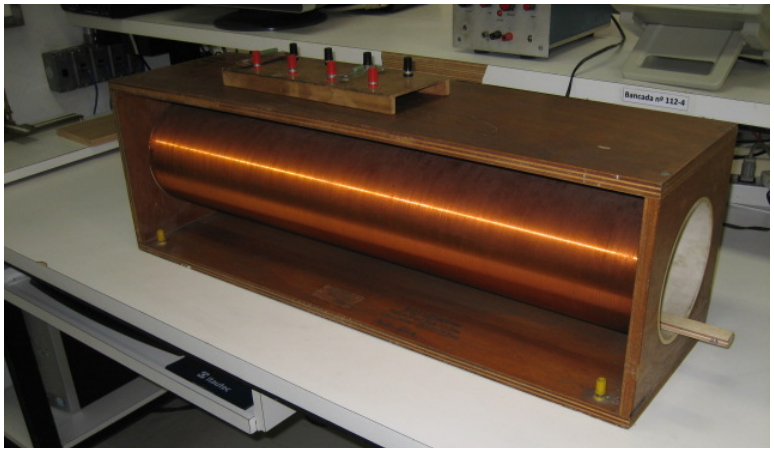
Situação experimental real

- Esta resistência não nula adiciona complicações ao problema.
  - Estudaremos isto em detalhes em Lab IV
- Para minimizar estes efeitos, usaremos altas freqüências (~3000 Hz)
  - Neste caso, a fem devido aos efeitos de indutância é muito maior que aquela devido aos efeitos resistivos, podendo desprezá-los

$$\varepsilon = Ri - L\frac{d}{dt}i \xrightarrow[\text{> 3000 Hz}]{\text{altas freqüências}} \varepsilon \approx -L\frac{d}{dt}i$$

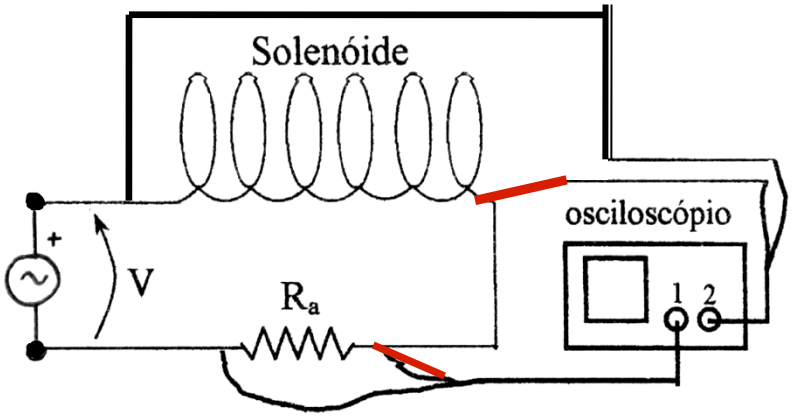
Procedimento experimental
medida da auto-indutância do solenóide

- Montar o mesmo circuito da aula anterior
- Usar uma corrente harmônica de alta freqüência



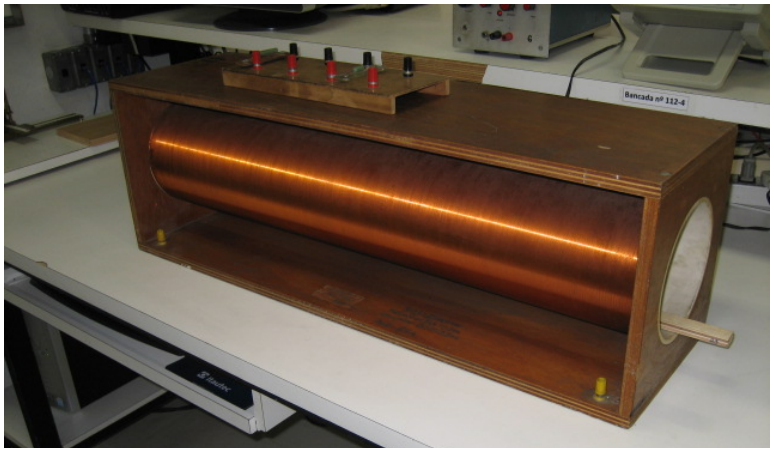
$$i_s(t) = i_s \sin(\omega t)$$

- Medir, a corrente (i_{sm}) com um resistor auxiliar e o osciloscópio
- Medir a tensão no solenóide com o osciloscópio



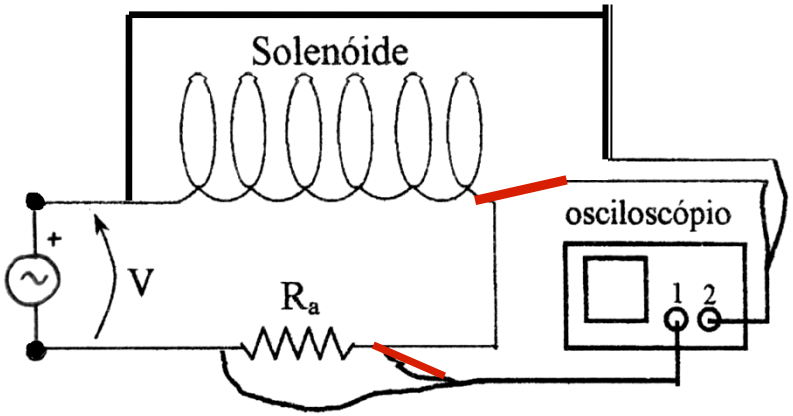
Procedimento experimental medida da auto-indutância do solenóide

- Terra único do osciloscópio



- Os elementos de circuito que estiverem entre os dois terras estarão em curto-circuito.

- Ligue apenas um terra. Cada canal estará medindo a tensão entre o ponto escolhido e o terra.



Procedimento experimental
medida da auto-indutância do solenóide

- Quem é a tensão no solenóide?

$$\varepsilon_s(t) = -L\frac{d}{dt}i_s(t) = -L\omega i_s\cos(\omega t) = \varepsilon_s\cos(\omega t)$$

- Obter a auto-indutância (L) do solenóide a partir do gráfico de tensão no solenóide em função da sua corrente.
- Mas quem é L?

$$\phi_B = \int \vec{B}\cdot d\vec{a} = Li \Rightarrow L = \frac{\int \vec{B}\cdot d\vec{a}}{i} \sim \frac{\langle B\rangle(N_s A_s)}{i}$$

Atividades da semana (parte I)

- Fazer gráfico de ε_s como função de i_s e obter o valor da auto-indutância do solenóide
  - Como eu tenho certeza que a freqüência escolhida é tal que eu posso desprezar a resistência finita do fio do solenóide?
    - Dica: Se eu considerar R = 0, qual deveria ser a diferença de fase entre a tensão e corrente no solenóide. Meça esta diferença de fase e discuta o resultado.

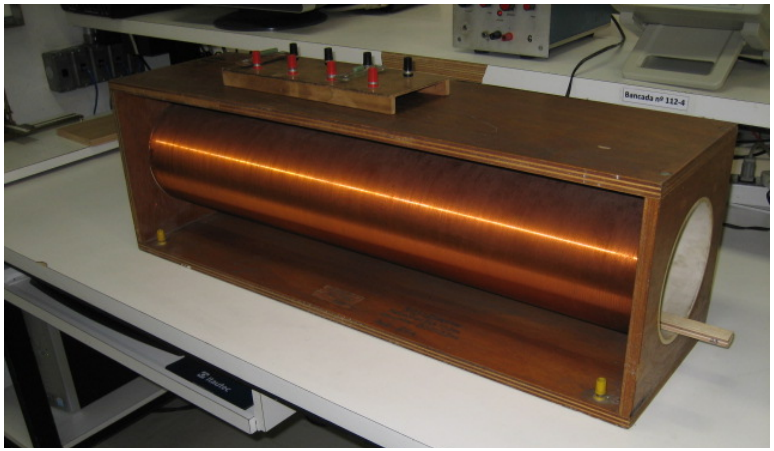
- Obter L e comparar o valor obtido com o previsto teoricamente, a partir do conhecimento das dimensões do solenóide.

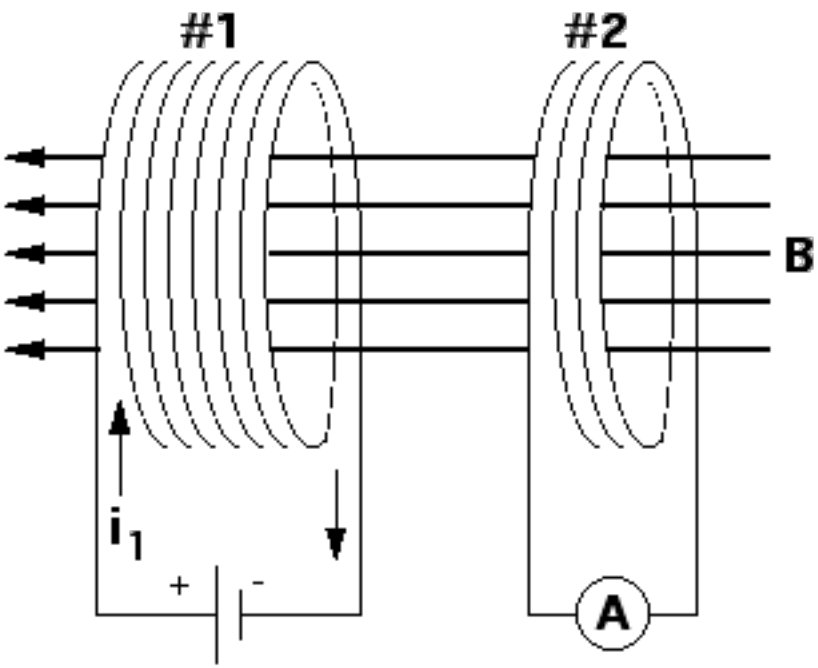
Procedimento experimental
medida da indutância mútua entre duas bobinas

- Montar o mesmo circuito da aula anterior, com a bobina sonda conhecida
  - Aquela de maior dimensões, com área conhecida
- Usar uma corrente harmônica de alta freqüência no solenóide

$$i_s(t) = i_s \sin(\omega t)$$

- Medir, a corrente (i_{sm}) com um resistor no solenóide e a tensão na bobina sonda





Procedimento experimental
medida da indutância mútua entre duas bobinas

- A tensão na bobina sonda é

$$\varepsilon_b(t) = -M\frac{d}{dt}i_s(t) = -M\omega i_s\cos(\omega t) = \varepsilon_b\cos(\omega t)$$

- Obter a indutância mútua entre a bobina sonda (M) e comparar com a previsão teórica.
- Mas quem é M?

$$\phi_b = \int \vec{B}_s \cdot d\vec{a}_b = Mi_s \Rightarrow M = \frac{\int \vec{B}_s \cdot d\vec{a}_b}{i_s} = \frac{B_s N_b A_b}{i_s}$$

Atividades da semana (parte II)

- Fazer gráfico de ε_b como função de i_s e obter o valor da indutância mútua entre o solenóide e a bobina

- Obter M e comparar o valor obtido com o previsto teoricamente, a partir do conhecimento das dimensões do solenóide e da bobina sonda.