



Física Experimental III

Notas de aula: www.dfn.if.usp.br/~suaide

LabFlex: www.dfn.if.usp.br/curso/LabFlex

Aula 4

Prof. Alexandre Suaide

Ramal: 7072

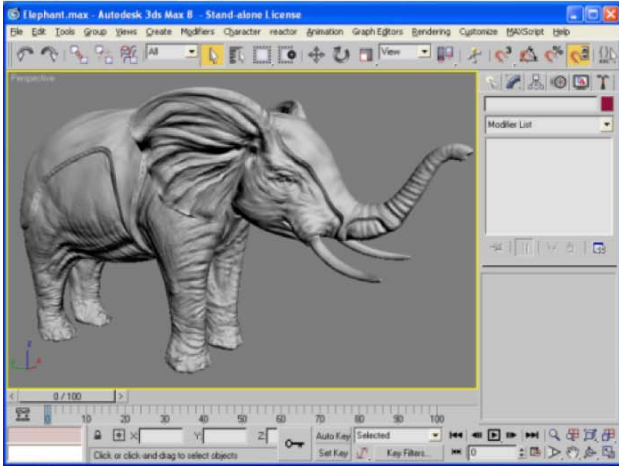
Ed. Oscar Sala (Pelletron), sala 246

O que já foi feito...

- Estudo de circuitos simples
 - Como os instrumentos afetam as medidas realizadas
 - Quantificação deste efeito
- Estudo de elementos simples
 - Resistor Ôhmico
 - Elementos não Ôhmicos
 - Lâmpada – Corpo negro
 - Pilha e diodo – potência e modelagem
- Relatório para o dia 15/9

Assuntos a serem discutidos

- Modelagem e análise de dados
 - Diodo
 - Pilha
 - Consistência de modelagem.
 - Extrapolações e previsões a partir de dados



Modelagem e análise de dados

Descrever ...

... e saber prever



Análise com consistência de modelo

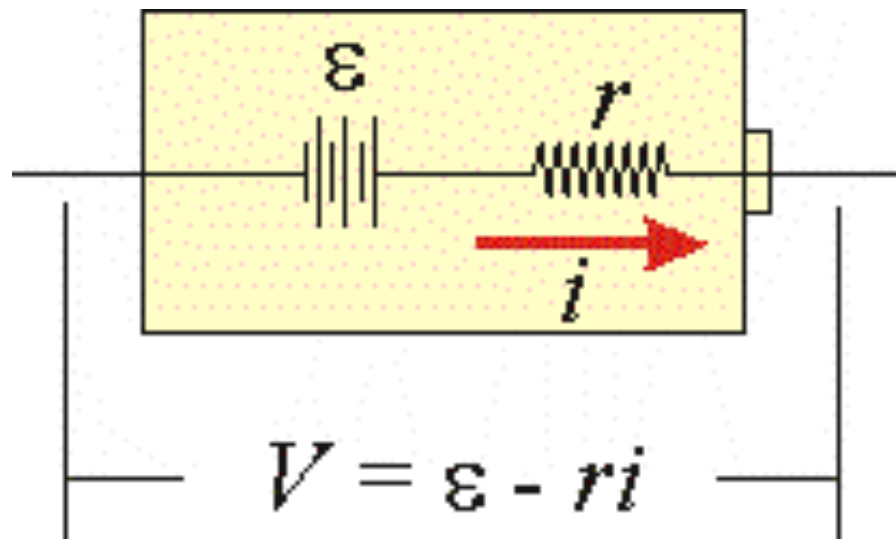
- Quando analisamos dados devemos ter em mente as seguintes idéias:
 - Qual o modelo que queremos aplicar a estes dados?
 - O que este modelo prevê?
 - As grandezas derivadas dos dados também se ajustam ao modelo proposto?
- Tem havido a prática de sempre buscar a melhor função para o ajuste
 - Estas funções são consistentes com o modelo?
 - Qual o significado disto do ponto de vista físico?

Um modelo para a pilha

- Construindo um modelo simples para a pilha
 - A tensão elétrica vem de reações químicas
 - Podemos assumir que esta tensão é constante e depende das características químicas
 - Quando passa corrente pela pilha há resistência pois o material que a compõe não é condutor
 - Então a tensão medida exteriormente sofre uma queda por haver esta resistência

Um modelo para a pilha

- Construindo um modelo simples para a pilha



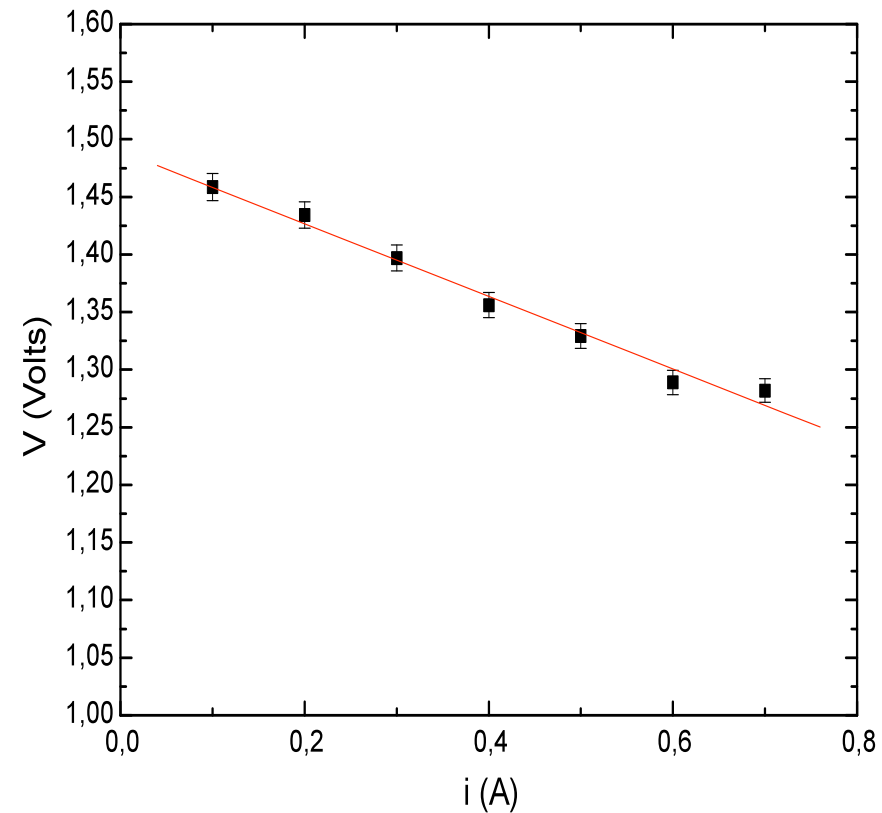
- Vamos testar este modelo com dados e realizar previsões

Curva característica da pilha

- Se o modelo for razoável, esperamos obter uma reta da forma

$$V = \varepsilon - ri$$

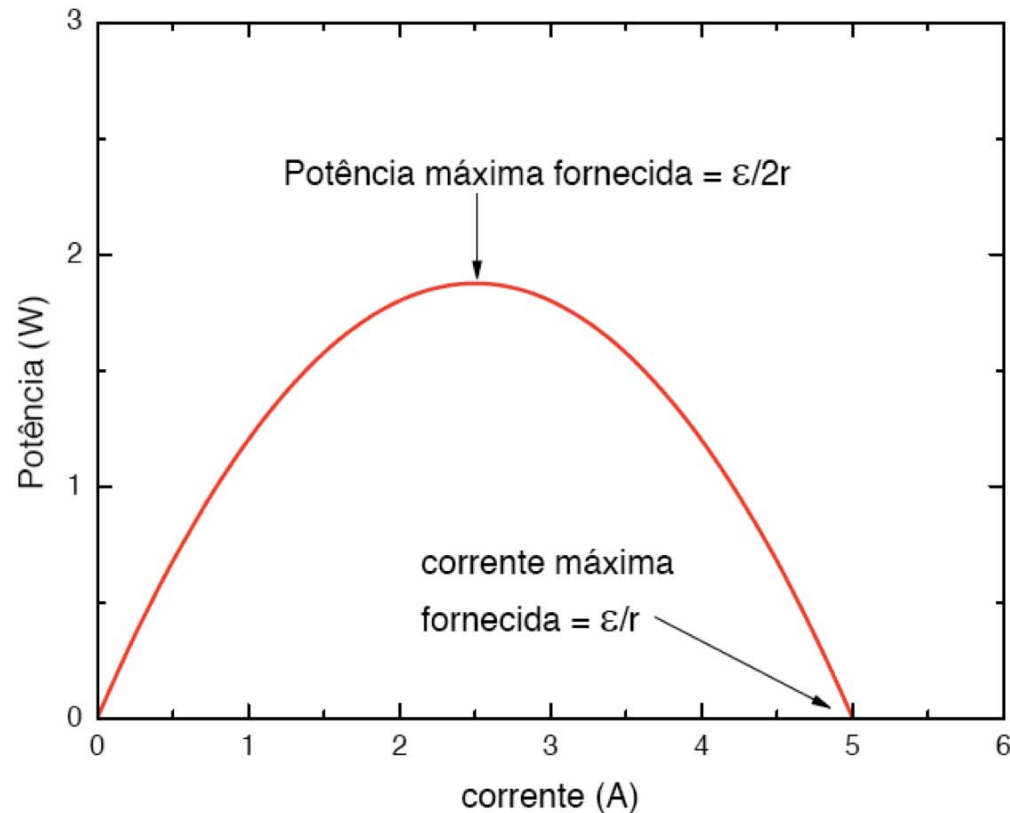
- Onde ε e r podem ser extraídos a partir do ajuste da expressão acima nos dados experimentais.
- Primeiro passo, analisar as curvas características



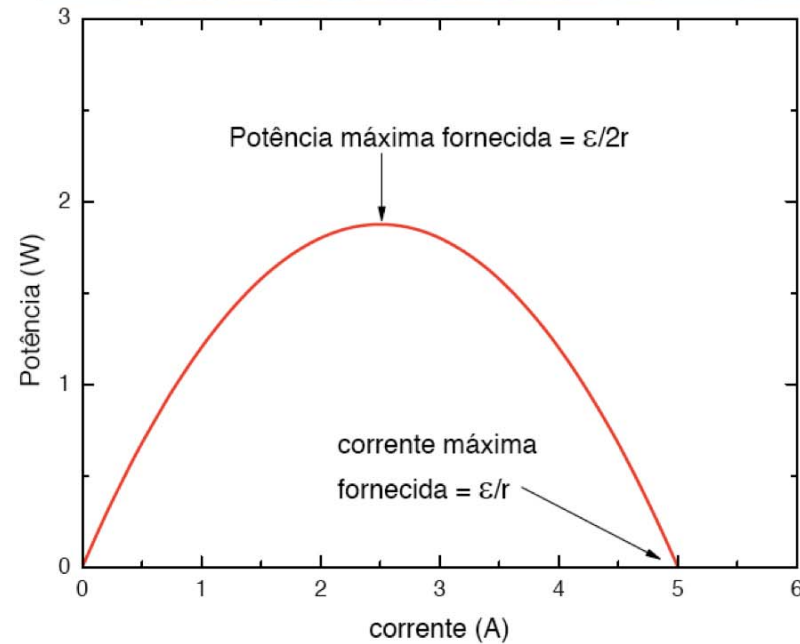
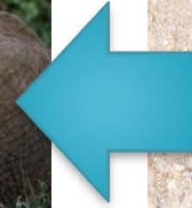
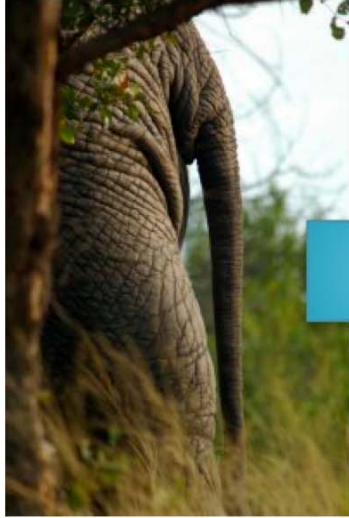
Potência fornecida por uma pilha

- Podemos escrever que

$$P = Vi = (\varepsilon - ri) \cdot i = \varepsilon i - ri^2$$

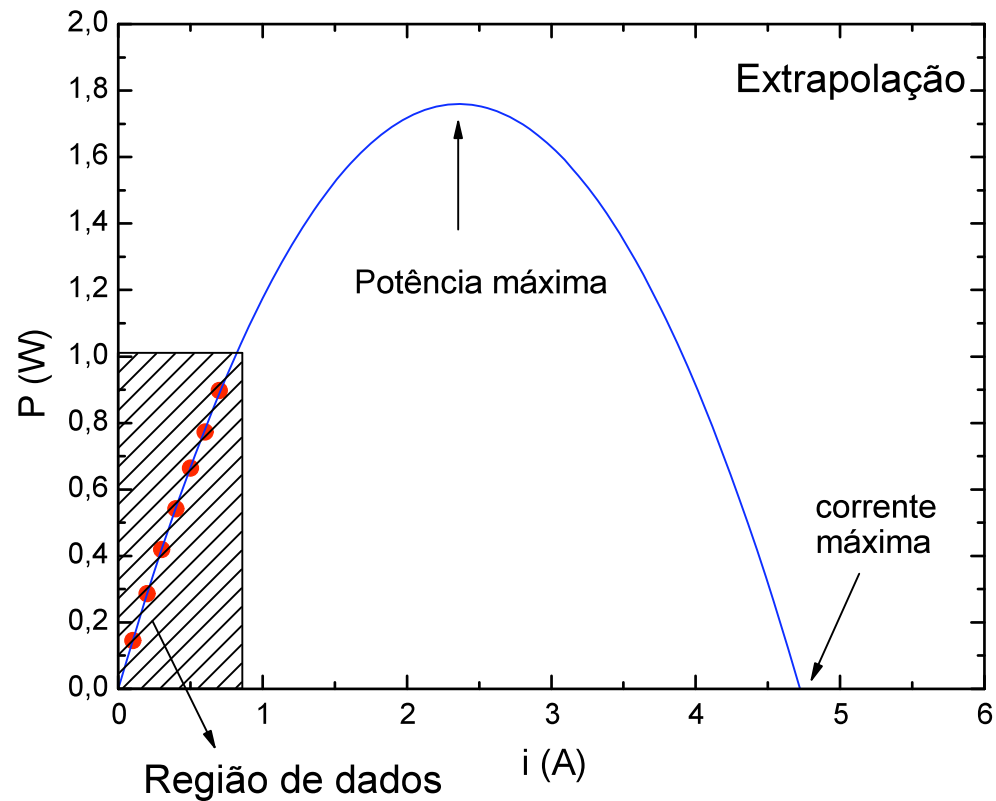


A cauda do elefante



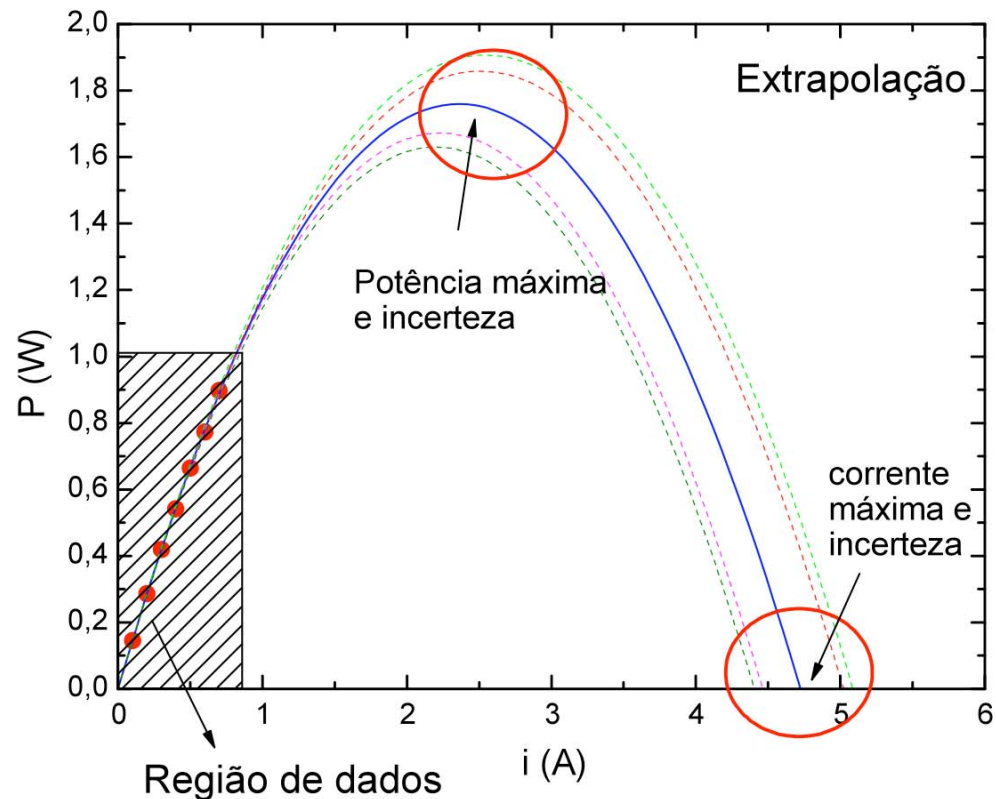
Extrapolação de curvas

- Muitas vezes o experimento impõe limitações quanto ao alcance dos dados. Temos que fazer extrapolações.



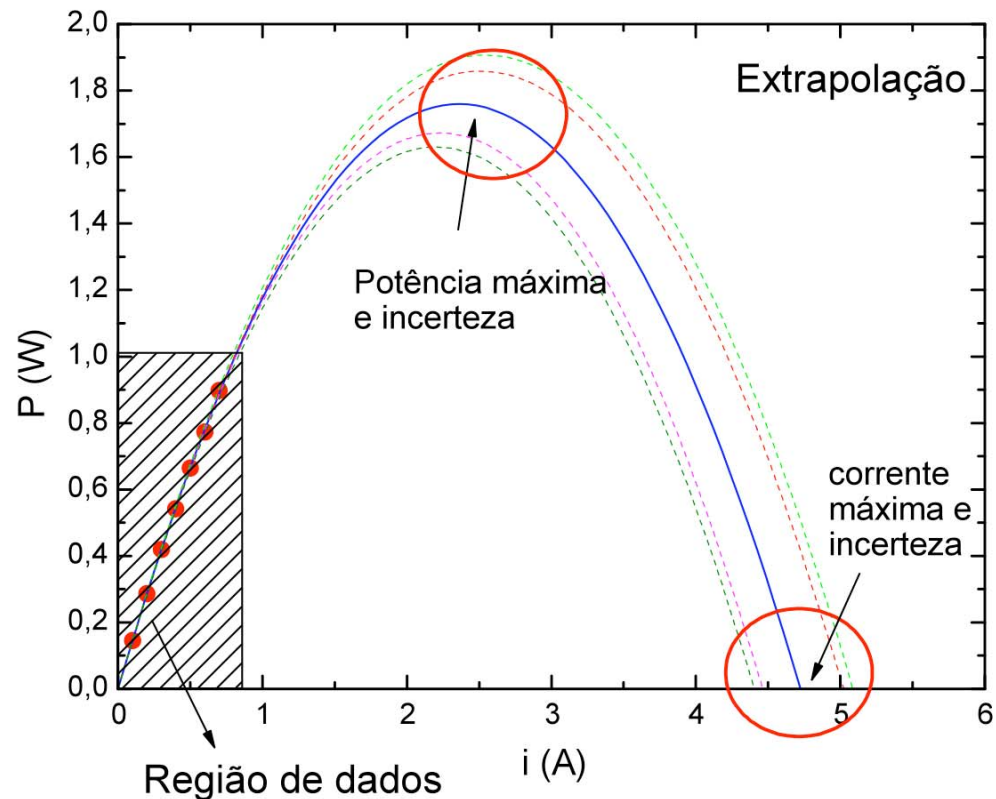
Extrapolação de curvas

- A avaliação de incertezas pode ser feita calculando as funções adicionando-se ou subtraindo-se o erro de cada parâmetro em combinações diversas
 - $P(\varepsilon+\sigma_\varepsilon, r+\sigma_r)$; $P(\varepsilon-\sigma_\varepsilon, r-\sigma_r)$; $P(\varepsilon+\sigma_\varepsilon, r-\sigma_r)$ e $P(\varepsilon-\sigma_\varepsilon, r+\sigma_r)$



Extrapolação de curvas

- Quando estamos extrapolando expressões não lineares pode ser comum que as incertezas não sejam simétricas em relação ao valor calculado.
- A extrapolação depende do alcance dos dados



Qual é a carga na qual a potência é máxima?

- Potência fornecida

$$P = \varepsilon i - ri^2$$

- A corrente na qual P é máxima vale:

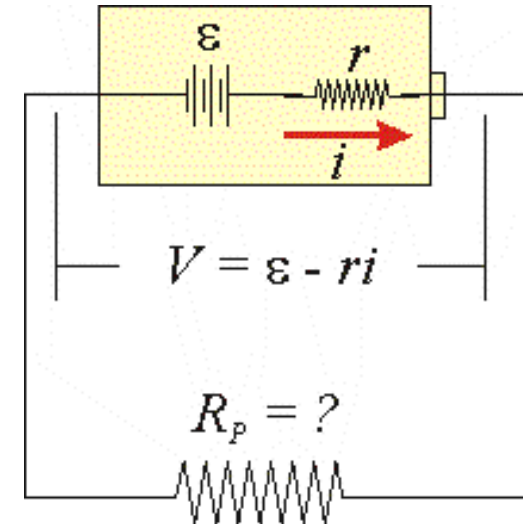
$$i_{P_{\max}} = \frac{\varepsilon}{2r}$$

- Mas podemos escrever que:

$$i = \frac{\varepsilon}{R_{\text{total}}} = \frac{\varepsilon}{r + R_P}$$

- Assim, na condição de P_{MAX} , temos que:

$$i = i_{P_{\max}} \Rightarrow \frac{\varepsilon}{2r} = \frac{\varepsilon}{r + R_P} \Rightarrow R_P = r$$

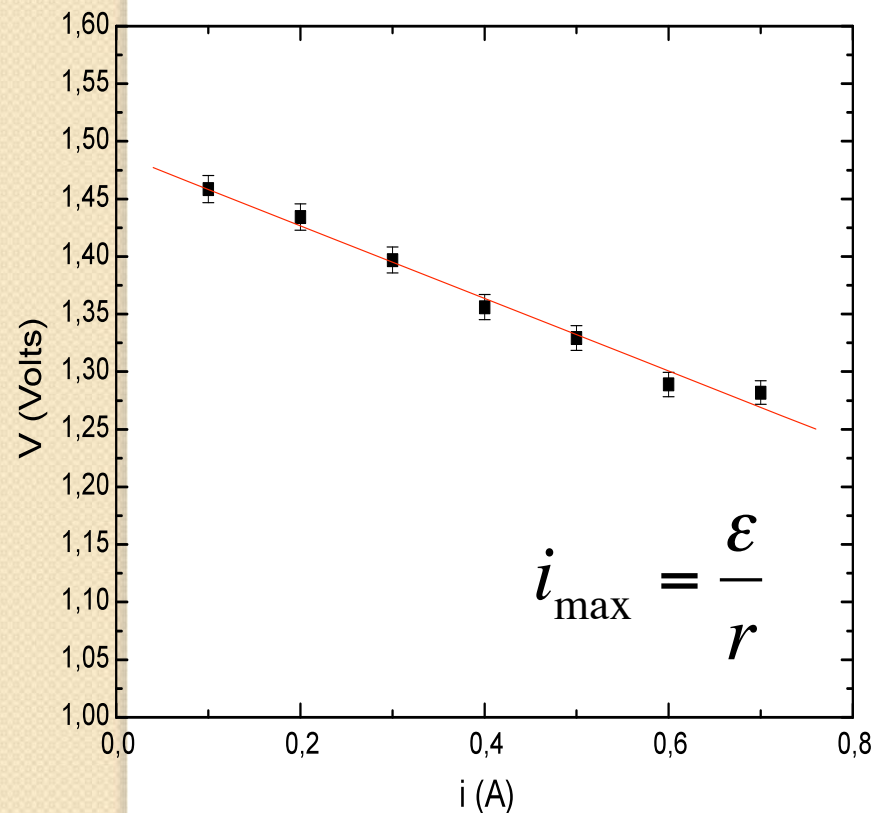


A transferência de energia ocorre mais rapidamente quando a carga na bateria é a mesma externa → **Casamento de impedância**

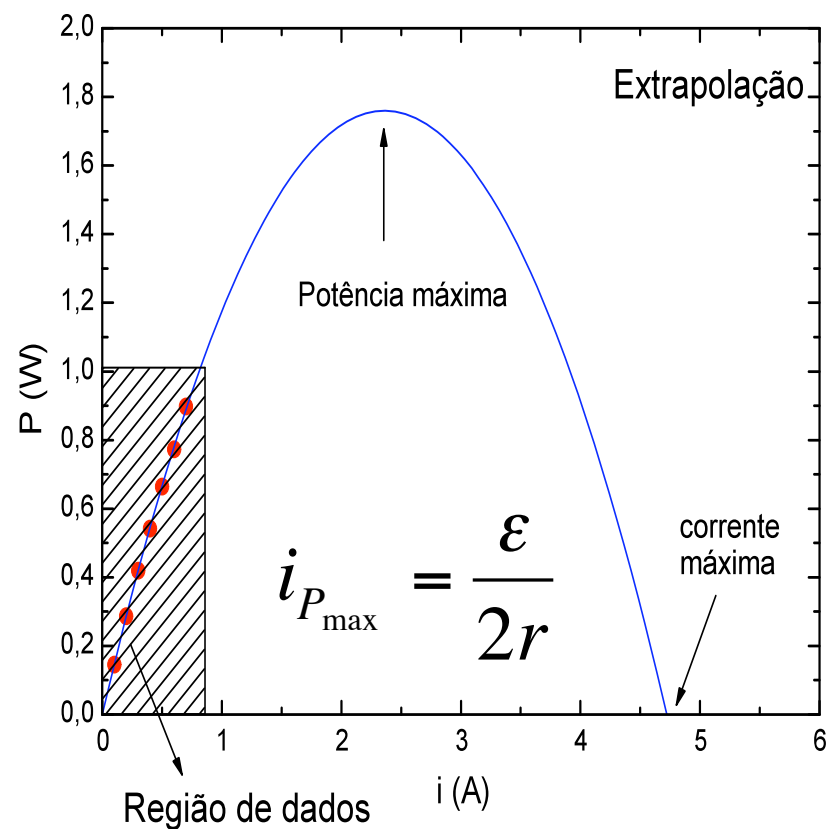
Comparação de resultados: teste de consistência da análise

- Os parâmetros obtidos dos ajustes são consistentes

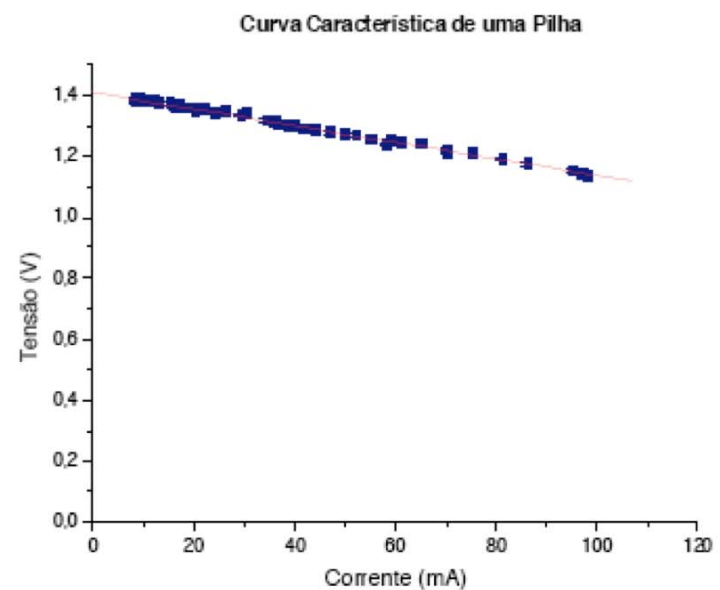
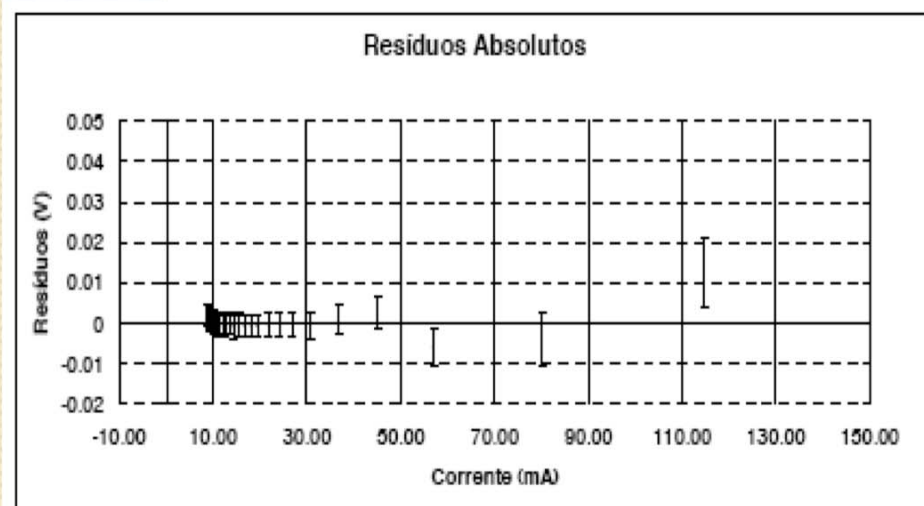
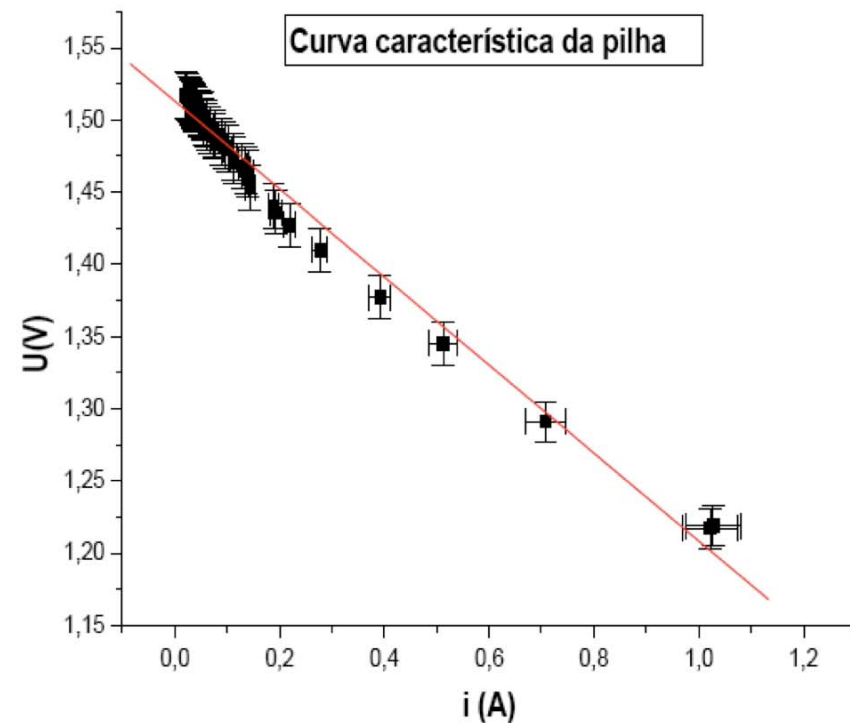
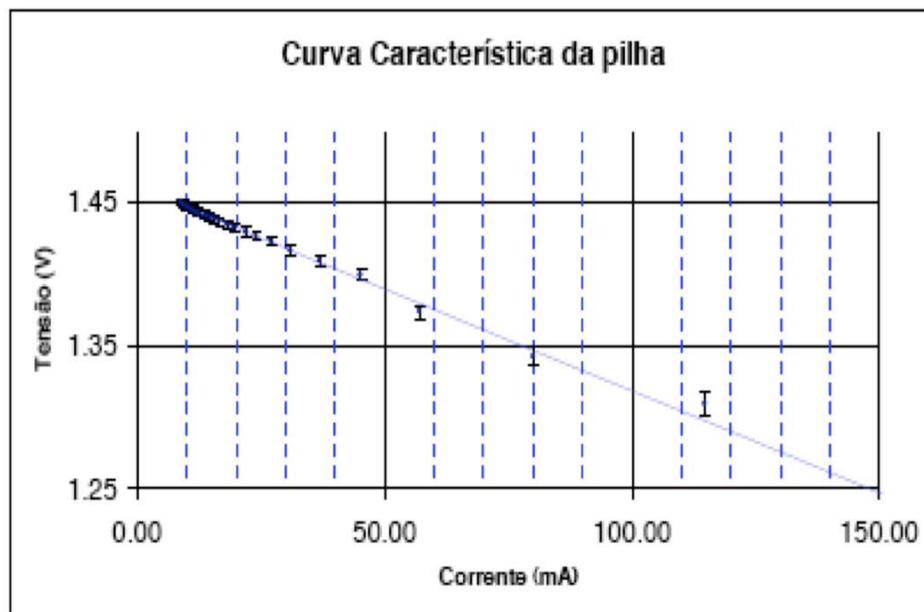
$$V = \varepsilon - ri$$



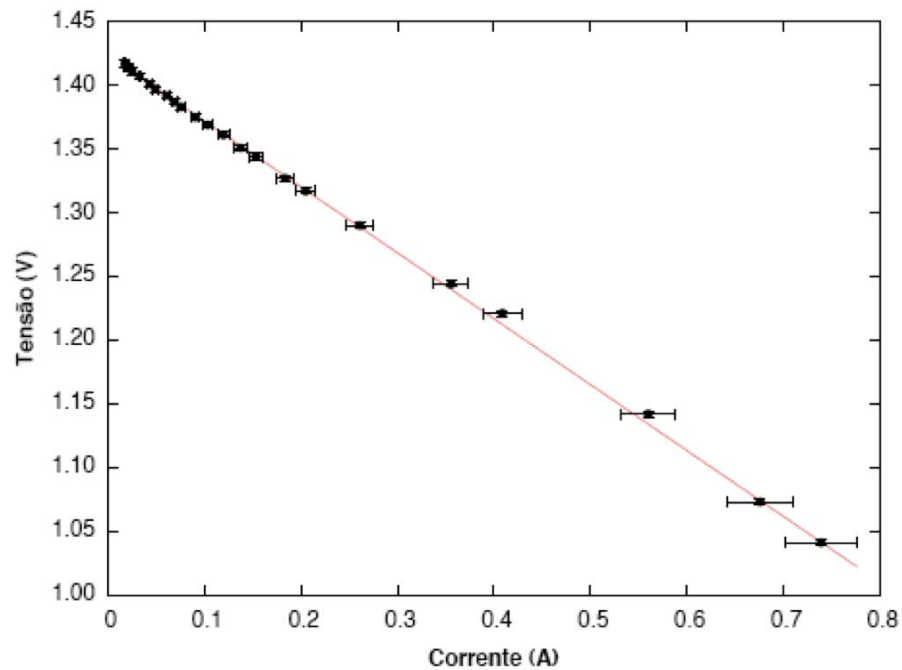
$$P = \varepsilon i - ri^2$$



$$V = \varepsilon - ri$$



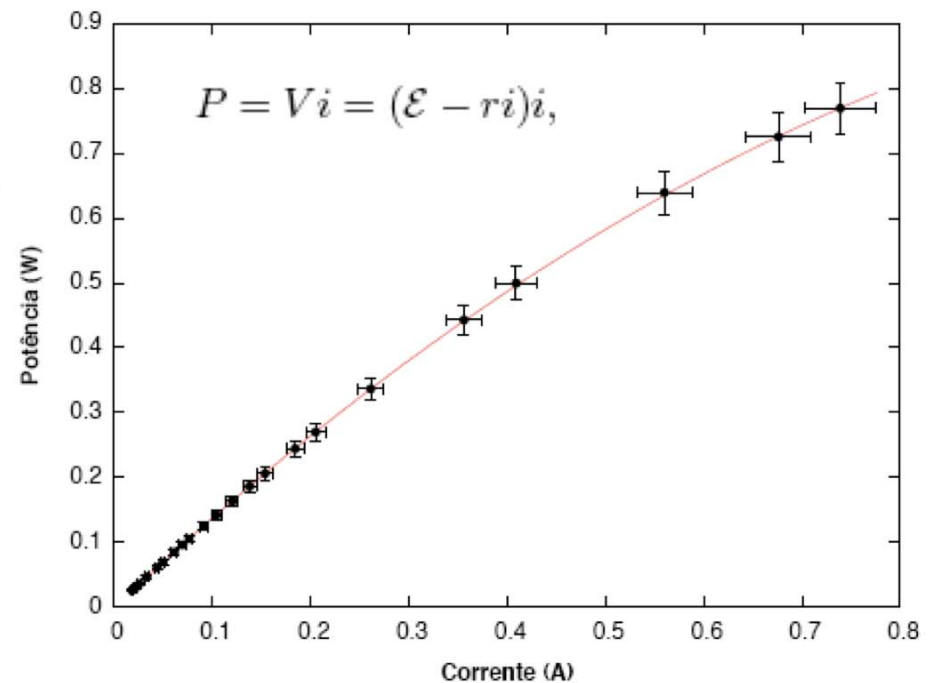
Tensão e potência



$$\mathcal{E} = (1,4239 \pm 0,0010) \text{ V}$$

$$r = (0,518 \pm 0,009) \Omega$$

Esta curva é ajuste ou usou os Parâmetros da curva característica (A04)?



Tensão e potência

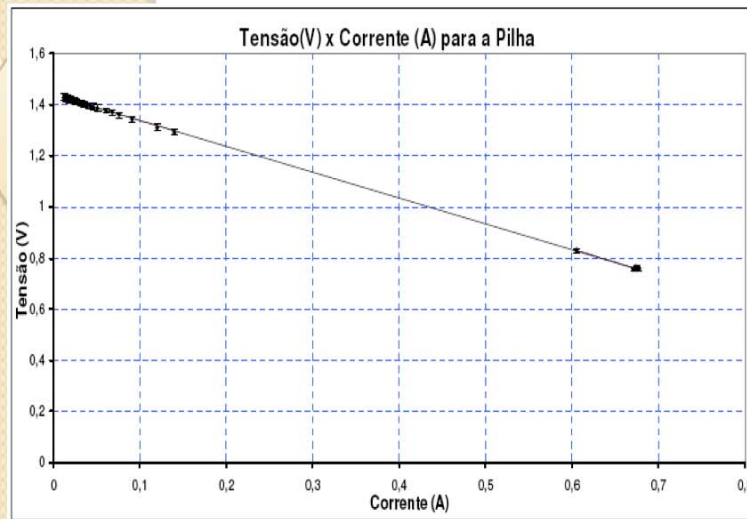
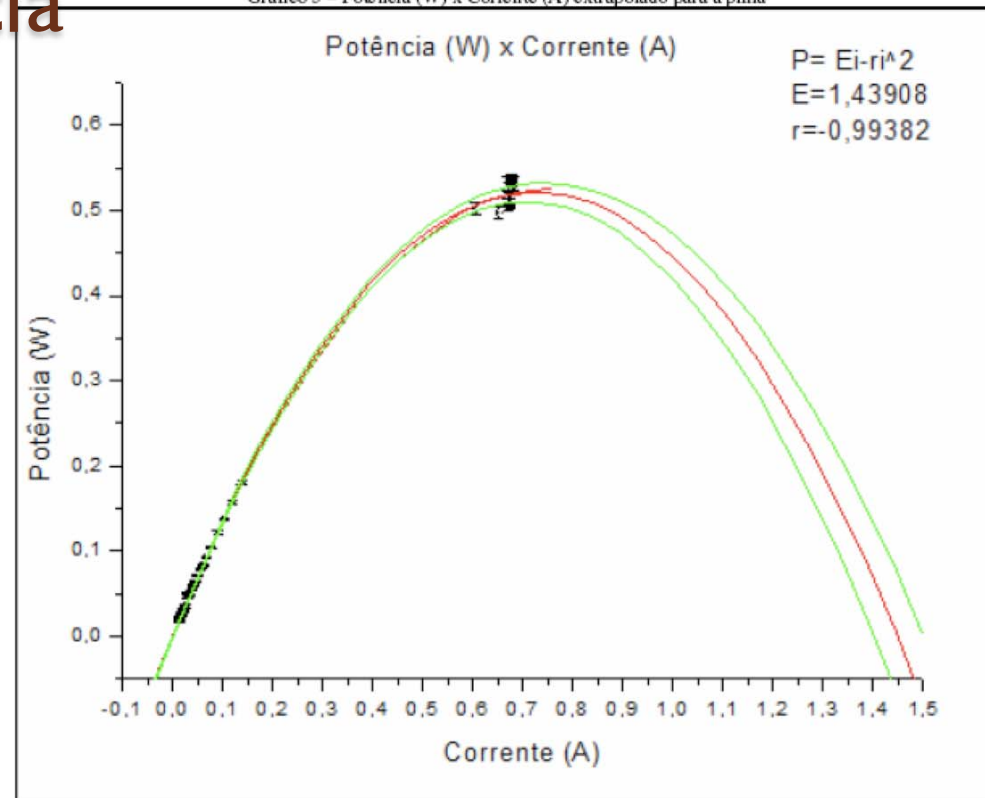


Gráfico 3 – Potência (W) x Corrente (A) extrapolado para a pilha



O valor encontrado para a Força Eletromotriz agora foi de 1,439V sendo que o anterior foi de 1,437V. Assim também obtivemos o valor da Resistência na análise do Gráfico 3 com o valor de 0,994 Ω e, para a análise anterior, o valor de 1,006 Ω . Os valores são compatíveis entre si e representam obediência em relação ao modelo teórico.

Com o intuito de descobrir onde a potência da pilha é máxima precisamos derivar a equação $P = \varepsilon \cdot i - R \cdot i^2$ e igualá-la a zero. Aí achamos que a potência é máxima quando $i = \varepsilon / 2r$. Substituindo o valor encontrado ($\sim 0,71V$) temos que a potência máxima é de $\sim 0,52 \pm 0,07W$. Podemos ver pelo Gráfico que a situação de maior potência não corresponde à situação de maior corrente, pois a situação de maior corrente é dado quando a potência é zero, a saber $i = \varepsilon / r$. Tendo como valor 1,448A.

Tensão e potência

Cuidado com incertezas

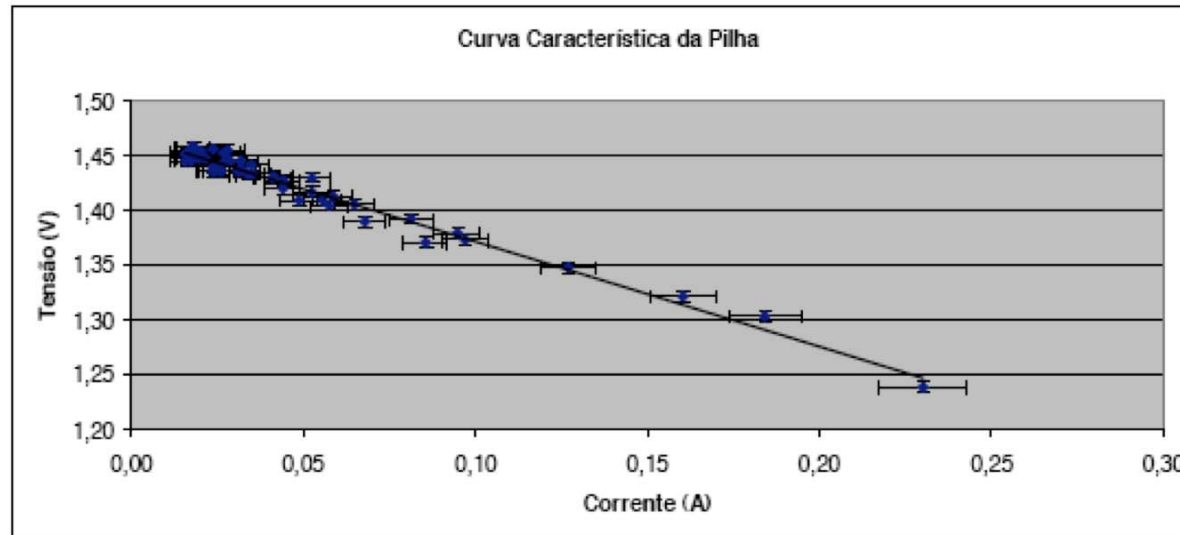
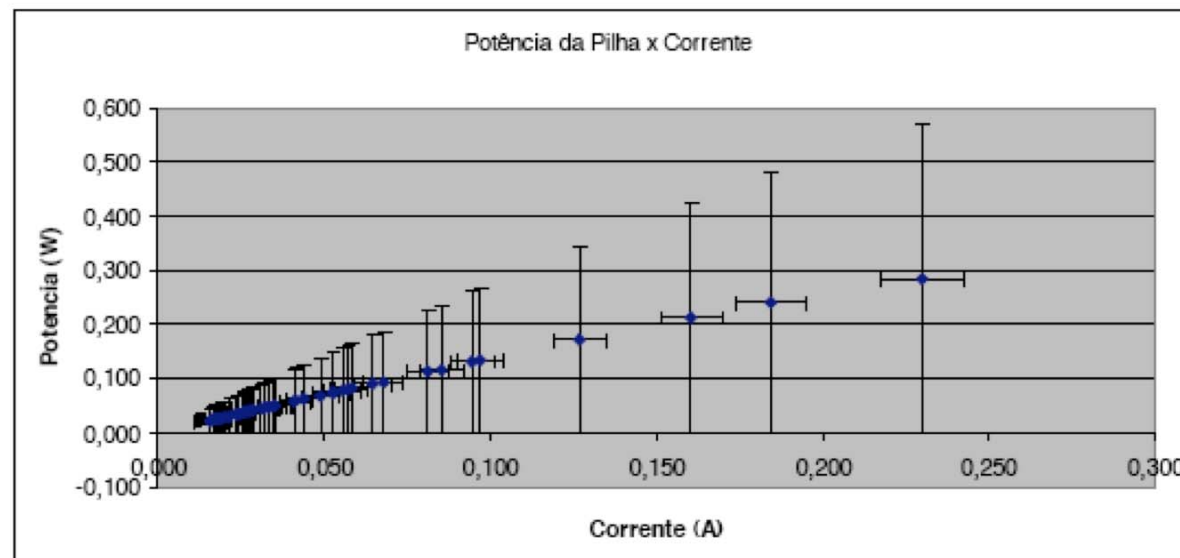


Gráfico 4: gráfico da curva característica da pilha



A potência é uma parábola?

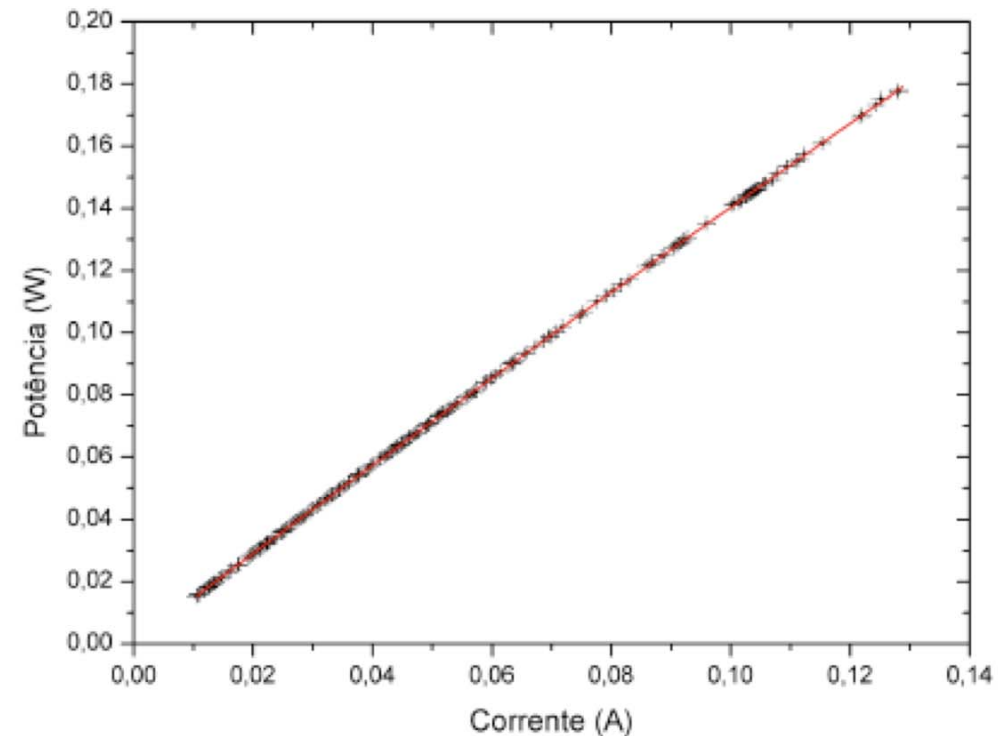
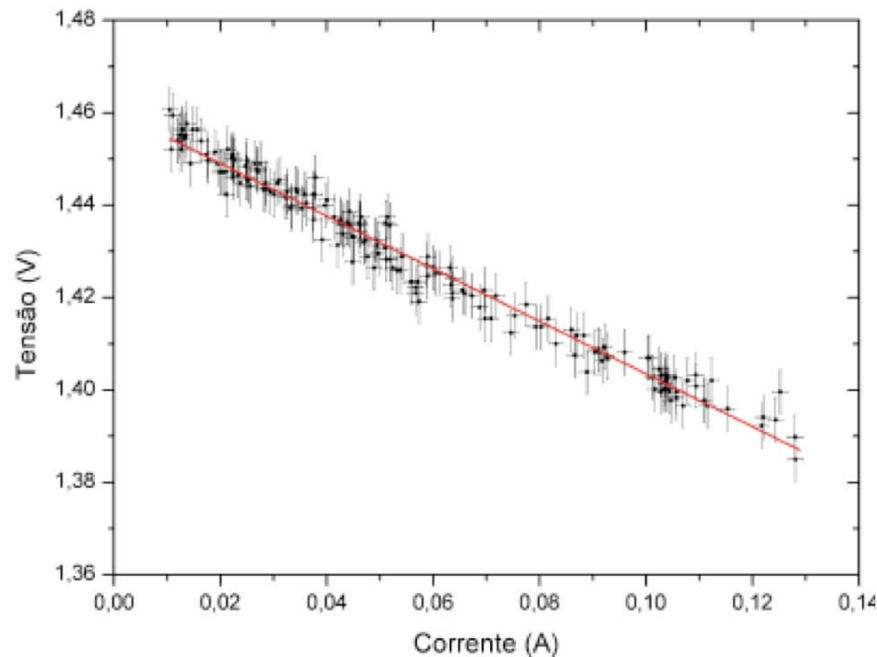


Tabela IV: Ajuste polinomial do segundo grau para dados de potência fornecida em função da corrente na pilha seca.

$$P(i) = A + \epsilon i - Ri^2$$

Coefficiente	Valor	Incerteza
A(W)	$2,7 \cdot 10^{-4}$	$3,0 \cdot 10^{-4}$
ϵ (V)	1,447	0,011
R(Ω)	0,46	0,08

A potência é máxima quando $\frac{\partial P}{\partial i} = 0$. Isto se dá em $i = (1,57 \pm 0,32)\text{A}$ e tem-se $P_{max} = (1,14 \pm 0,23)\text{W}$.

A potência é uma parábola?

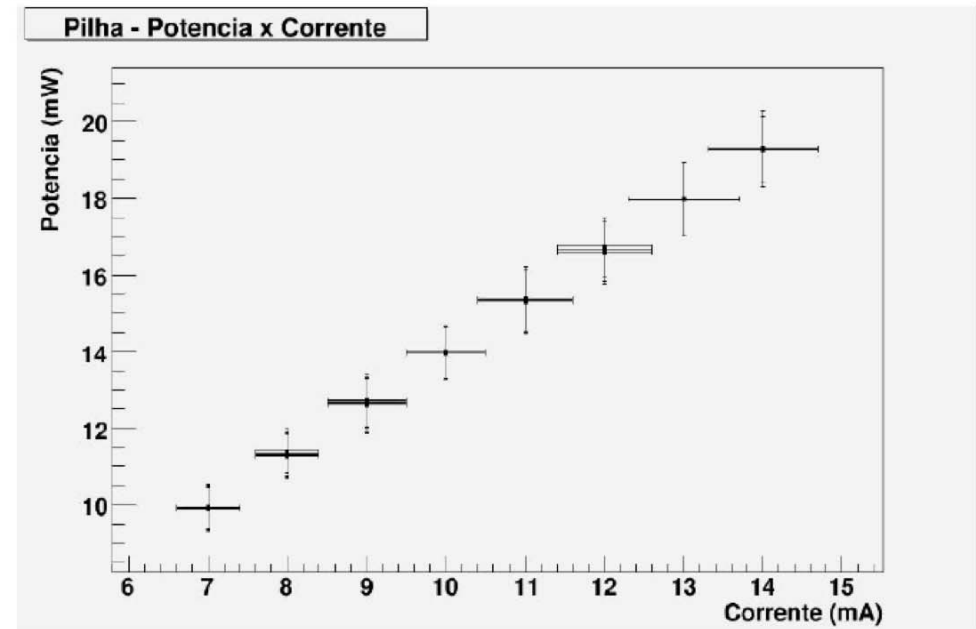
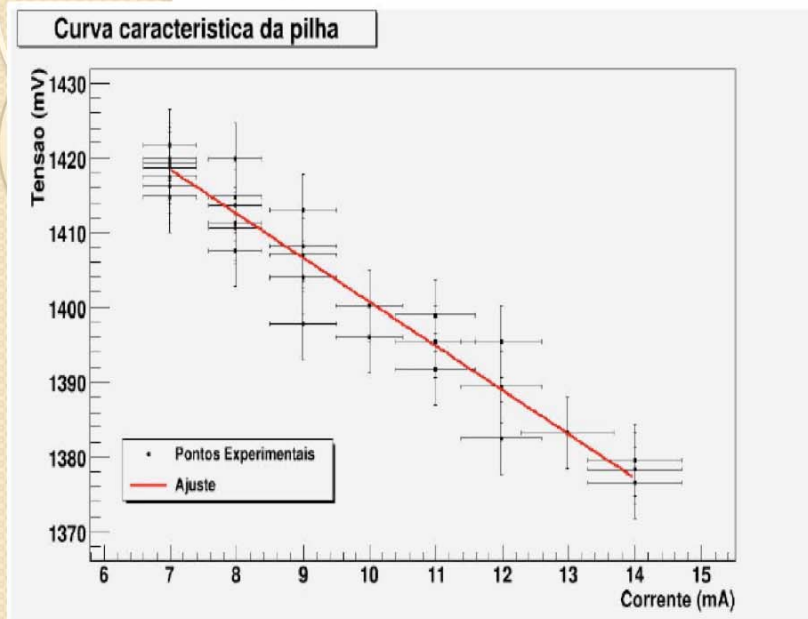


Tabela 1 – Coeficiente dos ajustes utilizados

	Termo Quadrado (mW/mA ²)	Incerteza (mW/mA ²)	Termo Linear (V)	Incerteza (V)	Independente (mW)	Incerteza (mW)
ax^2+bx+c	-5,00E-03	2,90E-02	1,45	0,59	0,019	2,8
$ax+b$			1,34	0,06	0,54	0,55
ax			1,4	0,02		

Na tabela vemos termos cujas incertezas são maiores que eles próprios: portanto o termo é indeterminado ou o ajuste é inadequado. Assim, por exemplo, o coeficiente quadrático ou o independente podem ser desprezados.

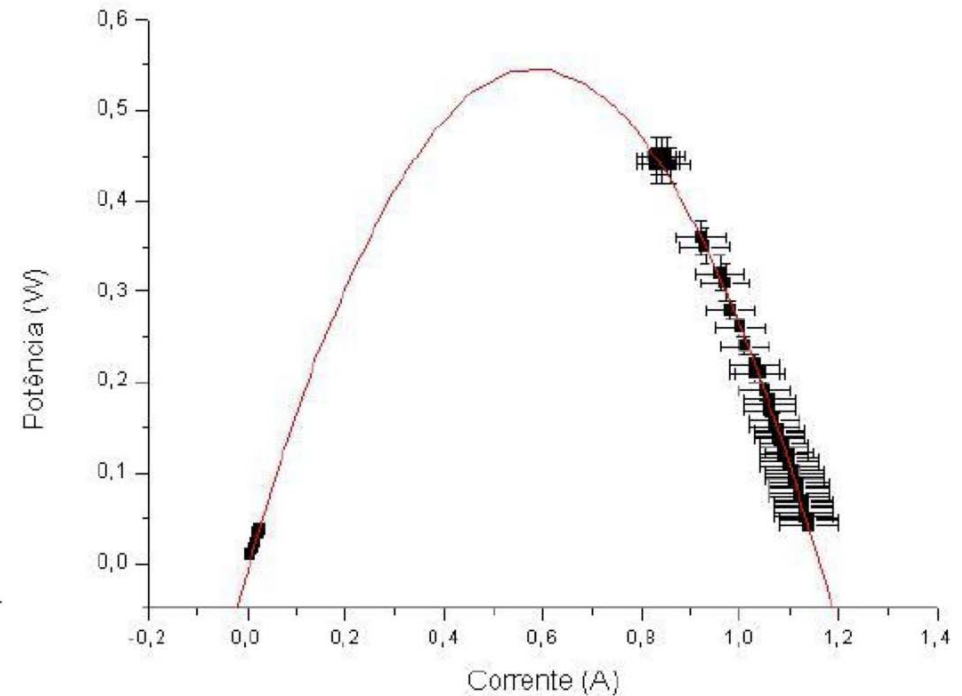
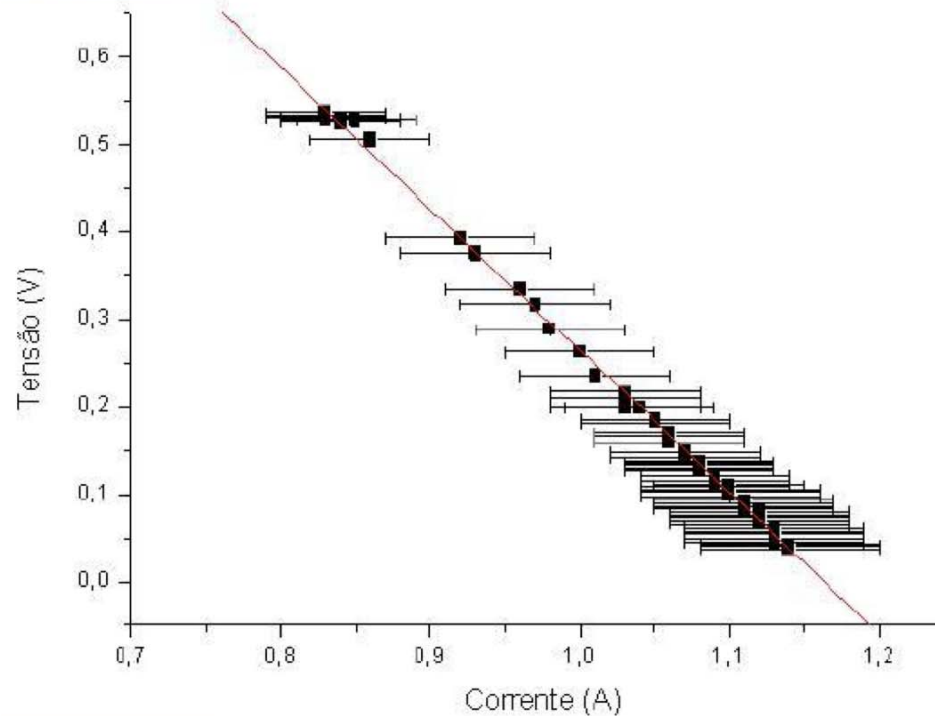
A melhor função é a afim ($y=ax$) e seu termo linear é compatível com o ϵ encontrado anteriormente.

1a

antes,
aixo:

Ve
ql
se
Er
ur

A potência é uma parábola?



Extrapolando os dados da função abaixo da potência x corrente, obtemos o seguinte gráfico, compatível com o modelo $V = A + B1 \cdot I + B2 \cdot I^2$ onde, $A = -0,009 \pm 0,003$, $B1 = 1,90 \pm 0,01$ e $B2 = -1,63 \pm 0,01$.

Uma situação interessante (A14)

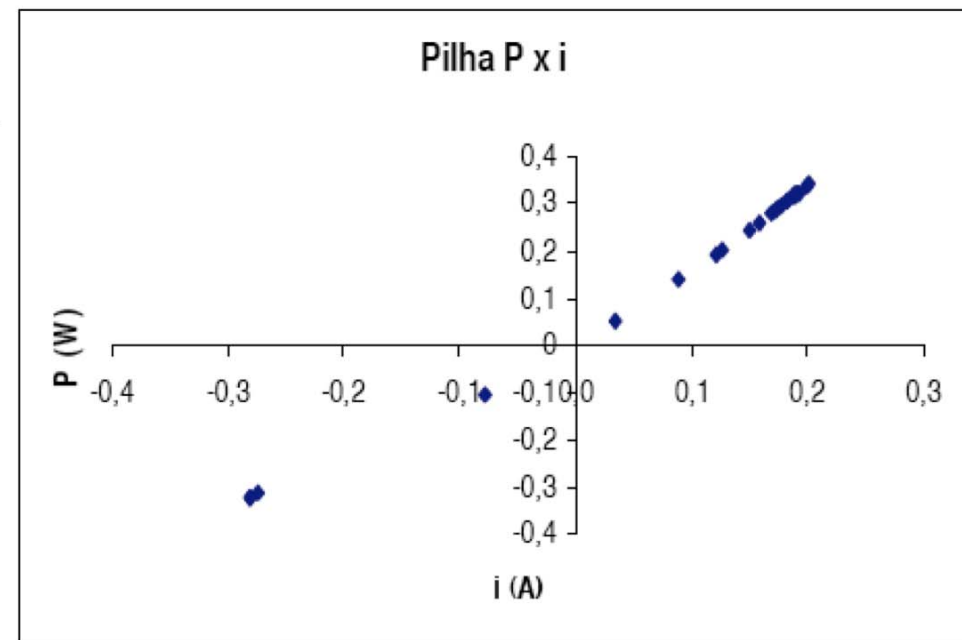
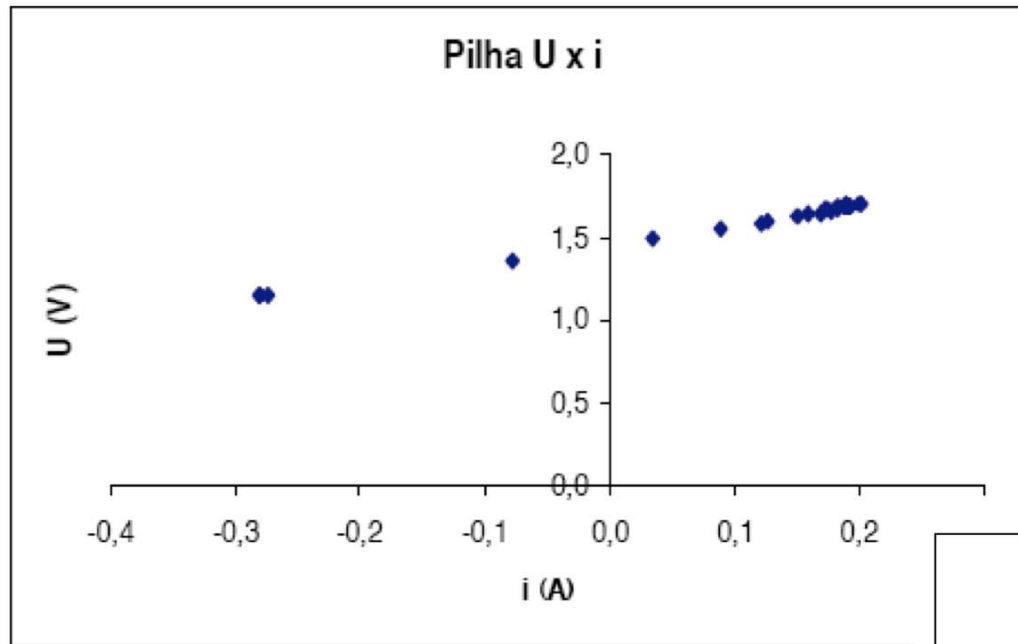
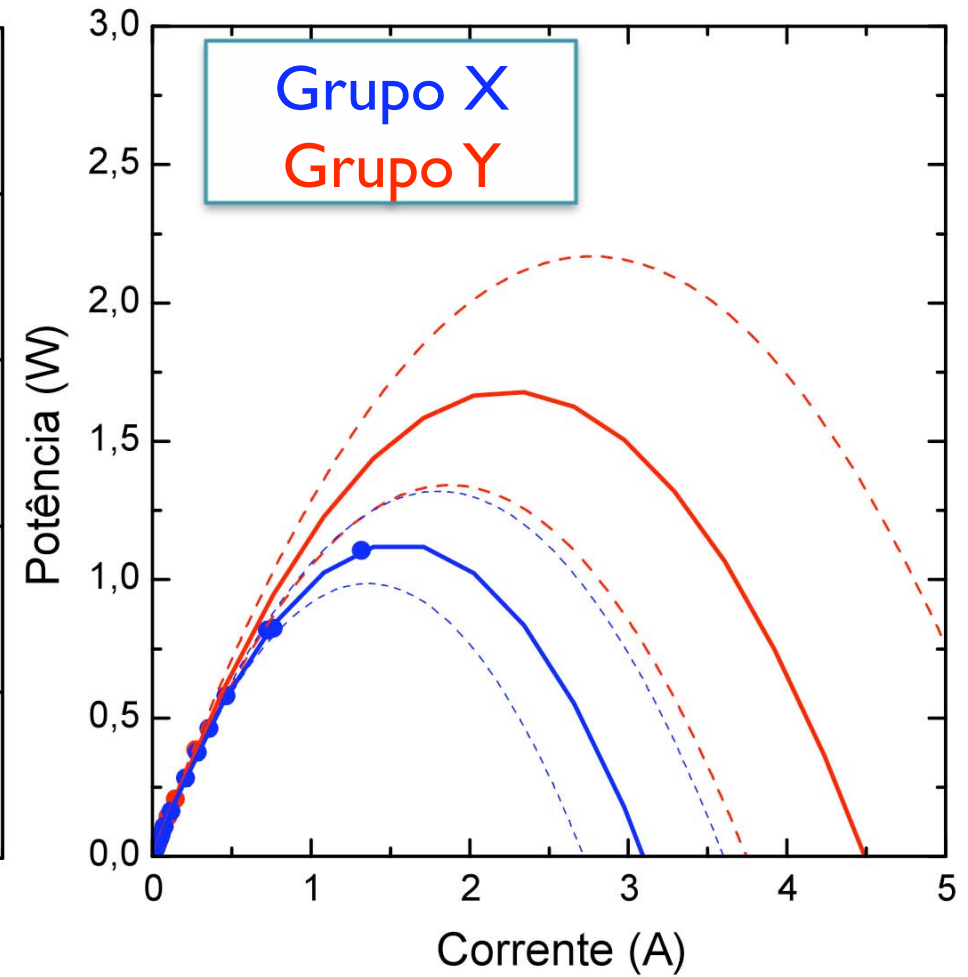
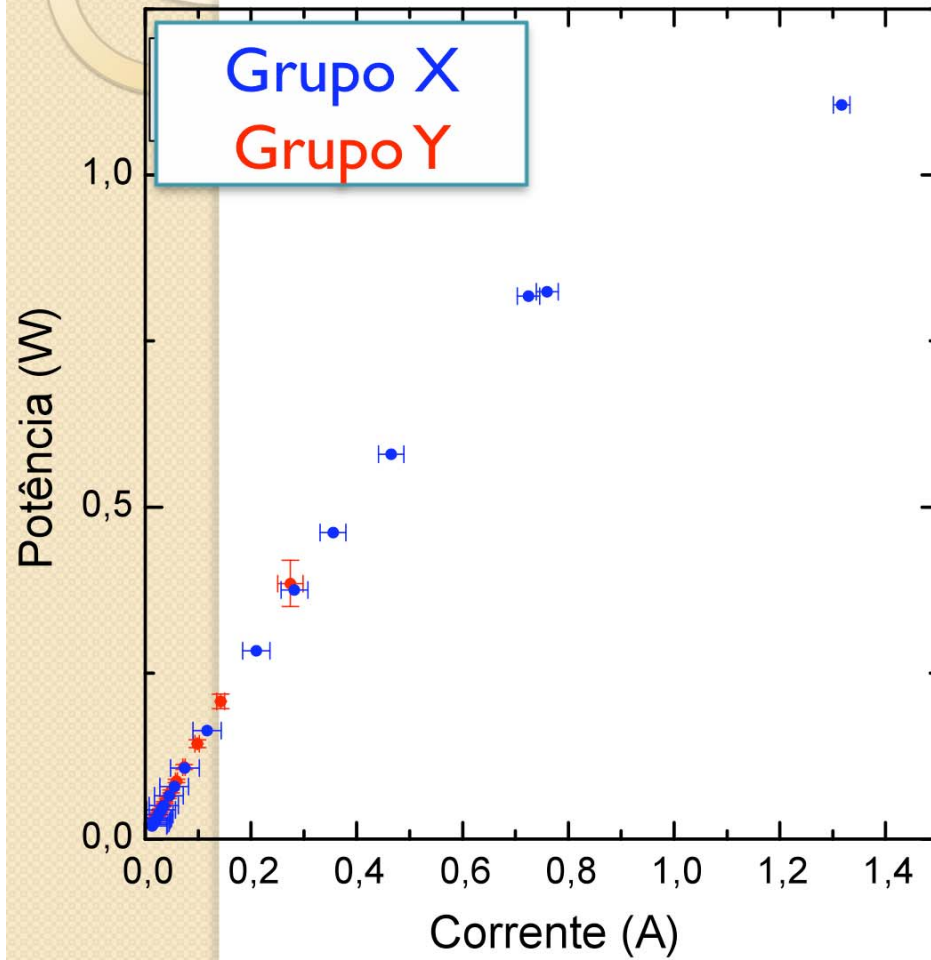


Figura 4

Comparação dos resultados

ε (V)	R (Ω)	P _{MAX} (W)
1,4885 \pm 0,0018	0,734 \pm 0,010	0,780 \pm 0,015
1,4239 \pm 0,0010	0,518 \pm 0,009	
1,460 \pm 0,004	5,90 \pm 0,47	
1,460 \pm 0,004	0,57 \pm 0,06	1,14 \pm 0,23
1,88 \pm 0,01	1,622 \pm 0,009	0,53
1,4496	0,5836	~0,9
1,4371	1,0056	0,52 \pm 0,07
1,4428 \pm 0,0029	0,3658 \pm 0,0061	1,31
1,4087 \pm 0,0013	2,71 \pm 0,03	0,183
1,5128 \pm 0,0020	0,3046 \pm 0,0067	~2,0

Comparação dos resultados. Incertezas em extrapolações



Um modelo para o diodo

- Um modelo simples consiste de diodo ideal

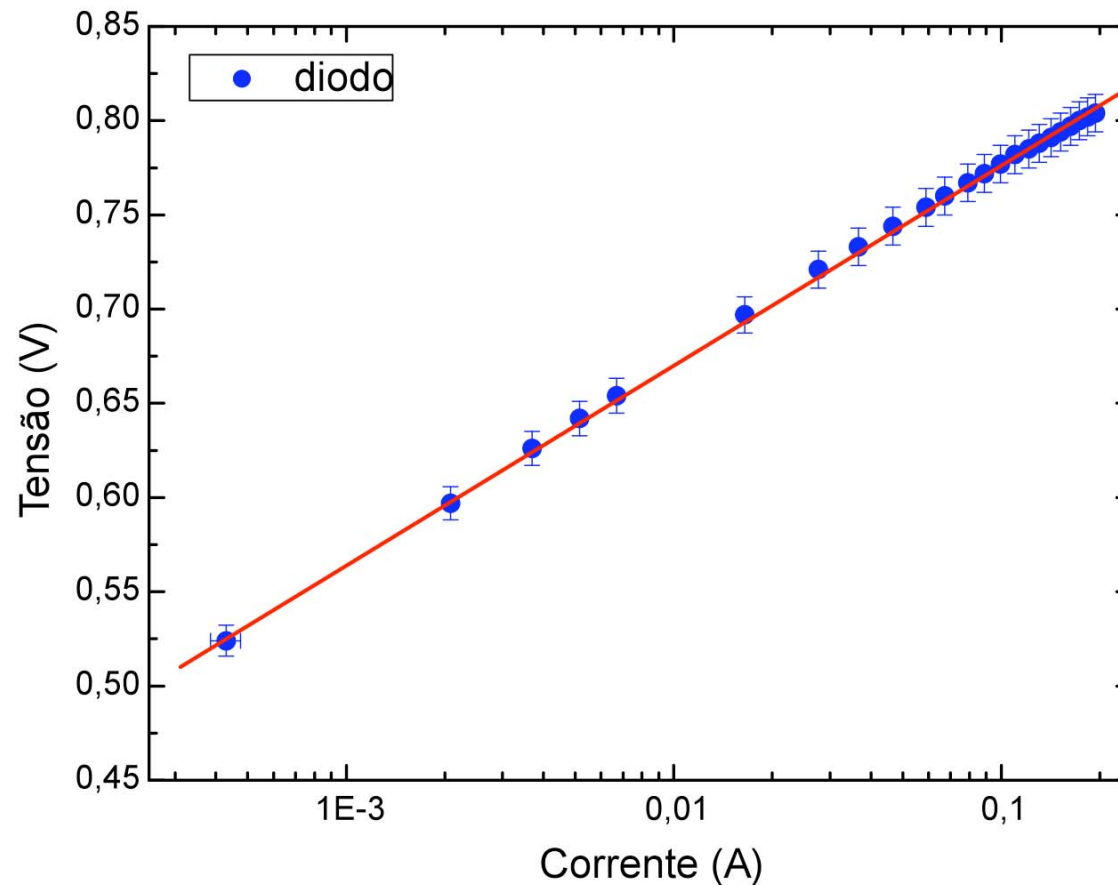
$$i = i_s e^{AV} + cte$$

- Neste modelo o principal mecanismo para geração de corrente é o campo elétrico e difusão térmica. Recombinação é considerada desprezível
- Se recombinação não é desprezível aparece outra exponencial (ver apostila ano passado). Isto é fácil de ser observado na curva característica do diodo

$$i = i_s e^{AV} + i_r e^{BV} + cte$$

Curva característica do diodo

- Uma só exponencial (note escala log). Neste caso o modelo simples se aplica

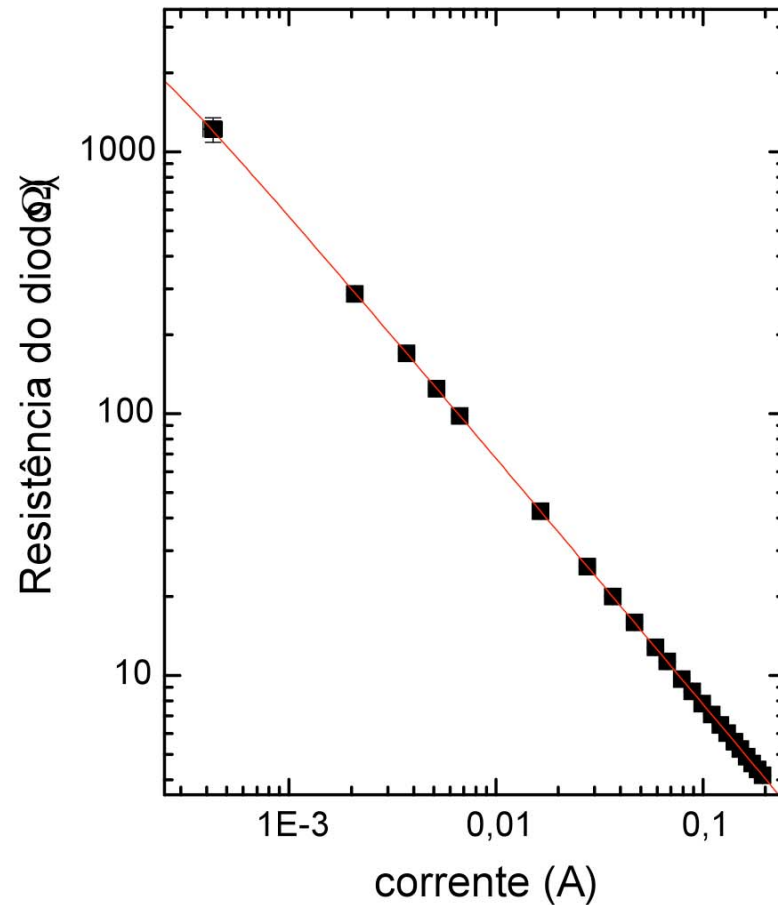


Qual a resistência do diodo?

- Usar o modelo para o diodo para o diodo

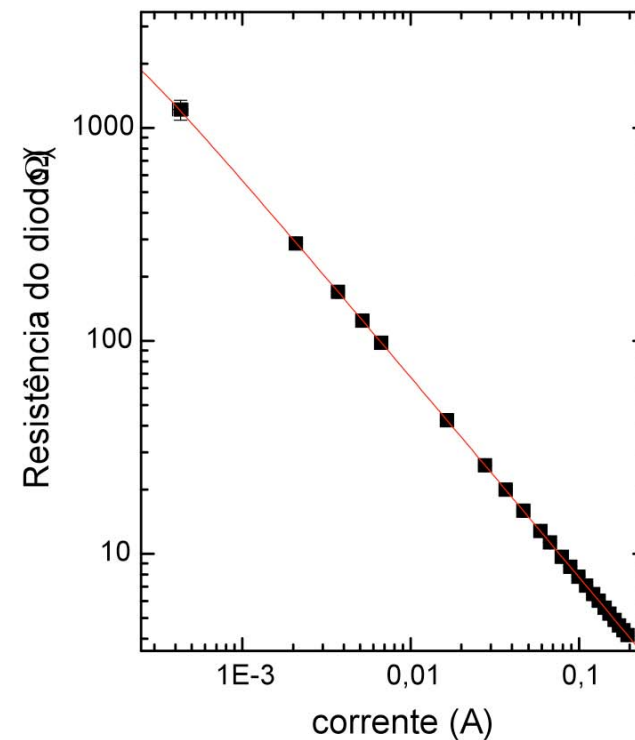
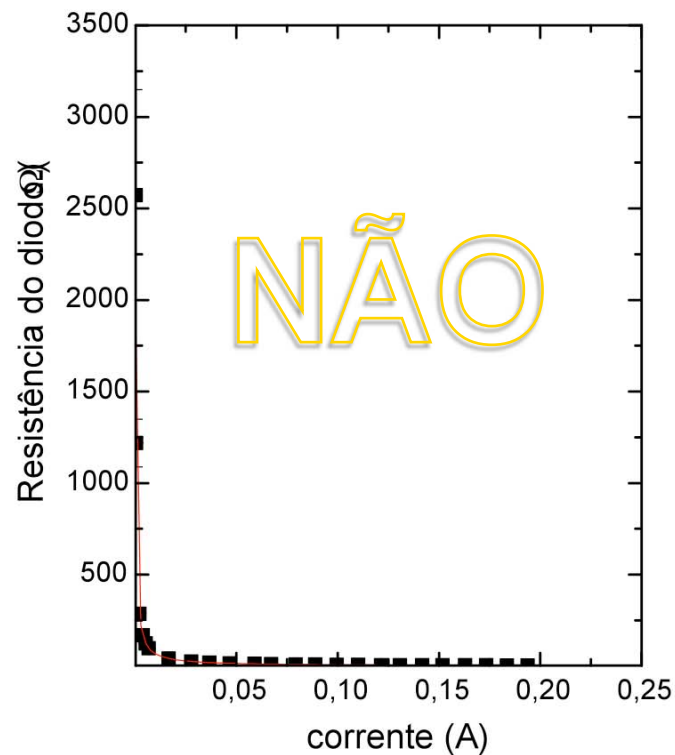
$$R = \frac{V}{i}$$
$$= \frac{V}{i_s e^{AV} + cte}$$

- A partir da curva característica obtida, adicionar a curva teórica



Notem a escala

- Um problema comum nos vários grupos é usar a escala milimetrada, que nem sempre é a mais indicada



Escala inadequada: um exemplo

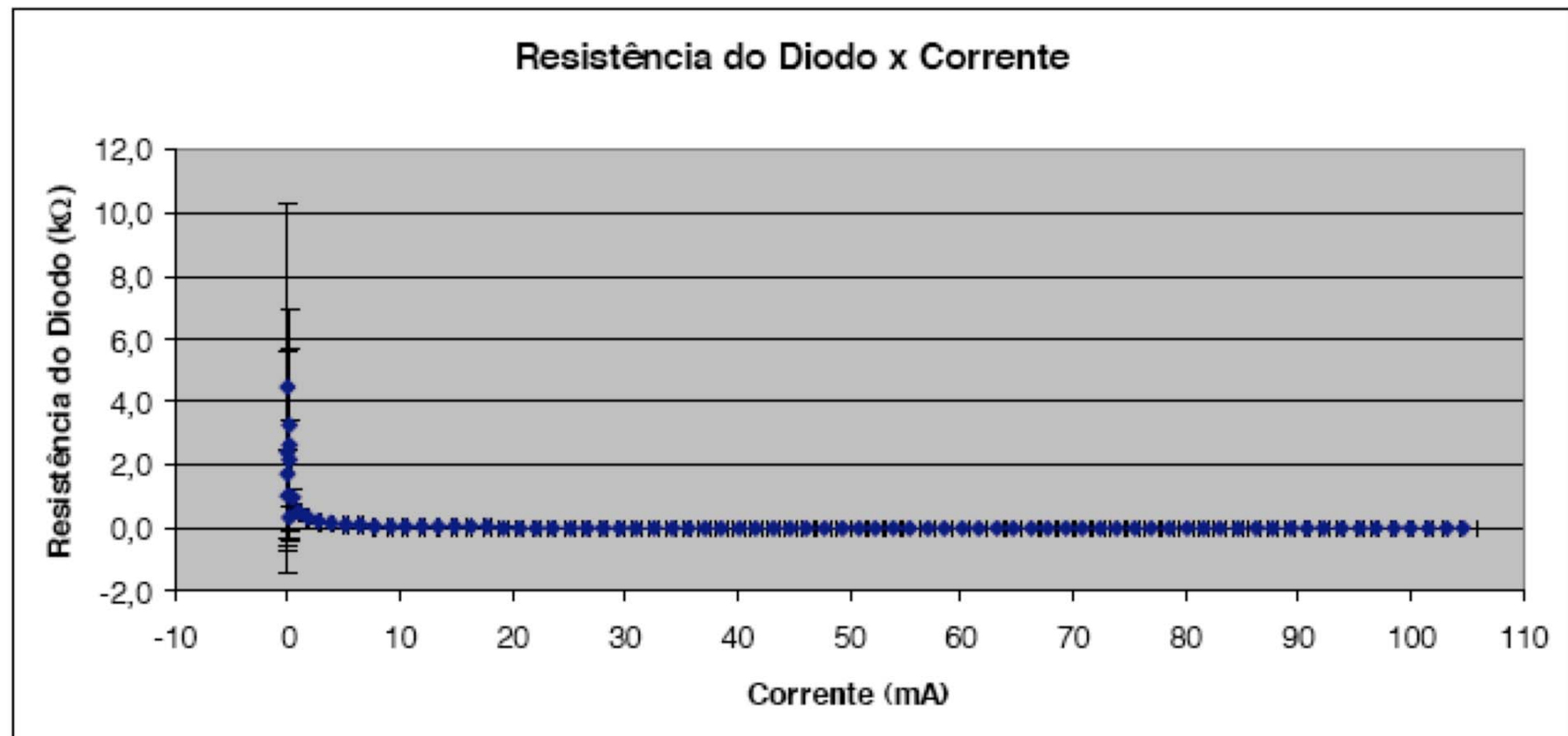
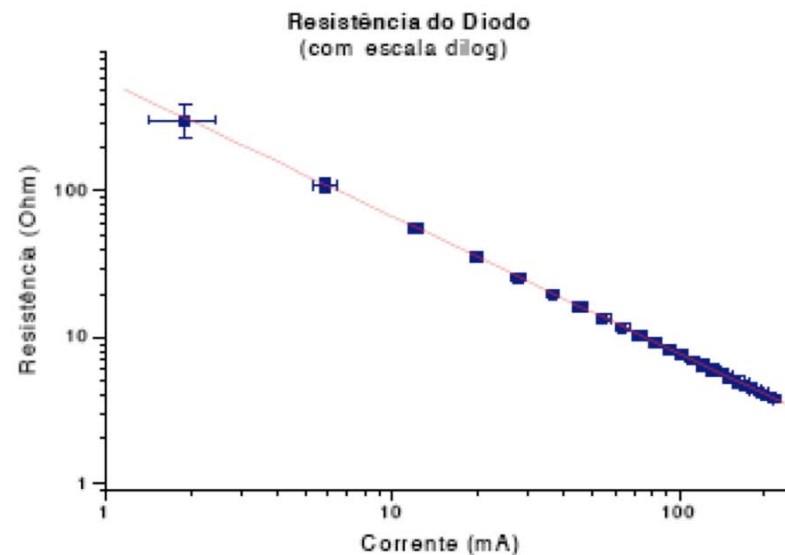
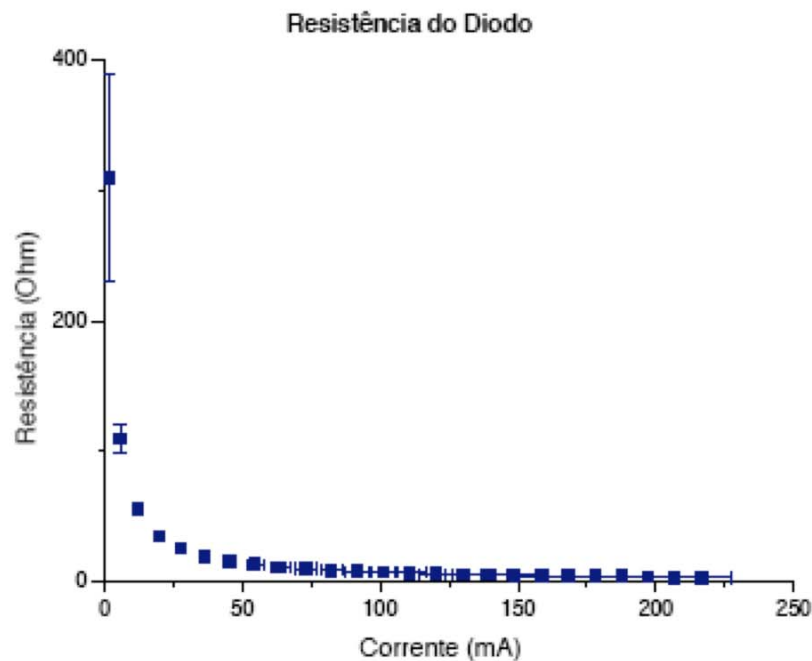
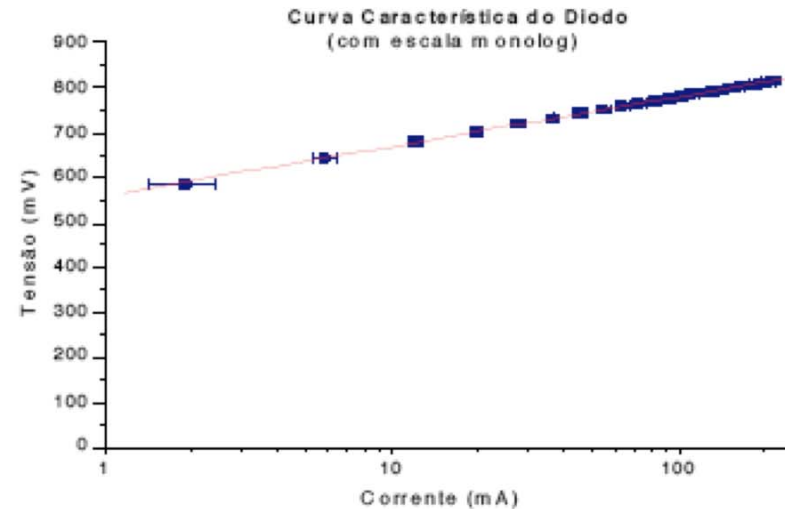
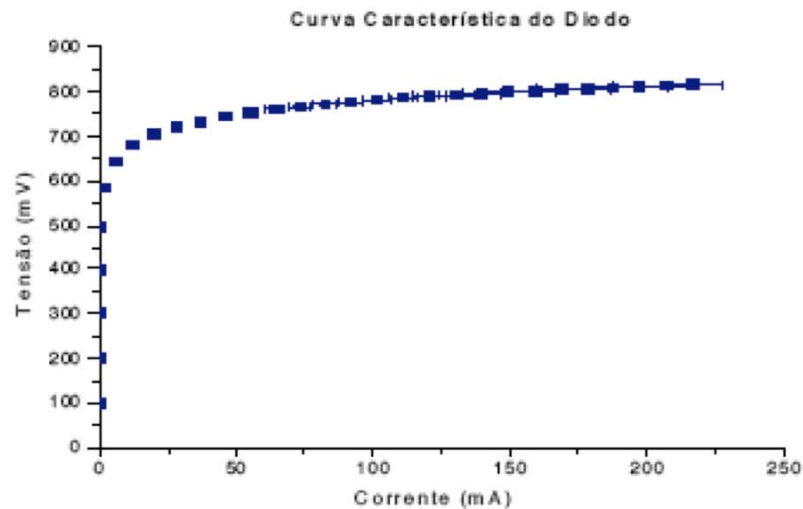
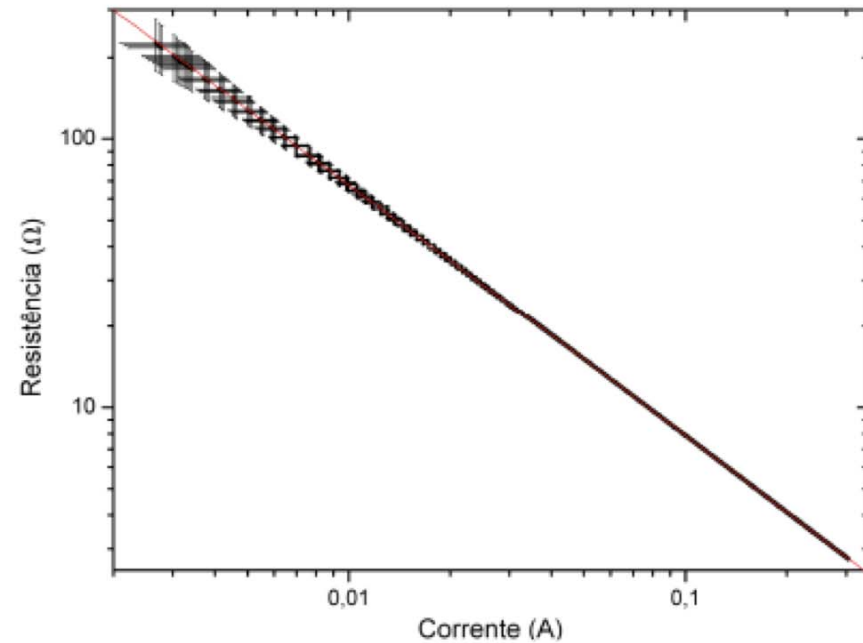
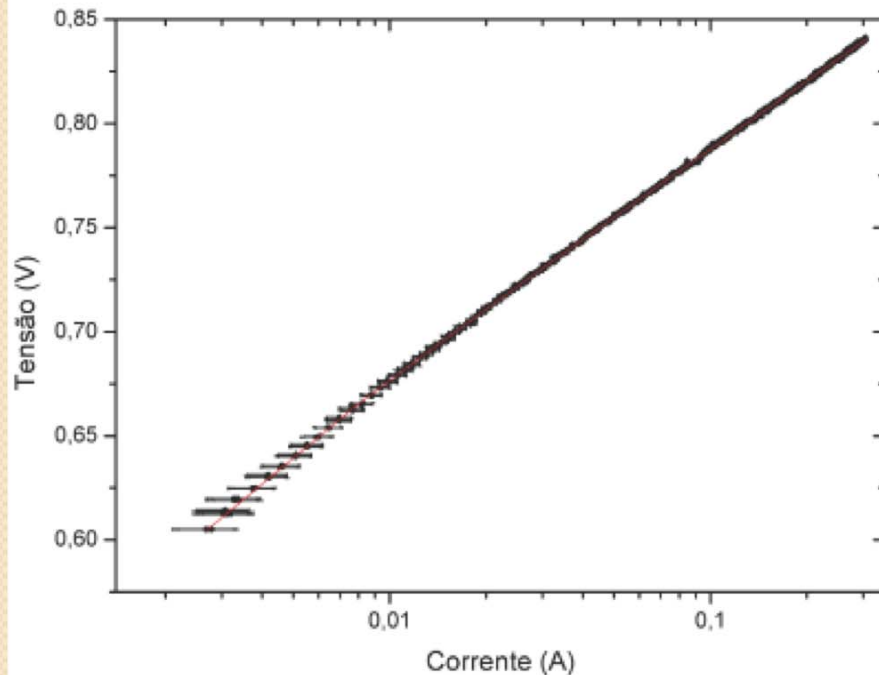


Gráfico 1: gráfico da resistência do diodo pela corrente

Representação dos dados



Curva característica e resistência



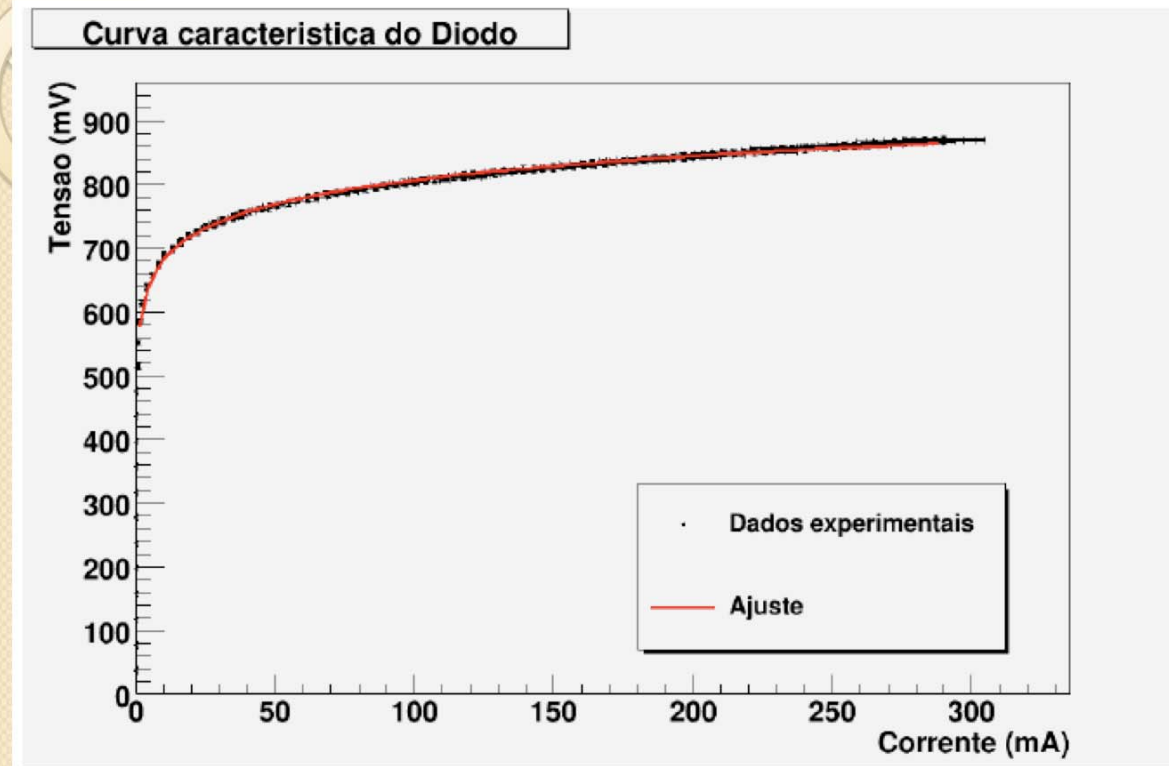
$$V(i) = \alpha \cdot \ln(\beta i + 1)$$

Coefficiente	Valor	Incerteza
α (V)	$4815,4 \cdot 10^{-5}$	$1,3 \cdot 10^{-5}$
β	$1262,3 \cdot 10^5$	$5,5 \cdot 10^5$

$$R(i) = \alpha/i \cdot \ln(\beta i + 1)$$

Coefficiente	Valor	Incerteza
α (V)	$4813,8 \cdot 10^{-5}$	$2,0 \cdot 10^{-5}$
β	$1262,3 \cdot 10^5$	$8,9 \cdot 10^5$

Curva característica e resistência



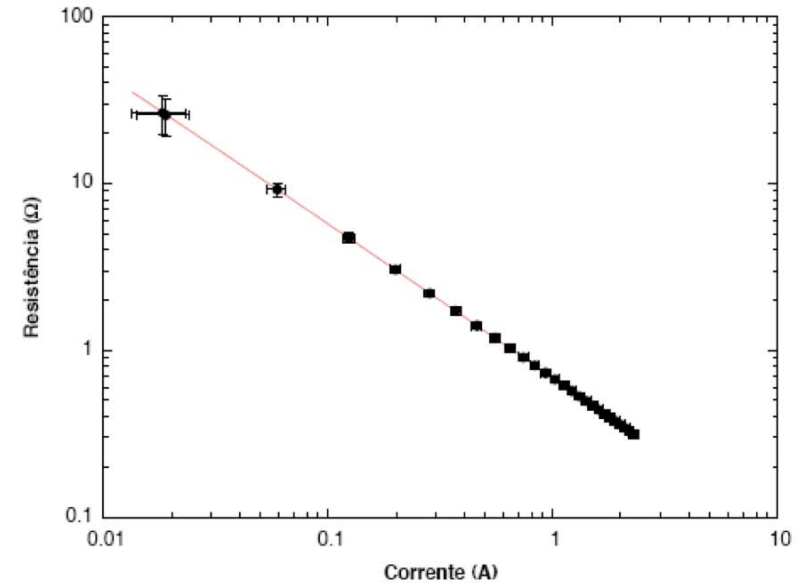
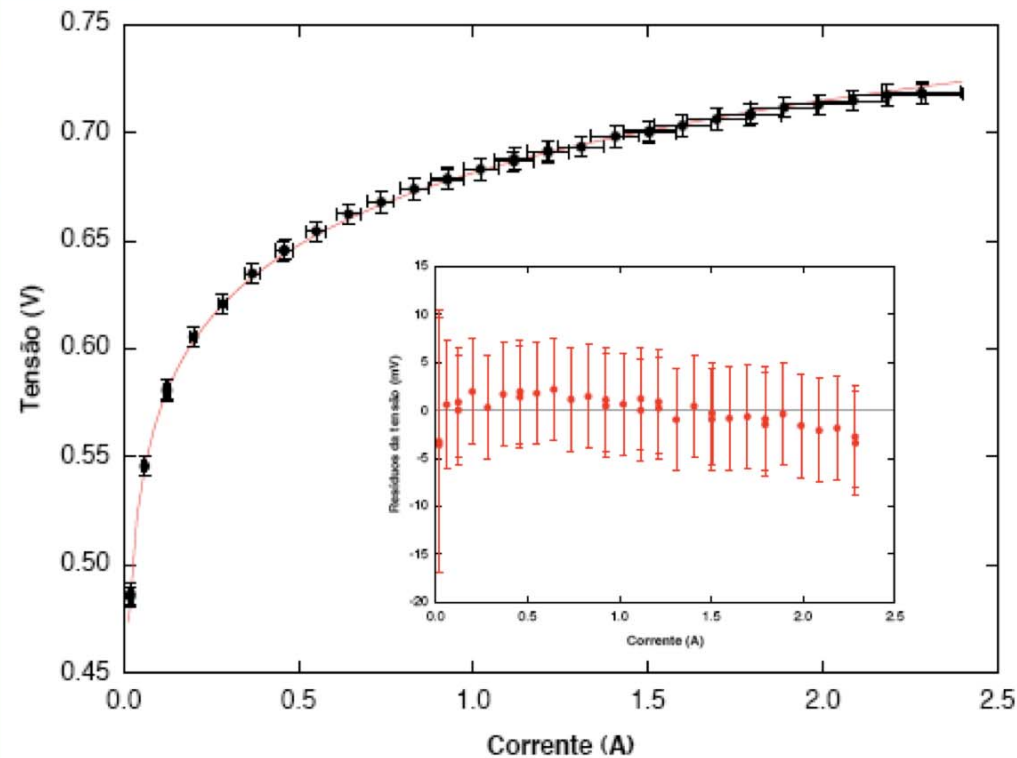
$$I = I_s \left(e^{\frac{Vq}{nkT}} - 1 \right)$$

considerando $I \gg I_s$, temos:

$$V = n \frac{kT}{q} \ln \left(\frac{I}{I_s} \right)$$

O ajuste nos forneceu valores de n e I_s , para n obtivemos o valor de $2,133 \pm 0,015$ e de I_s obtivemos o valor de $0,0448 \pm 0,0044$. Sabemos que a corrente de saturação depende da temperatura na junção PN, como a corrente era muito baixa, admitimos que a junção não aquecesse muito durante o processo e adotamos a temperatura ambiente de 27°C .

Curva característica e resistência



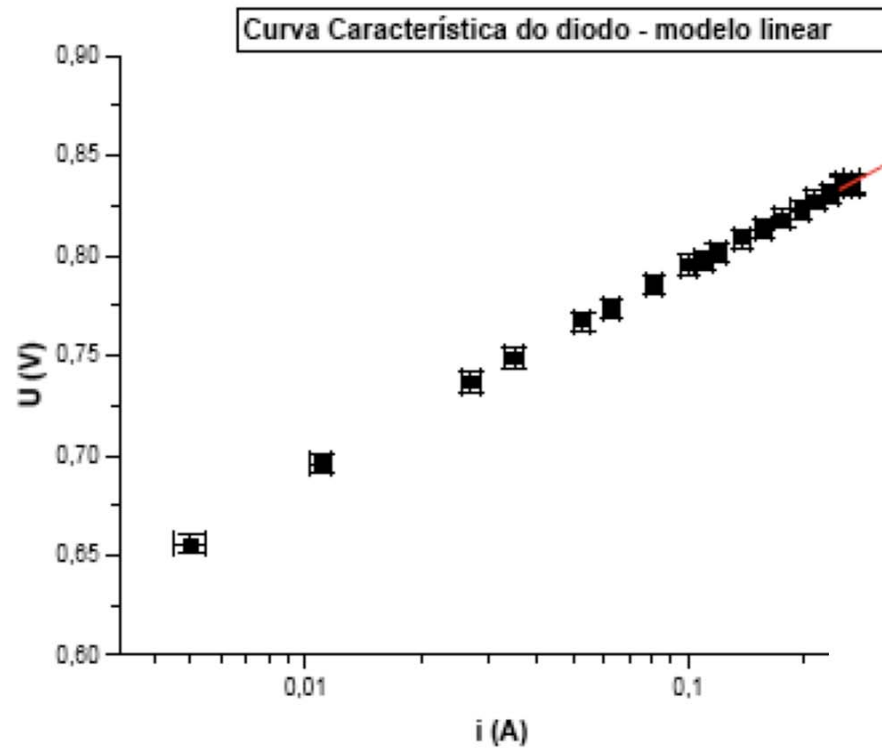
$$a = C = (48,21 \pm 0,26) \text{ mV}$$

$$1/b = i_s = (0,730 \pm 0,056) \mu\text{A}$$

$$i = i_s \left(e^{V/C} - 1 \right) \quad \text{ou} \quad V = C \ln \left(\frac{i}{i_s} + 1 \right),$$

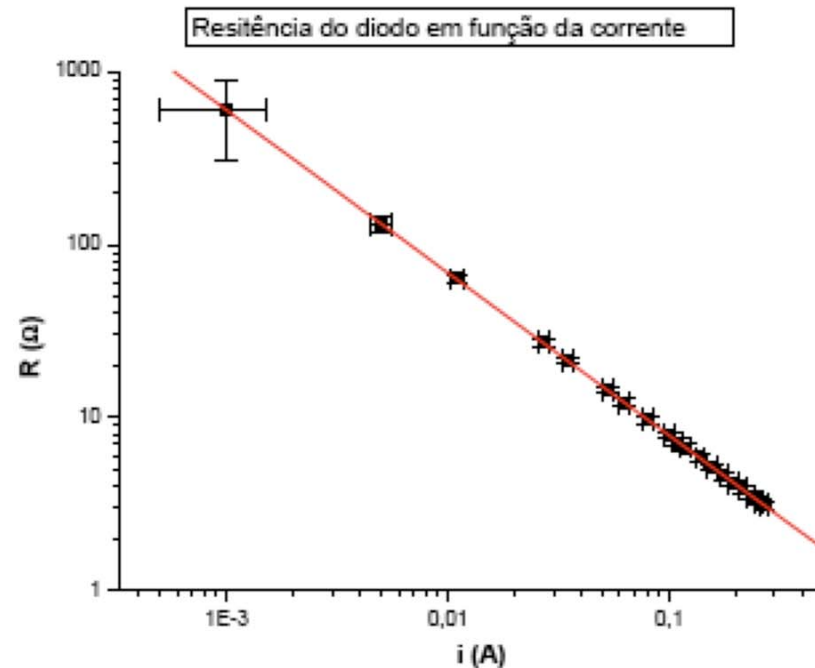
O ajuste pareceu razoável para os dados; mas, para correntes acima de 2 A, observa-se que os pontos começam a ficar abaixo da curva. Por isso, o gráfico de resíduos apresenta uma certa estrutura. Isso pode indicar que o comportamento ideal do diodo restringe-se a baixas correntes e que é necessária uma correção no modelo para correntes mais altas. Novamente notamos que as incertezas dos dados são muito maiores que a flutuação

Curva característica e resistência

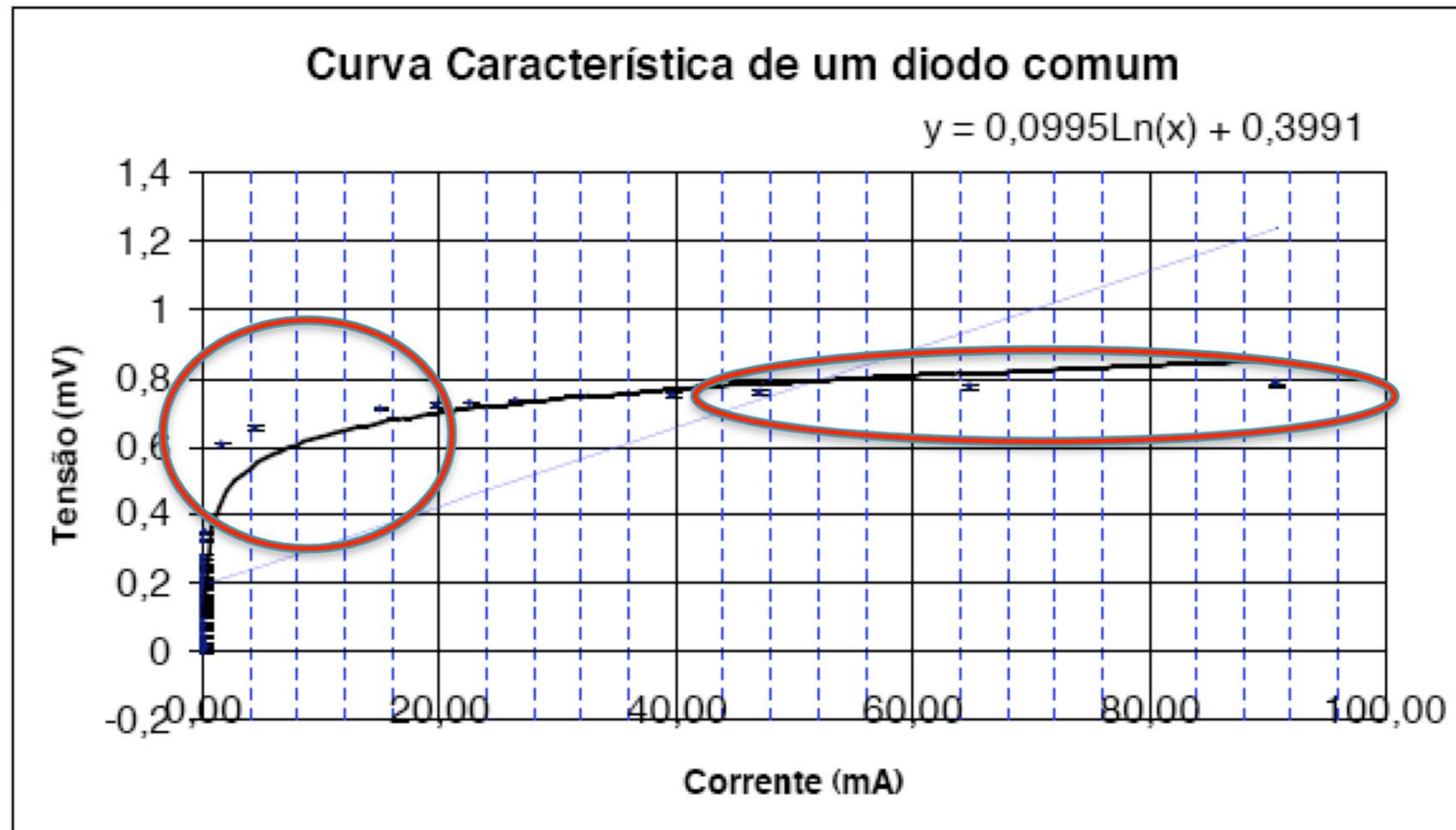


$$I_D = I_S \left(e^{\frac{v_D}{nV_T}} - 1 \right)$$

$$V_T = k \times T / q$$



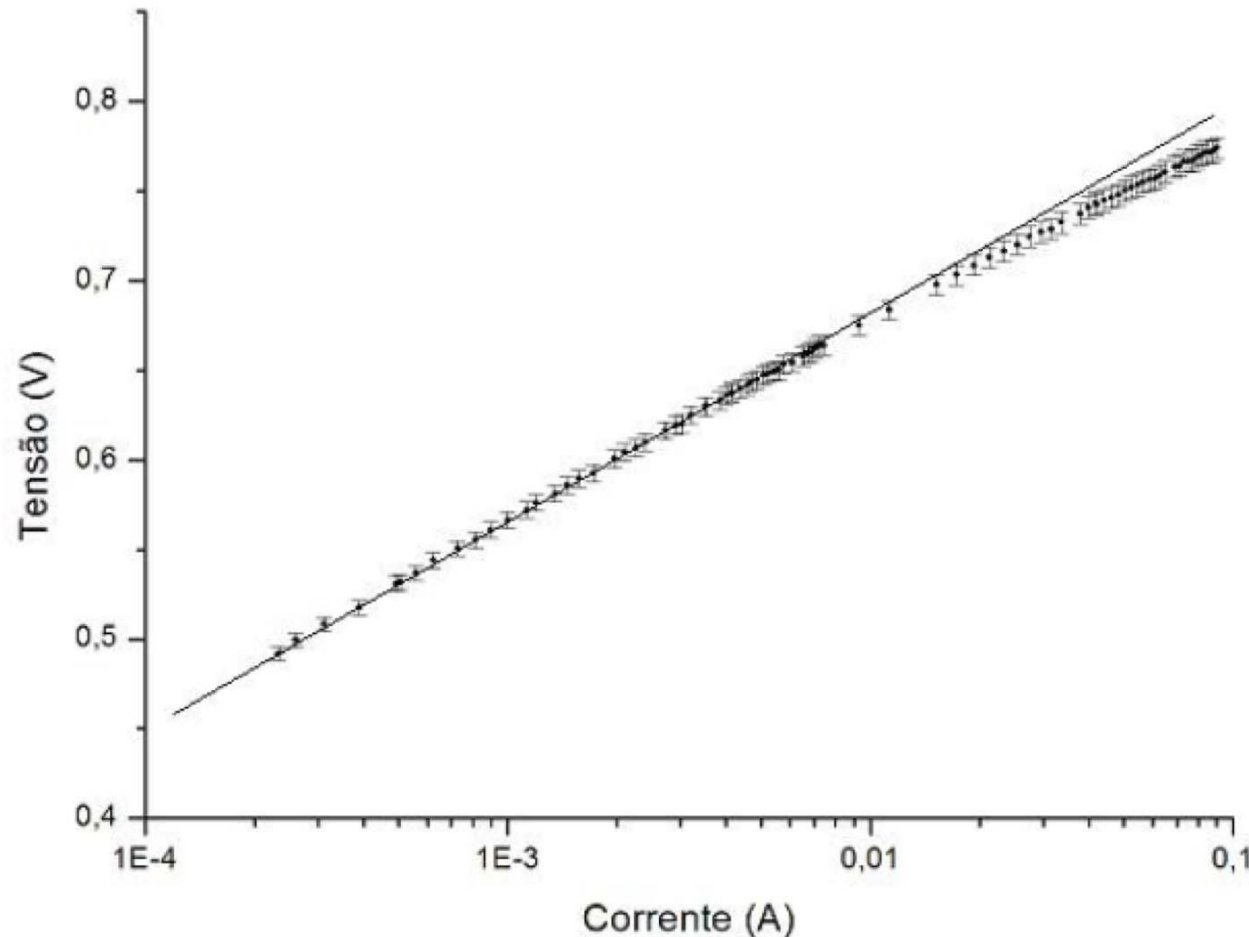
Curva característica e resistência



O gráfico obtido representa bem a curva característica esperada de acordo com a teoria.

Curva característica e resistência

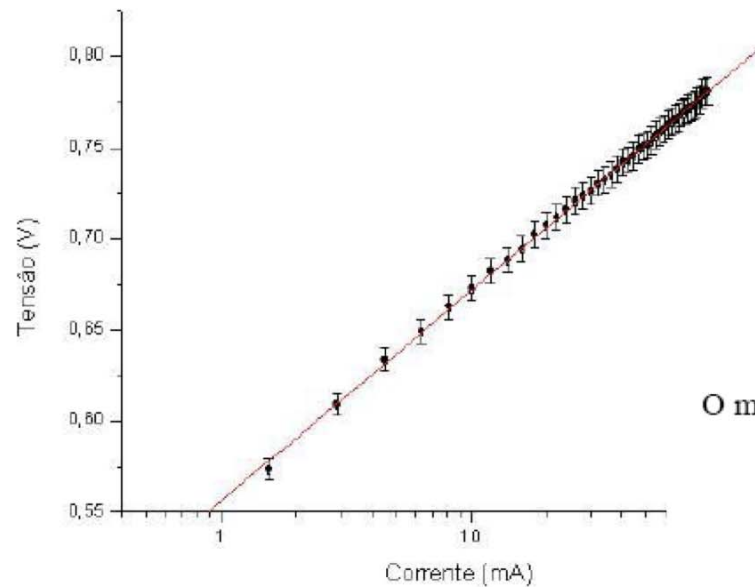
Corrente (A) x Tensão (V)



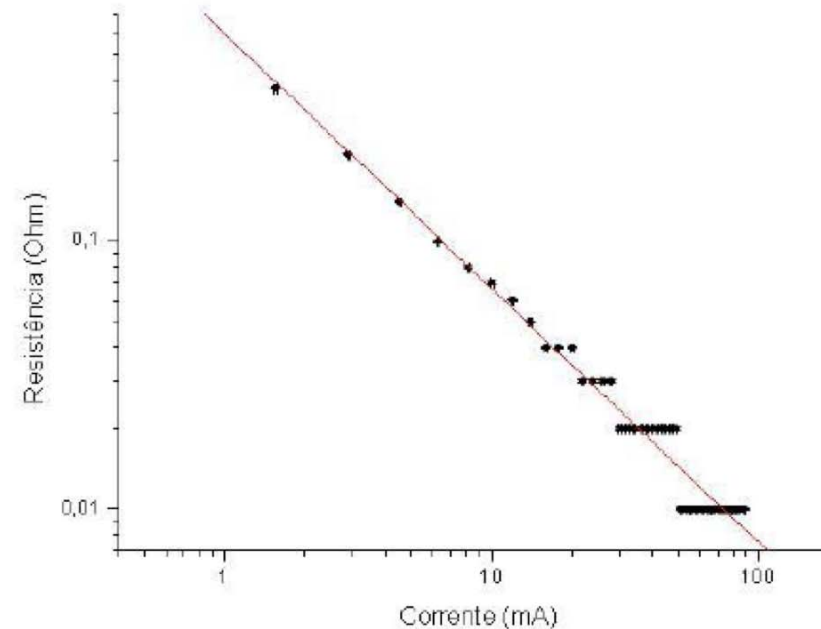
Analisando o Gráfico 4 acima podemos notar que, ao final dos pontos plotados, a curva desvia de uma reta. Procurando mais a fundo sobre a razão de tal acontecimento, encontramos a explicação de que a recombinação do campo elétrico e da difusão térmica para esse modelo não é desprezível, sendo assim acrescentado um outro termo à equação exponencial que o descreve.

Cuidado com consistência do modelo

Obtemos para o diodo um modelo consistente com o seguinte modelo teórico $\log V = A + B \cdot \log I$, onde $A = 0,5562 \pm 0,0006$ e $B = 0,1153 \pm 0,0004$. Neste caso uma só escala logarítmica se aplica (eixo x).



O modelo teórico de $R \times I$ é $R = A + B \cdot I$, onde $A = -0,22 \pm 0,03$ e $B = -0,94 \pm 0,02$.



Dados inconsistentes com modelo? Explique!

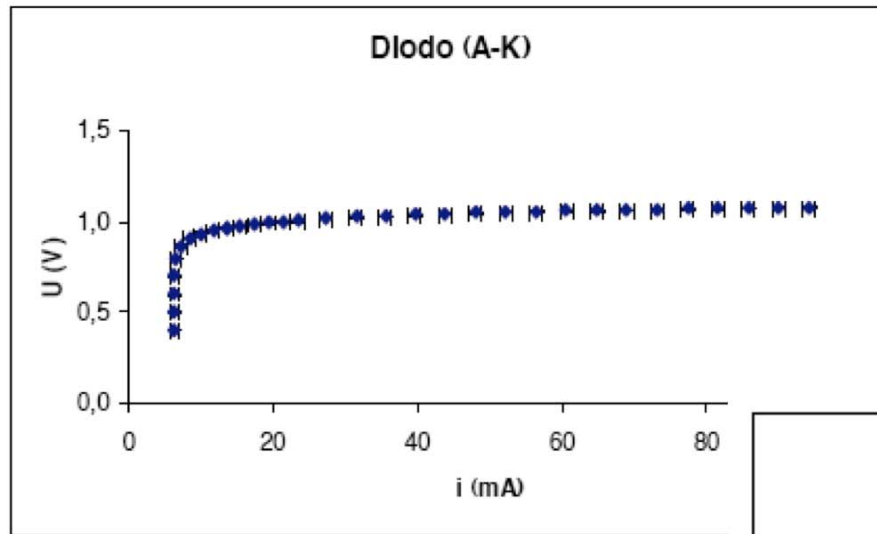


Figura 1

$$I = I_s \left(\exp\left(\frac{qV}{kT}\right) - 1 \right)$$

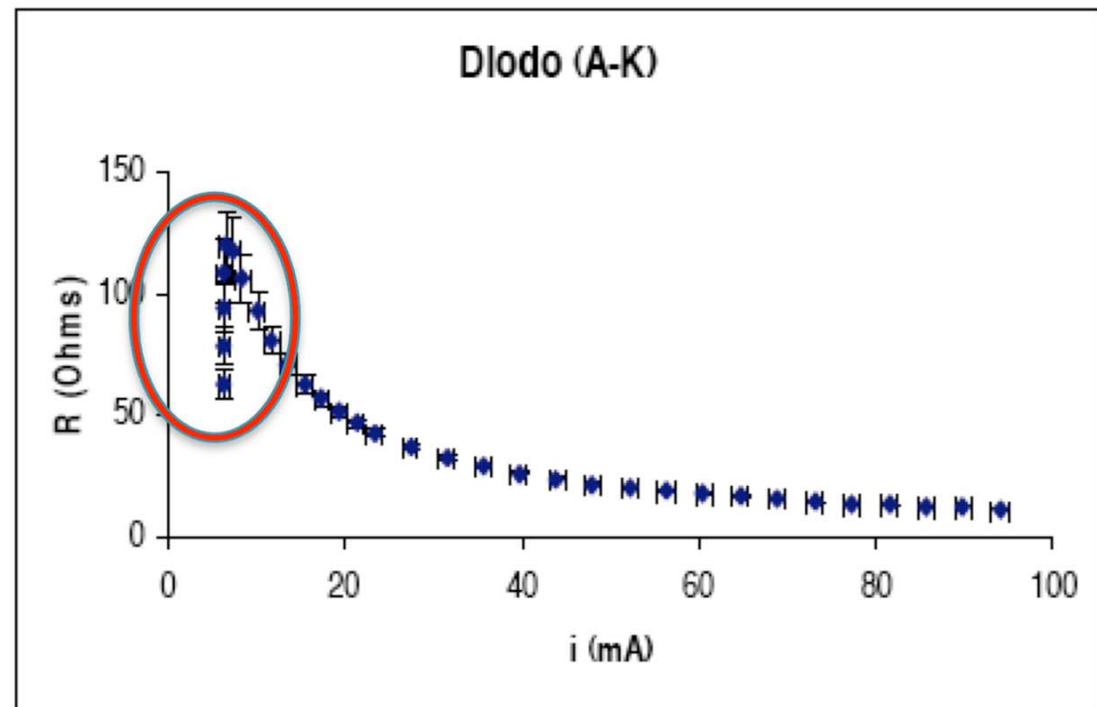


Figura 2

Atividades para a semana

- Laboratório livre para quem quiser refazer qualquer medida (ou todas)
 - Não será cobrada frequência esta semana
 - **Esta semana apenas:** reserva até uma hora de antecedência. Se não houver reserva o monitor não abrirá a sala
- Todos grupos podem re-entregar uma das sínteses para re-correção
 - Independente da necessidade de re-tomar dados
 - Chance de conseguir os 3A's em 4 sínteses.

Ralatório

- A ser entregue até o dia 15/9, segunda-feira
 - Impresso (pessoalmente ou no meu escaninho no Ed. Oscar Sala)
- Máximo 10 páginas
 - Sejam breves, usem referências, pensem nas figuras para evitar repetição de informações
 - Não precisa tabela de dados que vão em figuras. Isto é redundante.
- Foquem nos problemas físicos apresentados e análise de dados ao invés de discutir detalhes técnicos

Alguns lembretes...

- **Pensem na física**
 - **Discussão dos dois circuitos utilizados**
 - Qual situação é melhor para cada elemento estudado no experimento? Como eles afetam as medidas realizadas. O resistor ôhmico.
 - **Lâmpada**
 - Não esqueçam da discussão de potência e temperatura
 - **Diodo**
 - Pensem na comparação com o modelo e na resistência do diodo para tensões diretas
 - **Pilha**
 - Comparação com o modelo e pensem na discussão sobre potência e corrente máxima.