Física Experimental III

Notas de aula: www.if.usp.br/suaide

LabFlex: www.dfn.if.usp.br/curso/LabFlex

Aula 14

Prof. Alexandre Suaide
Ramal: 7072
Ed. Oscar Sala (Pelletron), sala 246

A01

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{\mu}{I}B} \Rightarrow \frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{\mu}{I}B}$$

$$\frac{\mu}{I} = \frac{4\pi^2}{T^2 B}$$

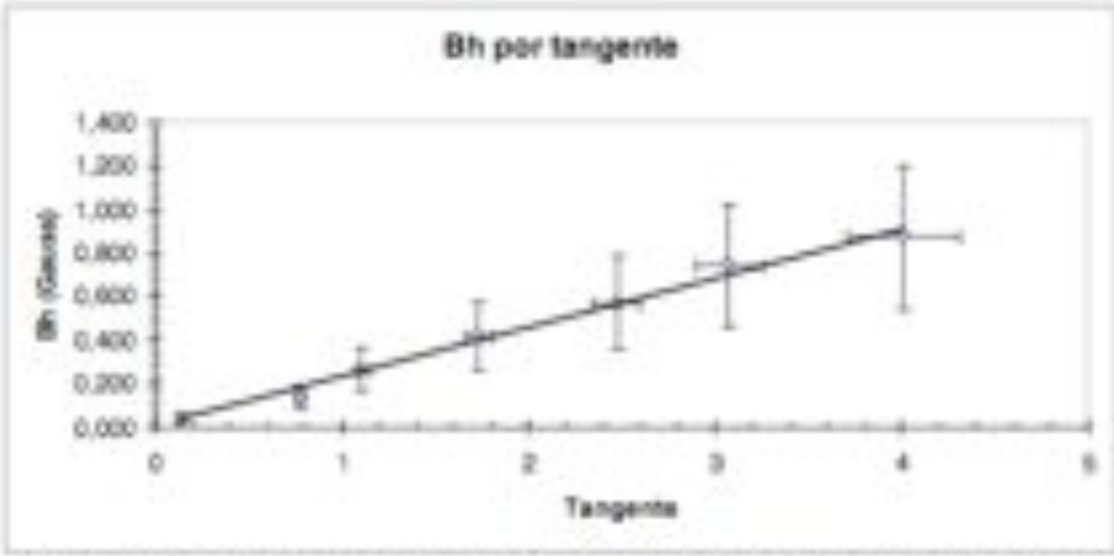


Gráfico do campo magnético gerado pela bobina de helmholtz em função da tangente do ângulo de deflexão da bússola.

Fazendo-se um ajuste linear no gráfico acima se obtiveram para o coeficiente angular o valor de 0,212 ± 0,040 Gauss e para o coeficiente linear o valor de 0,013 ± 0,021 Gauss, que é compatível com zero. O coeficiente angular dá o valor do campo magnético local da Terra.

Tempo de 10 osc. Ou 1?

Dentro do laboratório, fazendo-se o procedimento acima, mediram-se 10 valores para o período, cuja média e desvio padrão foram 1,799 ± 0,044 s. Baseando-se na formula para calcular μ/I, com o valor do Blocal dado pelo coeficiente angular do gráfico acima, obteve-se como valor 576 ± 111 A/g.

Rever contas

A02

Campo Terrestre 0,580 Gauss

Bússola dentro do laboratório

Periodo (s)
1,8
1,93
1,91
1,97
1,92
1,5
2,22
1,78
1,7
1,84
1,96
1,87

Média dos periodos (s)
1,87

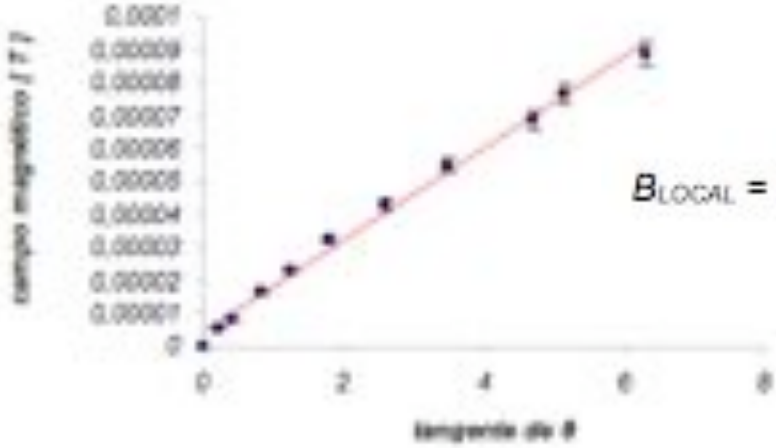
Incerteza da Média (s)
0,12

μI	Incerteza
408,89	52,08541976

Verificar contas do campo da Bobina de Helmholtz.

Conta não bate.

A03



$B_{LOCAL} = 0,151 \pm 0,0025$ gauss

Fig 1: Gráfico do campo magnético gerado pela bobina em função da tangente do ângulo de deflexão da agulha, ao variar-se a corrente que atravessa o circuito.

Com essa informação fizemos oscilar a agulha da bússola e medimos o seu período de oscilação, fizemos isso da seguinte maneira. Para colocá-la em movimento a posicionamos no centro da bobina de Helmholtz e ligamos e desligamos rapidamente a fonte, de forma a fazer passa uma pequena e breve corrente pelas espiras da bobina. Em seguida medimos o período de apenas uma oscilação, tomando o cuidado de começar a cronometrar apenas quando o ângulo de deflexão fosse algo em torno de 10°. Fizemos esse procedimento dez vezes, e obtivemos assim um valor médio para o período de oscilação. Com esse valor em mão obtivemos o valor da freqüência e pudemos então calcular o valor de μ/I, como sendo:

$$\mu/I = 589909,52 \pm 82926,10\ T^{-1} \cdot s^{-2}$$

Qual o período de oscilação?
Unidade é $T^{-1}s^{-2}$

A04

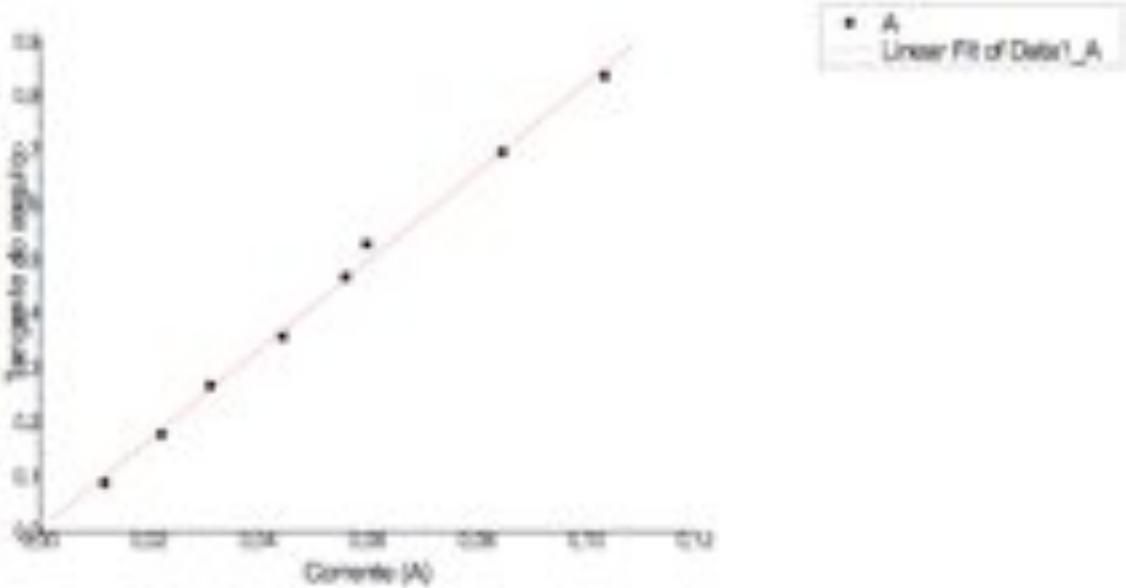


Gráfico da tangente do ângulo da agulha da bússola em função da corrente que bobina

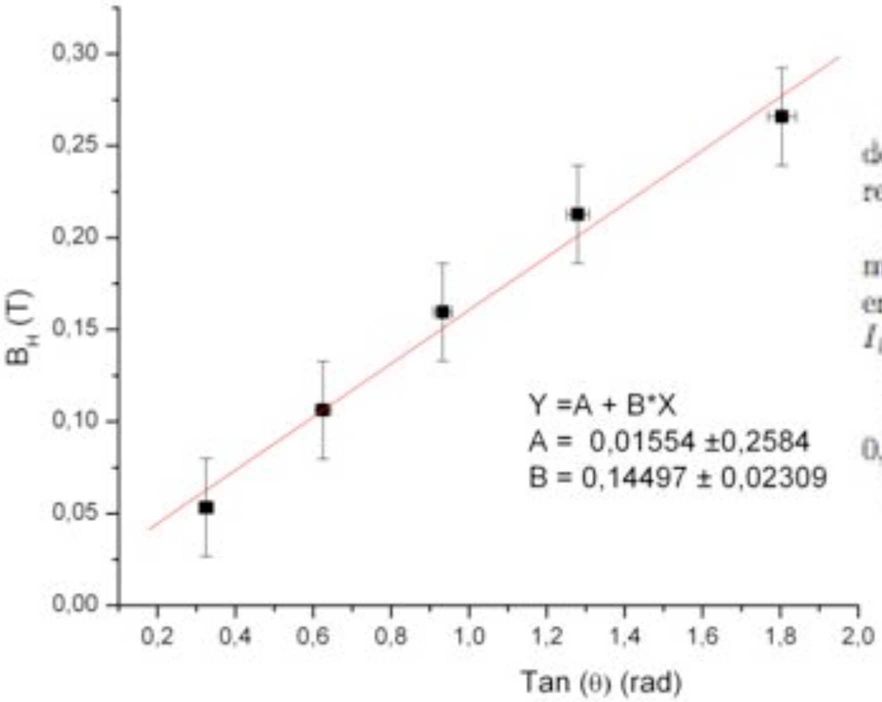
$$Y = A + B * X$$

Parâmetros	Valor	Erro
A	0,00395	0,01234
B	8,23287	0,20782

Período (s)	Média (s)	Erro (s)
1,88	1,832857143	0,068600866
1,84		
1,73		
1,90		
1,75		
1,97		
1,75		
1,78		
1,87		
1,81		
1,82		
1,84		
1,91		
1,81		

Tabela – dos períodos medidos na oscilação da bússola

A06



Depois, sabendo o campo local determinou-se através da medida do período de oscilação da agulha da bússola a razão $\frac{\mu}{I}$ que teve por resultado $\frac{\mu}{I} = 90,089 \pm 16,522$.

Aproximando-se o momento de inércia I da agulha da bússola pelo momento de inércia de uma barra delgada ($I = ML^2/12$) podemos encontar que o momento de inércia da agulha da bússola utilizada é $I_{Bússola} = (5,97 \pm 2,55)10^{-8}$.

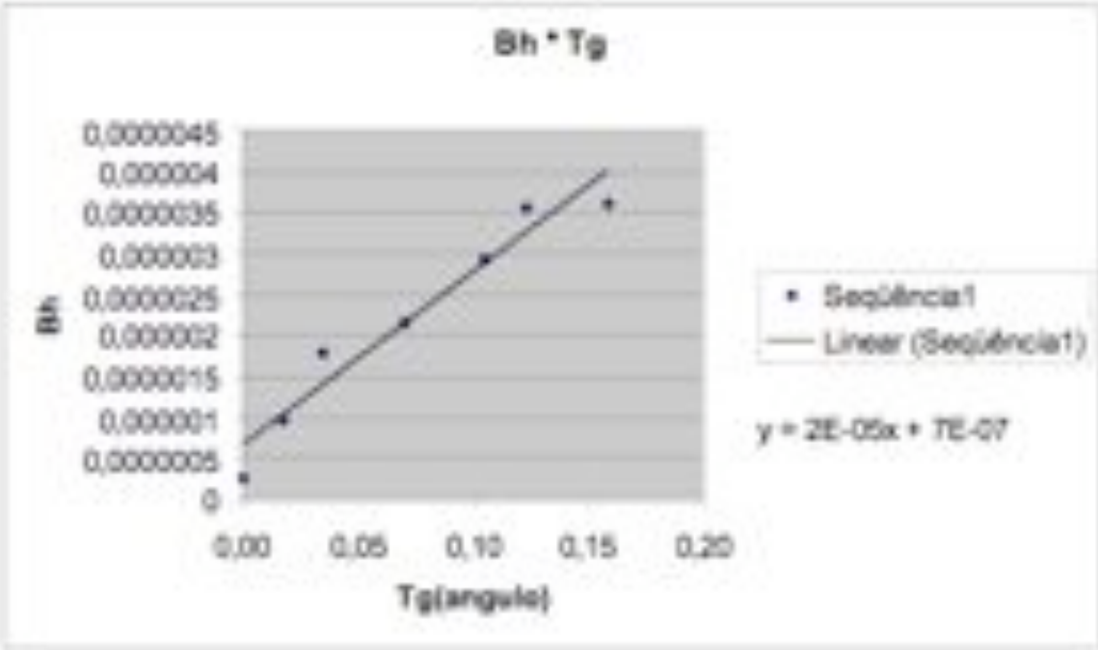
Então podemos concluir que o μ da bússola é $5,38.10^{-6}$.

A medida do campo elétrico em uma área livre forneceu o valor de $0,131 \pm 0,078T$.

Todos os valores citados estão em unidades do SI.

A07

METODO CRUZADO									
θ	Tgθ	er_tg	U(V)	er_U	r(Ω)	er_r	Io	er_I	Bh(T)
0	0,00	0,00	0,0050	0,00004	2	0,01	0,0025	0,5	2,57163E-07
1	0,02	0,02	0,0190	0,000152	2	0,01	0,0095	1,900000002	9,77215E-07
2	0,03	0,02	0,0350	0,00028	2	0,01	0,0175	3,500000001	1,80014E-06
4	0,07	0,02	0,0420	0,000336	2	0,01	0,021	4,200000001	2,16017E-06
6	0,11	0,02	0,0570	0,000456	2	0,01	0,0285	5,700000005	2,93166E-06
7	0,12	0,02	0,0690	0,000552	2	0,01	0,0345	6,900000006	3,54885E-06
9	0,16	0,02	0,0700	0,00056	2	0,01	0,035	7,000000006	3,60028E-06



A08

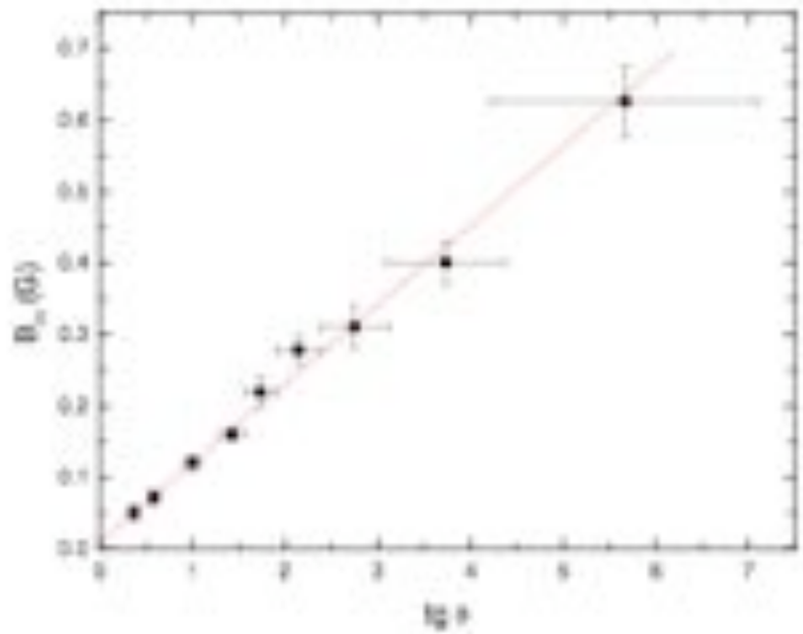


Figura 1: campo magnético devido a bobina de Helmholtz (B_H), em Gauss, como função da tangente do ângulo de deslocamento da agulha da bússola (tg θ), em relação a um eixo escolhido como origem, de tal forma que este eixo estivesse alinhado com o campo magnético local (B_{LOCAL}) quando $B_H = 0$.

<u>Ajuste de MMQ para a Figura 1.</u>

$B_H = B_{LOCAL} * \text{tg}\,\theta + A,\ A = 0.$

Parâmetro	Valor	Erro
A	0.00996	0.0077
B_{LOCAL}	0.11061	0.00558

Qual o período de oscilação
E como foi medido?

$\mu/I = 83{,}77 \pm 4{,}24.$

$B_{EXTERNO}\ (G) = 0{,}107 \pm 0{,}005.$

A09

Planilha2

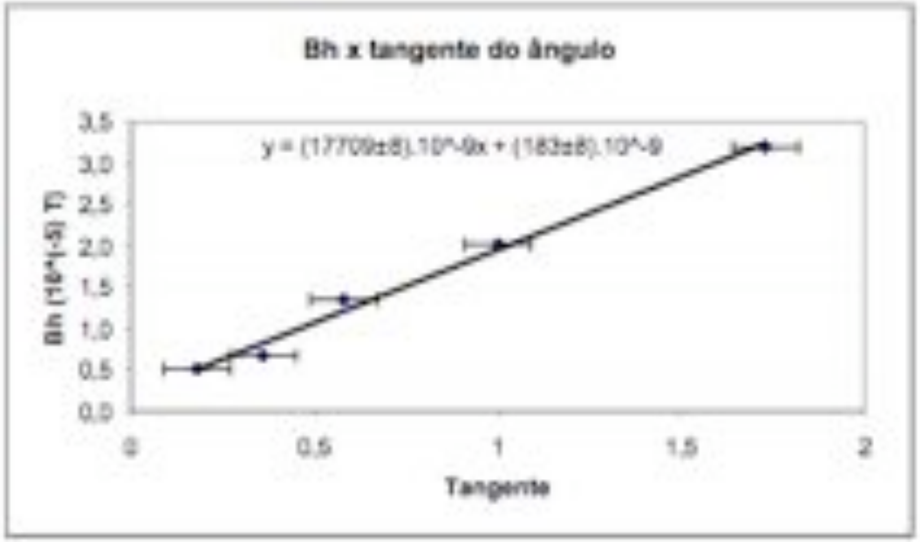
R=100 Ω
(incerteza ~5°)

Ângulo (°)	Tg	inctg	i(A)	incerteza de i	Bh(x10^(-5)T)	Blocal(x10^(-5)T)
60	1,73	0,09	0,189	0,00189	3,197	1,85
45	1	0,09	0,121	0,00121	2,019	2,02
30	0.58	0,09	0,079	0,00079	1,346	2,32
20	0.36	0,09	0,037	0,00037	0,673	1,86
10	0,18	0,09	0,031	0,00031	0,5049	2,78

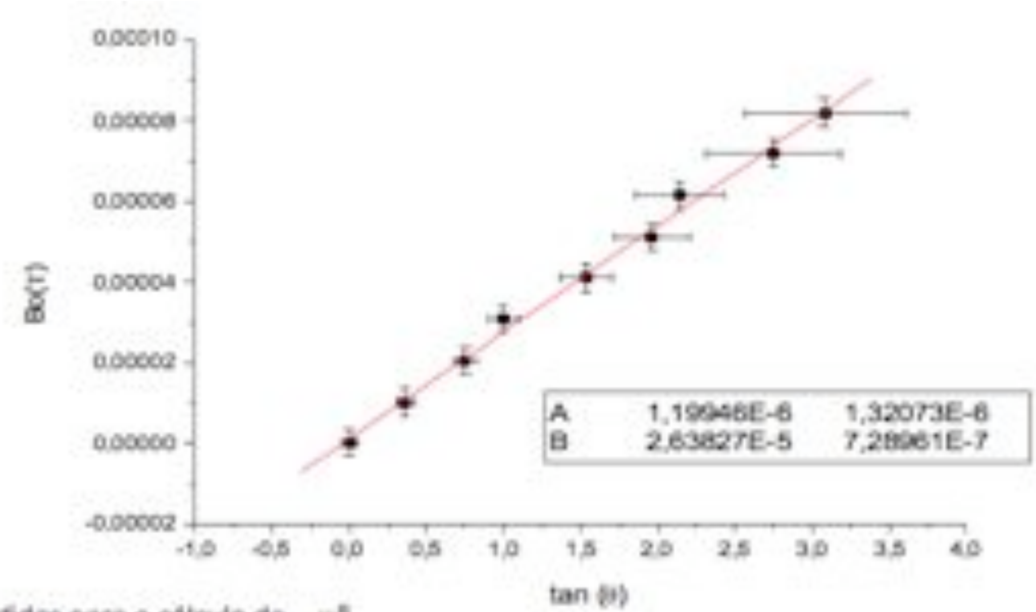
B=(8/5^1,5)μNi/R
μ/i=4π*ff/Bloc = **0,000102322**

N=28 espiras
permissividade=1,26x10^(-6)H/m

Frequência de oscilação=0,72 Voltas/segundo



A10



Medidas para o cálculo de μ/I

P(s)
1,99
1,96
1,87
1,9
1,92
1,9

Média P(s)	1,92±0,20
μ/I	404555±3383

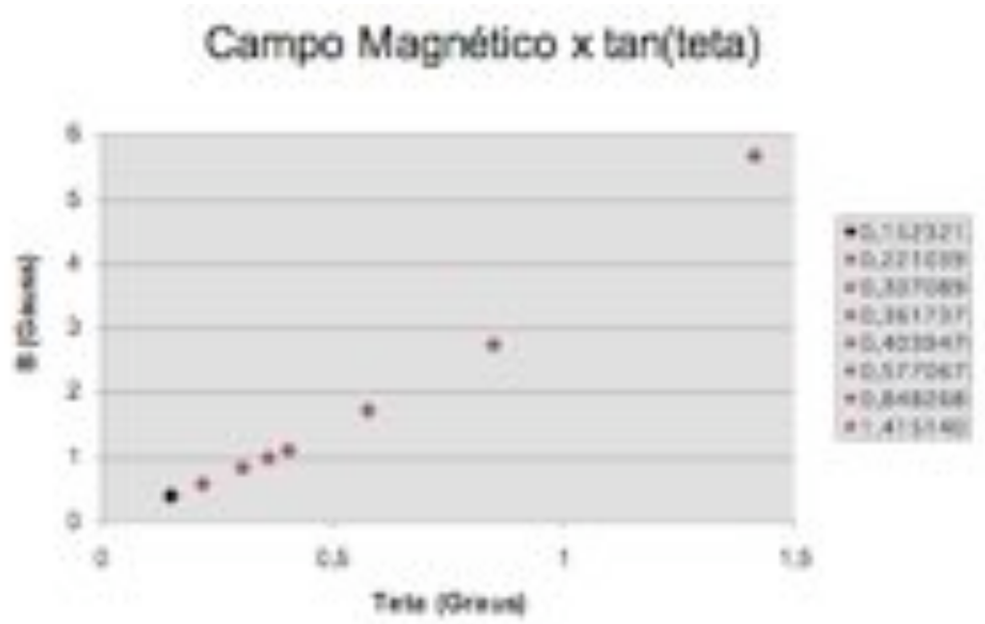
Medidas para o cálculo de B local externo

Periodo (s)
1,74
1,615
1,69
1,525
1,615
1,585
1,615
1,635
1,6
1,62

Média P(s)	1,62±0,17
Bo (T)	0,000037±0,000004

Obs.: Campo externo medido pelo IAG é da ordem de 0,000025 T

A11



Blocal médio	Incerteza
0,342841171	0,215845099

Para determinar a razão μ/I utilizou-se a seguinte equação:

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{\mu}{I}B} \Rightarrow \frac{1}{T^2} = \frac{1}{4\pi^2}\frac{\mu}{I}B \Rightarrow \frac{\mu}{I} = \frac{4\pi^2}{T^2 B}$$

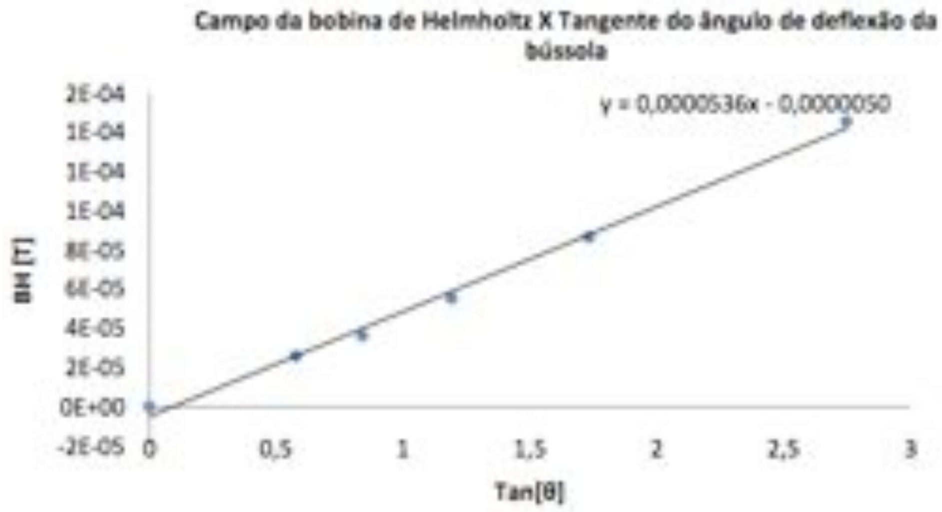
Fazendo B igual ao valor do campo magnético local médio na sala de aula (**0,342841171 Gauss**) acima e T o período médio de seis oscilações (abaixo). Tem-se:

T médio dentro	2,037777778
Incerteza	0,006195151

Tempo de 6 osc. Ou 1?

$$\frac{\mu}{I} = 27,74427287$$

A12



Cujo coeficiente angular nos dá exatamente o valor do campo magnético da Terra no laboratório, ou seja, $B_{Terra} = 0{,}54(\sigma)$Gauss.

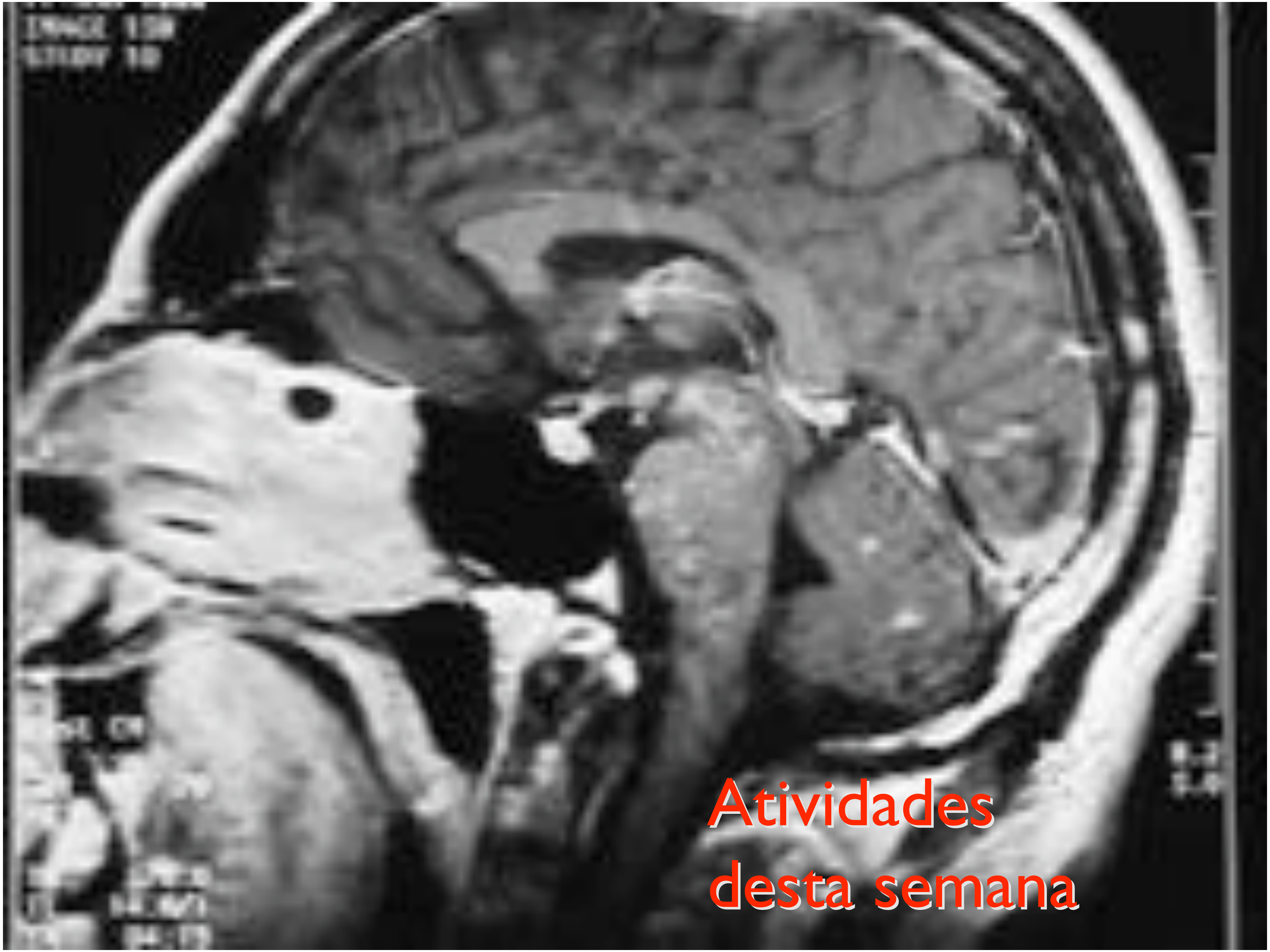
$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{\mu}{I}B_{Local}} \qquad [2]$$

onde B_{Local} foi determinado pela experiência anterior, determinamos μ/I

$$\frac{\mu}{I} = 171576\,\frac{T}{A.m.Kg}$$

Comparação dos resultados dos diversos grupos

Grupo	BLocal (Gauss)	u/I 1/(G s2)	Bfora (Gauss)
A01	0.212 + 0.040	576 + 111	0.298 + 0.059
A02	0.58	408 + 52	0.608
A03	0.151 + 0.002	58.9 + 8.3	0.210 + 0.043
A04	-	-	-
A05			
A06	0.145 + 0.023	90 + 16	0.131 + 0.078
A07	0.2	-	-
A08	0.110 + 0.005	83.7 + 4.2	0.107 + 0.005
A09	-	-	-
A10	0.263 + 0.007	40.4555	0.370 + 0.004
A11	0.342 + 0.015	27.74	0.379
A12	0.54	17.1576	0.59 + 0.06



Atividades desta semana

Objetivos da semana

- Entender e estudar o fenômeno de ressonância magnética em uma bússola comum
  - O que é ressonância
  - Caracterizando o fenômeno experimentalmente
  - Determinar as características da bússola e como estas características influenciam a ressonância

Recordando sobre momento magnético

- Torque sobre uma espira:

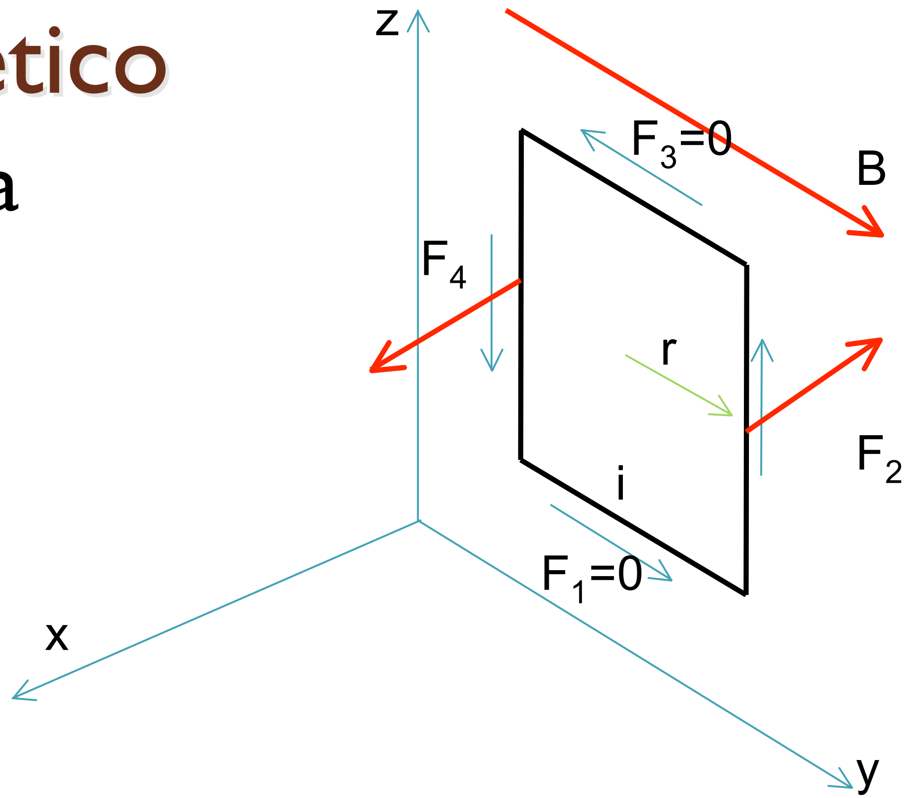
$$\vec{\tau} = iBL^2\hat{z}$$

- Podemos definir

$$\vec{\mu} = iL^2\hat{x}$$

- De tal forma que:

$$\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}$$



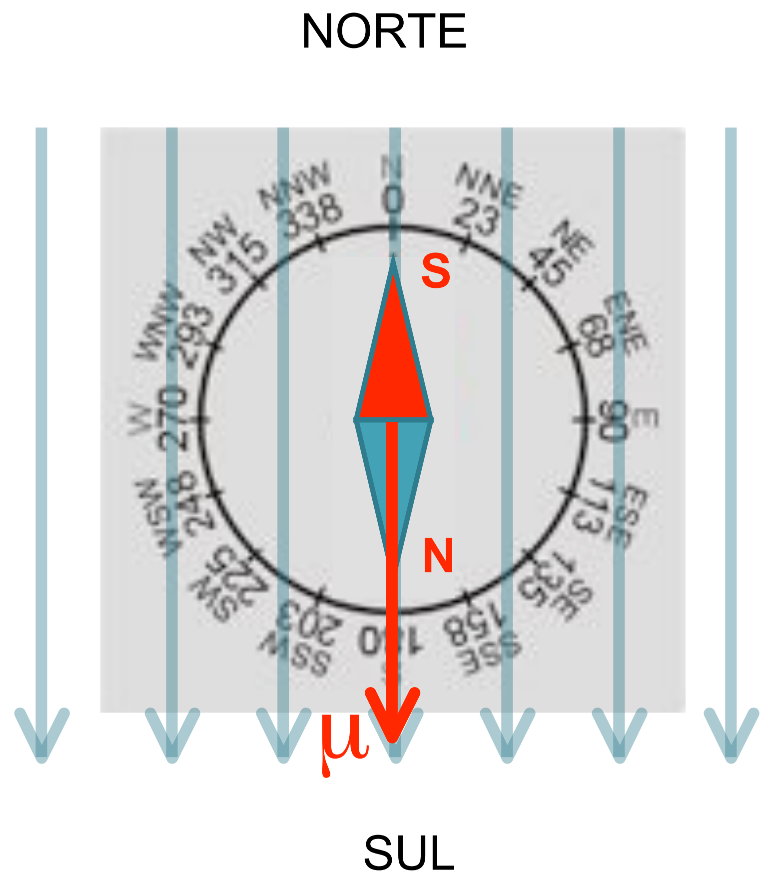
Bússola

- Na presença de um campo magnético surge um torque na bússola

$$\tau = -\mu B \sin(\theta)$$

- Se θ for suficientemente pequeno podemos fazer sin(θ)~θ, ou seja:

$$I\frac{d^2}{dt}\theta + \mu B\theta = 0$$



Solução da equação de movimento

- A solução da equação diferencial é

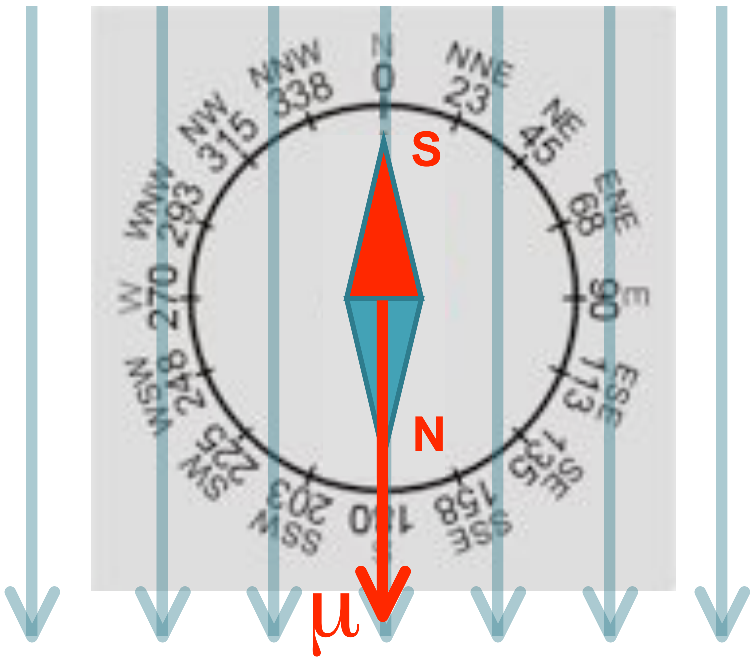
Note que estou usando ω_0 para freqüência

$$\theta = \theta_0 \sin(\omega_0 t)$$

- Com:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{\mu}{I} B}$$

NORTE



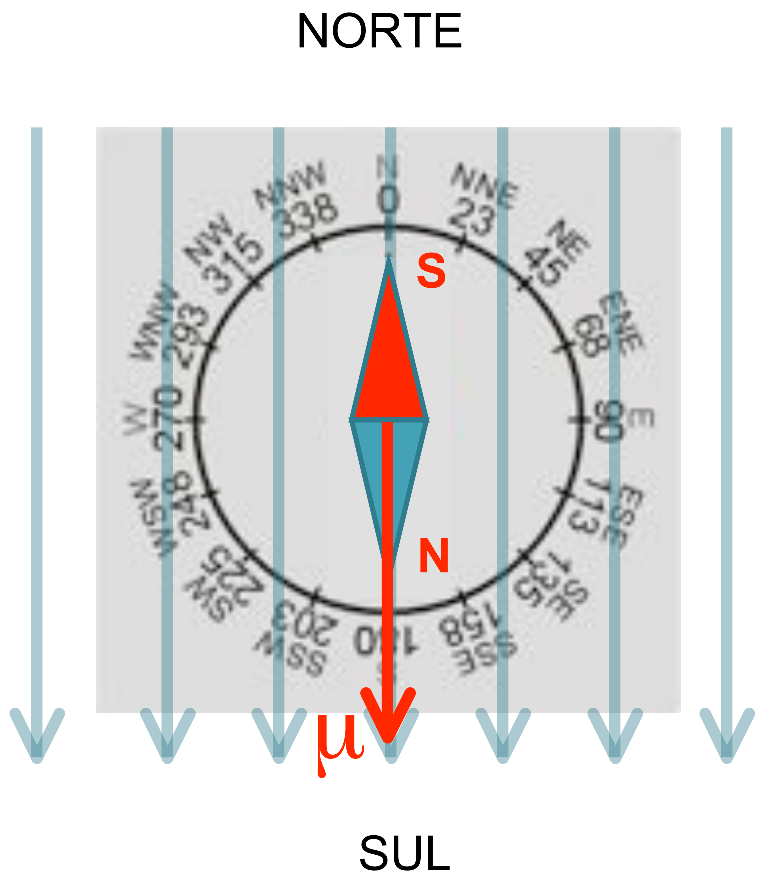
SUL

Outros efeitos

- Importante: A solução

$$\theta = \theta_0 \sin(\omega_0 t)$$

- Implica que a bússola oscila infinitamente.
  - Isto é verdade?
- Deve haver um termo dissipativo.
  - Como incluir efeitos dissipativos?

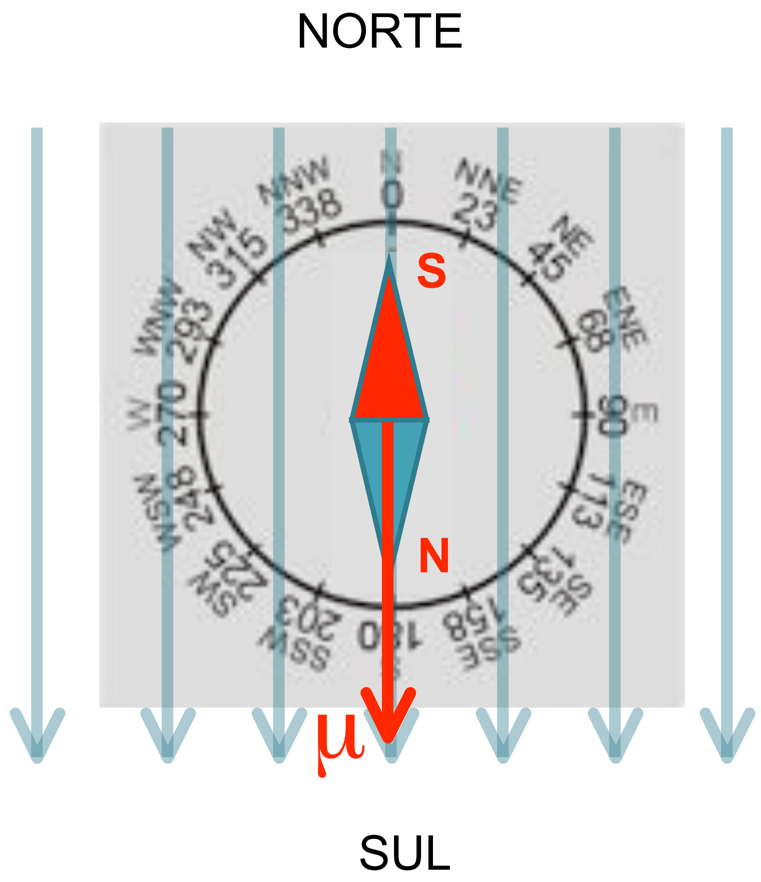


Outros efeitos: atrito

- Existe atrito na bussola que faz com que o movimento seja amortecido
  - Atrito com o ar
  - Atrito da agulha com o pino de suporte

- Se o coeficiente de atrito for pequeno podemos escrever que o torque é proporcional à velocidade angular

$$\tau_{atrito} = -\gamma \frac{d}{dt}\theta$$



Equação de movimento da bússola com atrito

- Considerando atrito

$$I\frac{d^2}{dt}\theta + \gamma\frac{d}{dt}\theta + \mu B\theta = 0$$

- A solução genérica da equação acima é:

$$\theta(t) = \theta_0 e^{(a+\omega i)t}$$

- Quem são a e ω?

Equação de movimento da bússola com atrito

- Vamos calcular $d\theta/dt$:

$$\frac{d}{dt}\theta = \frac{d}{dt}\theta_0 e^{(a+\omega i)t} = (a+\omega i)\theta_0 e^{(a+\omega i)t} = (a+\omega i)\theta$$

- Da mesma forma para e $d^2\theta/dt^2$:

$$\frac{d^2}{dt^2}\theta = (a+\omega i)^2\theta$$

Equação de movimento da bússola com atrito

- Assim, a equação diferencial:

$$I\frac{d^2}{dt}\theta+\gamma\frac{d}{dt}\theta+\mu B\theta=0$$

- Pode ser reescrita como:

$$I(a+\omega i)^2\cancel{\theta}+\gamma(a+\omega i)\cancel{\theta}+\mu B\cancel{\theta}=0$$

- Ou seja:

$$I(a+\omega i)^2+\gamma(a+\omega i)+\mu B=0$$

Equação de movimento da bússola com atrito

- Resolvendo a equação:

$$I(a+\omega i)^2+\gamma(a+\omega i)+\mu B=0$$

- Para o termo real e imaginário, chegamos ao resultado:

$$a=-\frac{\gamma}{2I} \qquad \omega^2=\frac{\mu}{I}B-\frac{\gamma^2}{4I^2}=\omega_0^2-a^2$$

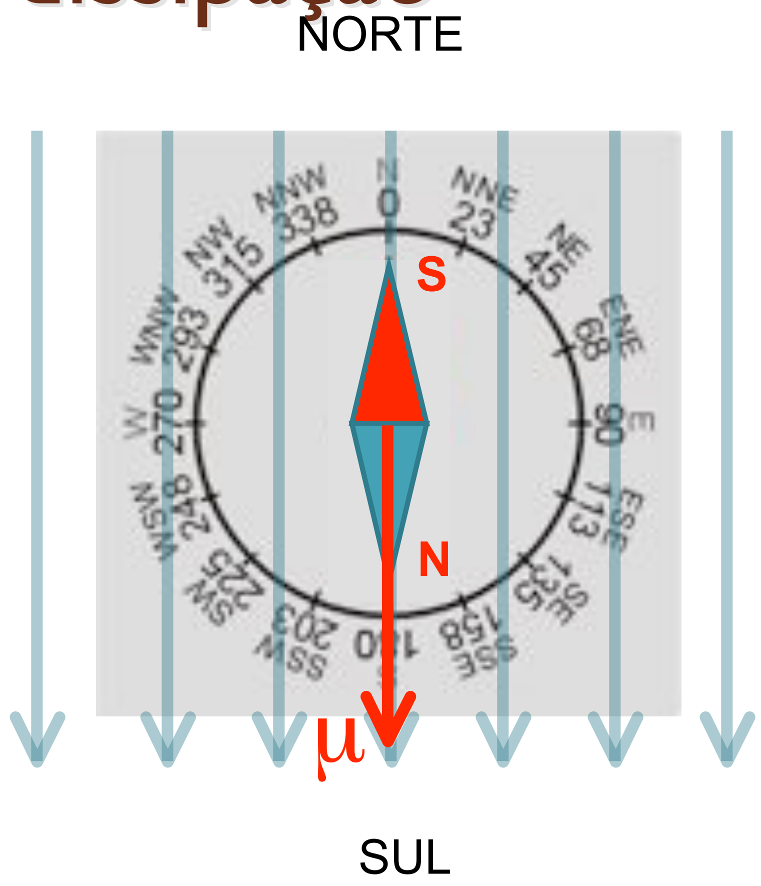
Movimento de uma bússola em um campo, considerando dissipação

- Assim, o movimento oscilatório da bússola é

$$\theta(t) = \theta_0 e^{at} e^{i\omega t}$$

- Tomando a parte real da solução acima

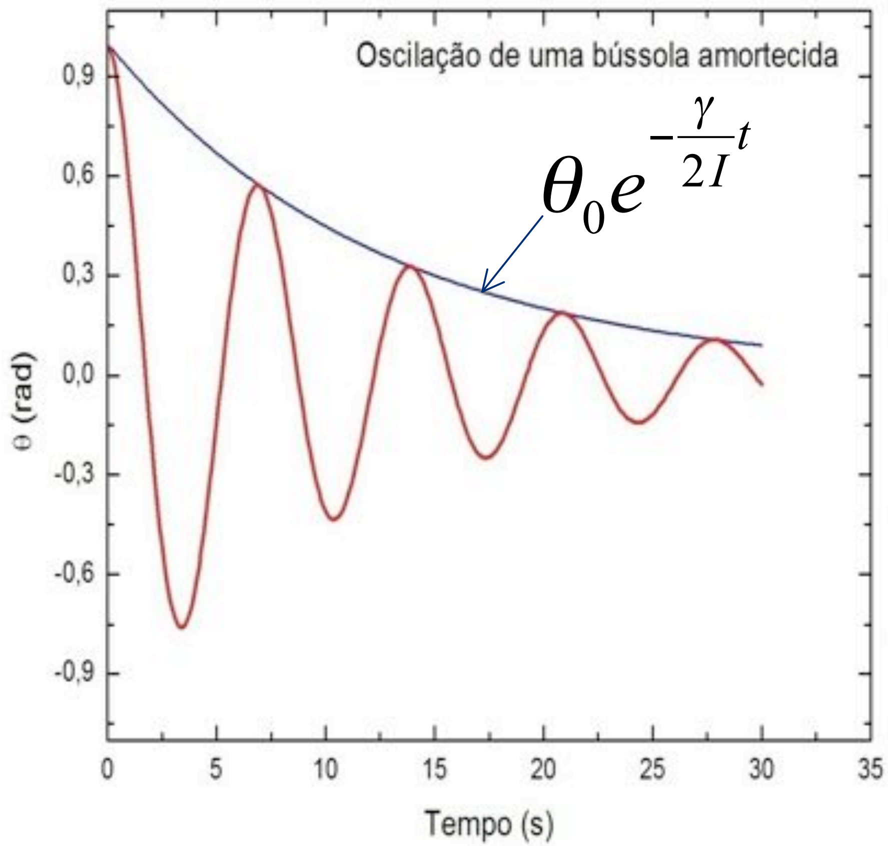
$$\theta(t) = \theta_0 e^{-\frac{\gamma}{2I}t} \cos(\omega t)$$



Movimento de uma bússola em um campo, considerando dissipação

- O movimento é oscilatório modulado por uma exponencial

$$\theta = \theta_0 e^{-\frac{\gamma}{2I}t} \cos(\omega t)$$

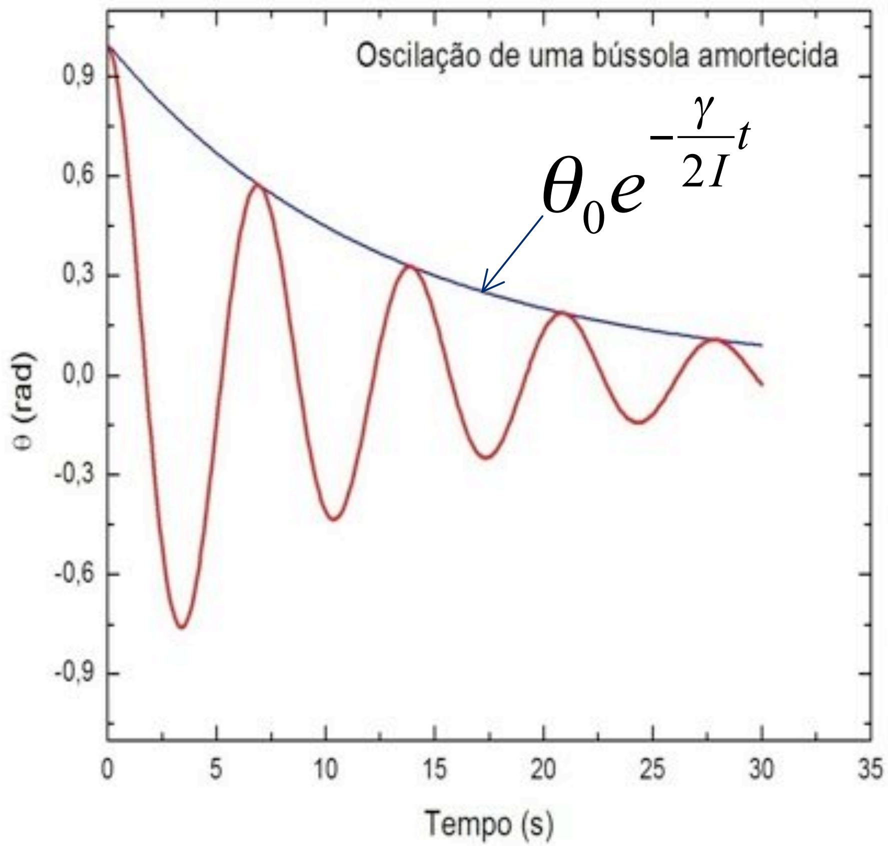


Movimento de uma bússola em um campo, considerando dissipação

- Qual a freqüência de oscilação?

$$\omega^2 = \omega_0^2 - \frac{\gamma^2}{4I^2}$$

- A freqüência é menor do que a obtida se nós não considerarmos dissipação.
  - Incerteza teórica no modelo da aula passada
  - O nosso experimento tem sensibilidade para perceber esta discrepância?



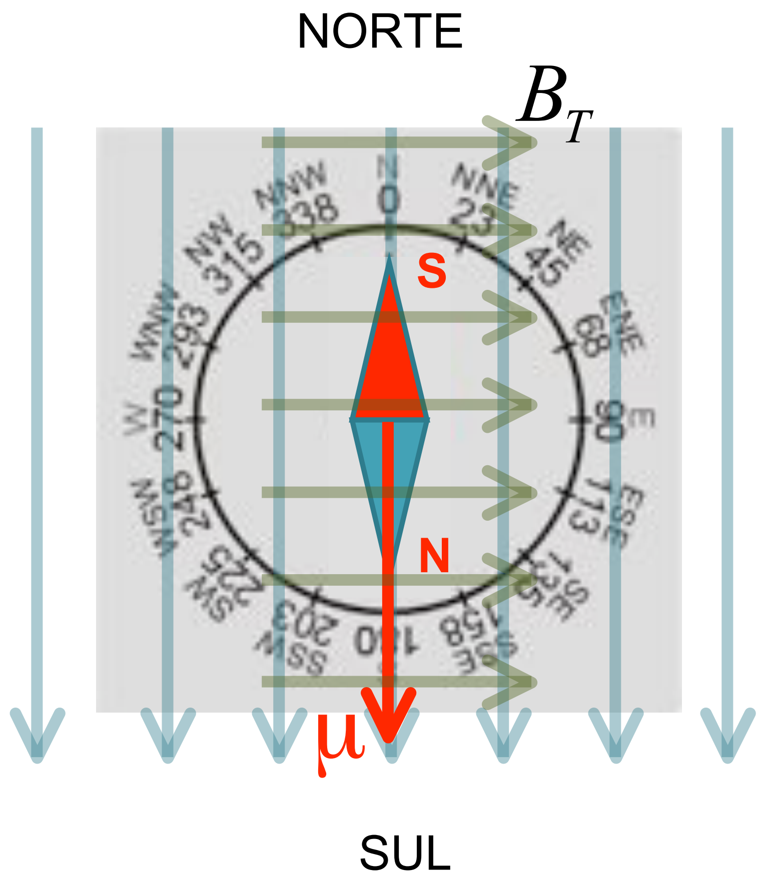
Movimento forçado e ressonância

- A bússola oscila com freqüência natural dada por:

$$\omega^2 = \omega_0^2 - \frac{\gamma^2}{4I^2}$$

- O que acontece se perturbarmos a bússola com um campo transversal dado por:

$$B_T(t) = B_{T0}\cos\left(\omega_{ext} t\right)$$



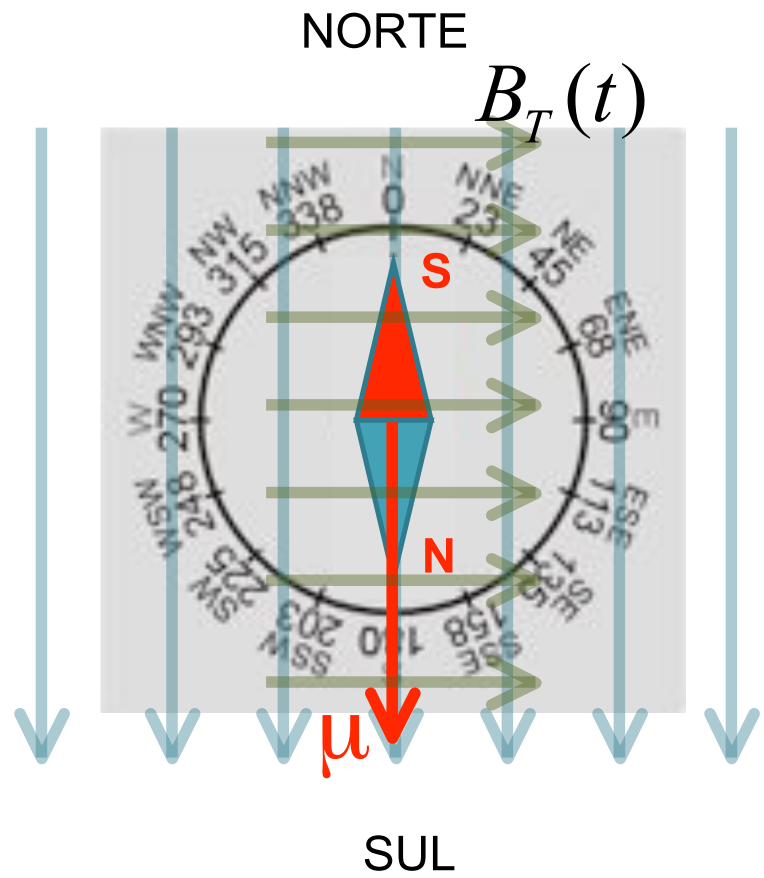
Movimento forçado e ressonância

- Apareceria um novo torque dado por

$$\tau_T = -\mu B_T(t)\sin\left(90-\theta\right)$$

$$\tau_T \sim \; -\mu B_T(t) = F(t)$$

- A equação de movimento seria escrita como:



$$I\frac{d^2}{dt}\theta + \gamma\frac{d}{dt}\theta + \mu B\theta + F\cos(\omega_{ext}t) = 0$$

Movimento forçado e ressonância

- Devemos resolver a seguinte equação diferencial

$$I\frac{d^2}{dt}\theta + \gamma\frac{d}{dt}\theta + \mu B\theta + F\cos(\omega_{ext}t) = 0$$

- A solução pode ser obtida utilizando notação complexa

$$F\cos(\omega_{ext}t) = \mathrm{Re}\left[Fe^{i\omega_{ext}t}\right]$$

- Assim

$$\theta(t) = \mathrm{Re}\left[\theta_0 e^{i\omega_{ext}t}\right]$$

Movimento forçado e ressonância

- Resolvendo a equação (*ver, por exemplo, <u>Mecânica, K. R. Symon</u>, Oscilador Harmônico Forçado*)

$$\theta(t) = \underbrace{\frac{K}{I}\frac{1}{\left[\left(\omega_0^2 - \omega_{ext}^2\right)^2 + \frac{\gamma^2}{I^2}\omega_{ext}^2\right]^{1/2}}}_{\theta_0}\sin\left(\omega_{ext}t + \phi\right)$$

- Com:

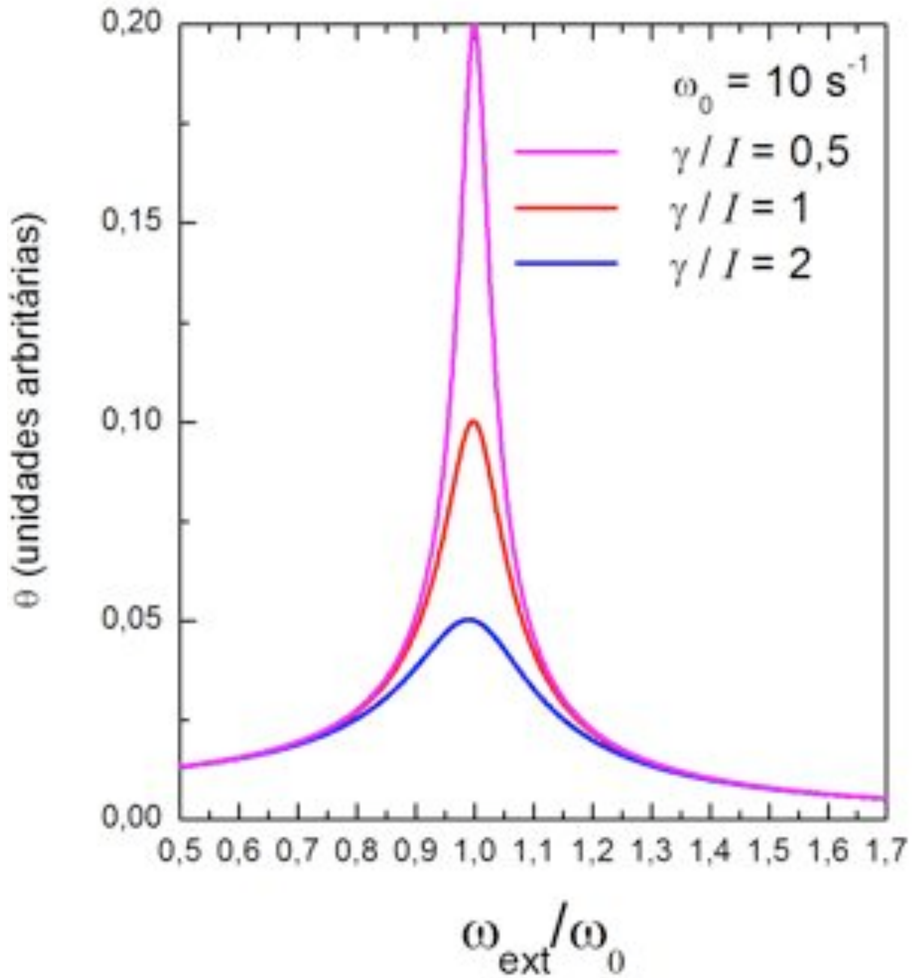
$$\omega_0^2 = \frac{\mu}{I}B$$

Movimento forçado e ressonância

- A amplitude de oscilação depende da freqüência do campo externo

$$\theta_0 = \frac{K}{I}\frac{1}{\left[\left(\omega_0^2 - \omega_{ext}^2\right)^2 + \frac{\gamma^2}{I^2}\omega_{ext}^2\right]^{1/2}}$$

- E possui um valor máximo
  - Ressonância



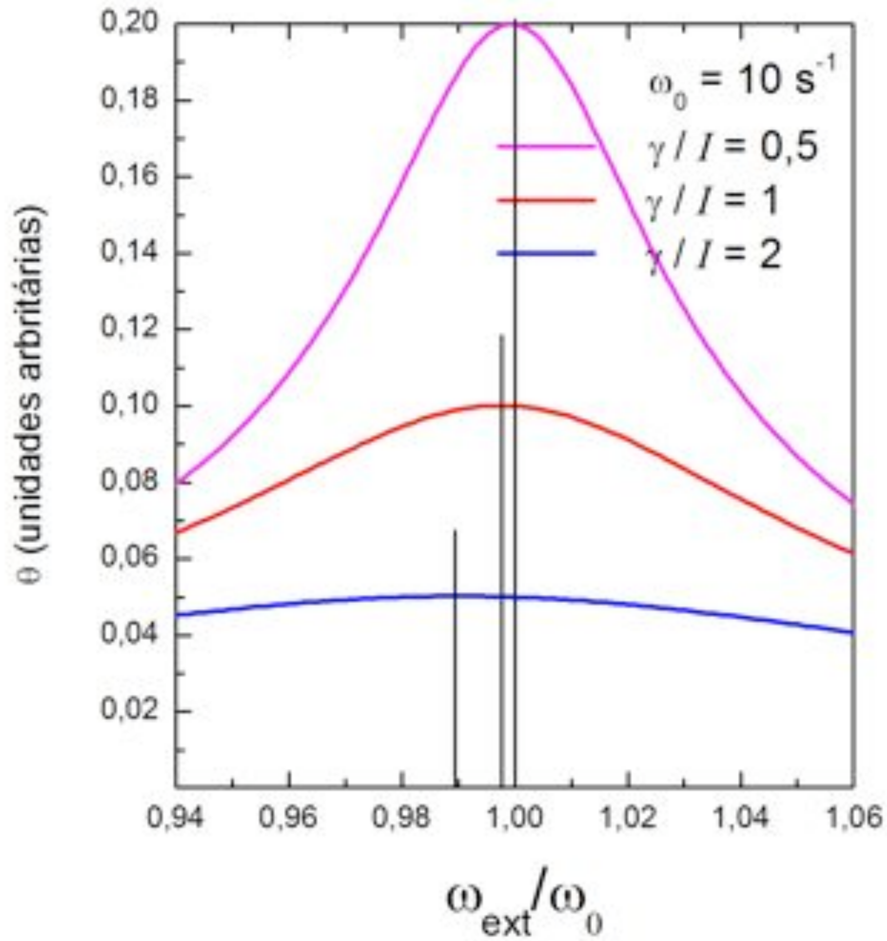
Movimento forçado e ressonância

- A freqüência de máximo de amplitude é dada por

$$\frac{d}{d\omega_{ext}}\theta_0 = 0$$

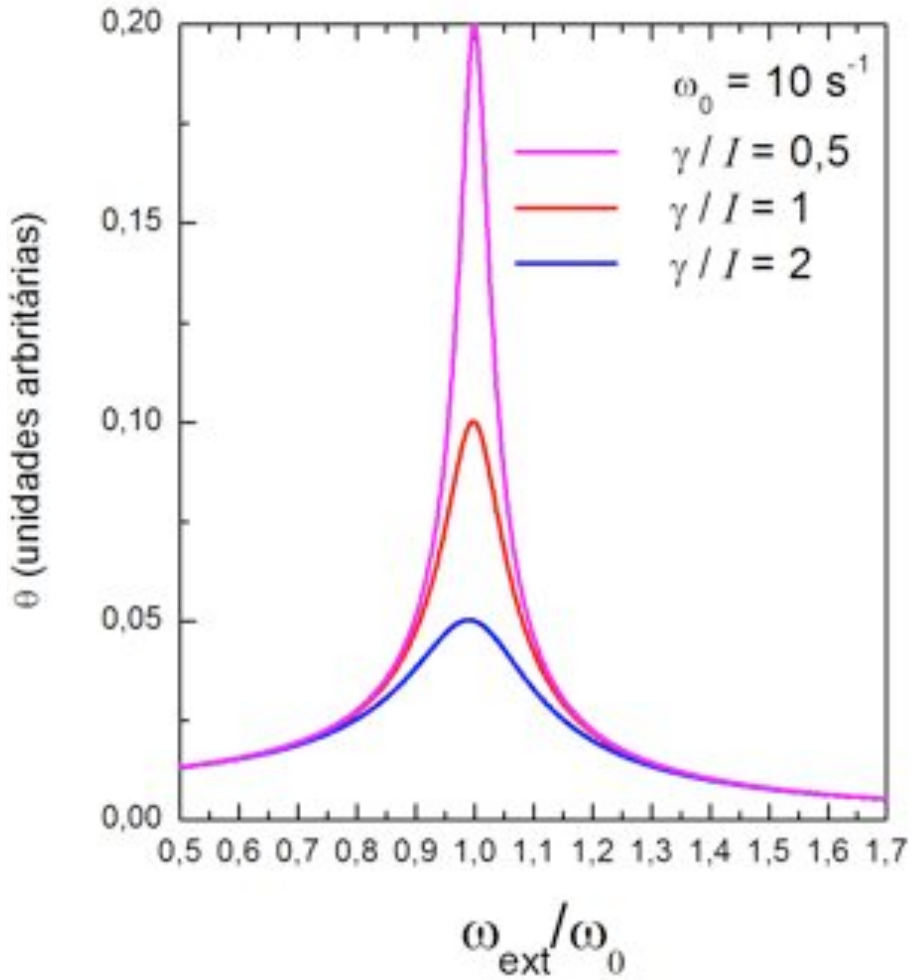
- E vale:

$$\omega_1^2 = \omega_0^2 - \frac{\gamma^2}{2I^2}$$



Movimento forçado e ressonância

- Outro ponto importante é o fator de qualidade (*fator-Q*) da ressonância
- Quanto maior a dissipação (γ),
  - menor a amplitude de oscilação
  - Maior a dispersão (largura) do pico de ressonância



Movimento forçado e ressonância

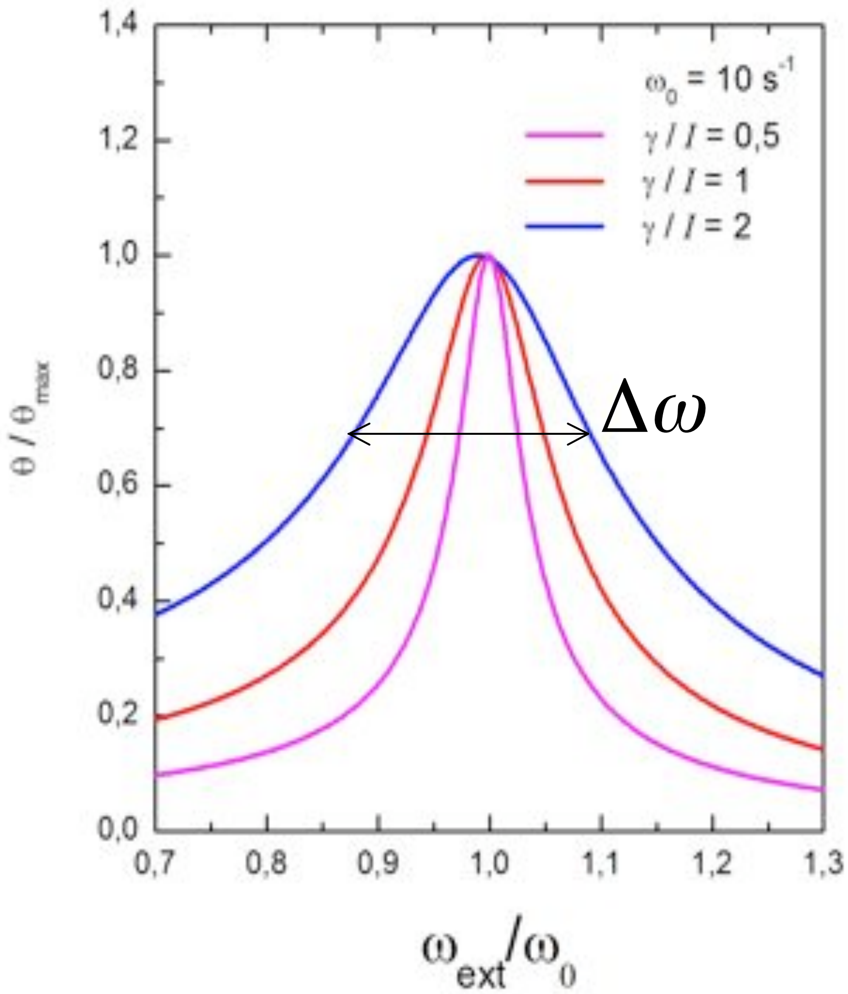
- O *fator-Q* é definido como:

$$fator - Q \sim \frac{\omega_1}{\Delta\omega}$$

- Onde ω_1 é a largura do pico de ressonância para

$$\theta \sim \frac{\theta_{MAX}}{\sqrt{2}}$$

  - Nós vamos ver isto em detalhes em Lab IV

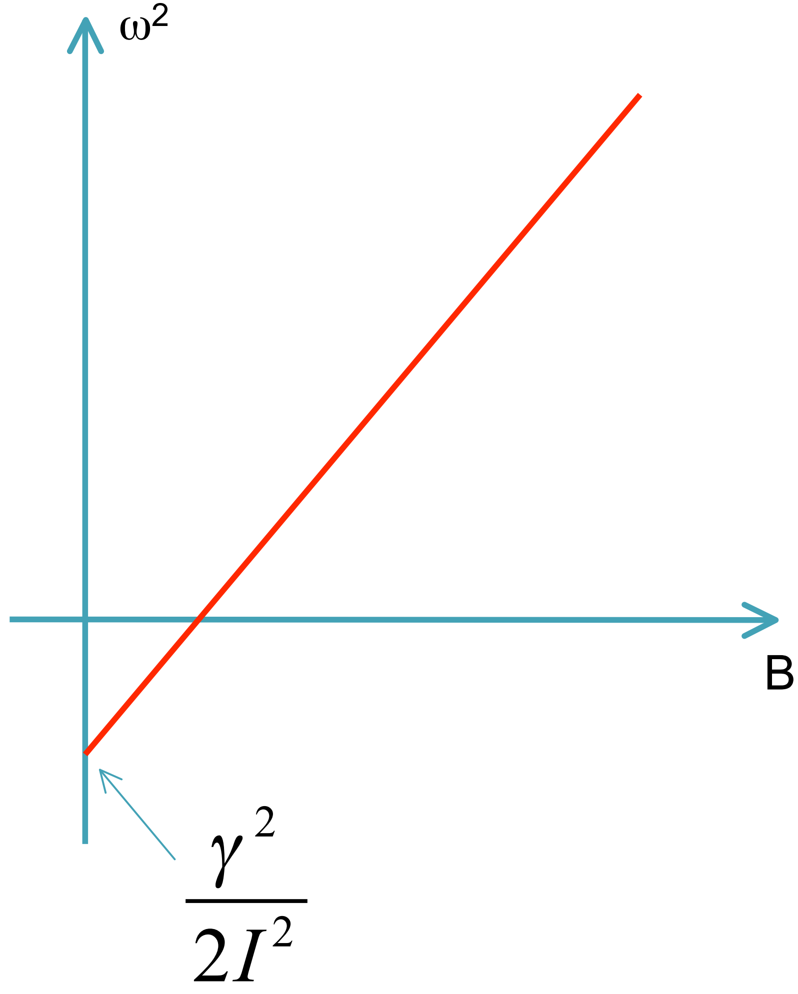


O que nós sabemos?

- A freqüência de ressonância é dada por

$$\omega_1^2 = \frac{\mu}{I} B - \frac{\gamma^2}{2I^2}$$

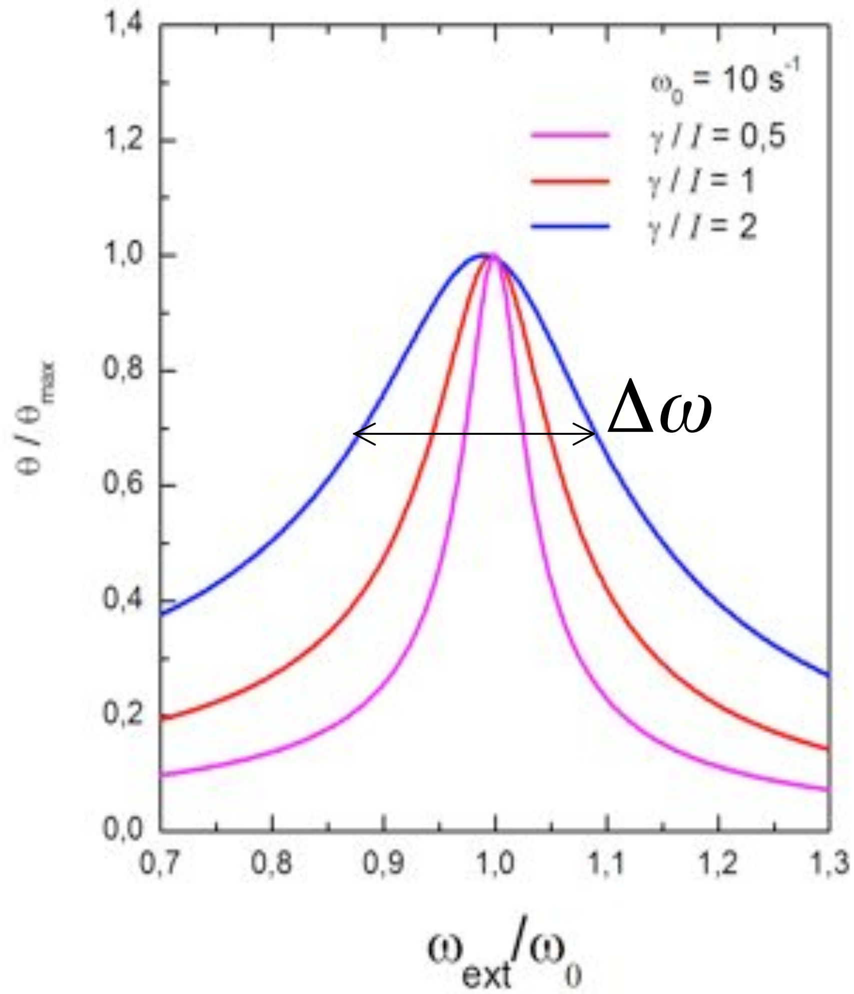
- Ou seja, um gráfico da freqüência ao quadrado em função do campo magnético dá uma reta



O que nós sabemos?

- A largura do pico de ressonância depende do coeficiente de dissipação
  - Fator de qualidade

$$fator - Q \sim \frac{\omega_1}{\Delta\omega}$$



Objetivos da semana

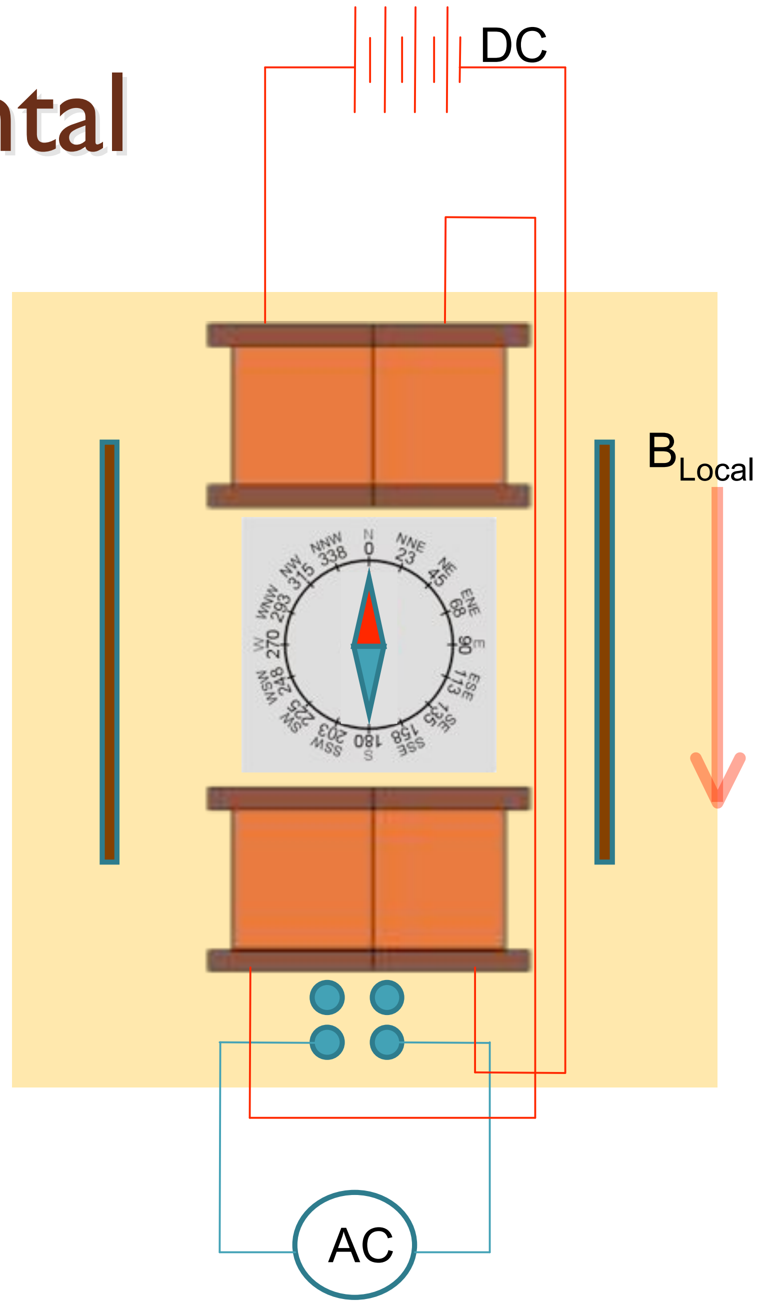
- Estudar o efeito de ressonância magnética em uma bússola
  - Estudar como a freqüência de ressonância depende do campo magnético aplicado
    - Gráfico de ω^2 x B.
  - Verificar a forma da curva de amplitude em função da freqüência e determinar o fator de qualidade da ressonância
    - Gráfico de *Amplitude x* ω.
- Como?

Arranjo experimental

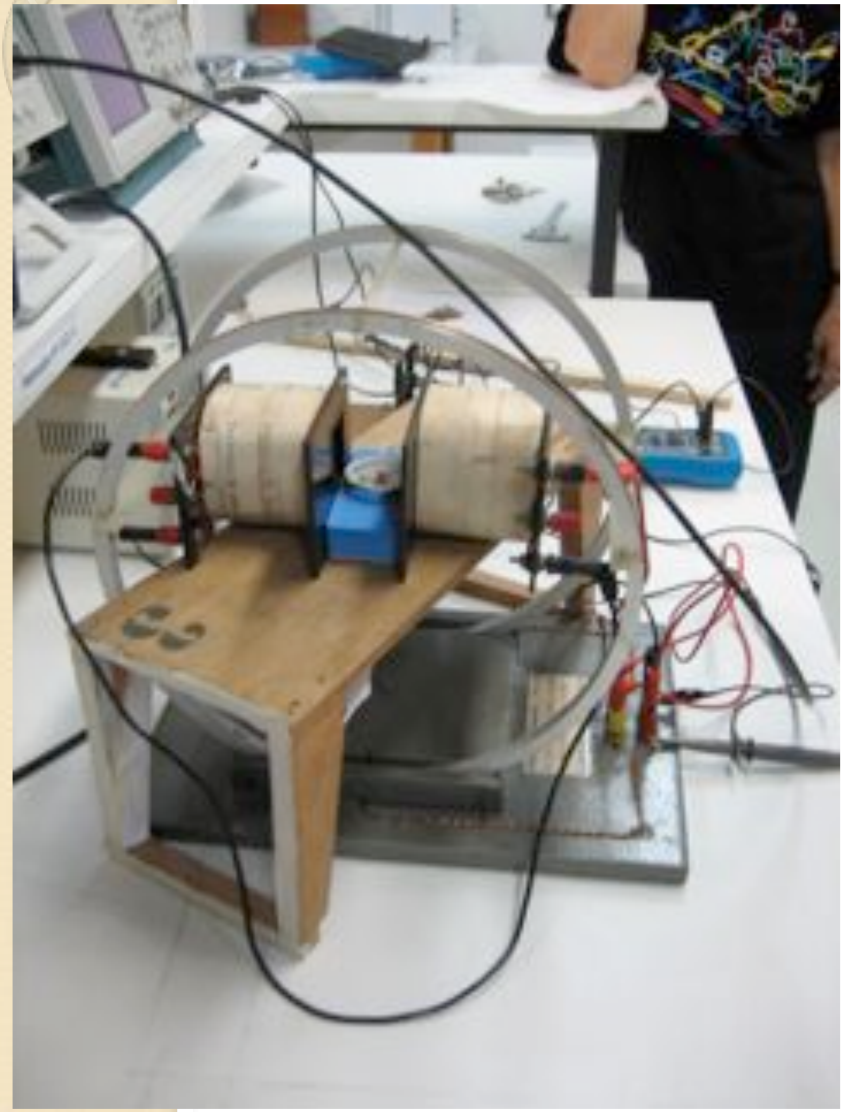
- Requerimentos para o arranjo
  - Precisamos criar o campo principal B
    - Campo constante e intenso
      - Usar corrente contínua nas bobinas
      - Usar bobinas de muitas espiras
        - Utilizar bobinas de 1000 espiras APENAS!
  - Precisamos criar o campo perturbador
    - Campo oscilante no tempo de freqüência bem definida
      - Usar corrente alternada.
      - Não precisa ser intenso
        - Usar bobina de Helmholtz por questões de acesso ao experimento

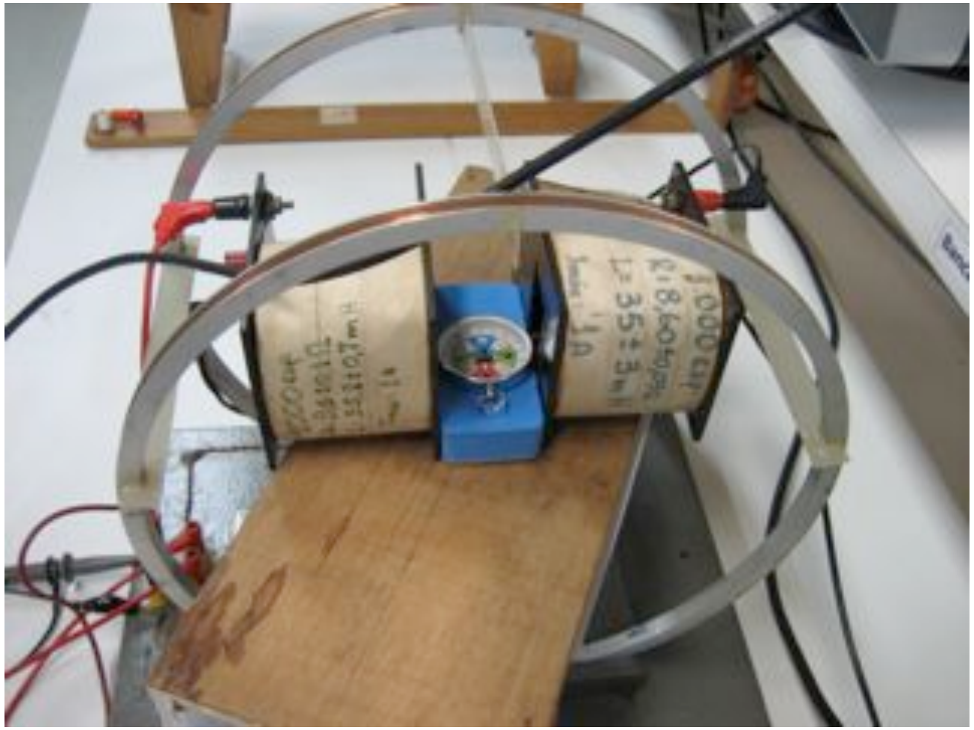
Arranjo experimental

- Alinhar bússola com campo local
- Montar as bobinas de 1000 espiras em série para formar campo uniforme na mesma direção de B_{local}.
  - Posicionar as bobinas o mais próximo possível uma da outra para que o campo gerado seja o mais intenso
  - Ligar as bobinas na fonte DC
- Posicionar a Bonina de Helmholtz 90° em relação às bobinas
  - Ligar a bonina no gerador de áudio (fonte AC)
  - Selecionar sinal senoidal com amplitude máxima



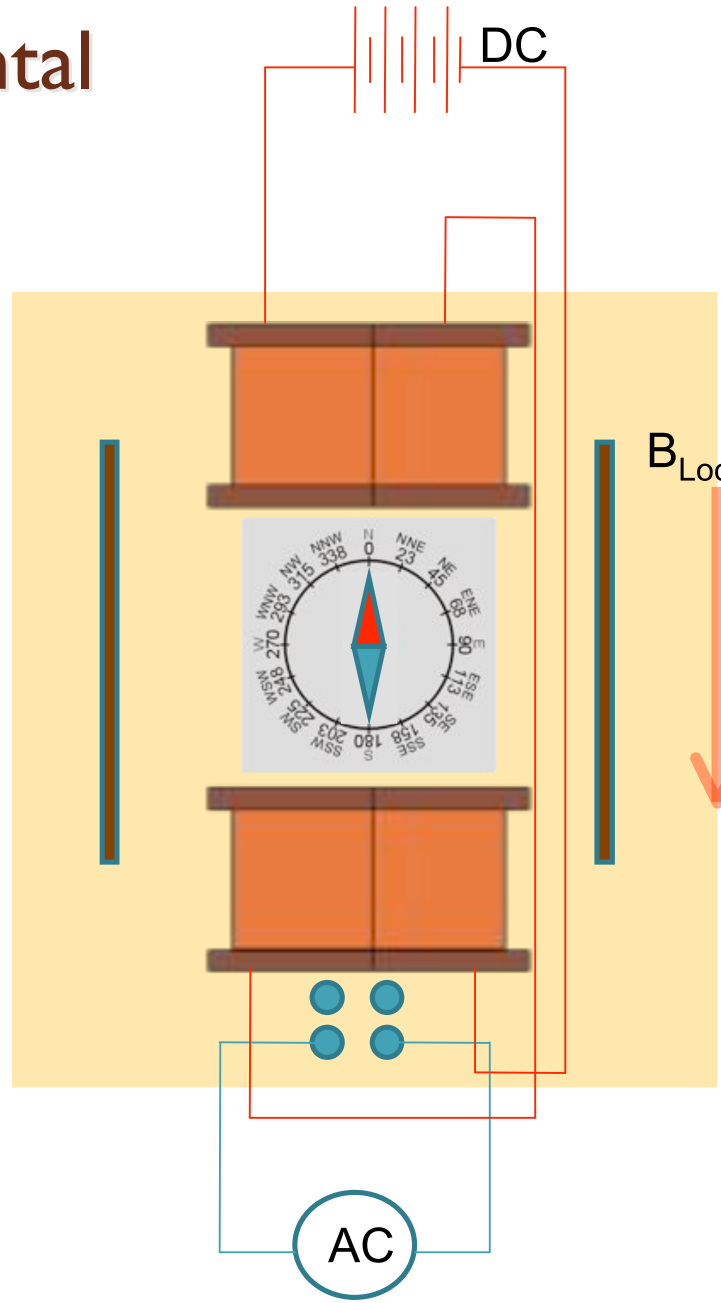
Arranjo experimental





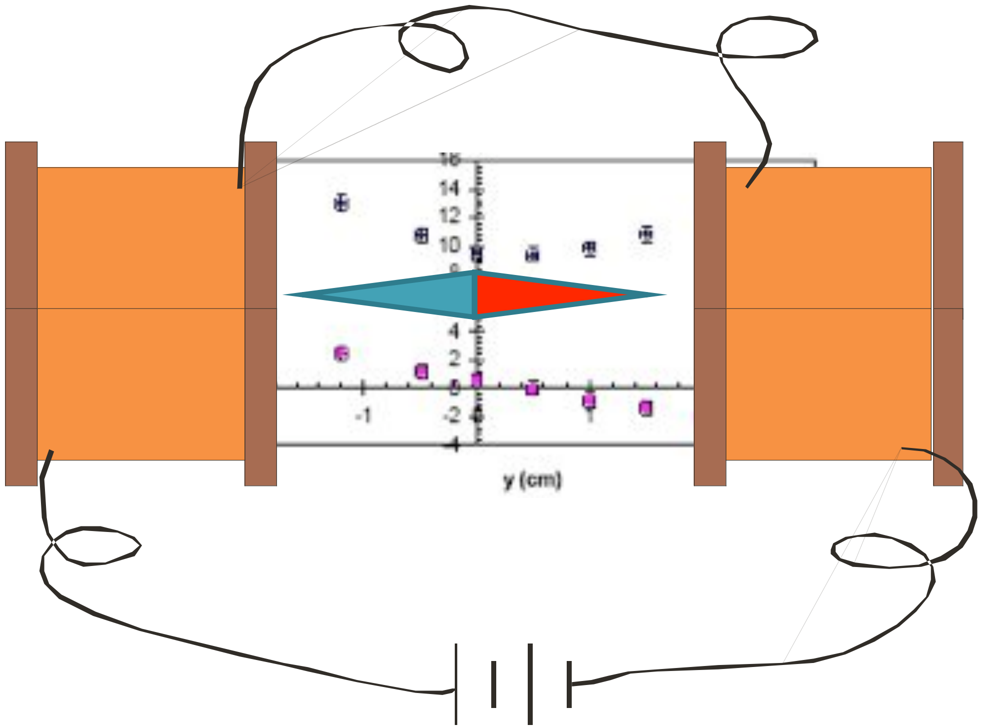
Procedimento experimental

- Ajuste a corrente DC nas boninas
- Meça o campo magnético com o sensor Hall
  - Detalhe importante sobre o campo
- Vá variando lentamente a freqüência da bobina de Helmholtz até obter a ressonância
  - Detalhe importante sobre a medida de freqüência
- Para a medida de Q, meça a amplitude em função da freqüência em torno da freqüência de ressonância.



Sobre a medida do campo

- O campo entre as bobinas não é constante
  - Lembre-se da experiência anterior
- O campo B é o valor médio ao longo da agulha da bússola
  - E a incerteza em B pode ser estimada como metade da variação
- Para cada medida de campo com o sensor Hall, verificar o máximo e mínimo de campo sobre a agulha, estimar a média e incerteza



Sobre a medida de freqüência

- Em geral, vamos procurando a freqüência de ressonância aumentando lentamente a freqüência no gerador de áudio.

- Este procedimento introduz erros sistemáticos pois sempre temos a tendência de medir valores menores que a freqüência de ressonância de fato

- Para eliminar estas incertezas sistemáticas, faça o seguinte procedimento
  - Determinar a freqüência de ressonância pelo lado de baixas freqüências e altas freqüências, SEM OLHAR PARA O GERADOR. OLHE APENAS PARA A BÚSSOLA

  - A freqüência de ressonância é a média dos valores obtidos e a incerteza pode ser estimada como o desvio entre os valores.

Atividades

- Fazer o gráfico de ω^2 em função de B
  - Medir uns 5-7 pontos, variando a corrente nas bobinas entre 0,1 e 1,0 A.
  - Isto faz com que as freqüências de ressonância fiquem entre 2 e 25 Hz.
  - Ajustar o modelo apropriado e determinar as constantes da bússola

- Medir a curva de amplitude para uma dada ressonância
  - Ajustar o campo para uma freqüência de ressonância entre 8-10 Hz
  - Medir a amplitude de oscilação da bússola em função da freqüência em torno da ressonância
  - Fazer o gráfico de amplitude em função da freqüência
  - Ajustar o modelo adequado com os parâmetros obtidos no item anterior
  - Determinar o valor do fator-Q.

O que é razoável?

- Experimento com grau de dificuldade elevado
- Incertezas elevadas
- Necessário cuidado na tomada de dados