



Física Experimental III

Notas de aula: www.if.usp.br/suaide

LabFlex: www.dfn.if.usp.br/curso/LabFlex

Aula 14

Prof. Alexandre Suaide

Ramal: 7072

Ed. Oscar Sala (Pelletron), sala 246

Objetivos da semana anterior

- Determinar a auto-indutância do solenóide e a indutância mútua entre o solenóide e a bobina
- Comparar os resultados com previsões teóricas ou simulações

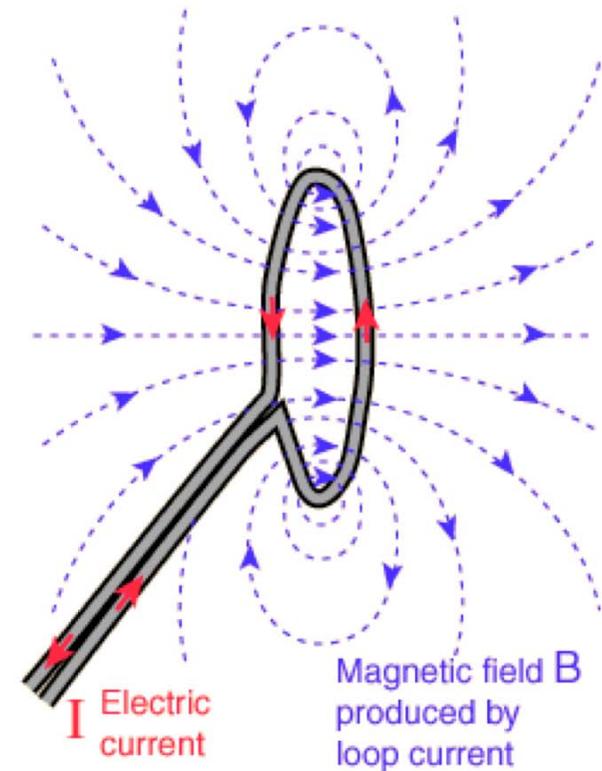
Auto-indutância

- Fluxo magnético entre campo e bobina

$$\phi_B = Li$$

- O fato da espira criar um campo magnético e, conseqüentemente, um fluxo magnético nela mesma faz com que haja uma f.e.m. nos seus terminais

$$\varepsilon = -L \frac{d}{dt} i$$



Indutância mútua

- Fluxo devido ao campo da bobina 1 na bobina 2 vale:

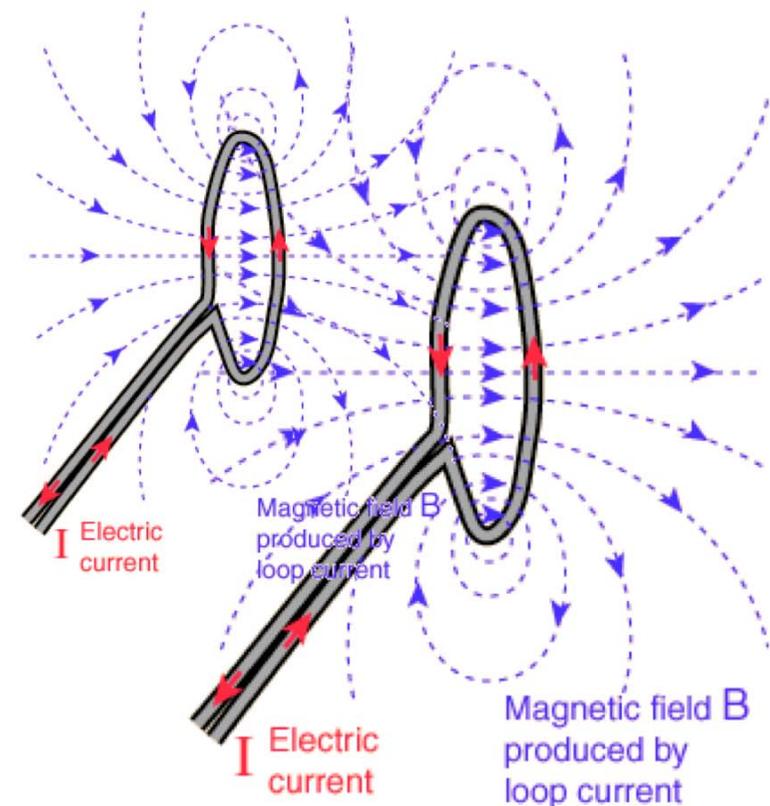
$$\phi_{21} = M_{21}i_1$$

- Fluxo devido ao campo da bobina 2 na bobina 1 vale:

$$\phi_{12} = M_{12}i_2$$

- Pode-se mostrar que, por razões de simetria que (ver Moysés III, por exemplo)

$$M_{12} = M_{21} = M$$



f.e.m. em um sistema de duas espiras

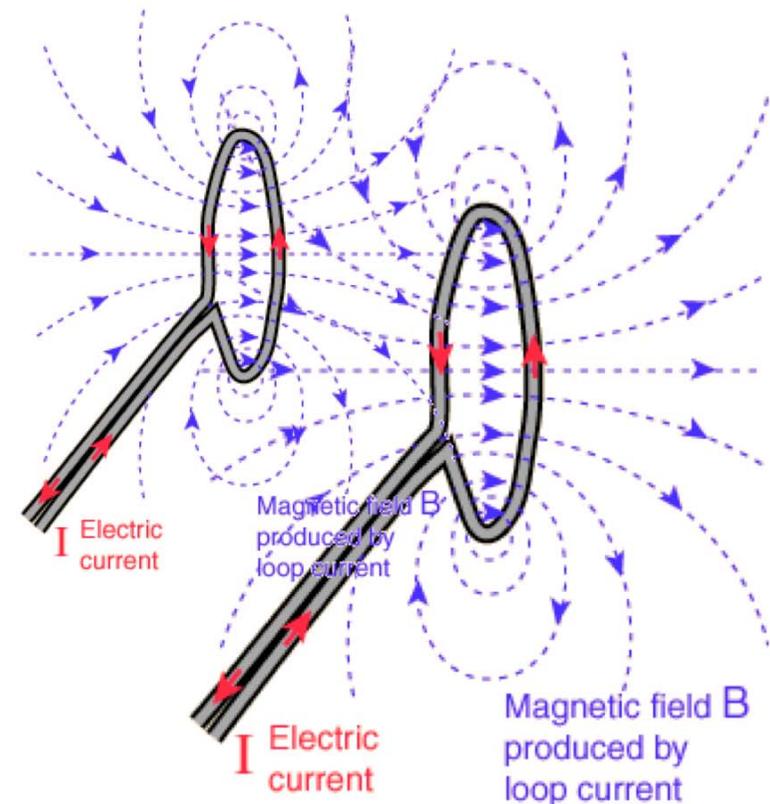
- fem induzida na bobina 1

$$\varepsilon_1 = -L_1 \frac{d}{dt} i_1 - M \frac{d}{dt} i_2$$

- fem induzida na bobina 2

$$\varepsilon_2 = -L_2 \frac{d}{dt} i_2 - M \frac{d}{dt} i_1$$

- Neste caso, a tensão induzida em cada bobina depende das condições de ambas bobinas



Medida da auto-indutância do solenóide

- Quem é a tensão no solenóide?

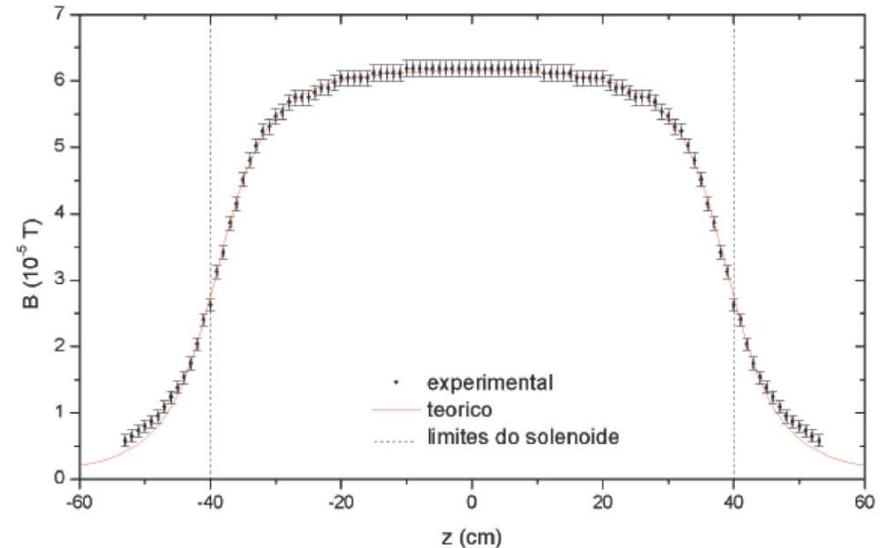
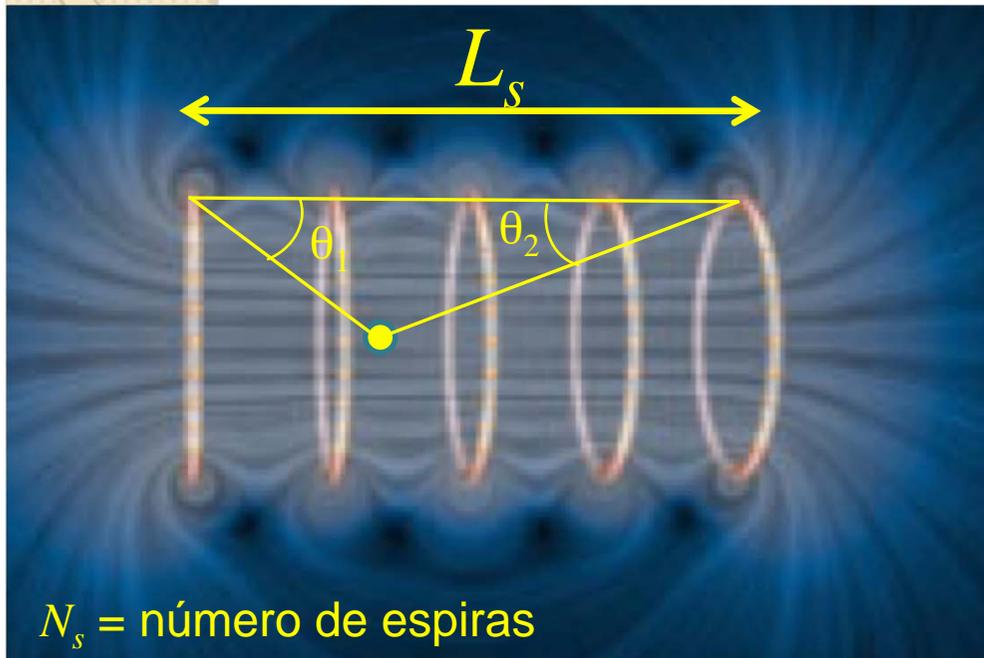
$$\varepsilon_s(t) = -L \frac{d}{dt} i_s(t) = -L\omega i_s \cos(\omega t) = \varepsilon_s \cos(\omega t)$$

- Obter a auto-indutância (L) do solenóide a partir do gráfico de tensão no solenóide em função da sua corrente.
- Mas quem é L ?

$$\phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{a} = Li \Rightarrow L = \frac{\int \vec{B} \cdot d\vec{a}}{i} \sim \frac{\langle B \rangle (N_s A_s)}{i}$$

Quanto vale $\langle B \rangle / i$?

$$B = \frac{\mu_0 N_S}{2L_S} (\cos \theta_1 + \cos \theta_2) i$$



$$\langle B \rangle = \frac{1}{L_S} \int_{-L_S/2}^{L_S/2} \frac{\mu_0 N_S}{2L_S} (\cos \theta_1 + \cos \theta_2) i dl$$

$$\langle B \rangle \sim 0,9 \cdot B_{\max} \sim 0,9 \frac{\mu_0 N_S}{\sqrt{D_S^2 + L_S^2}} i$$

$$\frac{\langle B \rangle}{i} \sim 0,9 \frac{\mu_0 N_S}{\sqrt{D_S^2 + L_S^2}}$$

$$L = \frac{N_S A_S \langle B \rangle}{i} \sim 0,9 \frac{\mu_0 N_S^2 A_S}{\sqrt{D_S^2 + L_S^2}}$$

Medida da indutância mútua entre duas bobinas

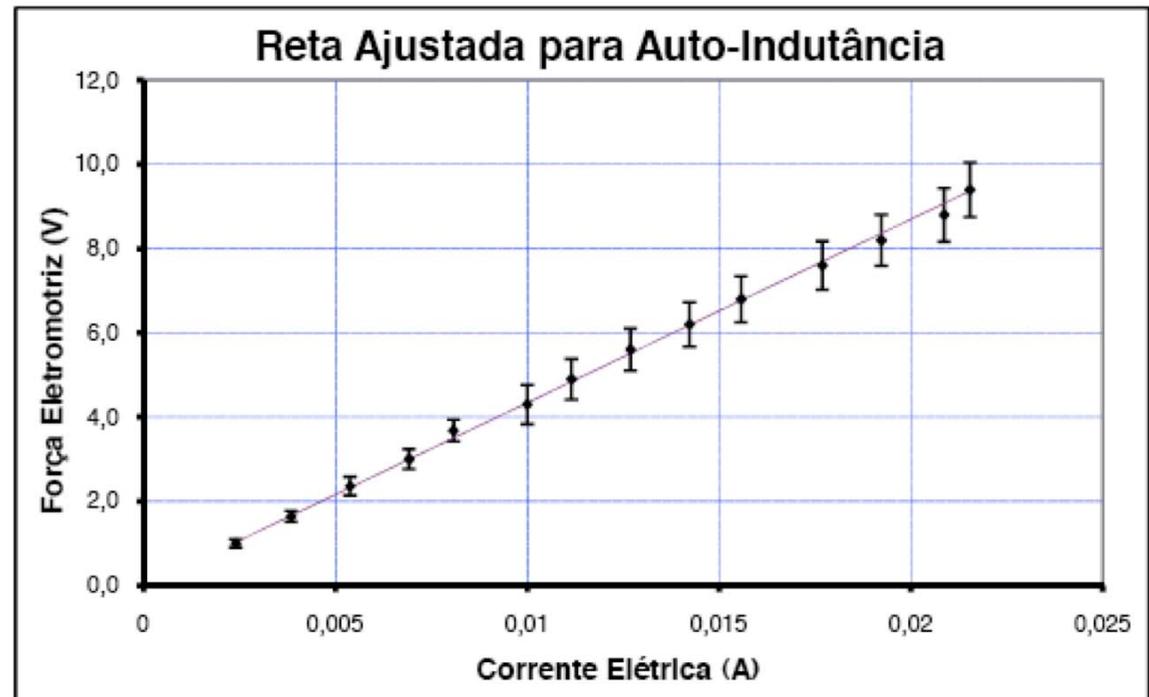
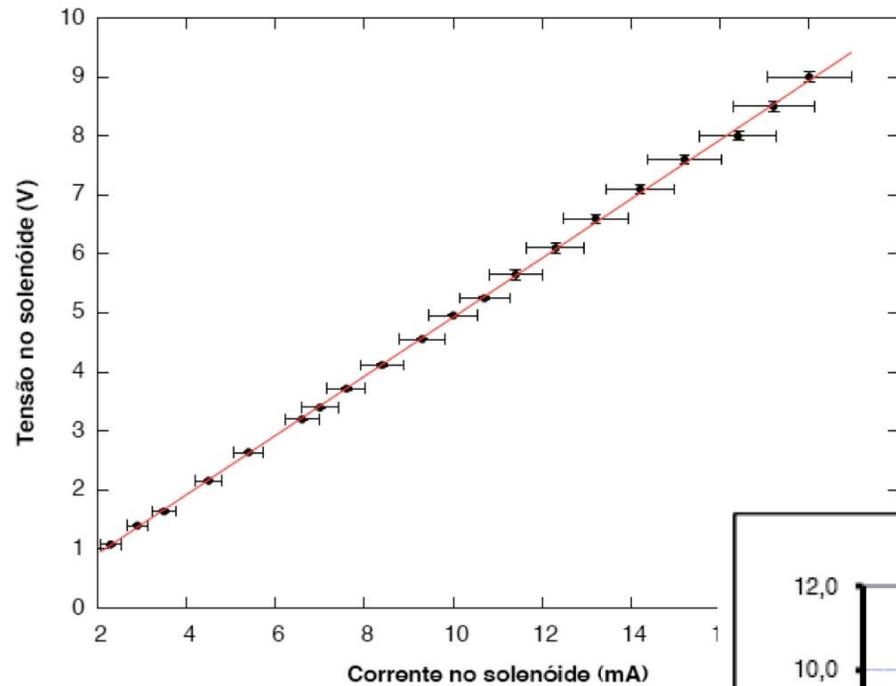
- A tensão na bobina sonda é

$$\varepsilon_b(t) = -M \frac{d}{dt} i_s(t) = -M\omega i_s \cos(\omega t) = \varepsilon_b \cos(\omega t)$$

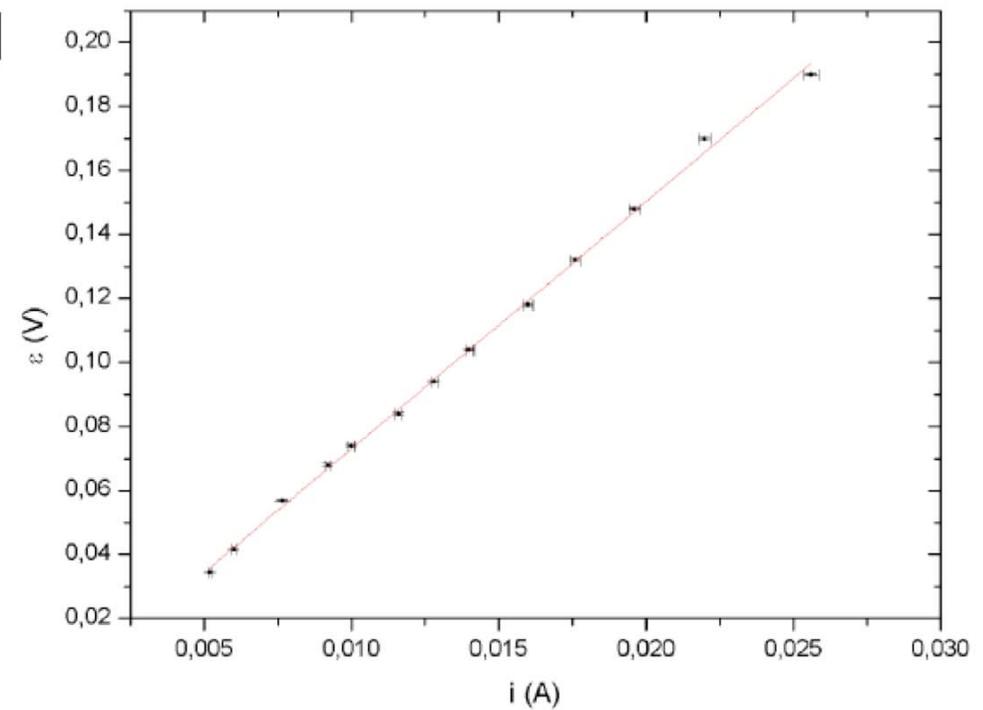
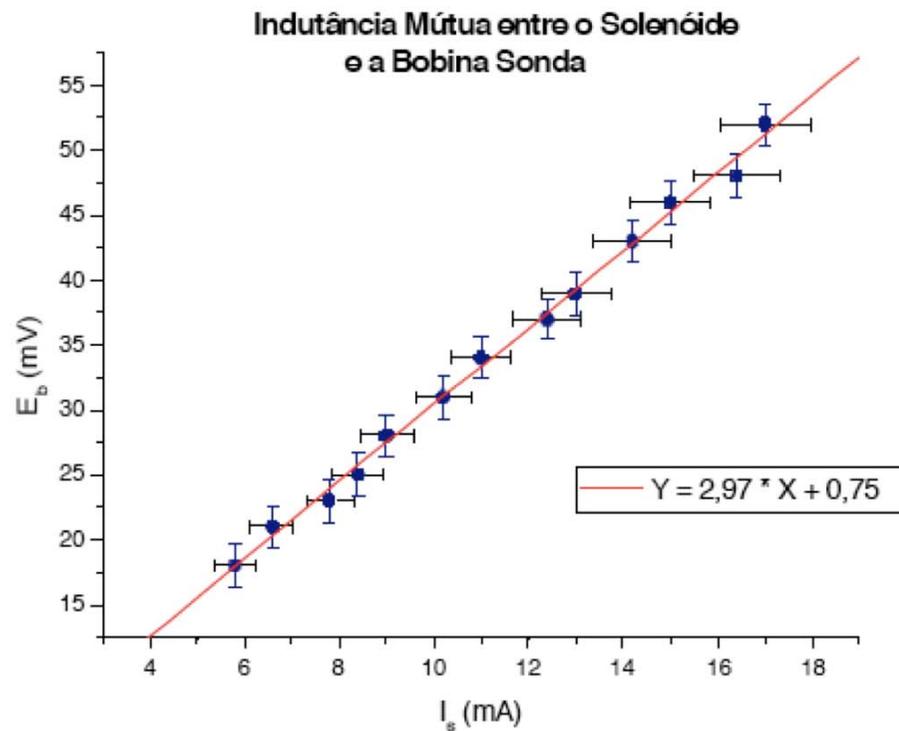
- Obter a indutância mútua entre a bobina sonda (M) e comparar com a previsão teórica.
- Mas quem é M ?

$$\phi_b = \int \vec{B}_s \cdot d\vec{a}_b = M i_s \Rightarrow M = \frac{\int \vec{B}_s \cdot d\vec{a}_b}{i_s} = \frac{B_s N_b A_b}{i_s}$$

Resultados: auto-indutância



Resultados: indutância mútua



Resultados: comparação

L_{exp} [mH]	L_{teo} [mH]	M_{exp} [mH]	M_{teo} [mH]
20,23	23,0	0,198	0,193
21,13	21,14	0,293	0,176
19,23	21,1	0,217	0,173
2,29	23	0,114	0,116
20,0	22,9	0,119	0,120
19,8	19,8	0,115	0,120
20,8	19,7	0,468	0,472
19,9	21,9	0,118	0,117
20,7	20,2	0,138	0,121
22,1	18,8	0,131	0,111

Resultados: auto-indutância B.H.

Chegou-se, então, a

$$L = (114 \pm 4)10^{-5}H$$

Teoricamente, a auto-indutância de uma Bobina de Helmholtz é dada por:

$$L = \frac{BN\pi r^2}{i}$$

em que N é o número de espiras e r é o seu raio. O campo B gerado por uma Bobina de Helmholtz, obtido pela superposição dos campos gerados por duas espiras idênticas coaxiais separadas de seus raios, calculado na posição de suas espiras é dado por

$$B = \frac{36}{65} \frac{\mu_0 N i}{r}$$

Assim:

$$L = \frac{36}{65} \mu_0 \pi N^2 r$$

O solenóide utilizado nas medições possuía 58 espiras e seu raio valia $(15,0 \pm 0,1)cm$, aplicando tais dados na equação acima, temos:

$$L = (110,3 \pm 0,7)10^{-5}H$$

que também é muito compatível com o valor encontrado experimentalmente.



Uma comparação interessante

IV. INDUTÂNCIA-MÚTUA ENTRE SOLENÓIDE E BOBINA SONDA

A indutância-mútua M entre um solenóide e uma bobina sonda com área efetiva A_{ef} é dada por

$$M = \frac{BA_{ef}}{i} \quad (6)$$

em que B é dado, como na análise da auto-indução, por (2), no ponto em que está alocada a bobina sonda. Considerando o solenóide das sessões anteriores e uma bobina sonda com $A_{ef} = (0,1315 \pm 0,0015)m^2$, obtem-se

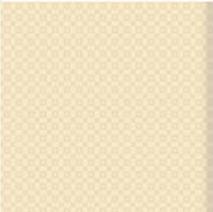
$$M = (173,3 \pm 2,9)10^{-6}H$$

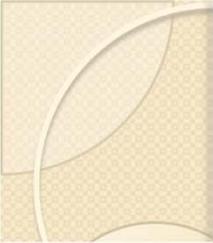


Finalmente,

$$M = (217,2 \pm 1,7)10^{-6}H$$

Este valor, porém, não é compatível com o valor previsto teoricamente e tal ocorrência será discutida mais adiante, na sessão VI.





Uma comparação interessante

V. INDUTÂNCIA-MÚTUA ENTRE BOBINA DE HELMHOLTZ E BOBINA SONDA

Utilizando procedimento igual ao usado na determinação de M para o solenóide e a bobina sonda, chegou-se aos resultados expressos na Figura 4 e na Tabela IV.

Finalmente,

$$M = (99,4 \pm 1,6)10^{-6}H$$

Teoricamente, M é também dado pela equação 6, em que B é o campo gerado pela Bobina de Helmholtz no ponto onde está posicionada a bobina sonda, que, no caso, trata-se do ponto central. Assim:

$$B = \left(\frac{4}{5}\right)^{\frac{3}{2}} \frac{\mu_0 Ni}{r}$$

A indutância-mútua será então dada por

$$M = \left(\frac{4}{5}\right)^{\frac{3}{2}} \frac{\mu_0 N A_{ef}}{r}$$

Que, para os equipamentos em questão, vale

$$M = (45,72 \pm 0,37)10^{-6}H$$

Novamente, os valores obtidos experimentalmente e teoricamente para M não são compatíveis entre si. Isto pede uma análise mais profunda acerca do fenômeno da indutância-mútua, que será realizada na sessão seguinte.

VI. AS INCOMPATIBILIDADES NA INDUTÂNCIA-MÚTUA

Nesta análise, considerou-se que a força eletromotriz induzida na bobina dependia apenas da indutância-mútua entre ela e o outro aparato, porém desprezou-se a influência de suas próprias auto-indutância e resistência. Esta última, por terem sido tomados os mesmos cuidados descritos na sessão III, poderá ser definitivamente descartada. Assim, temos uma nova forma para a expressão 7:

$$\epsilon_b = -L_b \frac{di_b}{dt} - M \frac{di_a}{dt}$$

em que o índice b denota a bobina sonda e o índice a denota o outro aparelho com que está interagindo, seja o solenóide ou a bobina de Helmholtz. Aplicando a corrente senoidalmente variável e sabendo que i_b e i_a não estão defasadas, como foi verificado experimentalmente,

$$\epsilon_b = -\omega(L_b i_b + M i_a) \cos(\omega t)$$

Como a relação permanece linear, como verificada na experiência, e também por fatos verificados em análises anteriores, pode-se supor que $\beta i_b = i_a$, em que β é uma constante. Desta forma:

$$\epsilon_b = -\omega i_a (\beta L_b + M) \cos(\omega t)$$

Temos então um termo importante, dependente da auto-indutância da bobina sonda, interferindo na amplitude de oscilação de ϵ_b e, logicamente, do coeficiente angular da relação entre ϵ x i_a , usado nos cálculos de M .

Notou-se também algo curioso: a diferença entre os valores de M obtidos teoricamente e experimentalmente para a indutância-mútua entre a bobina sonda e o solenóide vale $D_s = (43,9 \pm 3,4)10^{-6}H$. Já diferença para os valores de M obtidos pelos dois métodos para a indutância-mútua entre a bobina sonda e a bobina de Helmholtz vale $D_h = (53,7 \pm 1,7)10^{-6}H$.

Tais valores, D_s e D_h são compatíveis entre si, embora se aproximem do limite de compatibilidade. Isto sugere que há um termo comum, de origem diversa, interferindo nos valores obtidos experimentalmente, e que, se fosse desprezado, tornaria os valores experimentais compatíveis com seus respectivos valores teóricos. Além disso, considerando que o único elemento comum aos dois casos é a bobina sonda, é razoável supor que esta seja a origem deste termo comum, provavelmente a sua auto-indutância.

Finalmente, poderia-se supor que este termo seja exatamente o fator βL_b , encontrado anteriormente. Porém, análises mais profundas deveriam ser feitas para se descobrir se esta compatibilidade entre D_s e D_h não passa de uma coincidência ou se realmente se trata de um termo comum cuja origem seja dependente da auto-indutância da bobina sonda.



Relatório

- A ser entregue até a próxima segunda-feira
- Máximo 10 páginas
- 2 sínteses A's pode conversar a nota