



# Física Experimental III

Notas de aula: <http://www.dfn.if.usp.br/~suaide>


LabFlex: <http://www.dfn.if.usp.br/curso/LabFlex>

## Aula 5

Prof. Alexandre Suaide

Ramal: 7072

Ed. Oscar Sala (Pelletron), sala 246



# Curva de potência de uma lâmpada: Algumas considerações...

# Potência dissipada em uma lâmpada

- Radiação + convecção:

$$P_{total} = C\Delta T^\alpha + K_1 T^\beta - K_2 T_0^\beta$$

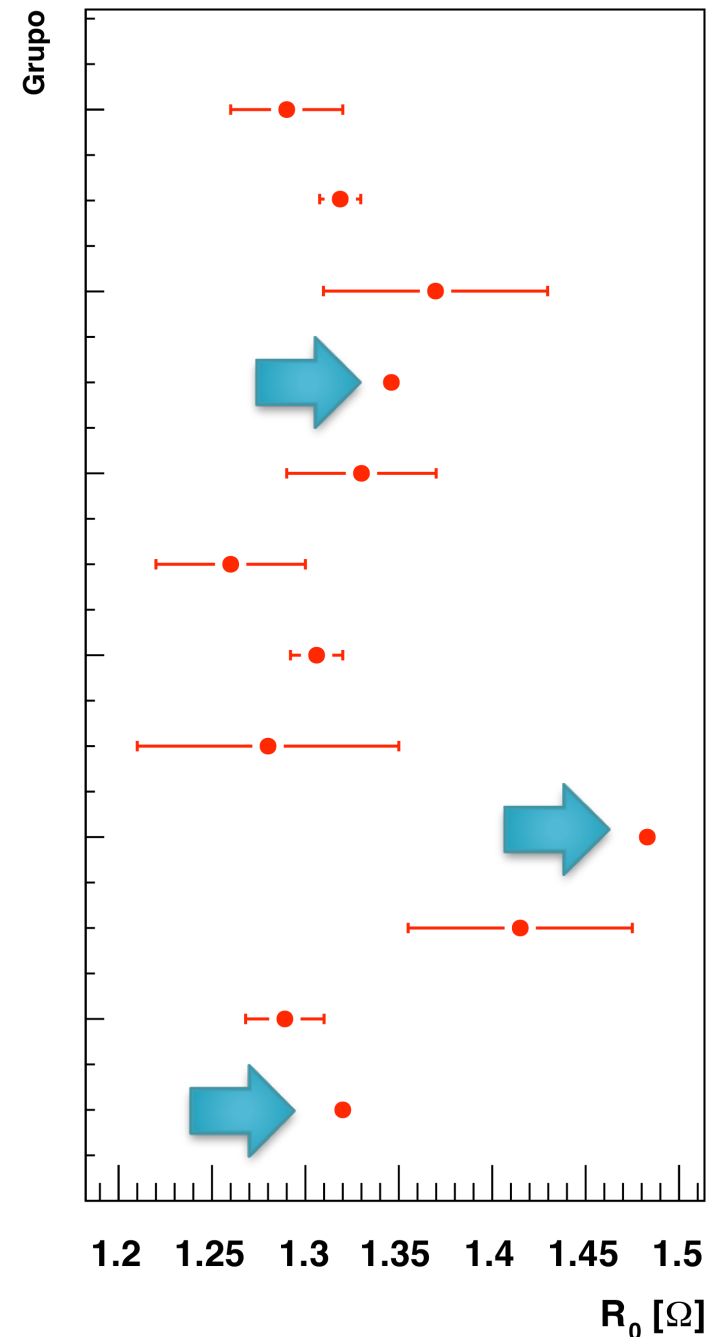
- Medida dos parâmetros  $C$ ,  $K_1$ ,  $K_2$ ,  $\alpha$  e  $\beta$ .
  - Para isso preciso saber  $R$  e  $R_0$  da lâmpada para calcular a temperatura.

$$\frac{R}{R_0} = \left( \frac{T}{T_0} \right)^{1,24}$$

# Medida de $R_0$

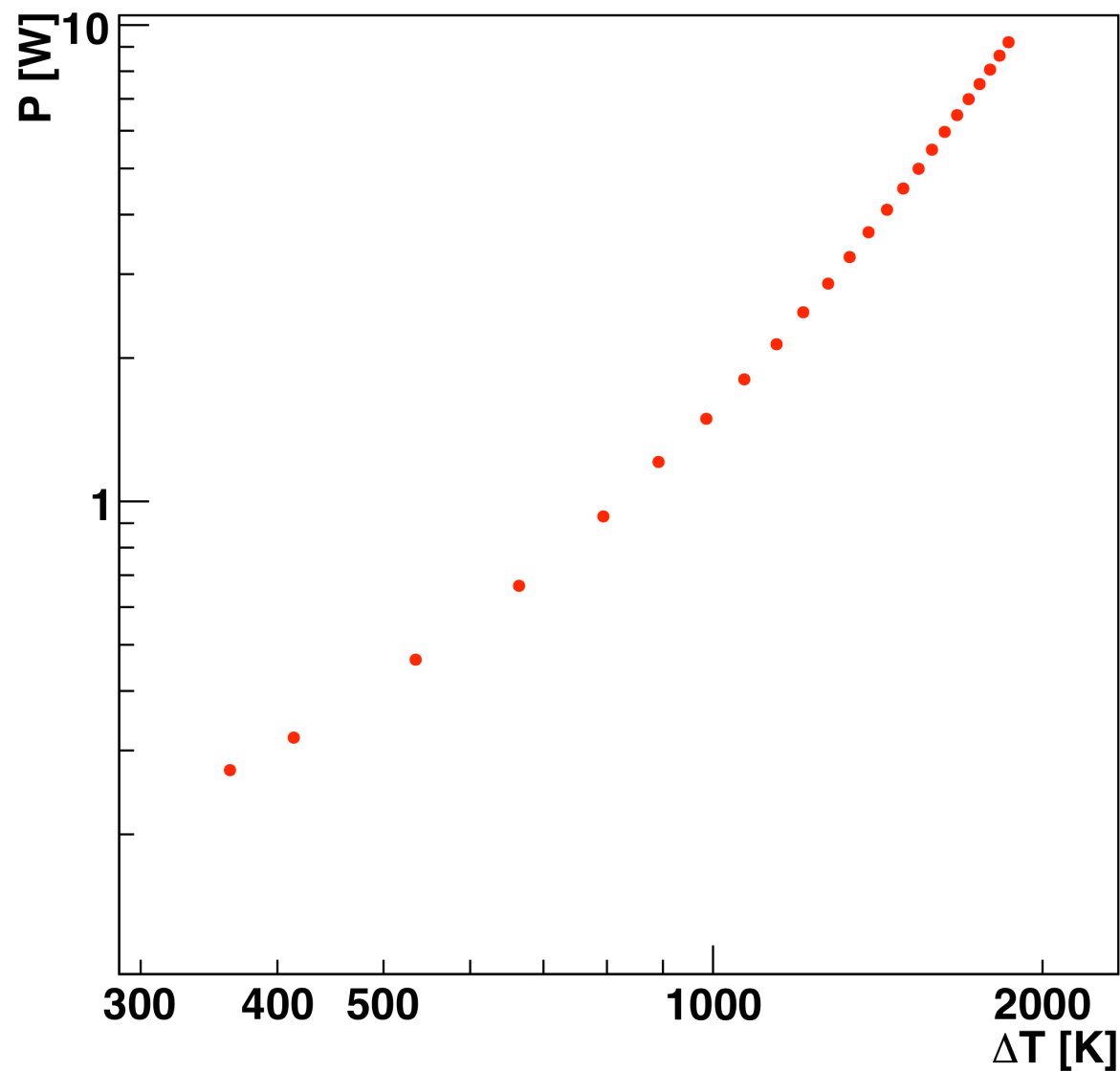
- Melhor método é o ajuste com correntes baixas
- A maioria dos valores são compatíveis entre si.
  - Praticamente mesma lâmpada

Valores medidos de  $R_0$  pela sala

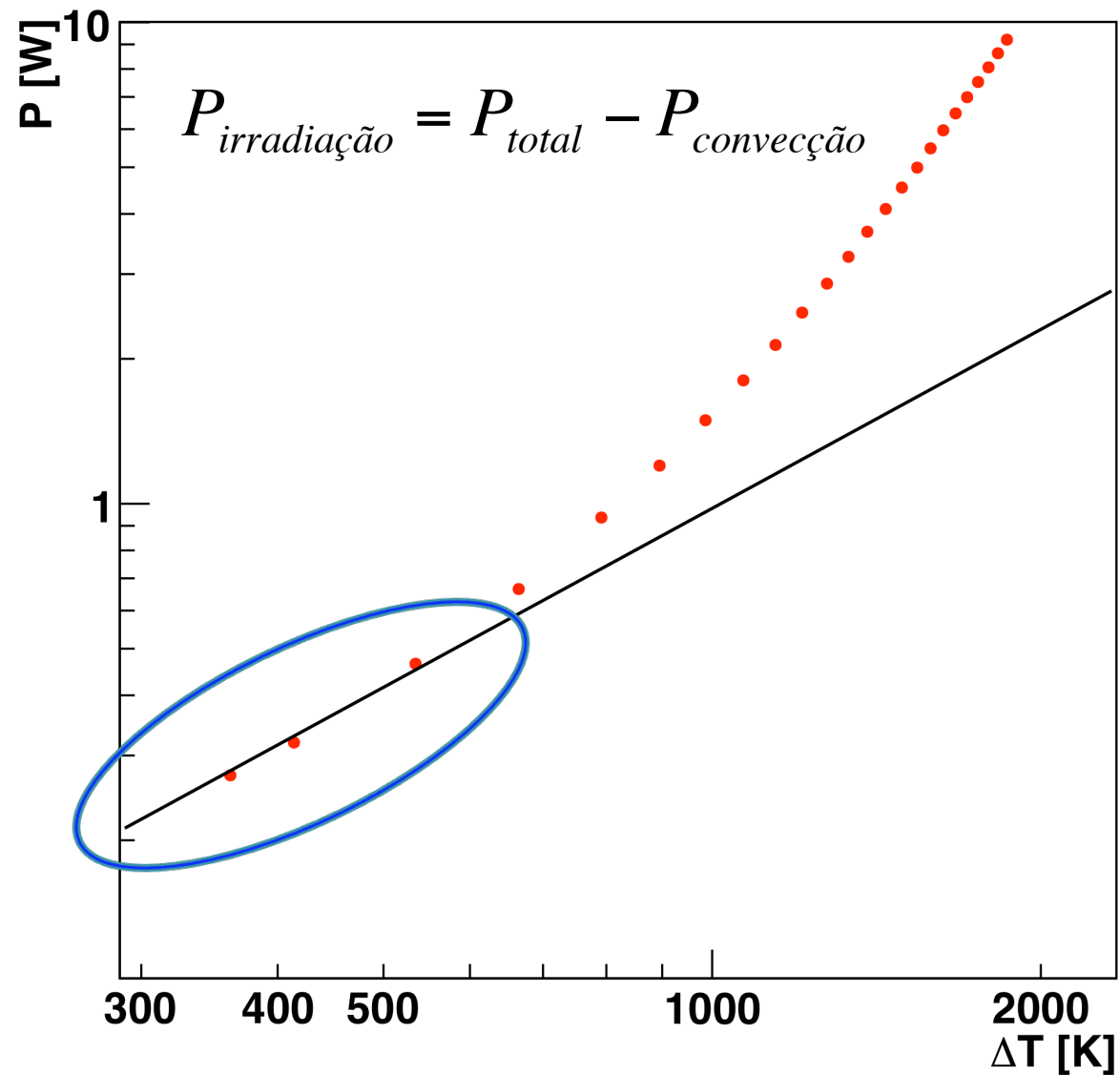




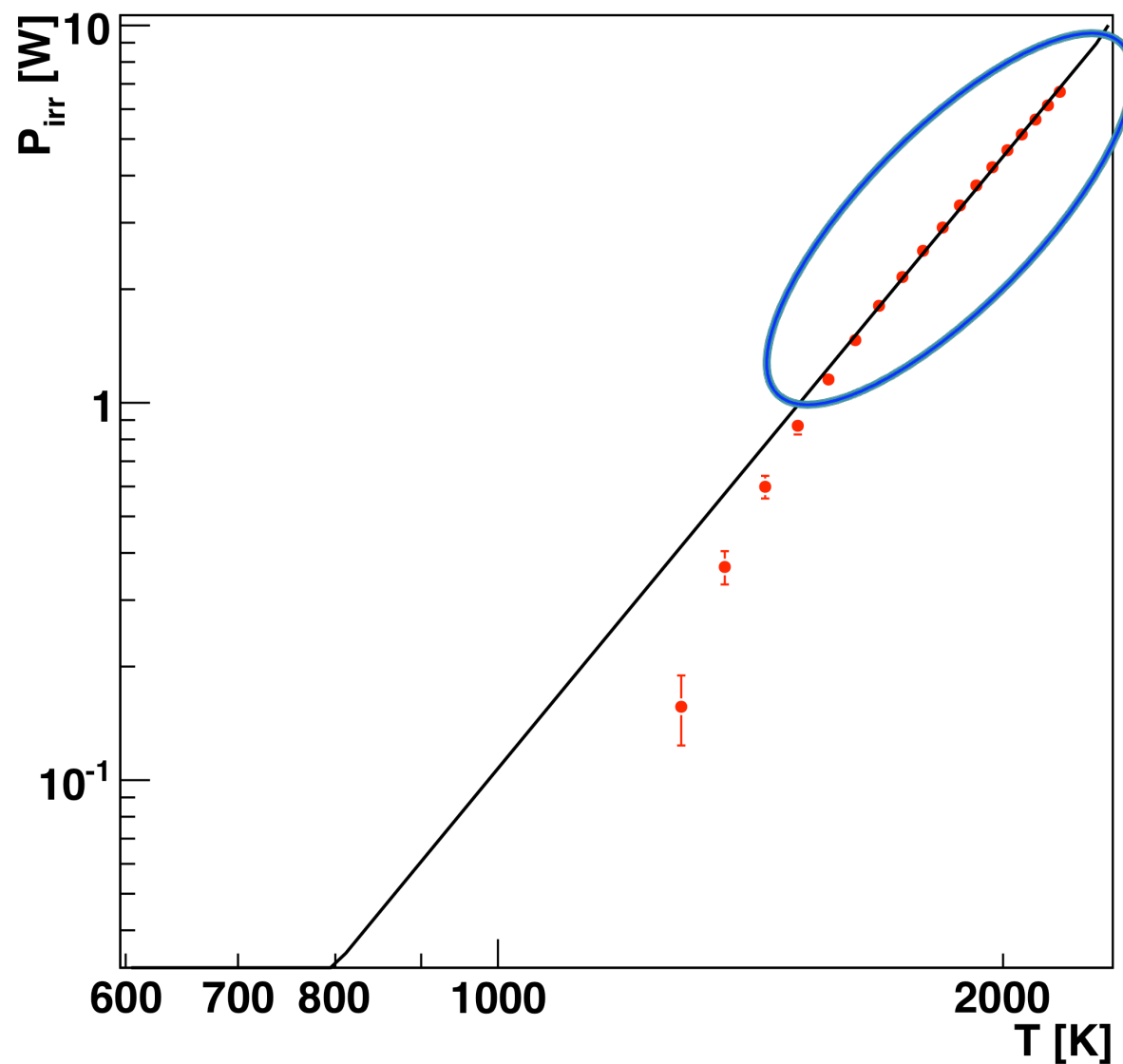
# Curva de potência da lâmpada



# Curva de potência da lâmpada

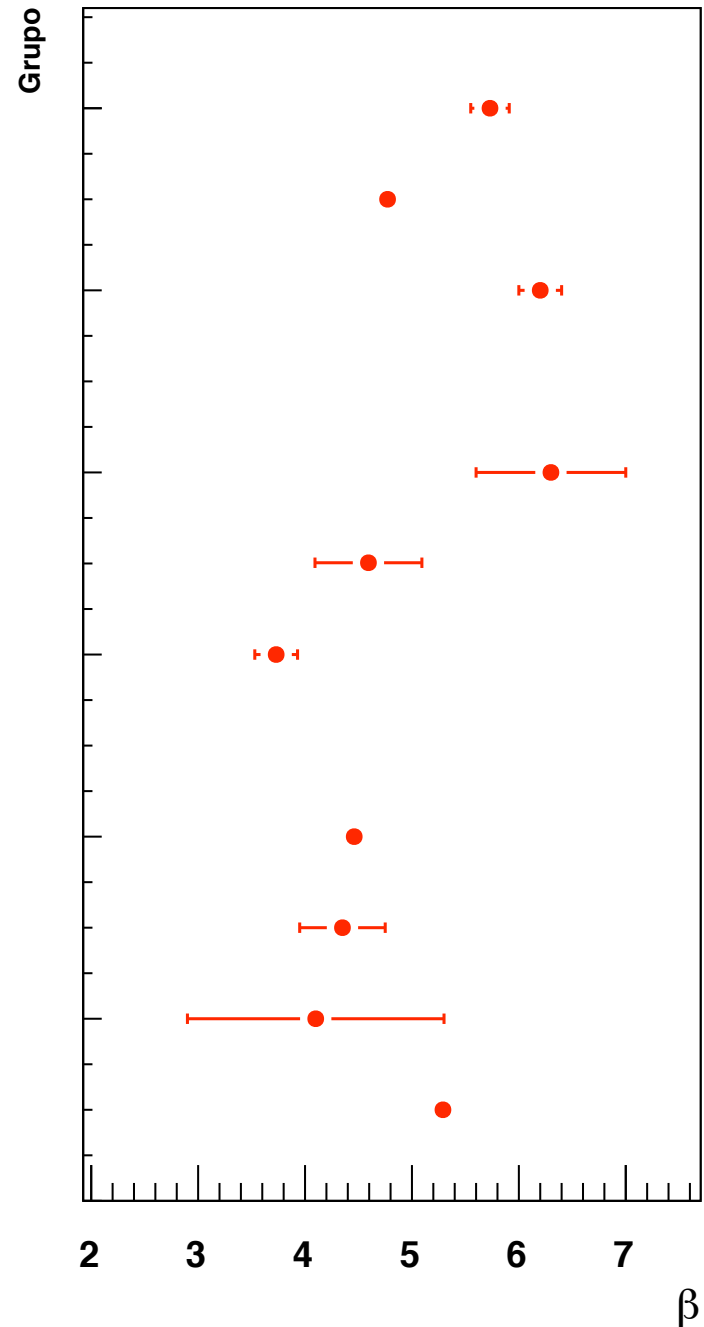


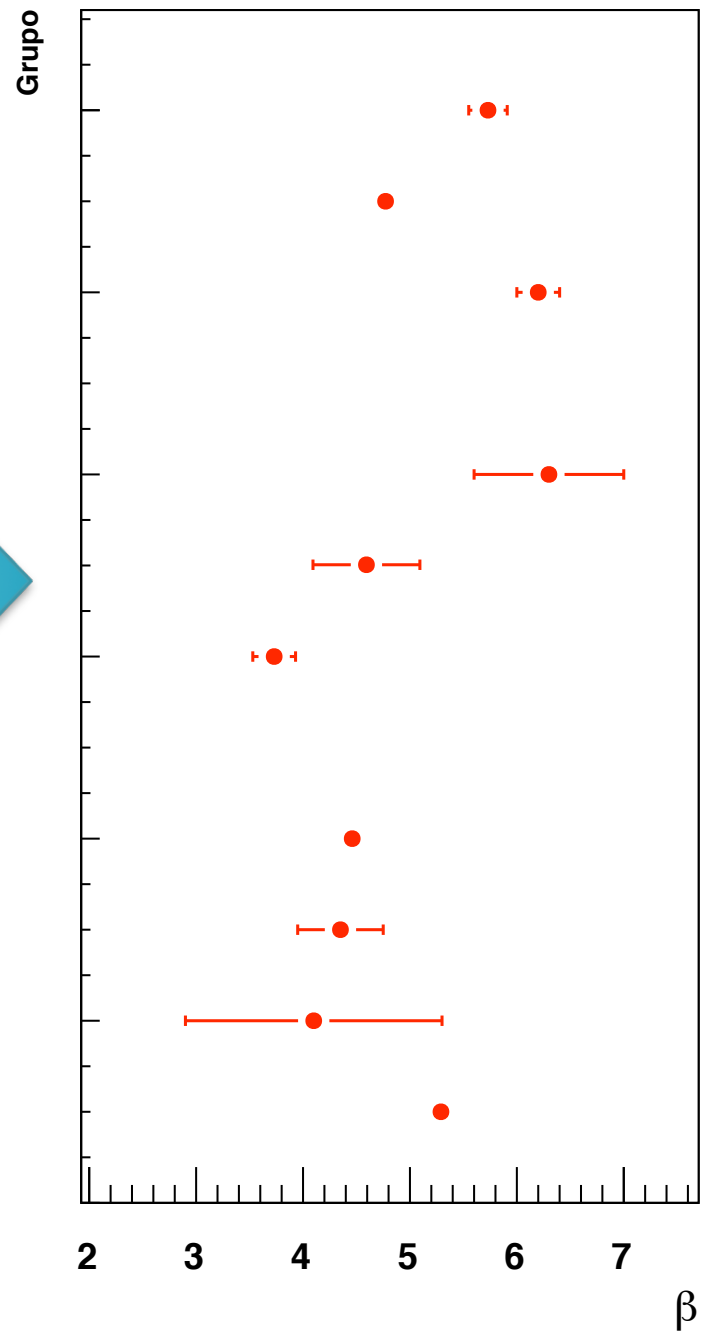
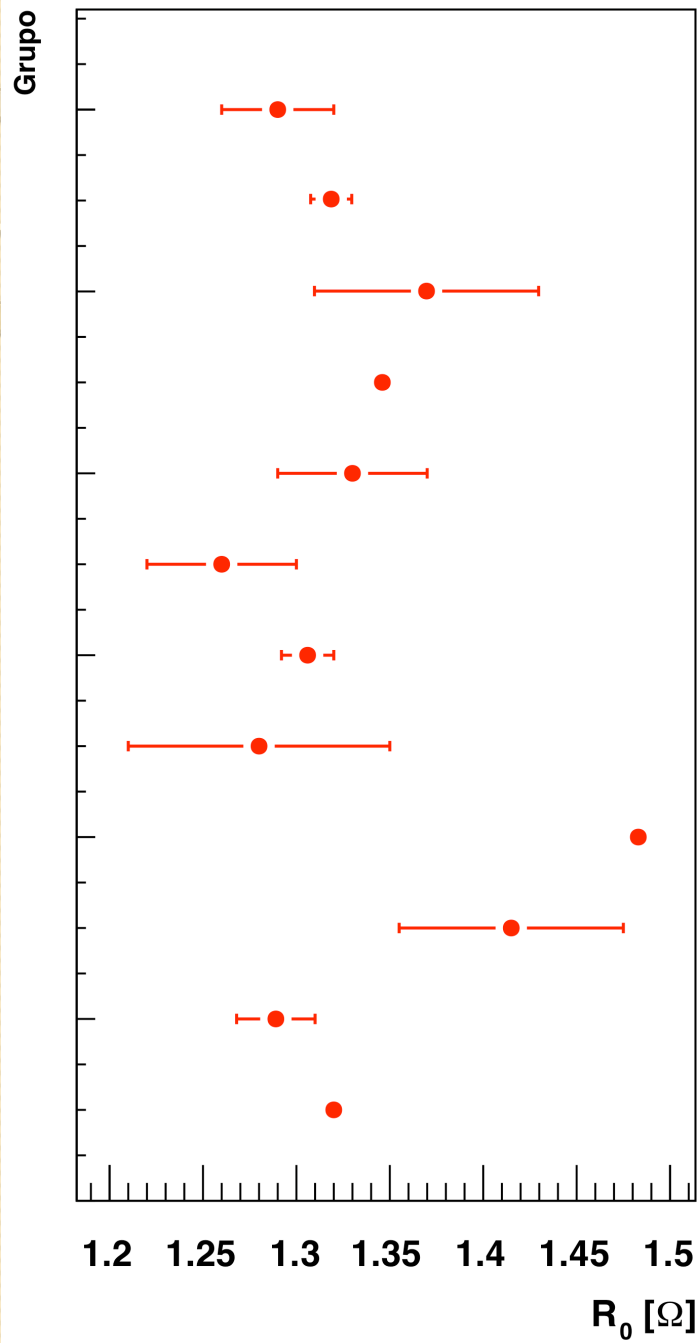
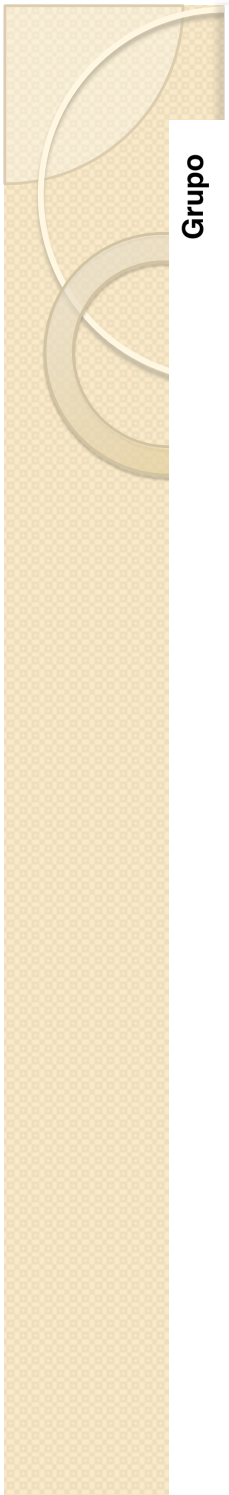
# Curva de potência da lâmpada

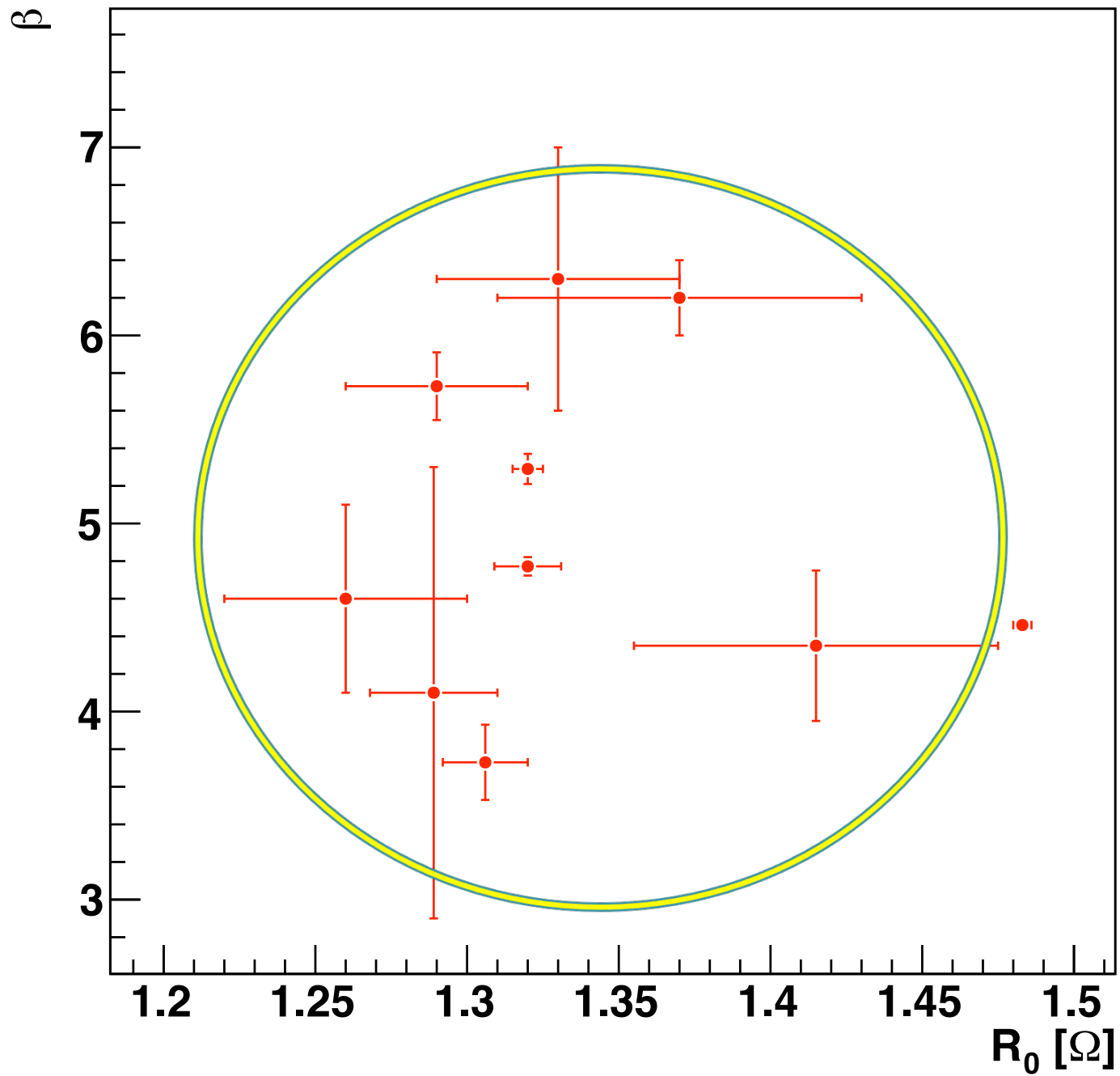
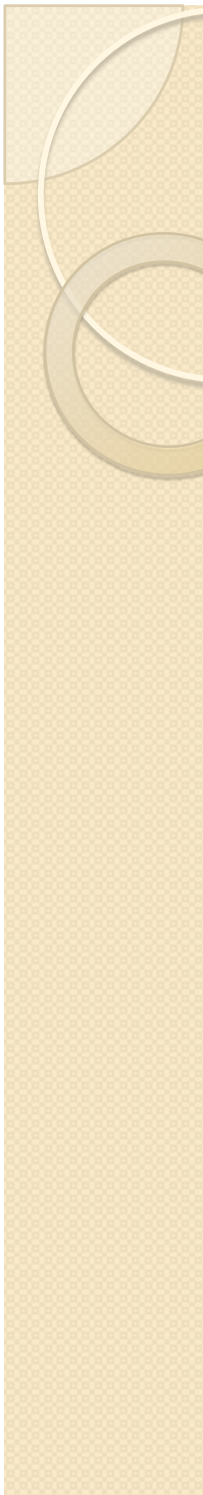


# Medida de $\beta$

- Há muitos valores incompatíveis.
- Isso significa que a lâmpada não é a mesma?
- Qual a precisão real da medida?







# Qual a precisão real da medida?

- Qual a incerteza na temperatura?

$$T = T_0 \left( \frac{R}{R_0} \right)^{0.806} \Rightarrow \sigma_T = ?$$

- Qual a incerteza na potência irradiada

$$P_{\text{irradiação}} = P_{\text{total}} - P_{\text{convecção}}$$

$$\sigma_{\text{irradiação}} = \sqrt{\sigma_{P_{\text{total}}}^2 + \sigma_{P_{\text{convecção}}}^2}$$

$$\sigma_{P_{\text{convecção}}} = ?$$

# Incerteza na potência de convecção

- Incerteza na potência?

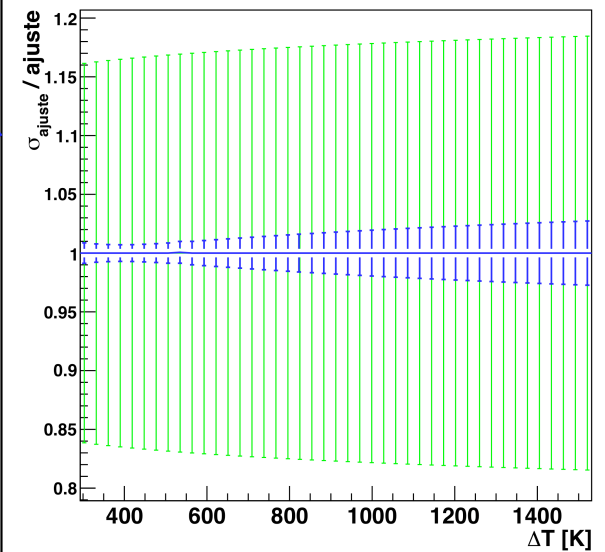
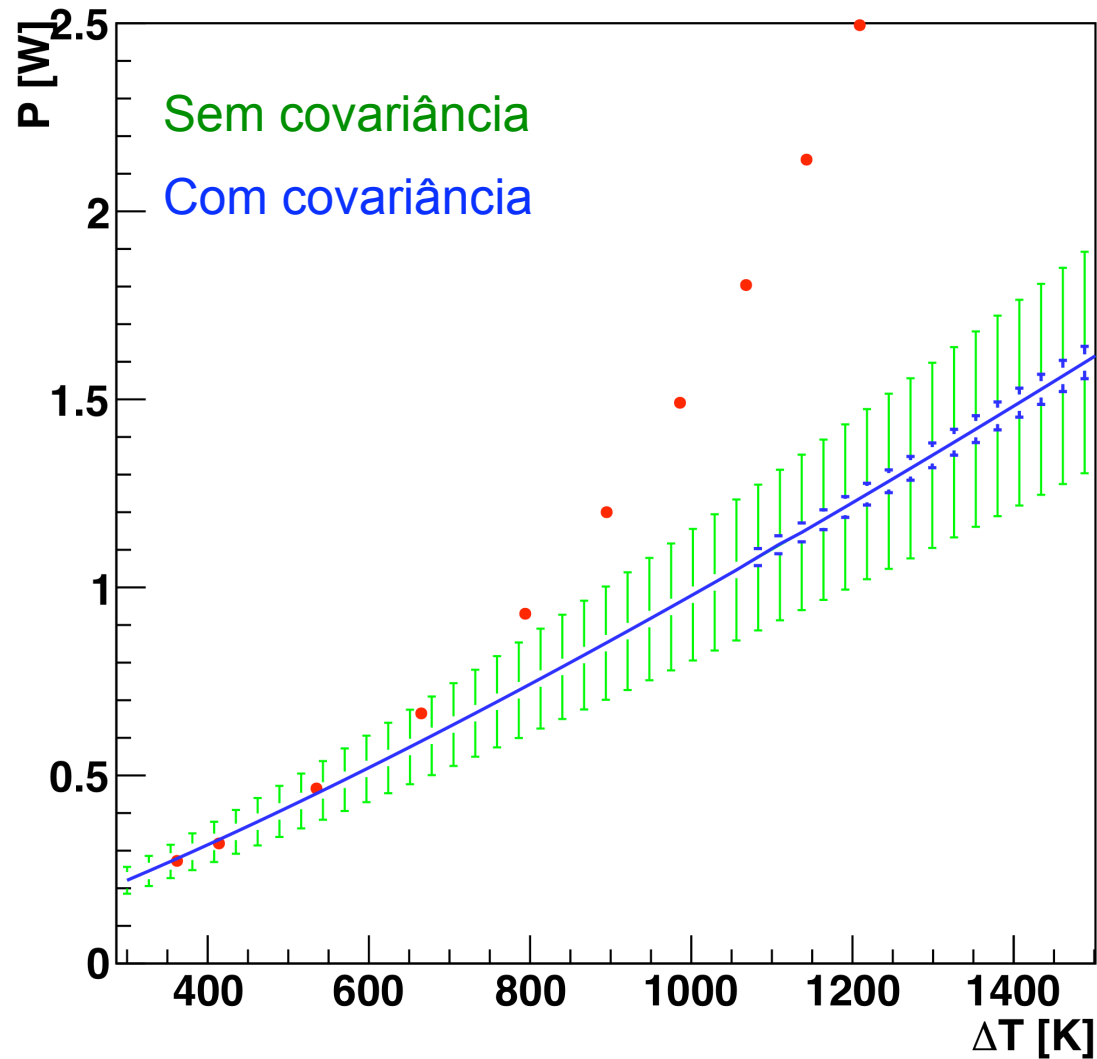
$$P_{convecção} = P = Cx^\alpha$$

$$\sigma_P^2 = \left( \frac{\partial P}{\partial C} \sigma_C \right)^2 + \left( \frac{\partial P}{\partial \alpha} \sigma_\alpha \right)^2 + 2 \frac{\partial P}{\partial C} \frac{\partial P}{\partial \alpha} \text{COV}_{\alpha-C}$$

- A covariância entre os dois parâmetros é importante na incerteza da potência?



# Efeito da covariância na incerteza



# Qual a precisão real da medida?

- Grande parte dos grupos não considerou que a temperatura possui incerteza
  - É significativo?
- Esses grupos também não consideraram a incerteza na potência de convecção quando a subtraíram da potência total
  - É bom contar com a sorte porque a covariância ajuda na direção de minimizar a incerteza do ajuste.
- Mas e o método? Como levar em consideração o método de análise na obtenção da incerteza?

# Incertezas estatísticas e sistemáticas

- Incertezas estatísticas são aquelas que variam aleatoriamente com a medida.
- Incertezas sistemáticas são aquelas que estão relacionadas ao método empregado na medida e análise e não possuem caráter aleatório.
- É mais fácil caracterizar incertezas em tipo A e B
  - A – aquelas avaliadas estatisticamente
  - B – aquelas avaliadas de outra forma
- A incerteza de uma medida é a combinação dos dois tipos

$$\sigma^2 = \sigma_A^2 + \sigma_B^2$$

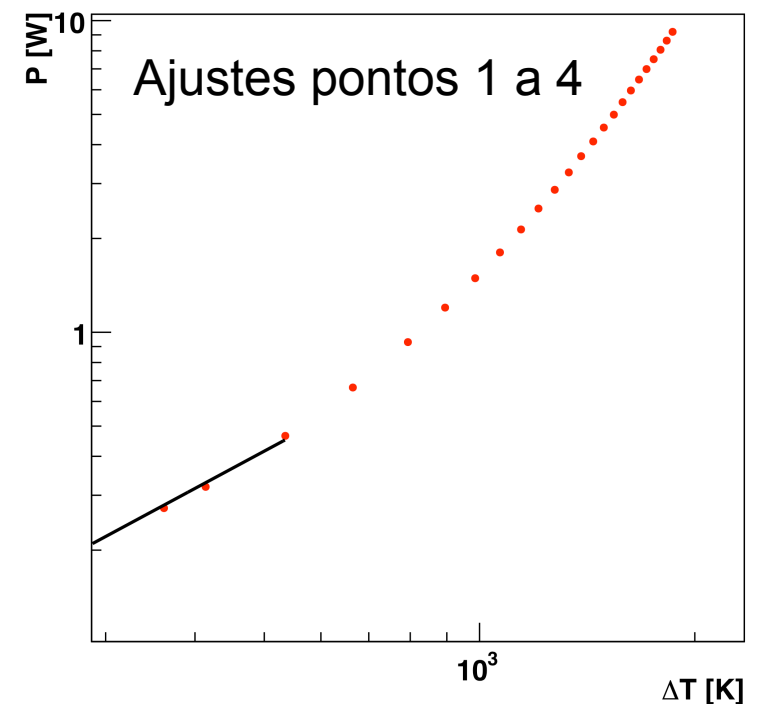
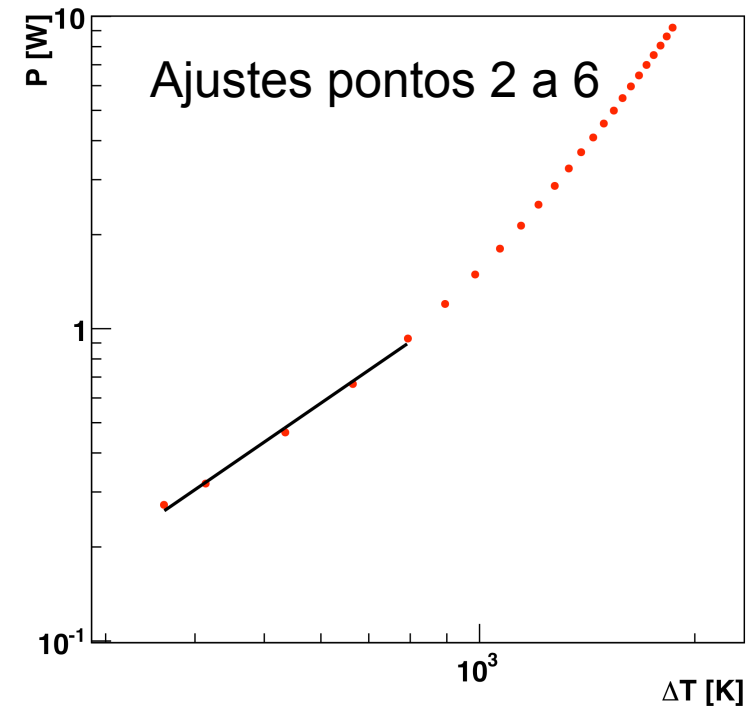


# Incertezas devido ao método

- Qual a dependência dos coeficientes da convecção com os pontos que eu escolho para fazer o ajuste?
  - $C$  e  $\alpha$  mudam muito? É significativo? Como isso afeta a incerteza na potência de irradiação?
- Como os coeficientes de irradiação dependem da escolha dos pontos que eu faço o ajuste dos dados para irradiação?

# Exemplo: incerteza em $\alpha$

- $\alpha_{1-4} = 1,23 \pm 0,02$
- $\alpha_{2-4} = 1,39 \pm 0,05$
- $\alpha_{1-5} = 1,35 \pm 0,02$
- $\alpha_{2-5} = 1,30 \pm 0,02$
- $\alpha_{1-3} = 1,16 \pm 0,03$
- $\alpha_{1-6} = 1,40 \pm 0,01$
- $\alpha_{2-6} = 1,57 \pm 0,02$
  
- Desvio padrão dos valores acima = 0,13
  - 5 vezes maior que a incerteza de um dos ajustes





# Conclusões

- As conclusões de um resultado experimental (ou teórico) dependem fortemente de quanto a gente confia neles.
- Incertezas são tão importantes quanto as medidas efetuadas
- Exercitem avaliações de incertezas, tanto estatísticas quando sistemáticas



# Espectro de emissão de uma lâmpada: Corpo negro ideal?

# Espectro de emissão de luz da lâmpada

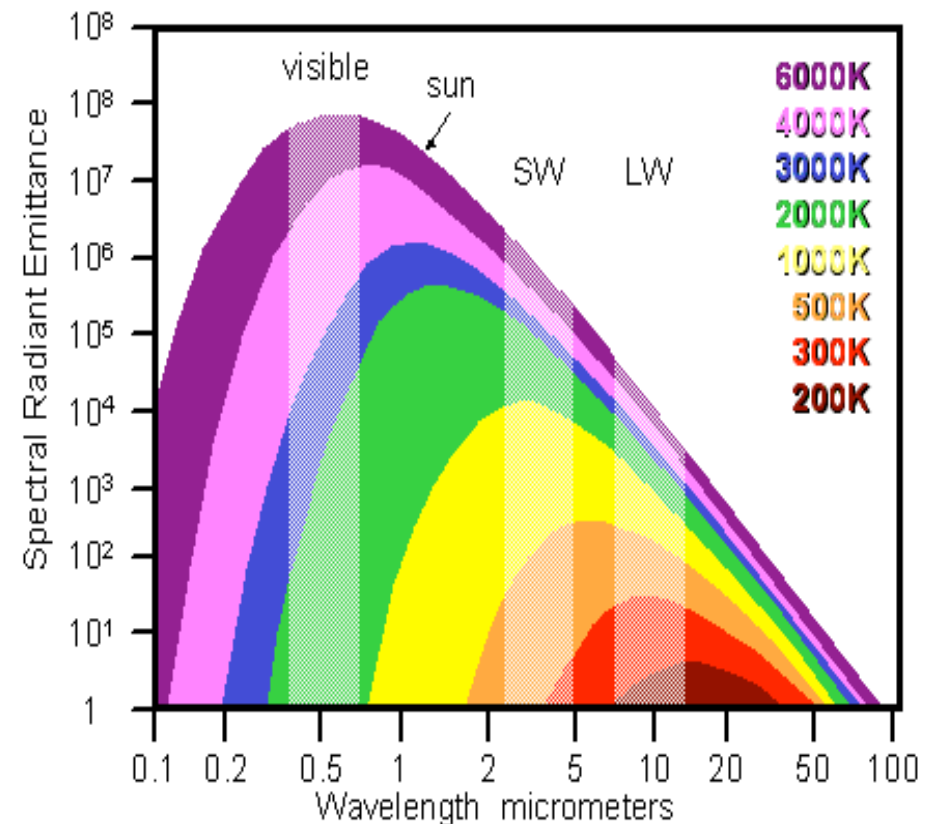
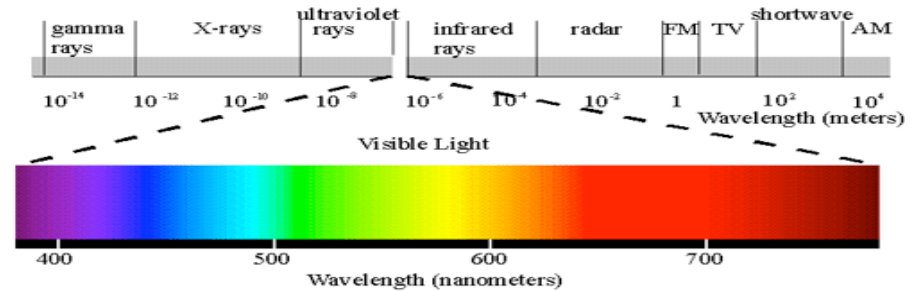
- Corpo negro ideal

$$I(\lambda, T) = \frac{2hc^5}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1}$$

$$\lambda_{\max} = \frac{b}{T},$$

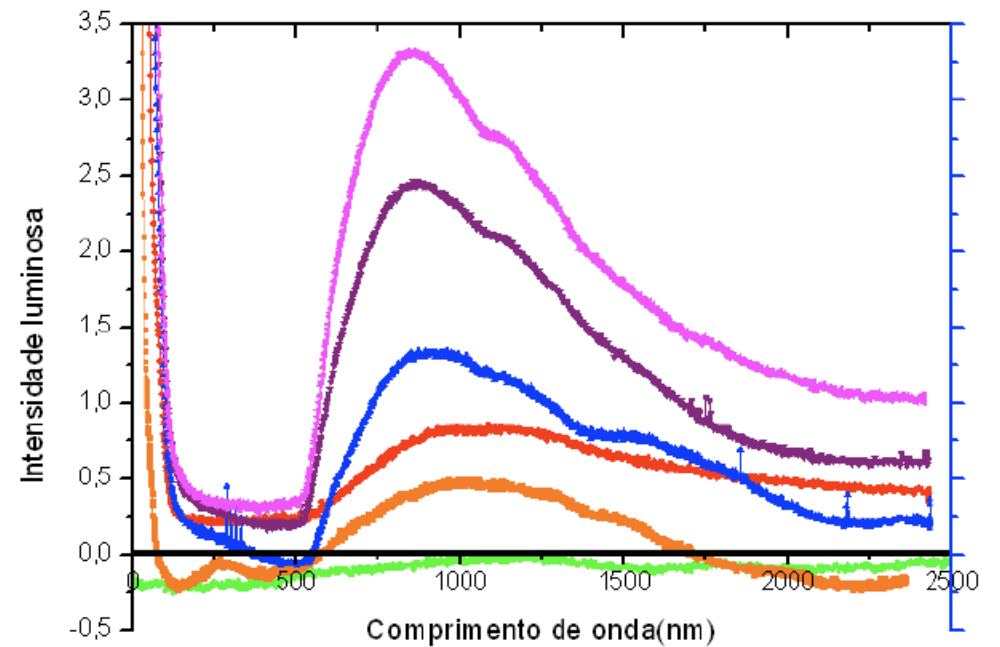
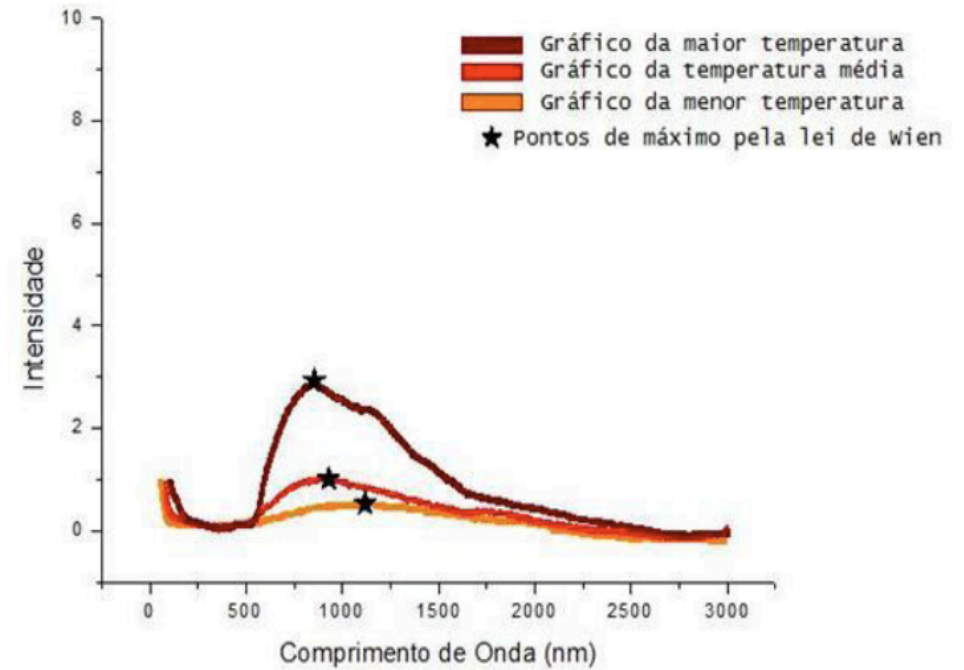
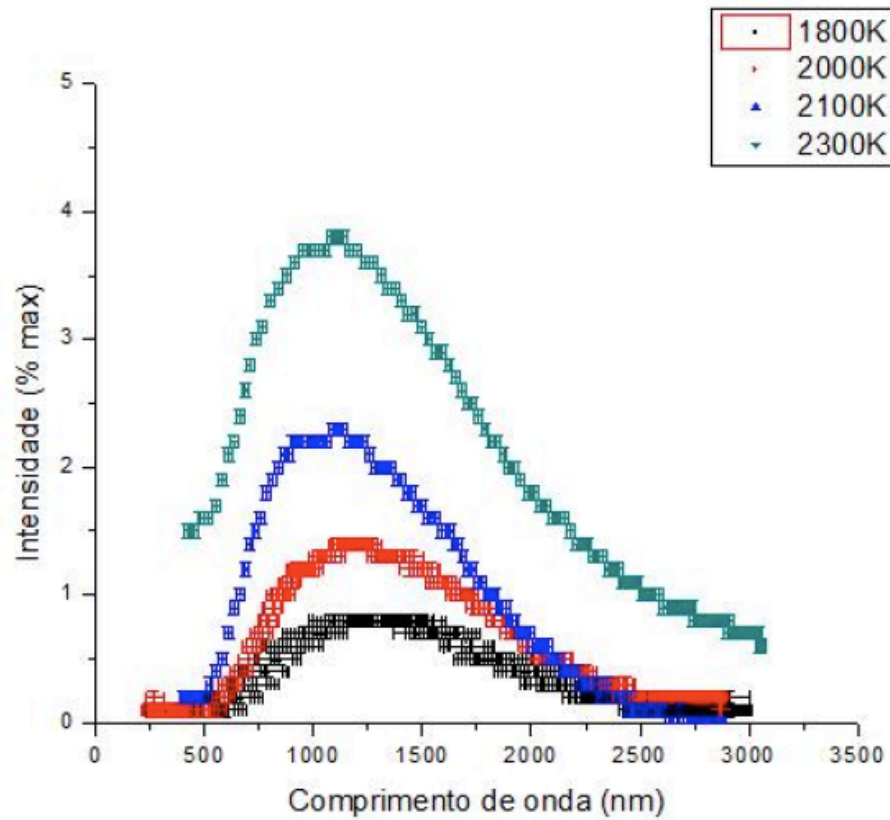
$$b = 2,8977685(51) \times 10^{-3} m \cdot K$$

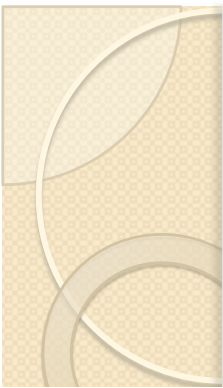
- A lâmpada é um corpo negro ideal?



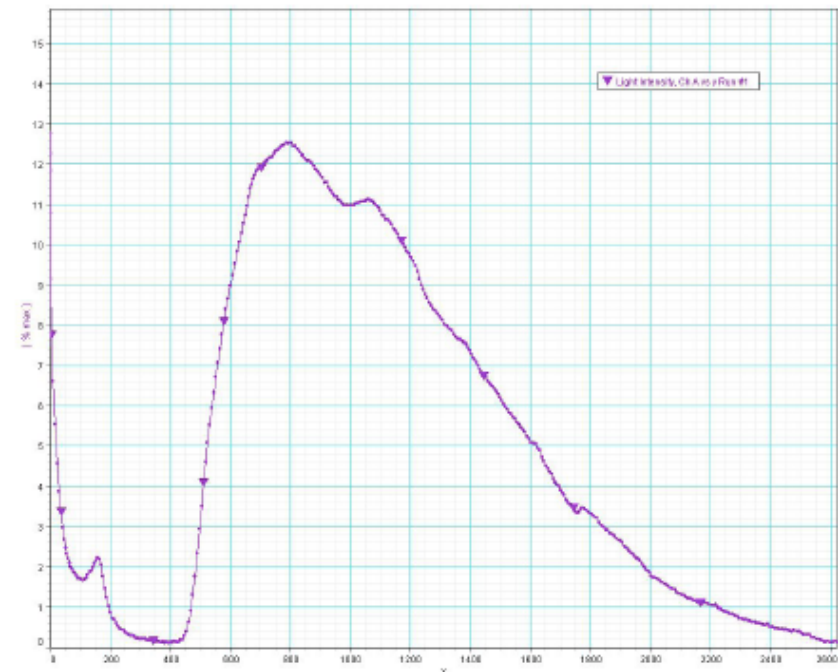
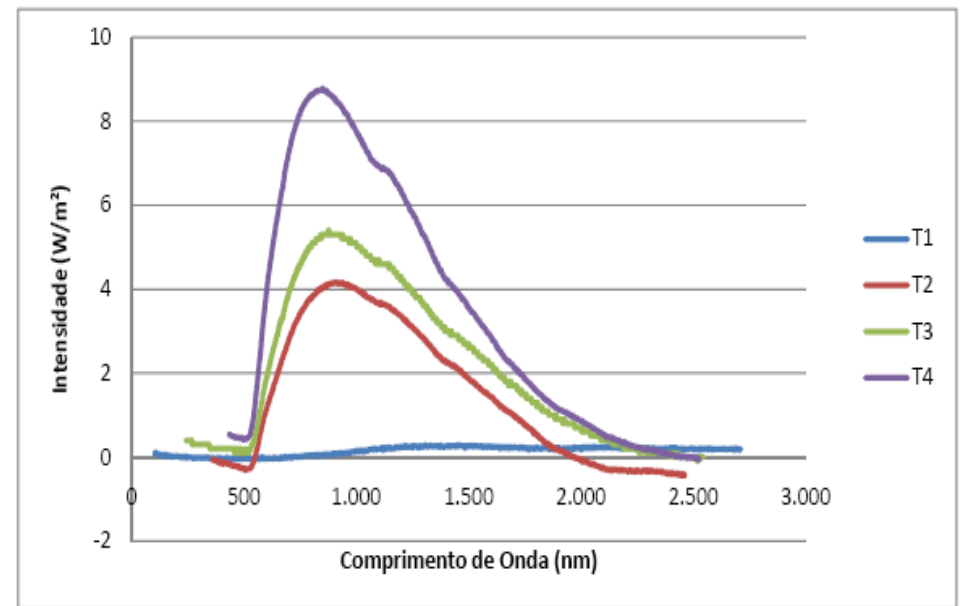
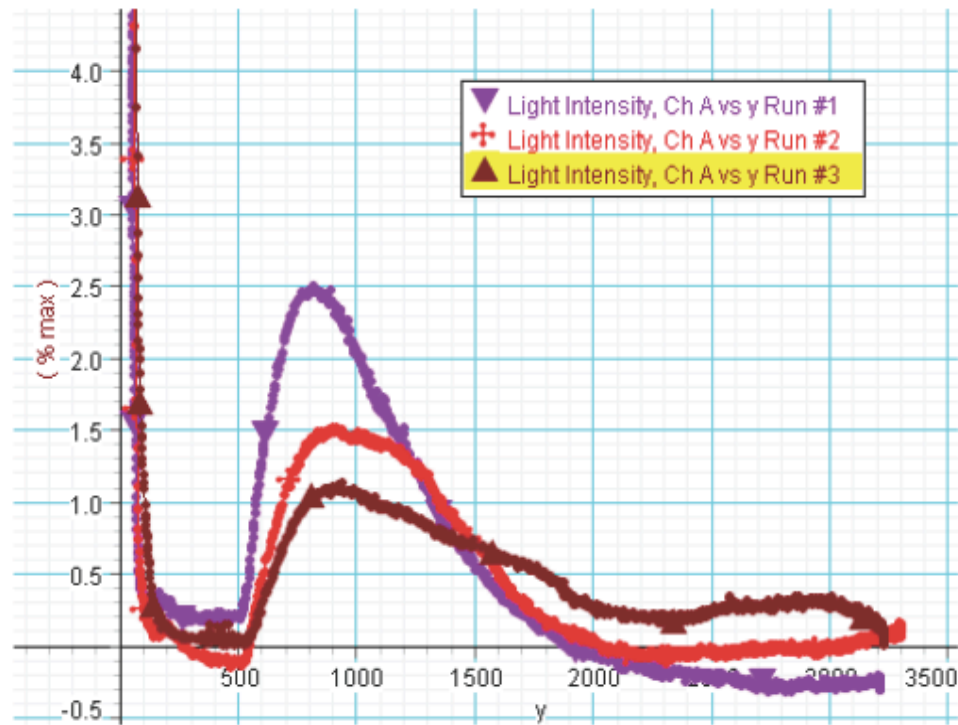


# Espectros de emissão

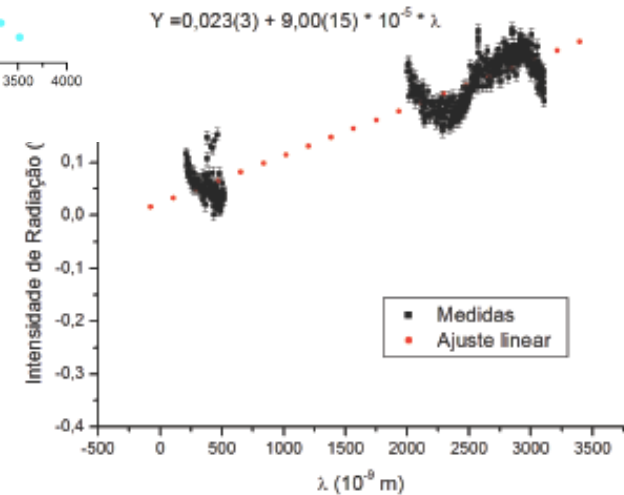
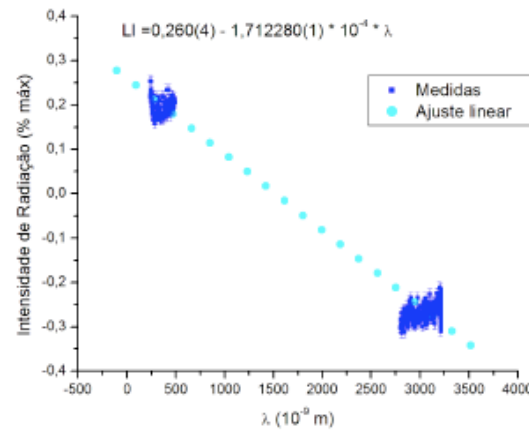
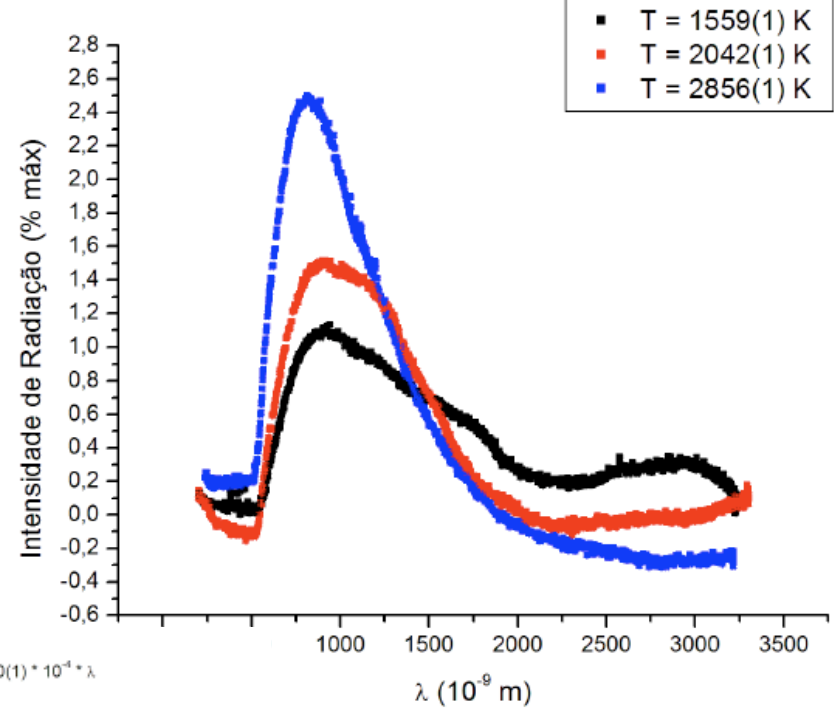
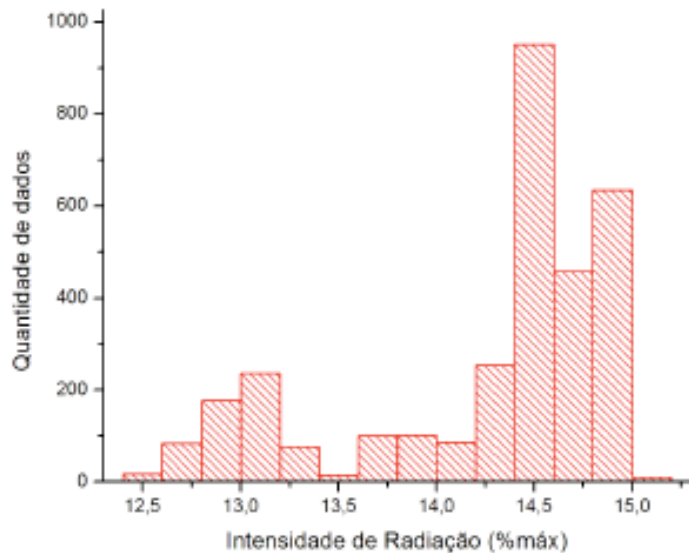
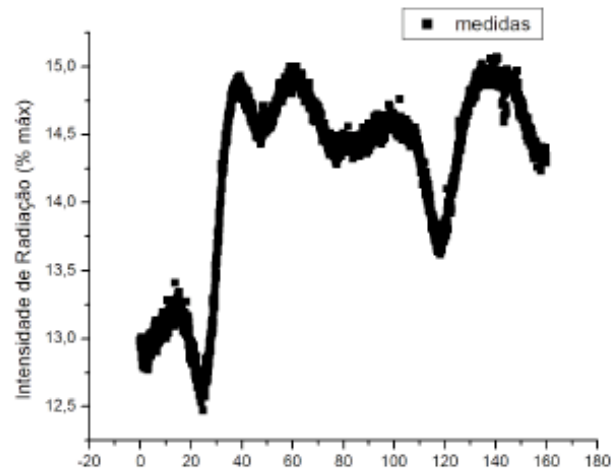




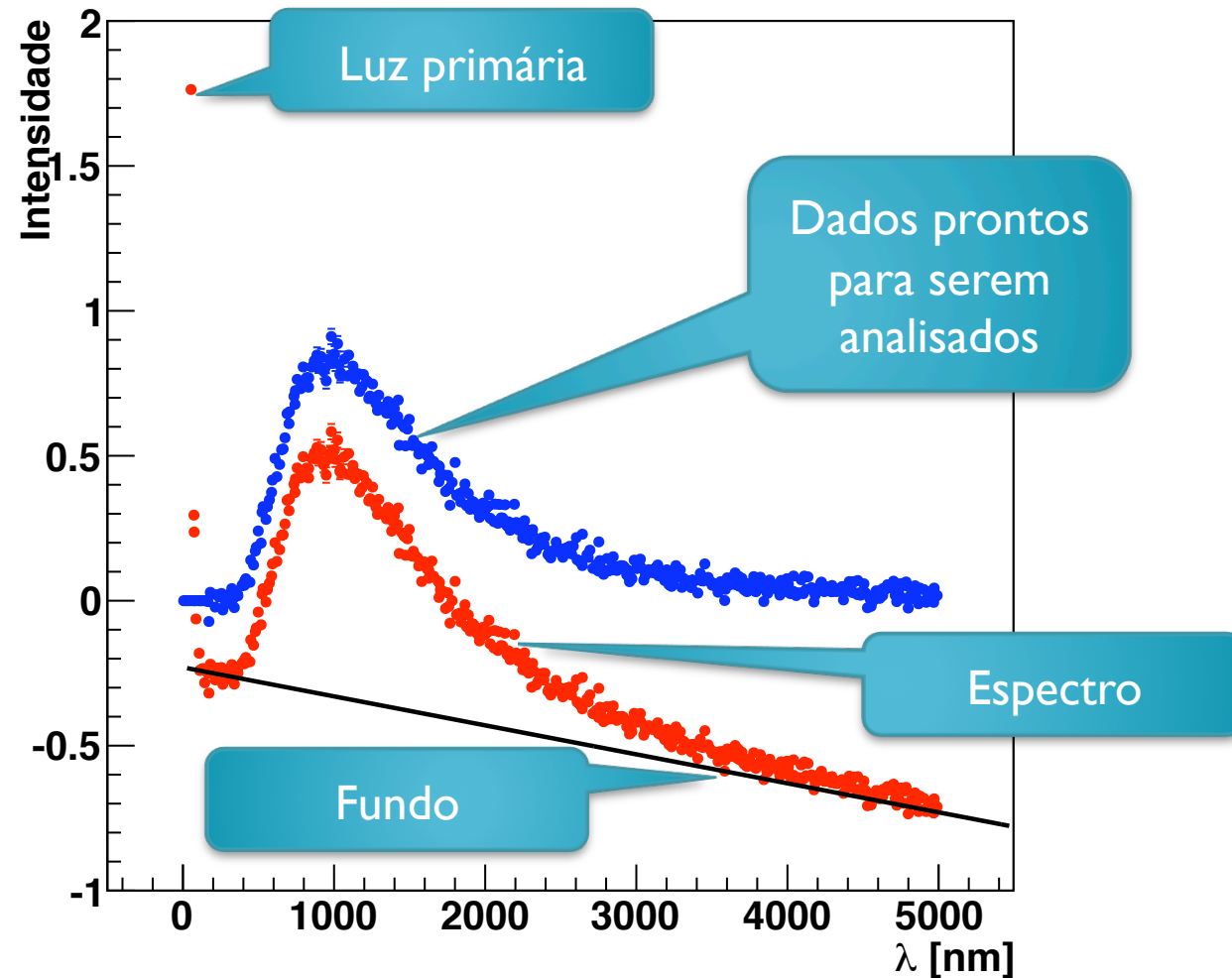
# Espectros de emissão



# Incertezas e fundo



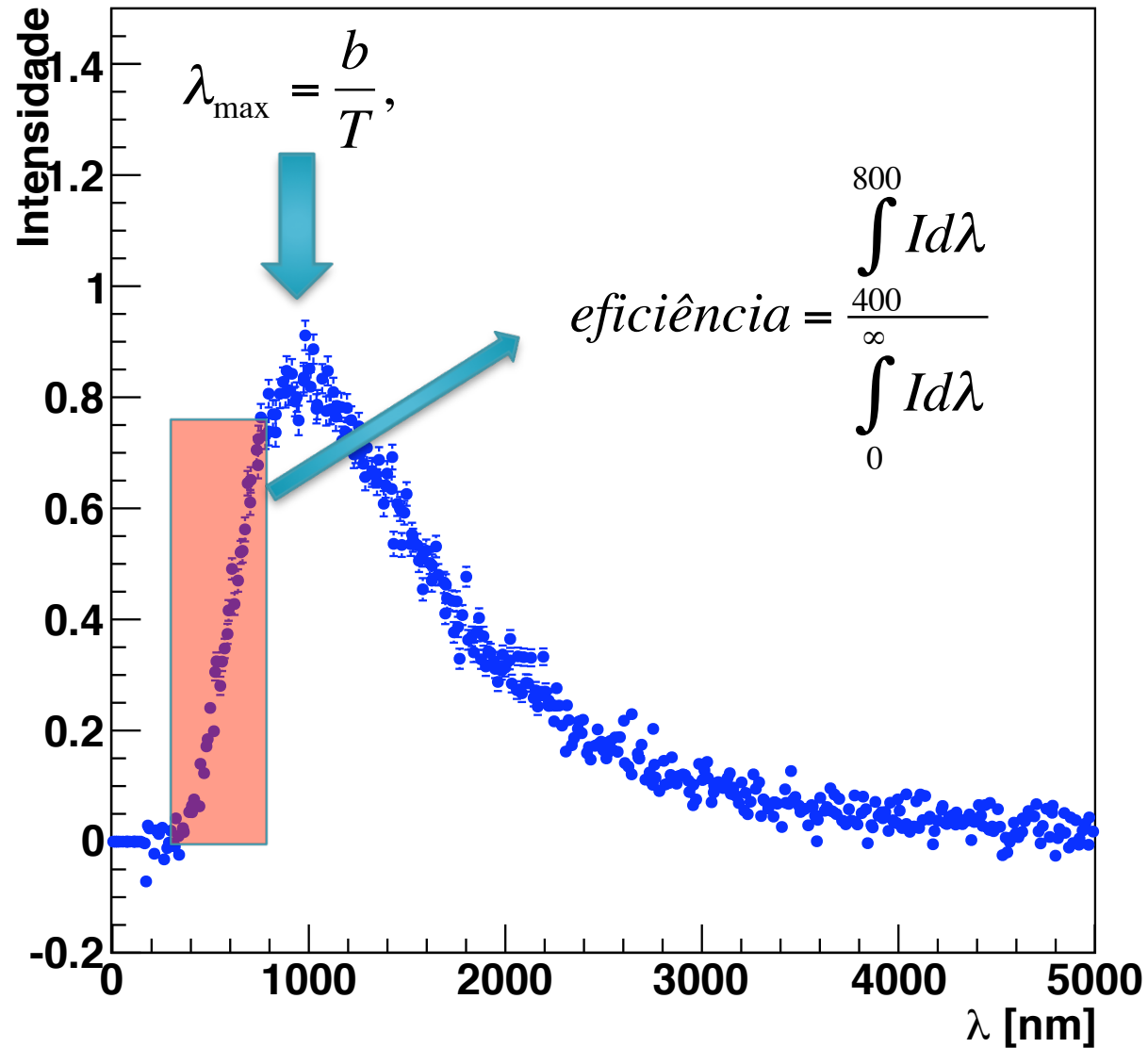
# O que medimos e o que analisamos?



# Temperatura e eficiência luminosa

- A temperatura espectral (Lei do deslocamento de Wien) é compatível com a temperatura medida a partir da curva característica?
- Qual é a eficiência luminosa da lâmpada?
  - A lâmpada é um bom iluminador?

# Temperatura e eficiência luminosa



# Resultados

- Em geral, todos mediram que a temperatura de Wien é sistematicamente maior que a temperatura obtida a partir da curva característica
  - Há uma diferença sistemática. Qual medida serve de base?
  - Porque há essa diferença?



# Será que é o R0?

Outro fato importante que também foi notado diz respeito à incompatibilidade dos valores de  $T_W$  e  $T_{R1}$ . Tal fato ocorre pela imprecisão da medida de  $R_0$  realizado na semana anterior. Se considerarmos  $R_0 = 1,0(1)^3$ , teremos os seguintes valores para  $T_{R2}$  (tabela 2)

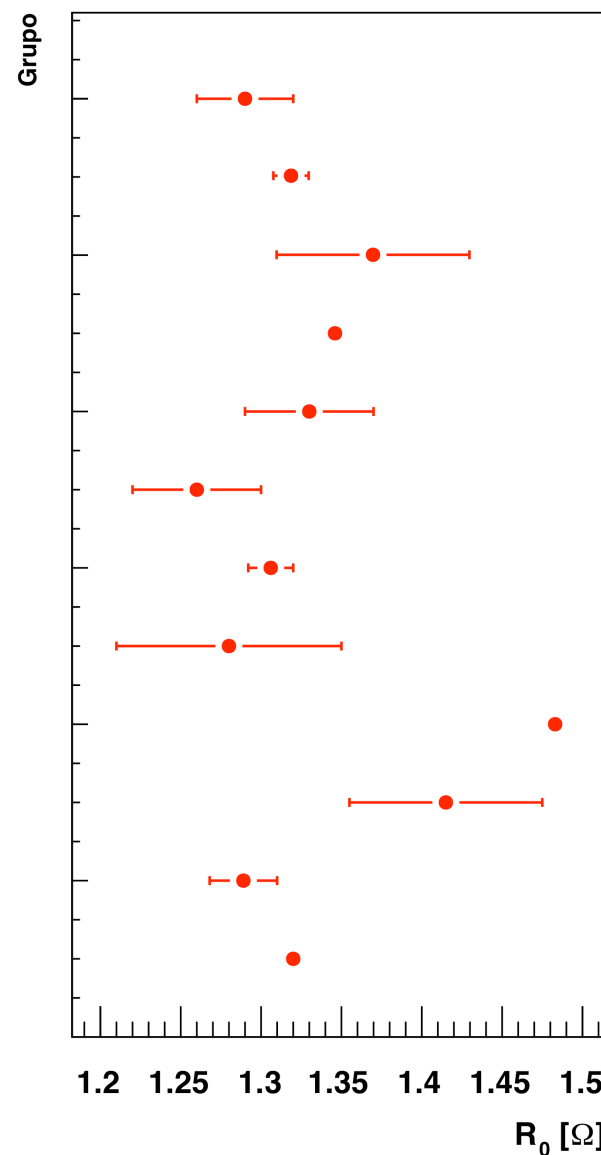
Medida	Comp. de Onda (nm)	$T_W$ (K)	$T_{R1}$ (K)
1	1277 (101)	2289 (185)	1800(42)
2	1183 (42)	2454(87)	2000(45)
3	1110 (16)	2611(38)	2100(42)
4	1110 (18)	2492(38)	2300(46)

Tabela 1: Temperaturas calculadas através da Lei de Wien ( $T_W$ ) e através da resistência( $T_{R1}$ ).

Medida	Comp. de Onda (nm)	$T_W$ (K)	$T_{R2}$ (K)
1	1277 (101)	2289 (185)	2252(189)
2	1183 (42)	2454(87)	2502(228)
3	1110 (16)	2611(38)	2627(240)
4	1110 (18)	2492(38)	2877(228)

Tabela 2: Temperaturas calculadas através da Lei de Wien ( $T_W$ ) e através da resistência( $T_R$ ), considerando  $R_0 = 1,0(1)$ .

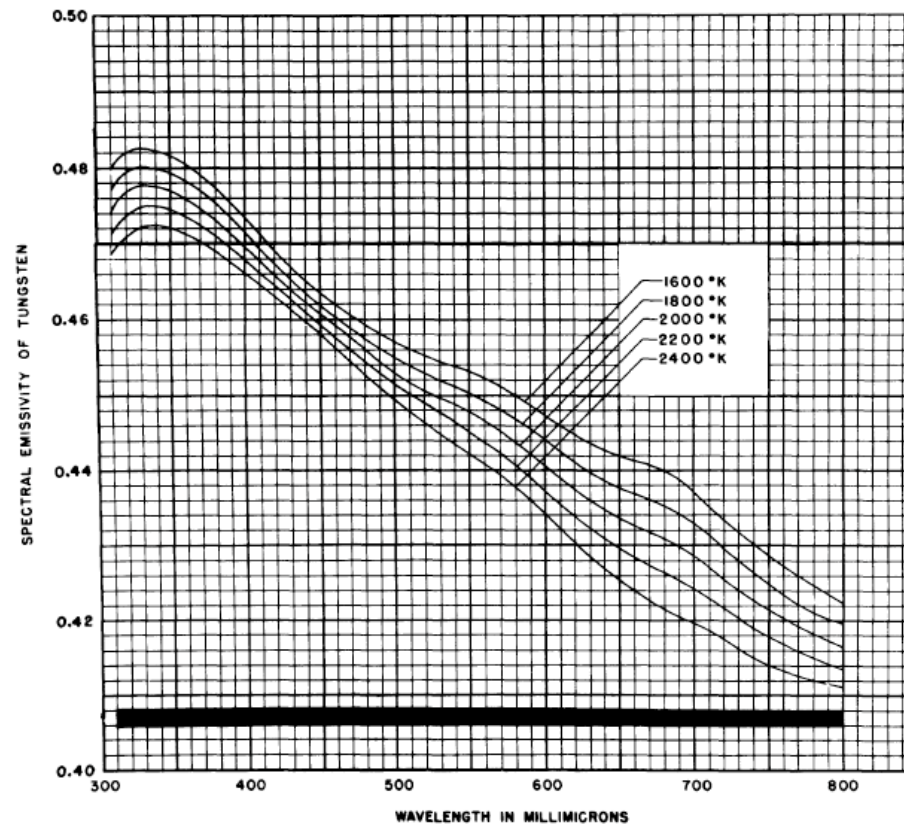
Teremos portanto que agora  $T_W$  e  $T_{R2}$  são compatíveis, verificando, deste modo, que a lâmpada pode ser considerada um corpo negro na faixa de temperaturas em que foi analisada.



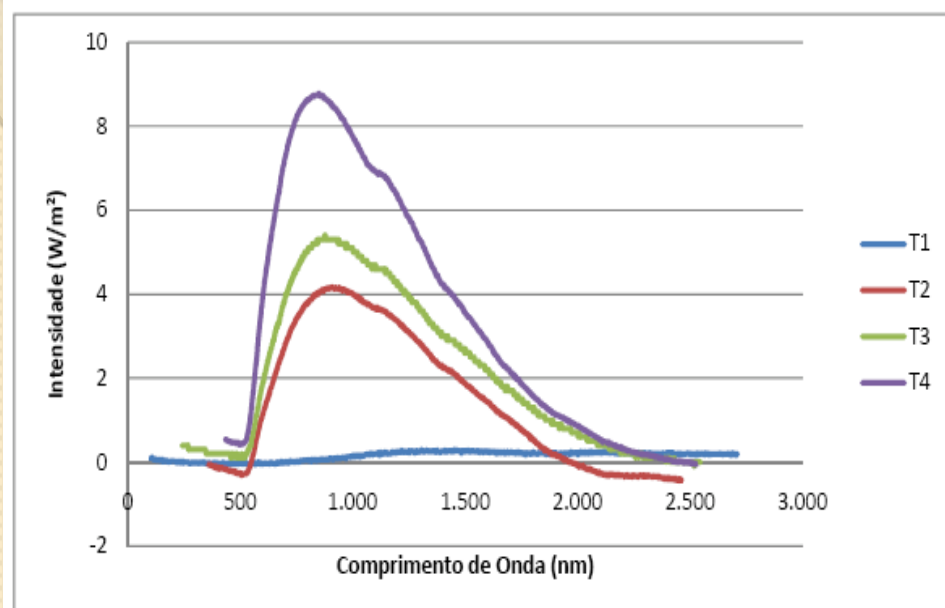


# Emissividade do tungstênio?

- Como isso afeta a temperatura medida pela lei de deslocamento?



# A lâmpada é um bom iluminador?



Cuidado com espectro de segunda ordem. Como a intensidade depende de  $m^2$  há, provavelmente, uma correção de 25% da integral total

Será que o sensor possui a mesma eficiência para todos comprimentos de onda?

$T$ (K)	Eficiência (Visível)	Eficiência (IR)
$2343 \pm 33$	$9,13 \pm 0,46$	$90 \pm 5$
$2077 \pm 28$	$8,95 \pm 0,45$	$81 \pm 4$
$1727 \pm 23$	$2,73 \pm 0,14$	$97 \pm 5$

# Algumas conclusões (?)

- Há muitos efeitos que precisam ser considerados na medida
  - Fundo, luz primária, calibração, flutuação da medida etc.
  - A análise precisa ser feita considerando a existência desses efeitos
- A lâmpada é um corpo negro ideal?
  - Os dados das últimas semanas confirmam isso?
- A lâmpada é um bom iluminador?
  - Como levar em conta o arranjo experimental?



# Síntese final para semana que vem

- Discuta o experimento como um todo, de forma sucinta
  - Não foram quatro experimentos independentes
  - Quais as conclusões globais do experimento
    - Sobre a lâmpada e pilha.
    - Como o procedimento de medida e análise influem nos seus resultados, desde a escolha do circuito até a medida do espectro
  - Como os seus dados corroboram para essas conclusões
  - Relacione os vários resultados obtidos

# Síntese final para semana que vem

- Não precisa ser extensa (2-3 páginas)
  - Cite as outras sínteses. Os dados já estão lá
    - Incluem somente novos dados, se necessário
- Laboratório disponível semana que vem.
  - Refazer medidas
  - Ampliar medidas, etc.
  - Ajudar na preparação da apresentação oral...



# Apresentação semana que vem

- O ponto principal é a comparação estatística entre os resultados de todos os grupos.
  - Por exemplo:
    - As pilhas são todas iguais? As lâmpadas são todas iguais?
    - Cada grupo mediu espectros em temperaturas diferentes. Será que não dá para juntar todos os dados e obter emissividade do tungstênio em função do comprimento de onda e temperatura?
- Discuta o experimento como um todo. Não pensem que fizeram 4 experimentos independentes.
- Qual a conclusão da sala sobre o experimento?
  - Não privilegiem medidas porque se aproximam melhor de uma conclusão desejada.



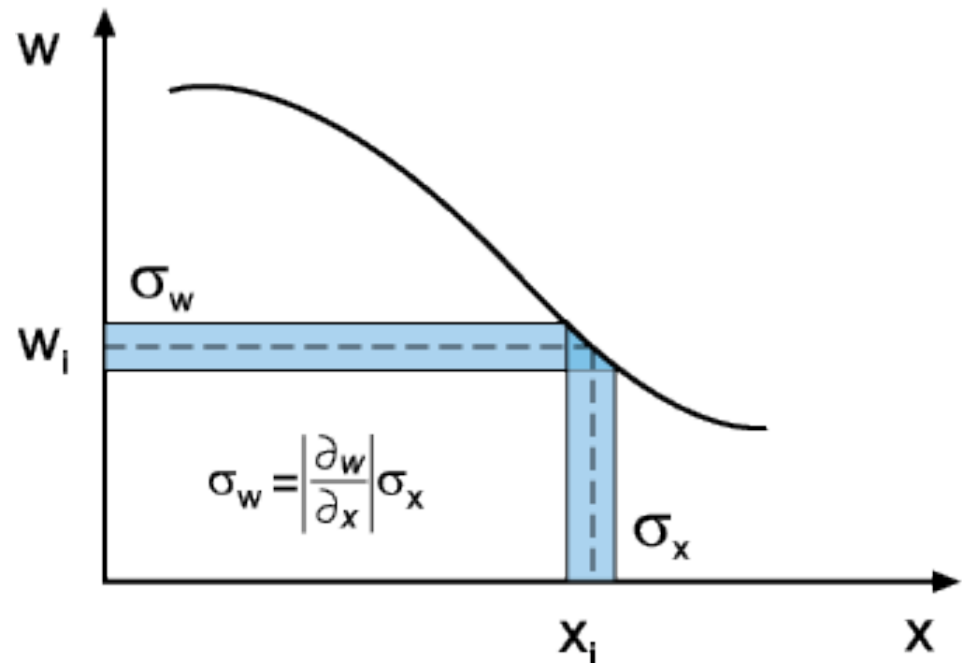
# Propagação de incertezas: Método de Monte Carlo

# Propagação de incertezas

- Fórmula geral de propagação de incertezas para incertezas pequenas e funções “bem comportadas”.

$$\sigma^2 = C^T \Sigma C = \sum_i \sum_j \frac{\partial f}{\partial x_i} \frac{\partial f}{\partial x_j} \Sigma_{ij}, \quad \begin{cases} \sigma_i^2 = \Sigma_{ii} \\ \text{COV}_{ij} = \Sigma_{ij} \end{cases}$$

- Como a variação de uma grandeza provoca variação em outra?





# Propagar incertezas

- Se quero saber o quanto as incertezas de medidas afetam outras grandezas precisamos propagar as incertezas
- Em situações simples a avaliação é fácil

$$P = Vi$$

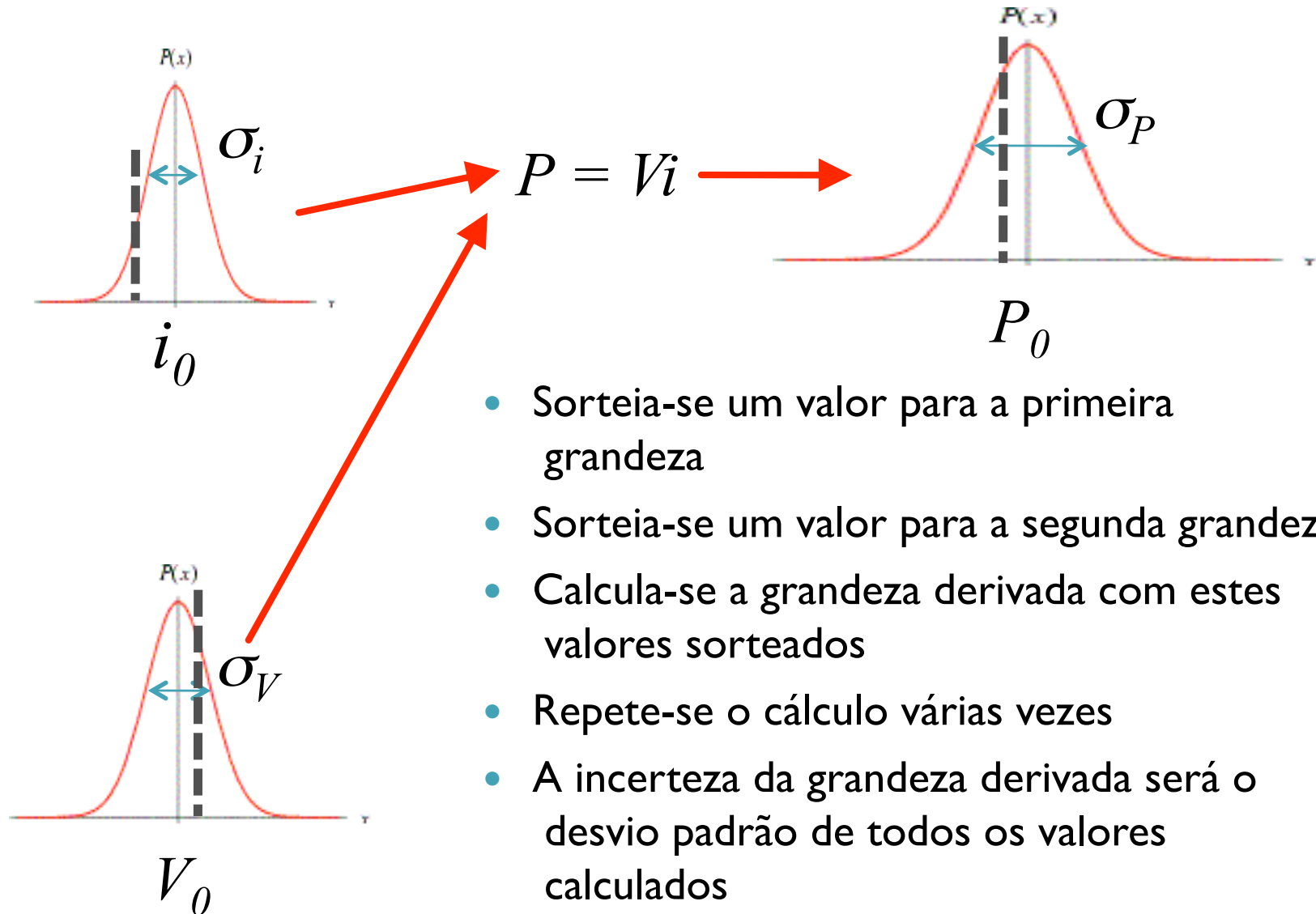
- Mas como fazer em situações mais complexas?

$$I_{visível} = \int_{400}^{800} I d\lambda \quad \begin{cases} I = I \pm \sigma_I \\ \lambda = \lambda \pm \sigma_\lambda \end{cases} \Rightarrow \sigma_{I_{visível}} = ?$$

- Simulações de Monte Carlo

# Caso simples, $P = Vi$

- $i = i_0 \pm \sigma_i$ ;  $V = V_0 \pm \sigma_V$
- $P = P_0 \pm \sigma_P$ , quem é  $\sigma_P$ ?

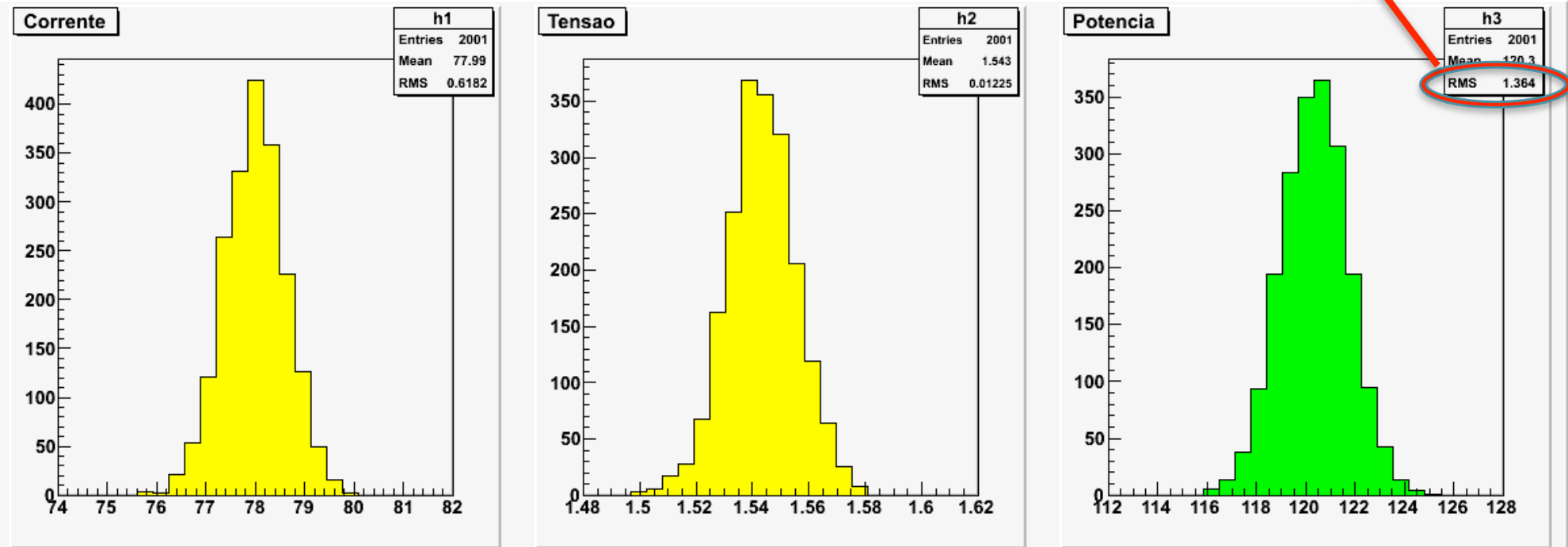


# Exemplo: $P = V i$

$$i = 78.0 \pm 0.6 \text{ mA} \quad V = 1.543 \pm 0.012 \text{ V}$$

$$P = V i = 120.3 \pm ? \text{ mW}$$

$$\sigma_P = 1.4 \text{ mW}$$



# Cálculo no excel

- Para sortear um número aleatório, com distribuição Gaussiana no excel, dado

$$X = X_0 \pm \sigma_X$$

No excel usa-se a expressão

`NORMINV(RAND(), média, sigma)`

Ver planilha junto com as notas de aula

# Vantagens deste método

- O conceito é bastante intuitivo.
- Fácil de implementar em planilhas eletrônicas (Excel, OO, etc.).
- Não é necessário fazer as derivadas parciais para propagar as incertezas.
- Independente da complexidade das contas, que podem tornar o cálculo de derivadas parciais muito complicados.
  - OBS: Estamos assumindo que não há covariância entre as grandezas a serem propagadas → Em geral é verdade para medidas diretas.
- Planilhas exemplos junto com notas de aula.