



Física Experimental III

Notas de aula: www.if.usp.br/suaide

LabFlex: www.dfn.if.usp.br/curso/LabFlex

Aula 13

Prof. Alexandre Suaide

Ramal: 7072

Ed. Oscar Sala (Pelletron), sala 246

Lei de Faraday

- A Lei de Faraday estabelece como uma variação de fluxo magnético pode induzir um potencial elétrico.

$$\mathcal{E} = - \frac{d\phi_B}{dt}$$

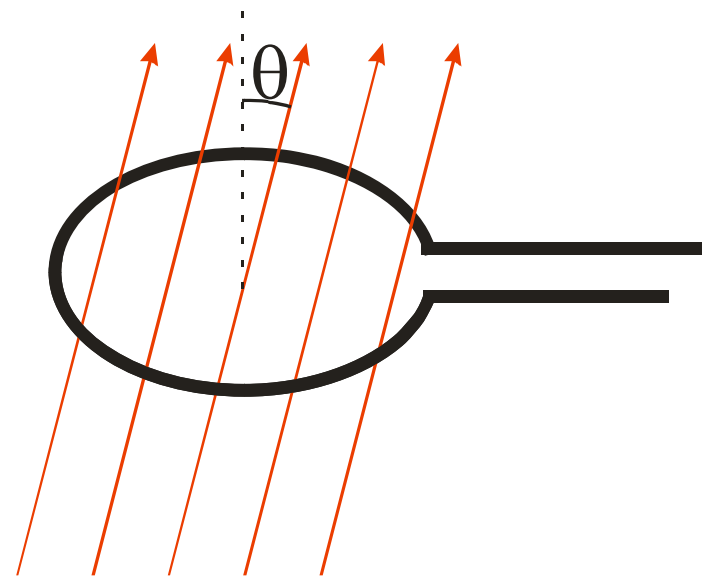


Fluxo magnético

- Depende da intensidade do campo e da área transversal
- Em uma espira ideal

$$\phi_B = B \cdot A \cdot \cos(\theta)$$

$$\phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{a}$$



Lei de Faraday em uma espira ideal

- A tensão induzida depende da variação do fluxo magnético, ou seja:

$$\varepsilon = -\frac{d\phi_B}{dt} = -\frac{d}{dt}(B \cdot A \cdot \cos(\theta))$$

$$\varepsilon = -A \cos(\theta) \frac{dB}{dt} + BA \sin(\theta) \frac{d\theta}{dt}$$

Indução devida a variação temporal do campo magnético (supondo apenas mudança de amplitude)

Indução devida a mudança da geometria ou posição da bobina

Bobina sonda

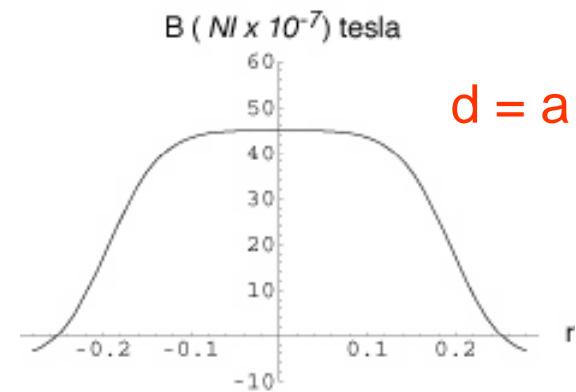
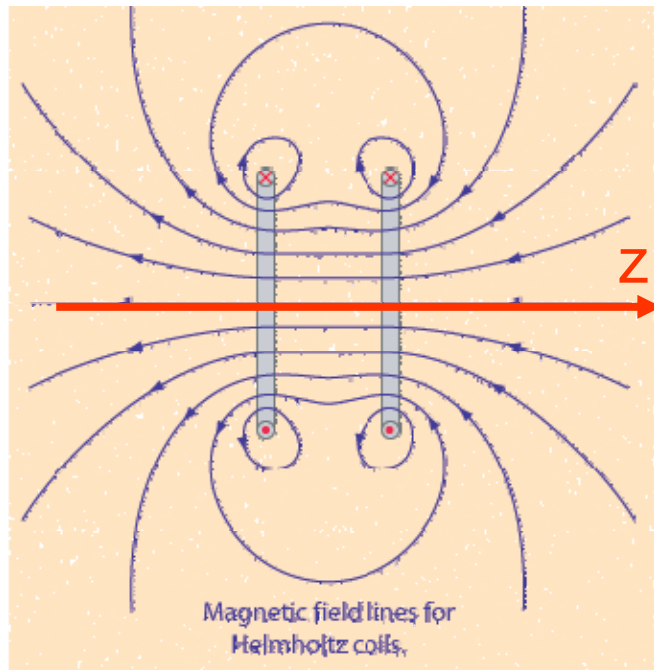
- A bobina sonda é uma bobina composta de N espiras de área A , correspondendo a uma bobina efetiva de área NA
 - Aumenta a sensibilidade para variações de fluxo magnético

$$\phi_B = B \cdot NA \cdot \cos(\theta)$$

- Muito utilizada para medir e mapear campos magnéticos variáveis

Bobina de Helmholtz

- Conjunto de duas bobinas montadas
 - Distância entre as bobinas é igual ao raio das mesmas
 - Campo quase uniforme



Atividades da semana passada

- Calibrar a bobina sonda, ou seja, determinar a área efetiva (NA)
- Usando a bobina sonda, mapear o campo gerado pela bobina de Helmholtz ao longo do eixo z e radial

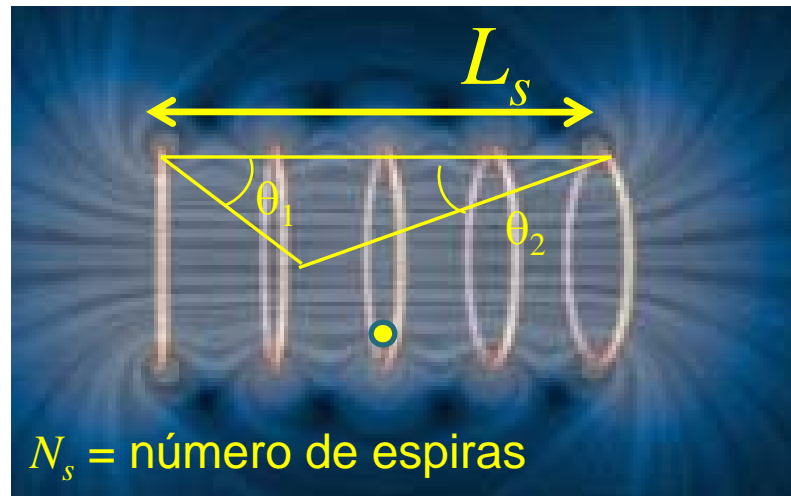
Questão interessante:

- no cálculo da área efetiva da bobina sonda a expressão a que cheguei depende do cosseno de dois ângulos internos ao solenóide de referência, não tenho a medida desses ângulos e também não tenho a medida da posição da bobina sonda no interior do solenóide, há alguma outra maneira de efetuar esse cálculo ?
- Pergunta: Como resolver este problema?
 - Resposta: Com que precisão você sabe onde colocou a bobina? 10 cm? 15 cm?

Questão interessante:

- Vamos supor que a posição da bobina seja:
 - $Z = (40 \pm 15)$ cm porque eu não fiz a medida de posição
- Como esta incerteza afeta o campo calculado?

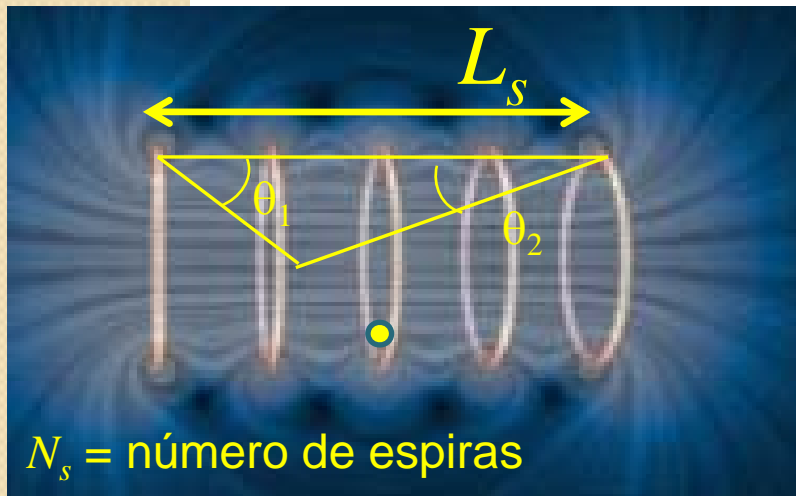
$$B(t) = \frac{\mu_0 N_s}{2L_s} (\cos \theta_1 + \cos \theta_2) \cdot i(t)$$



Questão interessante:

- Vamos supor que a posição da bobina seja:
 - $Z = (40 \pm 15)$ cm porque eu não fiz a medida de posição
- Como esta incerteza afeta o campo calculado?

$$B(t) = \frac{\mu_0 N_s}{2L_s} (\cos \theta_1 + \cos \theta_2) \cdot i(t)$$



- $L_s = 80$ cm, $R = 8,2$ cm
 - $Z = 40$ cm
 $(\cos \theta_1 + \cos \theta_2) = 1,95$
 - $Z = 25$ cm
 $(\cos \theta_1 + \cos \theta_2) = 1,93$
- Então,
 - $\sigma_B/B \sim (1,95 - 1,93)/1,95 \sim 1\%$

Questão interessante:

- no cálculo da área efetiva da bobina sonda a expressão a que cheguei depende do cosseno de dois ângulos internos ao solenóide de referência, não tenho a medida desses ângulos e também não tenho a medida da posição da bobina sonda no interior do solenóide, há alguma outra maneira de efetuar esse cálculo ?
 - Resposta: Mesmo considerando uma incerteza muito grande na posição da bobina sonda no interior do solenóide, a incerteza no campo magnético calculado é muito pequena

A FEM deve aumentar com a corrente, pois o campo aumenta!

Qual é a área efetiva da bobina?

Grupo A01
Leandro Labes e Michel Aguenta
Experiência 3 – Aula 1
Professor: Alexandre Suaide

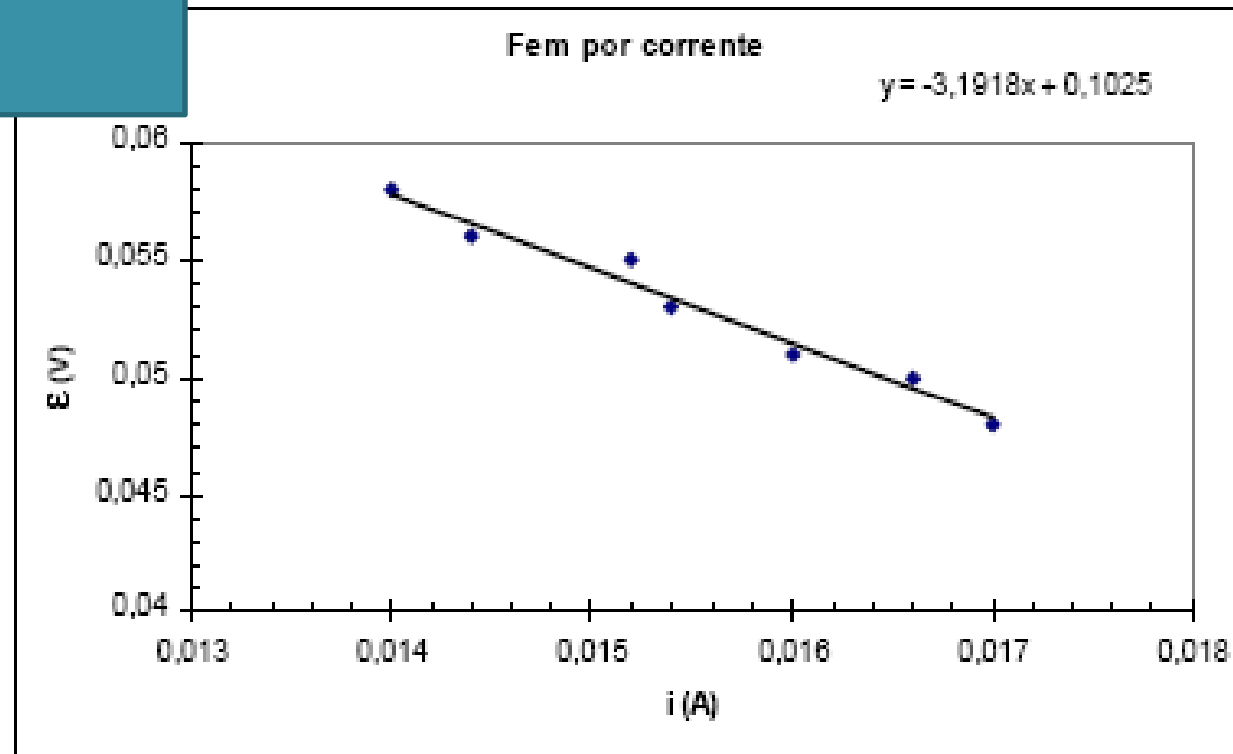


Gráfico da fem induzida pela corrente.

FEM constante entre as boninas \rightarrow Campo constante

Qual o valor do campo?

Previsões teóricas?

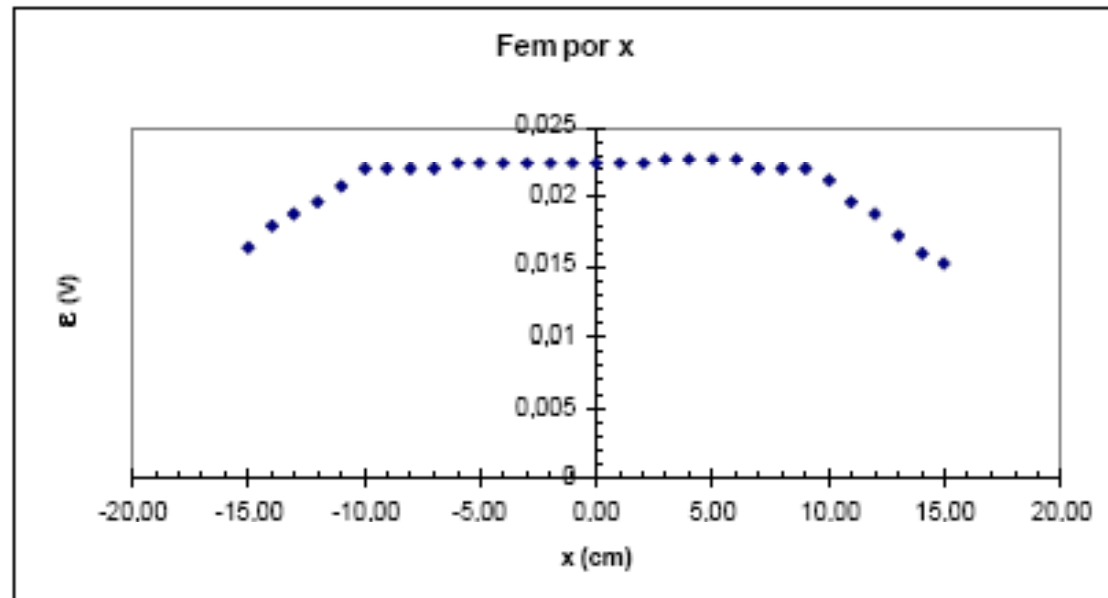


Gráfico da fem na bobina de helmholtz ao longo do eixo que liga o centro entre as duas espiras que compõe a bobina.

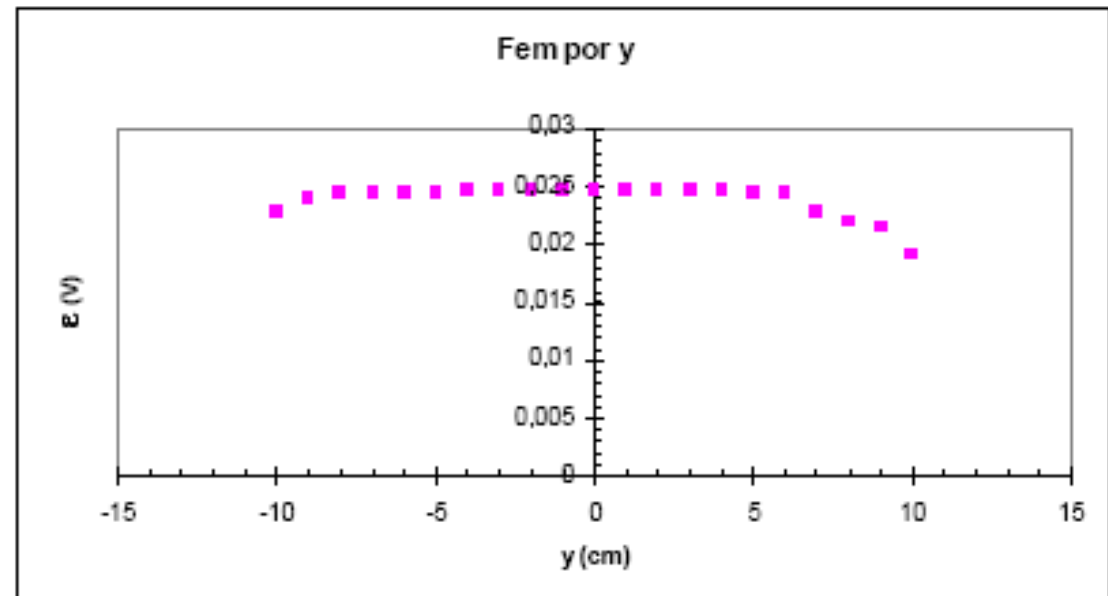


Gráfico da fem na bobina de helmholtz ao longo do eixo perpendicular ao que passa pelo centro das espiras. Essas medidas foram feitas para $x = 0,8\text{cm}$.



- 1ª Etapa: Calibração da bobina sonda.

Na primeira parte do experimento calibramos a bobina sonda, para posteriormente usá-la no mapeamento do campo magnético gerado pela bobina de Helmholtz. A calibração da bobina sonda foi feita colocando-a no interior de um solenóide, com distribuição geométrica conhecida, e medindo-se os parâmetros adequados. Com as medições feitas graficamos as grandezas envolvidas como se segue:

Força Eletromotriz X Campo Magnético

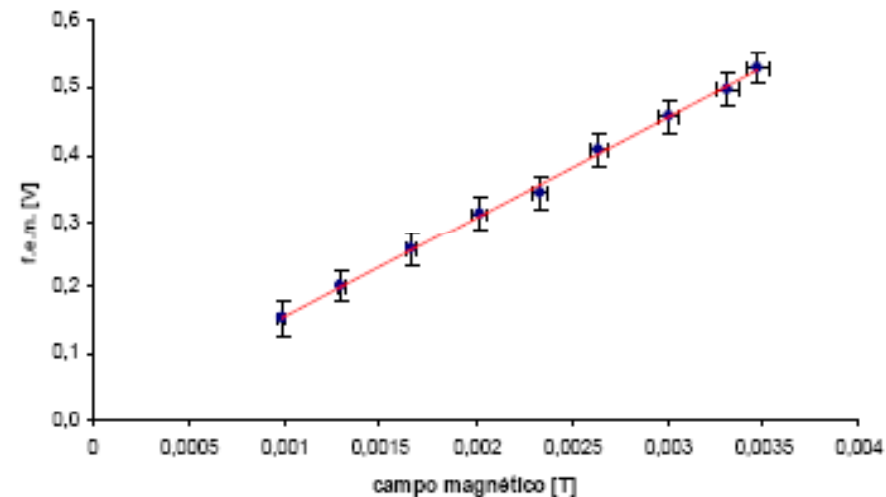


Fig. 1: Gráfico da força eletromotriz em função do campo magnético gerado pelo solenóide ao variar-se a corrente que atravessa o circuito.

Ajustando-se uma reta aos pontos experimentais pudemos escrever a força eletromotriz em função do campo magnético da seguinte forma:

$$\varepsilon = aB + b \quad (1)$$

onde $a = 1939,10 \pm 124,65$ e b é compatível com zero. Comparando-se com a teoria pudemos determinar a área efetiva da nossa bobina sonda, como sendo:

$$N \cdot A = 0,1642 \pm 0,0106 \text{ m}^2$$

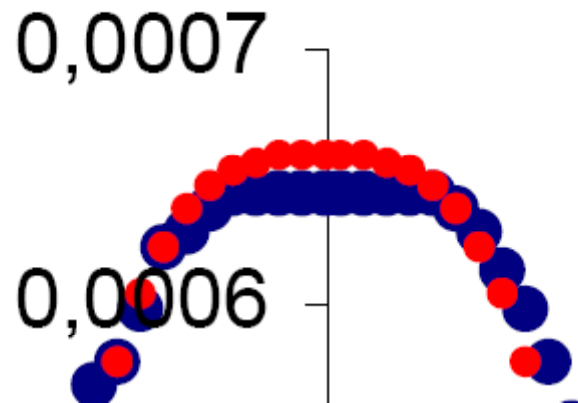
FEM cresce com o campo magnético

Área efetiva da bobina sonda!

Medeamento do campo.

Campo \sim constante entre as bobinas

Esta constância não aparece na previsão teórica. Como foi feita?



Campo Magnético ao longo do eixo Z

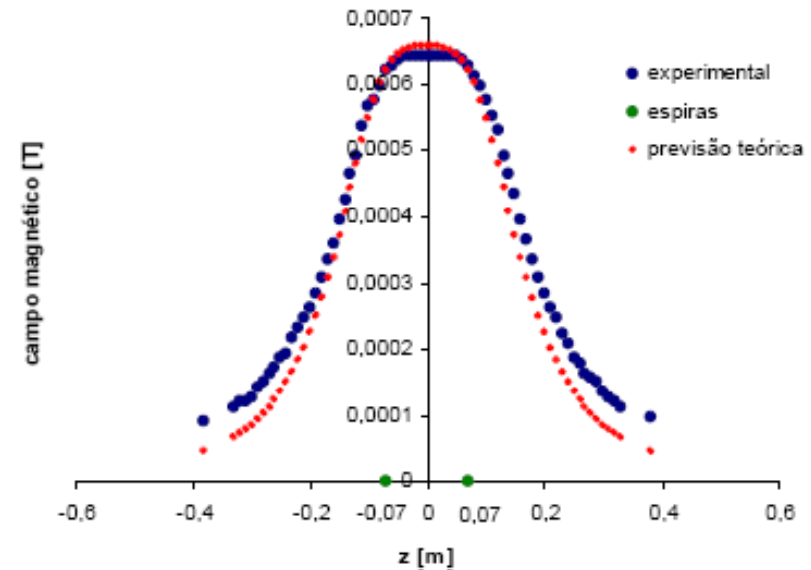


Fig.2: Gráfico do campo magnético ao longo do eixo Z. A incerteza dos pontos experimentais foi omitida, mas é da ordem de 10^{-5} T.

Campo Magnético ao longo do eixo X

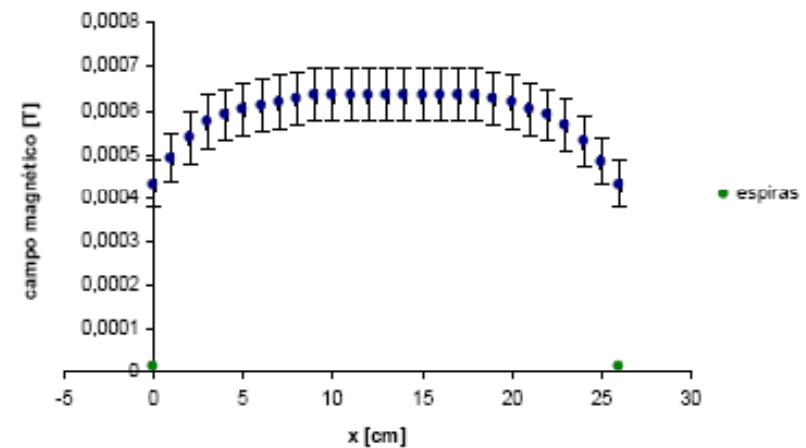


Fig.3: Gráfico do campo magnético ao longo do eixo X.

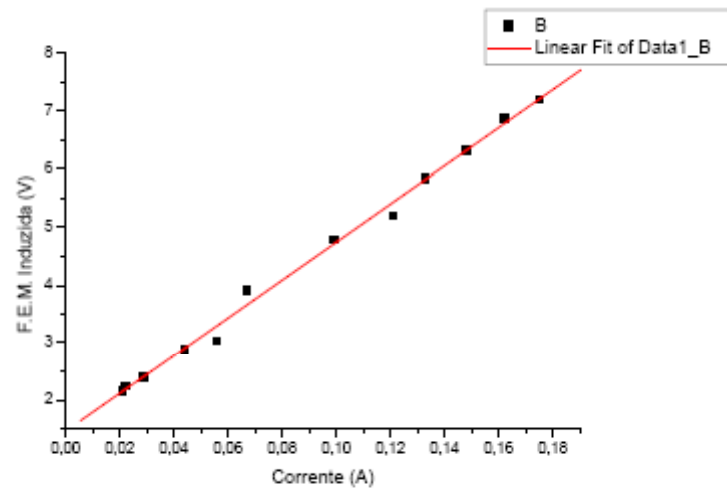


Gráfico da bobina sonda

$Y = A + B * X$

Parameter	Value	Error
A	1,45733	0,08092
B	32,86173	0,7709

A	1,45733	0,08092
B	32,86173	0,7709

Frequência do resistor 27,59Hz

$\epsilon = NA\omega B_0$ (1) $B_0 = \frac{\mu I}{2\pi r}$ (2) $\omega = 2\pi f$ (3)

Juntando equação (1), (2) e (3):

$\epsilon = \frac{NAf\mu I}{r}$

coeficiente angular $= \frac{NAf\mu}{r}$

9000 m2!!! Isto é razoável?

$r=0,01m, \mu = 1,25663706 \times 10^{-6} m kg s^{-2} A^{-2}$

$NA = 9478,2570 m^2$

A origem da bobina de Helmholtz se dá ao seu centro, o eixo y é o eixo que se mede o raio da bobina e o eixo x é perpendicular a y.

Lembrando que a distancia das bobinas é igual ao seu raio.

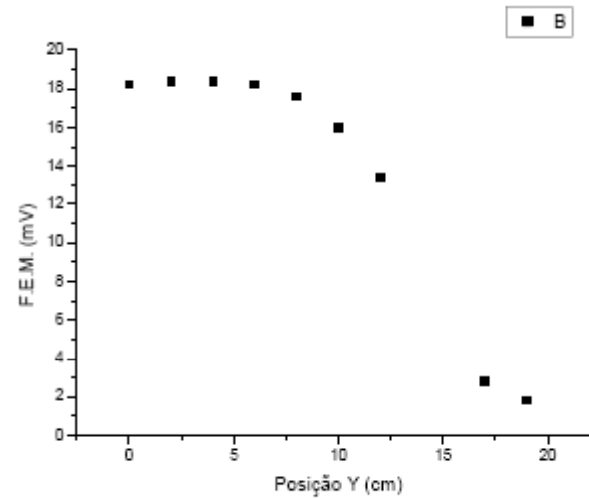
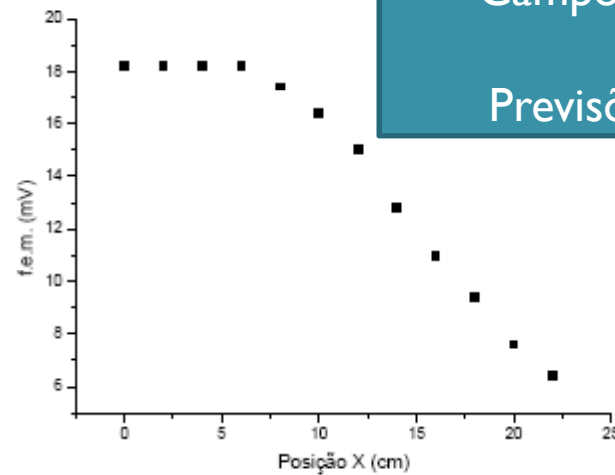


Gráfico da bobina de Helmholtz em relação a y



Campo e não FEM!
 Previsões teóricas

AULA 1 - EXPERIÊNCIA 3

PETRE C. GRISCENCO & GEORGE ZILIOTI

Nesta primeira parte da experiência, tínhamos como objetivo calibrar uma bobina sonda descobrindo a sua área efetiva. Depois, utilizando a bobina já calibrada, queríamos estudar o campo magnético na Bobina de Helmholtz.

1. CALIBRAÇÃO DA BOBINA SONDA

Para descobrir a área efetiva da bobina sonda utilizamos um solenóide onde aplicamos uma corrente senoidal conhecida que gerava um campo magnético variável com a função seno.

Colocamos a bobina sonda de maneira que o campo magnético fosse perpendicular à sua área; a bobina sonda também foi colocada na posição de metade do comprimento do solenóide para que os cossenos da fórmula do campo magnético de um solenóide finito fossem iguais. Depois medimos a F.E.M induzida devido a variação da amplitude de corrente (i_0) que atravessava o solenóide. Obtivemos o gráfico da Figura 1.

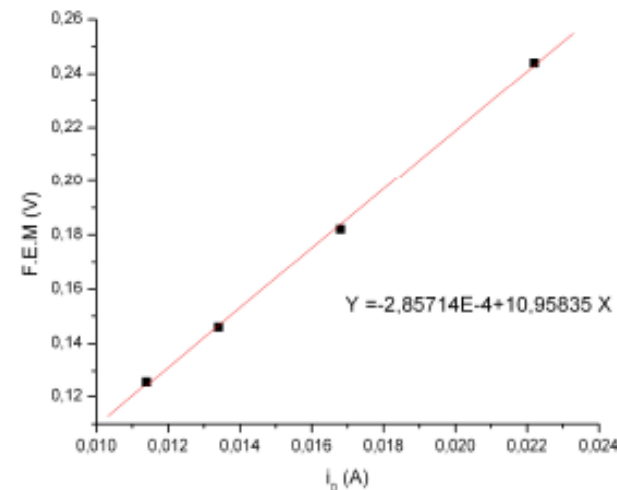


FIGURA 1. FEM induzida por i_0 .

Como a relação esperada entre a FEM e i_0 era:

$$\varepsilon = \mu_0 n_s i_0 \cos(\theta) N A \omega / L_s$$

podemos tirar o valor de NA pois todos os outros valores são conhecidos. O valor de NA encontrado foi de 8,305 em unidades do SI.

8,3 SI (m²)! Não parece muito?

Previsões teóricas para o campo!

Os valores podem estar com problema de escala devido à área efetiva. Checar!

O campo sobre o eixo axial está na Figura 2 e sobre o eixo radial está na Figura 3. No primeiro o ponto $z = 0$ representa a metade da distância entre as duas bobinas de Helmholtz, e no segundo $z = 0$ representa o centro das bobinas.

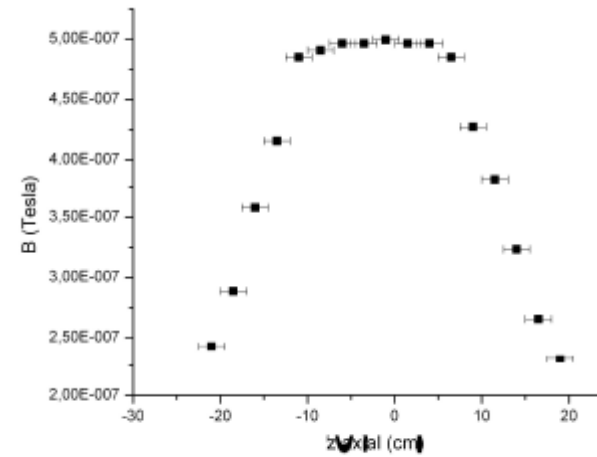


FIGURA 2. Campo Axial.

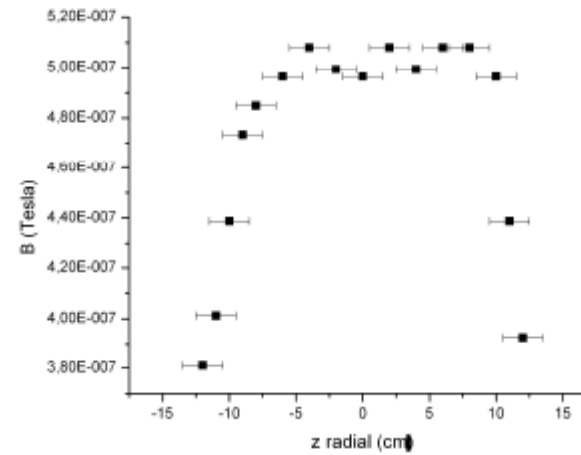


FIGURA 3. Campo Radial.

BOBINA DE HELMHOLTZ No 8	
No de espiras (N)	50
raio	149,0 ± 1,0 mm
resistência	768 ± 15 mΩ

A07

Campo magnético teórico em função do eixo z (que corta o centro das bobinas da bobina de Helmholtz):

$$B(z) = \left[\mu_0 N I a^2 \left(\frac{1}{2(a^2 + z^2)^{1,5}} - \frac{1}{2(2a^2 - 2z + z^2)^{1,5}} \right) \right] \hat{z}$$

a: raio e distância da bobina de Helmholtz

I: corrente que passa pela bobina

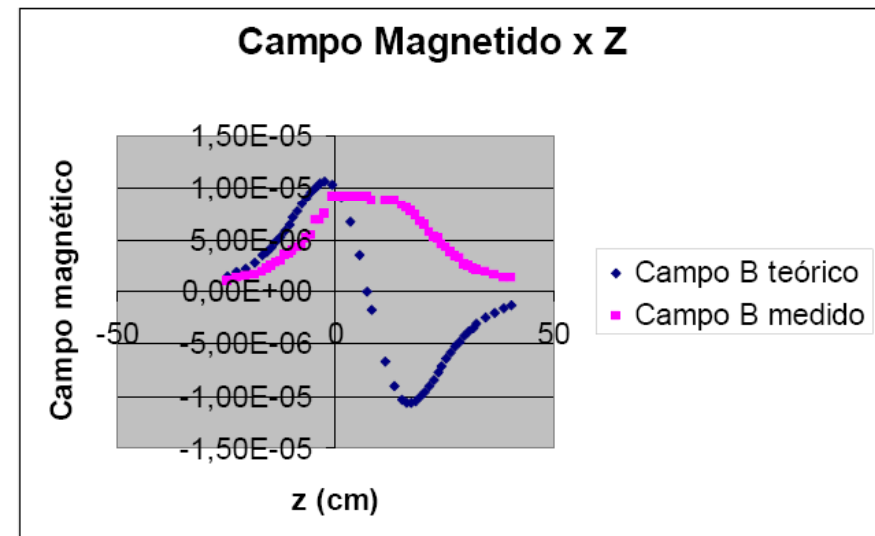
z: distância no eixo z a uma das bobinas

$\mu_0 = 1,26 \cdot 10^{-6}$ (permeabilidade magnética no vácuo)

BOBINA DE SONDA No 22	
Área efetiva (NA)	2,78m ²

Como determinou a área efetiva?

Cálculo do campo teórico.
Como foi feito?



EXPERIÊNCIA 03- PARTE 01

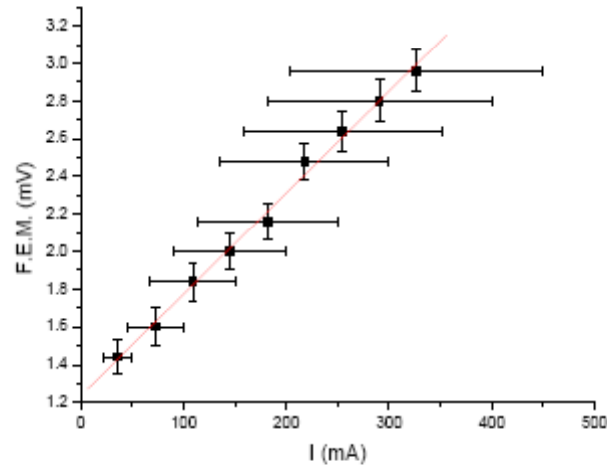


Figura 1: força eletromotriz (F.E.M.) induzida na bobina sonda número 19, em milivolts, como função da magnitude da corrente (I) aplicada no solenóide de referência número 12, em miliampéres, para frequência (ω) constante de 100 ± 1 Hz.

Ajuste de MMQ para a Figura 1.

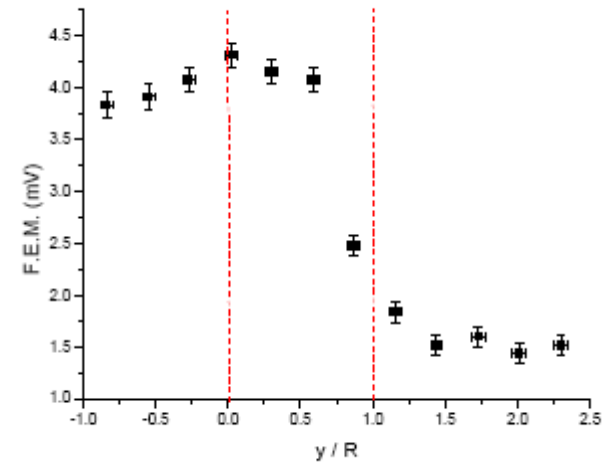
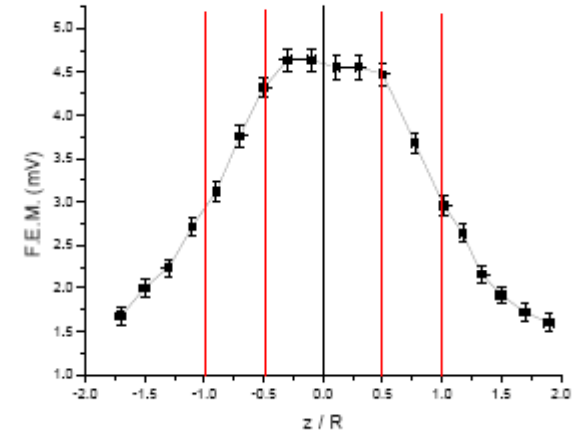
$$Y = A + B * X$$

Parâmetro	Valor	Erro
A	1.23	0.0705
B	0.0053	0.0003

Área efetiva da bobina sonda número 19 (NA), em metros quadrados, calculada a partir de dados medidos e do ajuste de MMQ do gráfico acima:

$$NA = 0,042 \pm 0,015 \text{ m}^2$$

Obs: para o cálculo da área efetiva, devido a falta de medidas da posição da bobina sonda no interior do solenóide de referência, foi estimado, baseando-se no procedimento experimental adotado, que a bobina sonda estava posicionada no centro do solenóide de referência. Para compensar o erro cometido foram adotadas incertezas experimentais da ordem de 25% do valor da grandeza para estas medidas estimadas.



- * Origem dos referenciais no centro do arranjo (entre as bobinas).
- * Raio da Bobina de Hemholtz: $R = 149,0 \pm 1,0$ mm.

Área efetiva parece pequena!
 Checar contas
 Previsões teóricas para o campo

A10 – Experiência 3 parte 1

Wanderson, Nadili.

Verificação da lei de Faraday, e mapeamento do campo ao longo do eixo da bobina de Helmholtz.

Características da bobina teste:

Bobina 14	
Eo	0,052
NA	
W	1947,78704
Diametro(m)	0,0582
Espiras	0,0805

Quadro 2: características da bobina teste.

Calibração da bobina teste, e estudo do comportamento de U_x i em diferentes frequências:

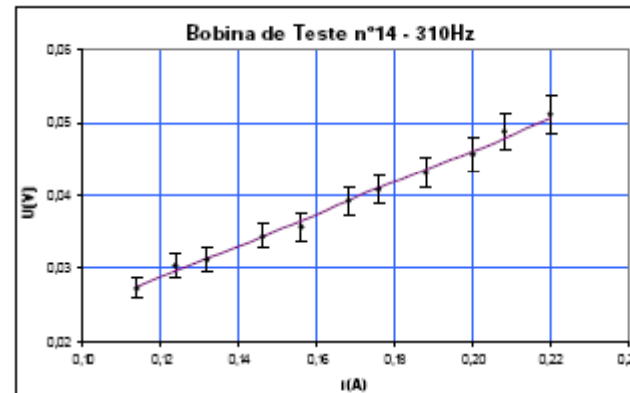


Gráfico 1: U_x i da bobina teste para a frequência de 310 Hz.

$Y a(x) = a \cdot x + b$		
$a \pm s_a =$	0,22	0,02
$b \pm s_b =$	0,0025	0,0027

Tabela 1: Coeficientes referentes à bobina 14, U_x i para $f=310$ Hz.

Bobina de teste!
 Comparação de dados experimentais com previsão para área desta bobina!

Dá confiança para calibração da bobina sonda

Tipo	Aef(m2)
Calculada	0,0905
Experimental	0,0891

Quadro 3: Area efetiva da bobina teste.

A10 – Experiência 3 parte 1

Wanderson, Nadili.

Verificação da lei de Faraday, e mapeamento do campo ao longo do eixo da bobina de Helmholtz.

Área da bobina sonda ~0,2 m²

Campo mapeado. Faltou previsão teórica e campo radial

Valores referentes á bobina de prova nº12, para a frequência de 310 Hz.

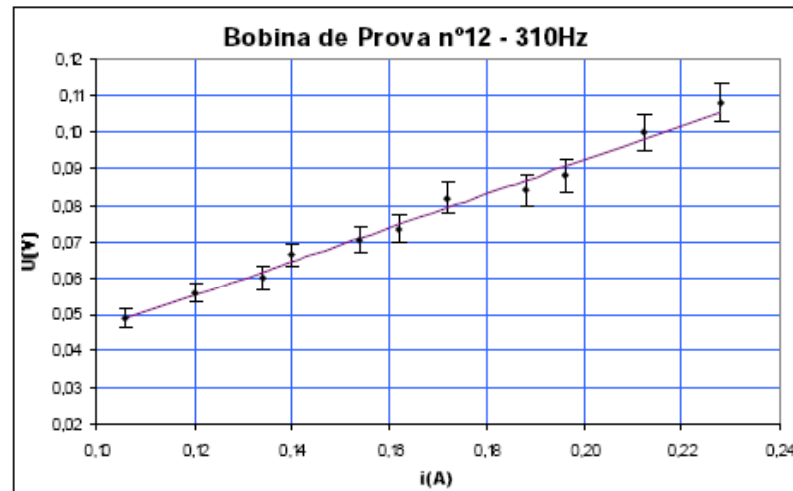


Gráfico 4: U x i da bobina prova para a frequência de 310 Hz.

$Y_a(x) = a \cdot x + b$		
$a \pm \Delta a =$	0,46	0,03
$b \pm \Delta b =$	-0,0005	0,0047

Tabela 4: Coeficientes referentes á bobina 12, U x i para f=310Hz.

Área Efetiva da bobina de prova: $A_{ef} = 0,190 \text{ m}^2$.

Valores do campo ao longo do eixo z da bobina de Helmholtz:

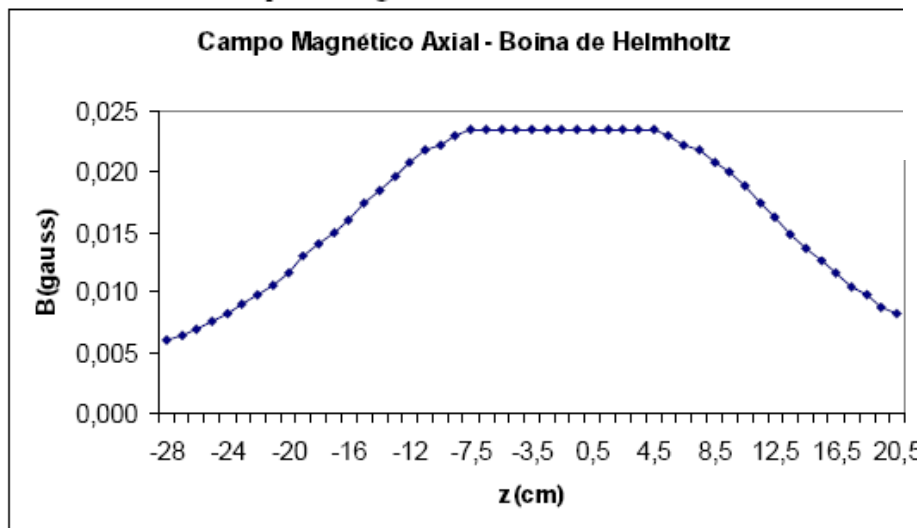


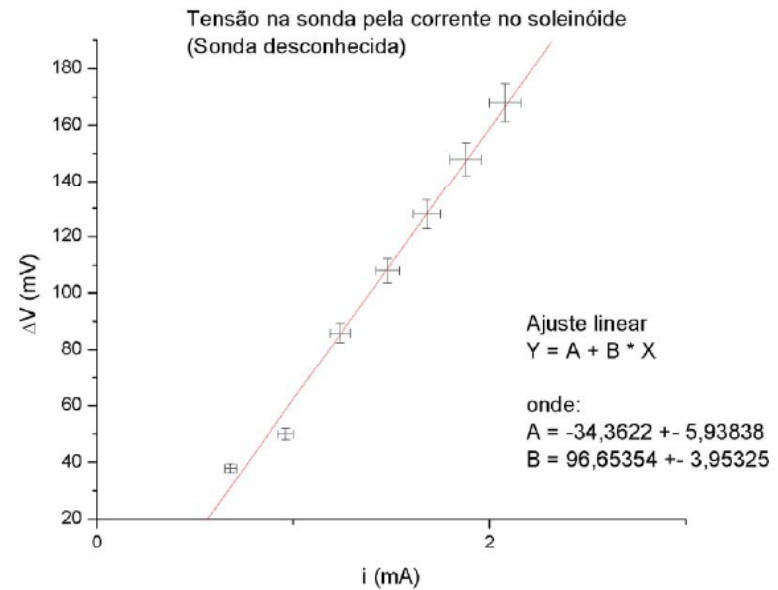
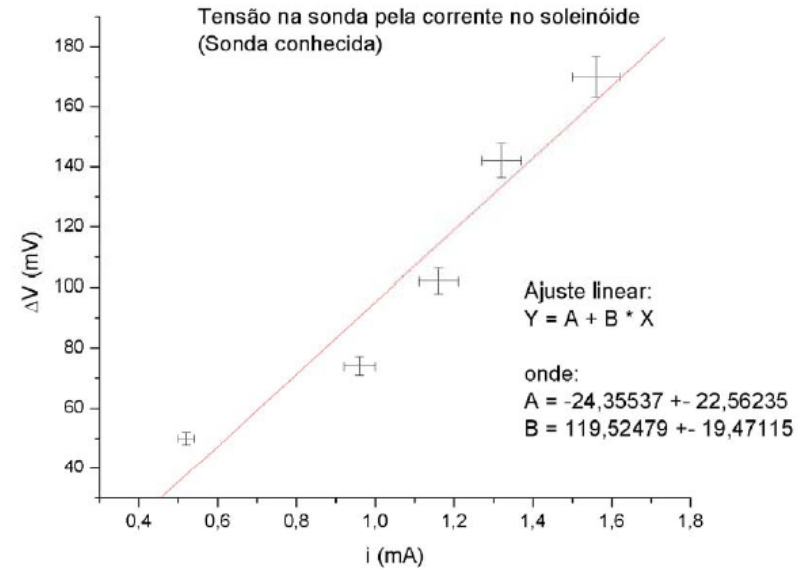
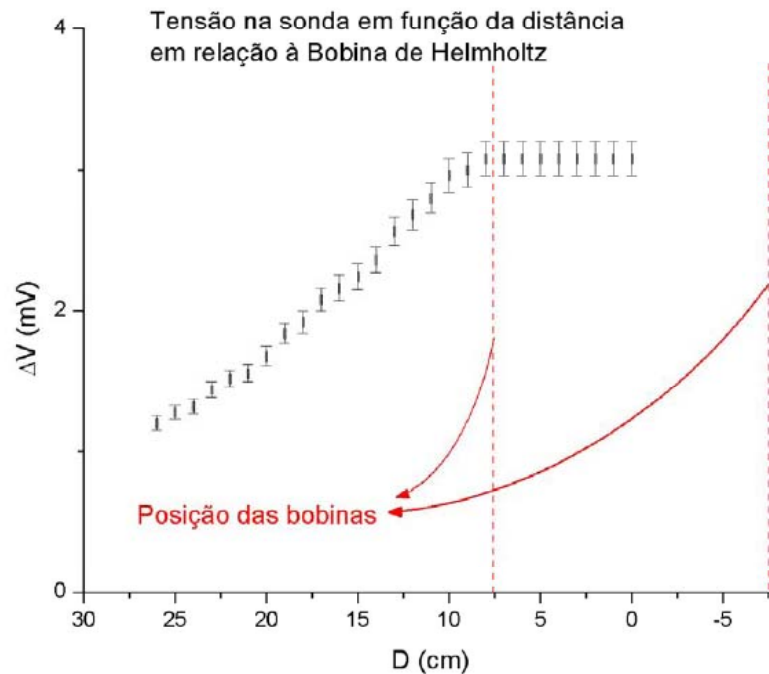
Gráfico 5: Campo ao longo da bobina de Helmholtz.

Grupo A11:

Comparação da área medida com teórica para a bobina conhecida.

Qual é a área efetiva da bobina sonda desconhecida?

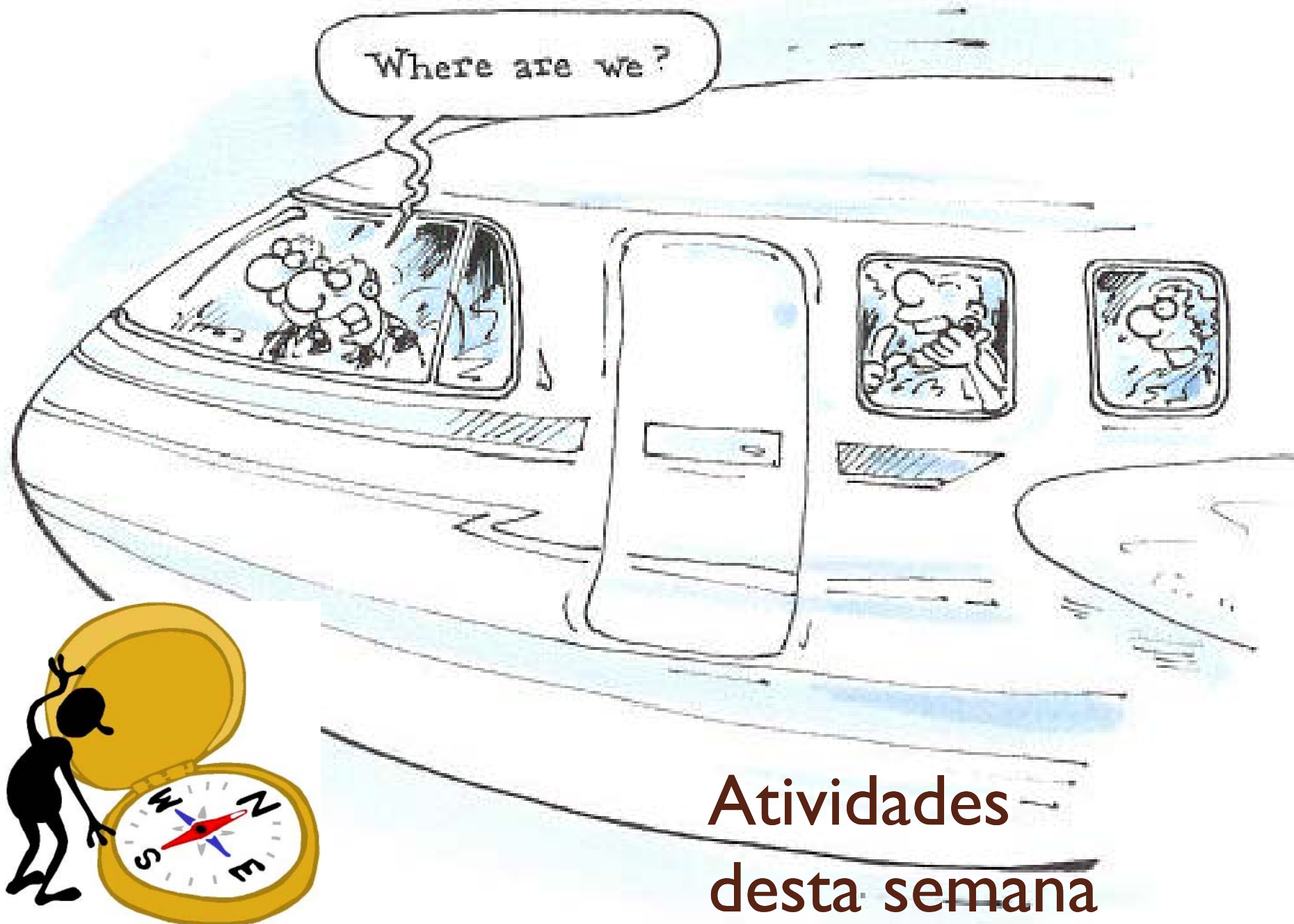
Campo e previsão teórica da bobina de Helmholtz



Comparação de resultados

- O que é razoável para a bobina sonda?
 - Diâmetro ~ 2 cm
 - Área = $3,1 \times 10^{-4} \text{ m}^2$.
 - Número de espiras
 - ~ 300-500
 - Área efetiva
 - ~ 0,100-0,200 m^2

Grupo	Área da bobina sonda (m^2)
A01	
A02	107,150
A03	0,164
A04	9478,000
A05	
A06	8,300
A07	2,780
A08	0,042
A09	
A10	0,190
A11	
A12	



**Atividades
desta semana**

Objetivos da semana

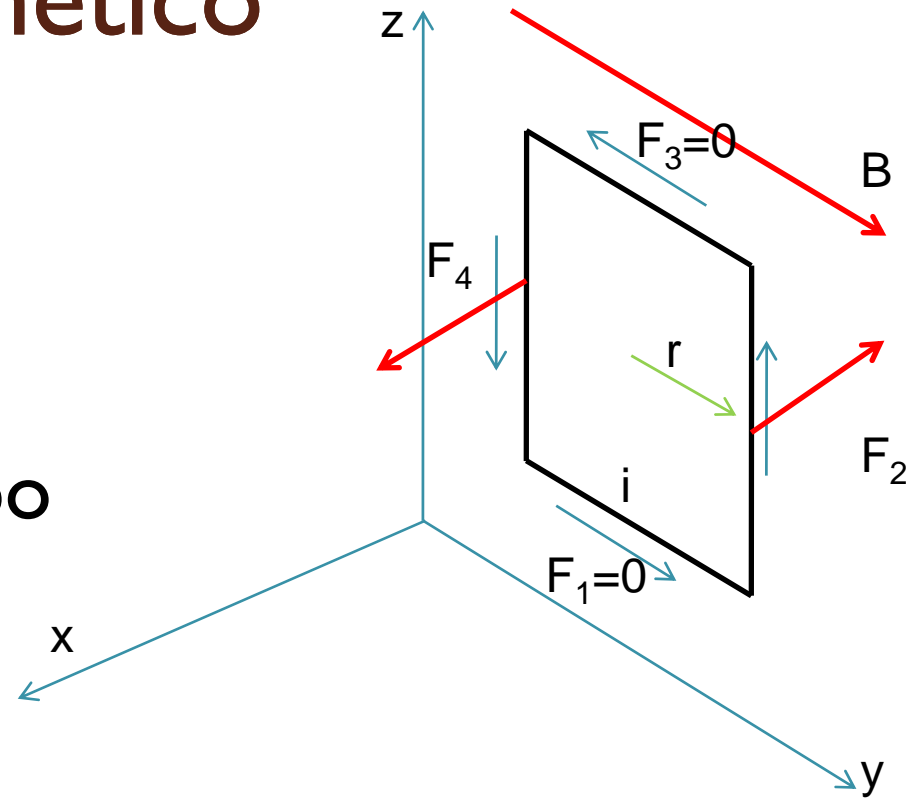
- Entender algumas características magnéticas e mecânicas de uma bússola comum
 - Determinar parâmetros magnético/geométricos de uma bússola
- Utilizar a bússola para medidas de campos magnéticos simples
- Porque?
 - Experiência de ressonância magnética na próxima aula

Momento magnético

- Vamos calcular o torque sobre uma espira de lado L devido a um campo magnético

$$\vec{\tau} = \sum \vec{r} \times \vec{F}$$

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}_2 + \vec{r} \times \vec{F}_4$$



Momento magnético

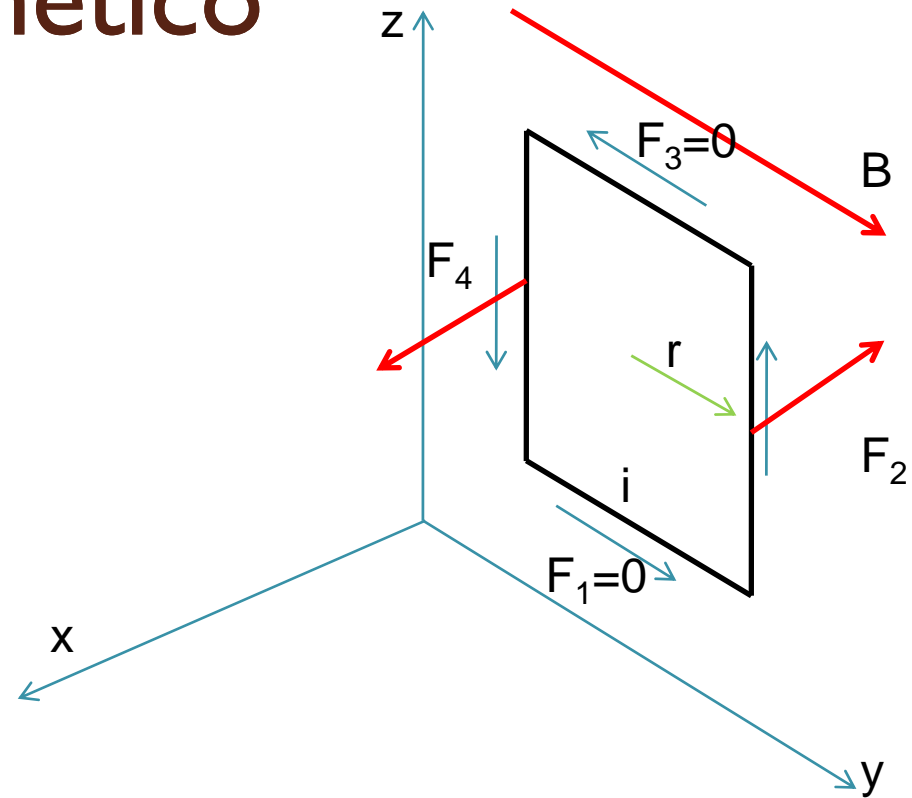
- Quem é F_2 e F_4 ?

$$d\vec{F}_4 = i d\vec{l} \times \vec{B}$$

$$\vec{F}_4 = i \int_0^L d\vec{l} \times \vec{B}$$

$$\vec{F}_4 = iBL\hat{x}$$

$$\vec{F}_2 = -\vec{F}_4$$



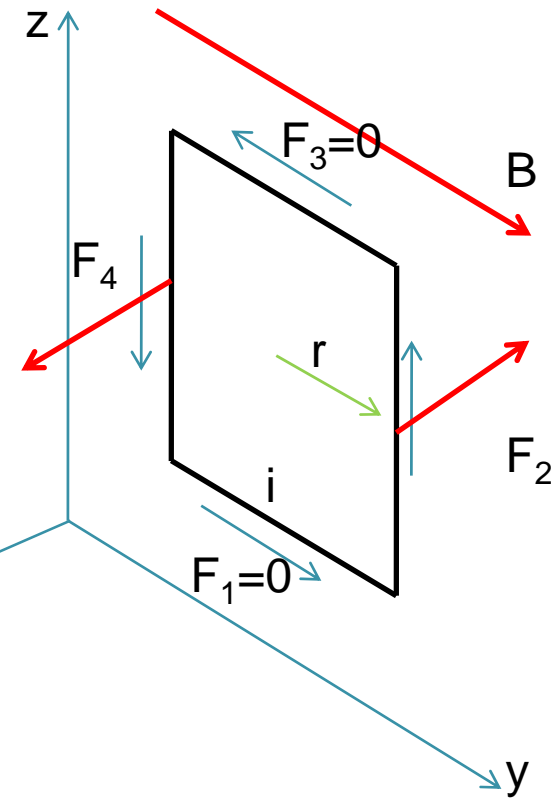
Momento magnético

- Assim, podemos escrever que

$$\vec{F}_4 = -\vec{F}_2 = iBL\hat{x}$$

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}_2 + \vec{r} \times \vec{F}_4$$

$$\vec{\tau} = iBL\frac{L}{2}\hat{z} + iBL\frac{L}{2}\hat{z}$$



$$\vec{\tau} = iBL^2\hat{z}$$

Momento magnético

- Sabendo que:

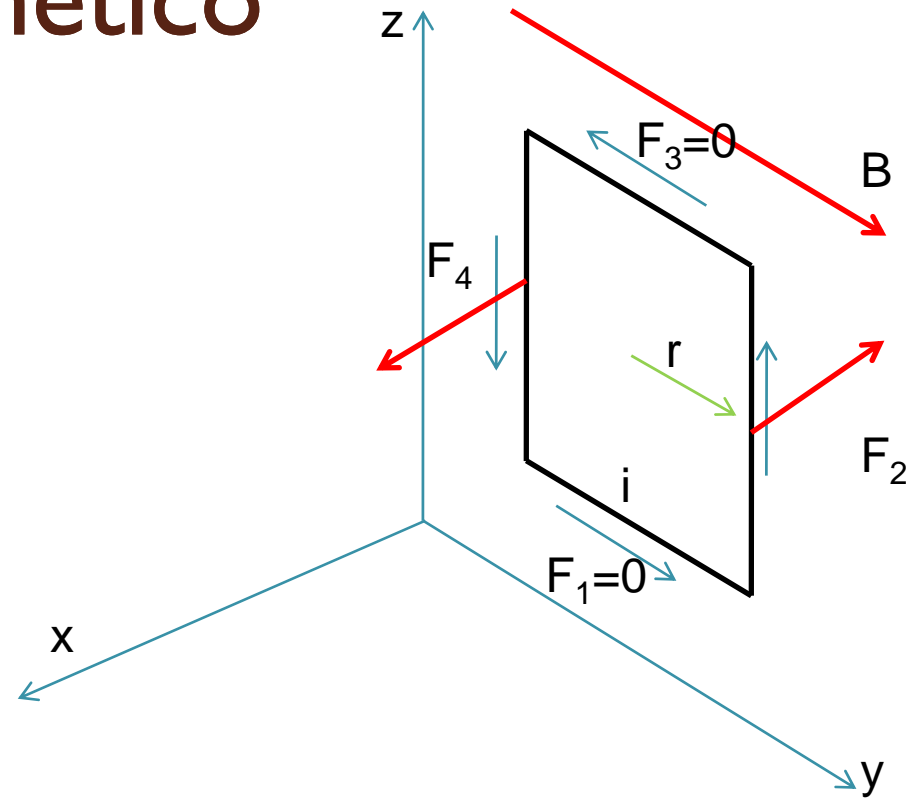
$$\vec{\tau} = iBL^2 \hat{z}$$

- Podemos definir

$$\vec{\mu} = iL^2 \hat{x}$$

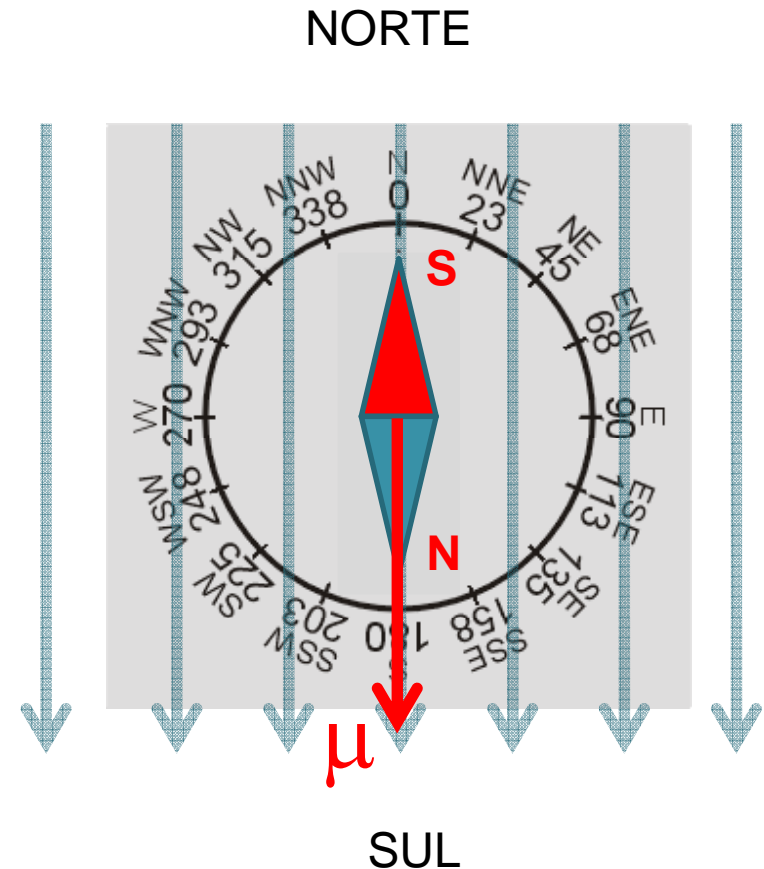
- De tal forma que:

$$\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}$$



O que é uma bússola?

- Pequeno ponteiro magnetizado que interage com o campo magnético
- Podemos caracterizar a agulha da bússola pelo seu momento de dipolo magnético (μ)



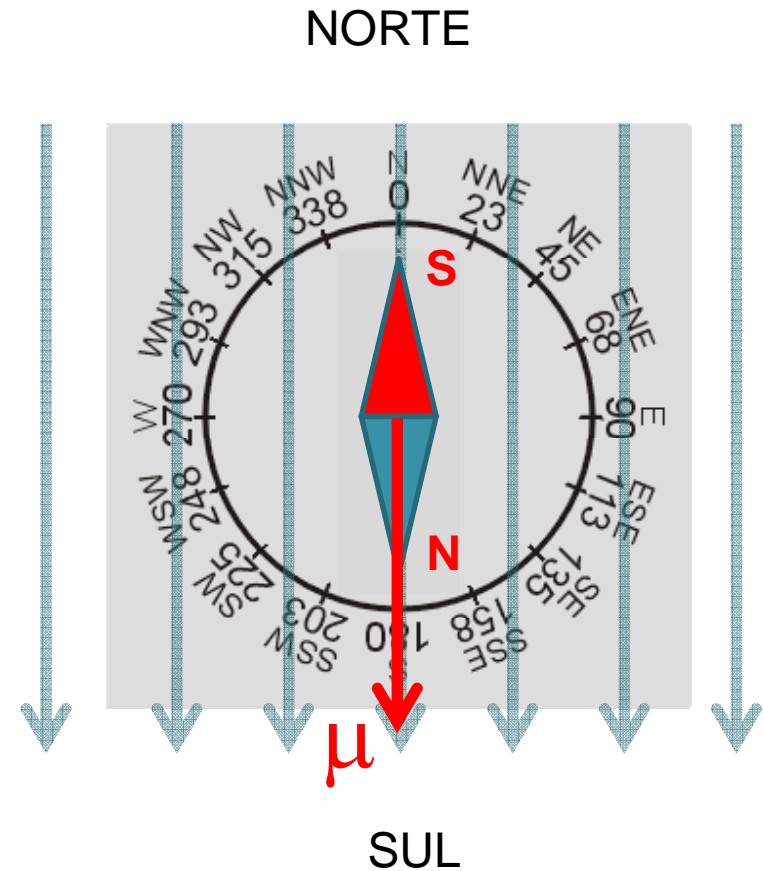
O que é uma bússola?

- Na ação de um campo magnético surge um torque

$$\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}$$

- No caso da bússola podemos resumir a um movimento no plano

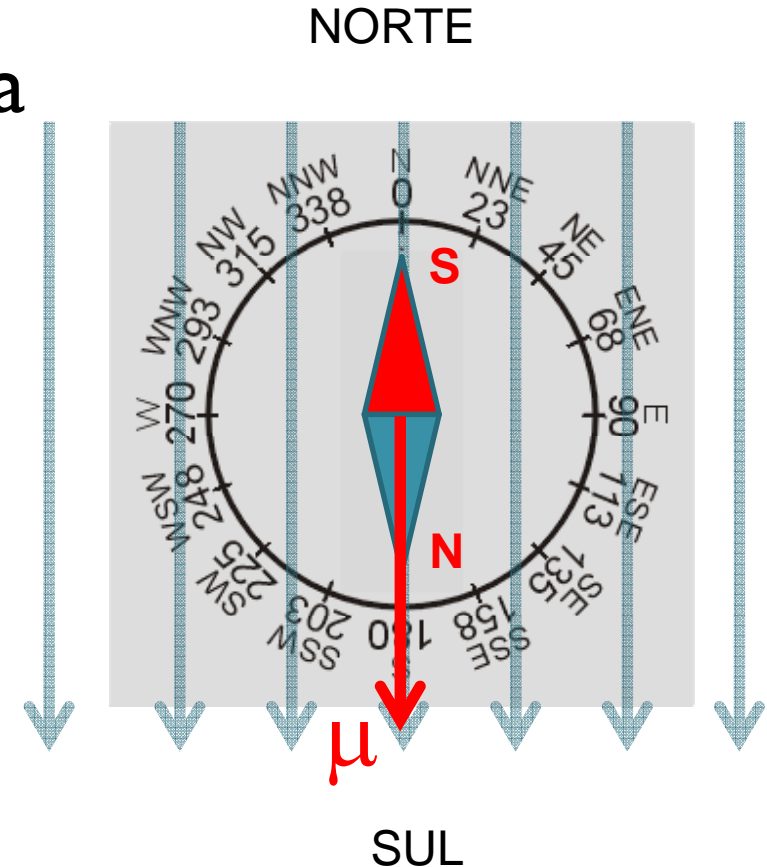
$$\tau = -\mu B \sin(\theta)$$



O que é uma bússola?

- Este torque faz a bússola girar
 - A aceleração angular depende do momento de inércia (I) da agulha
- A equação de movimento da agulha é:

$$I \frac{d^2}{dt^2} \theta = \tau_{total}$$



Ver livros de Física I
ou mecânica
(rotações)

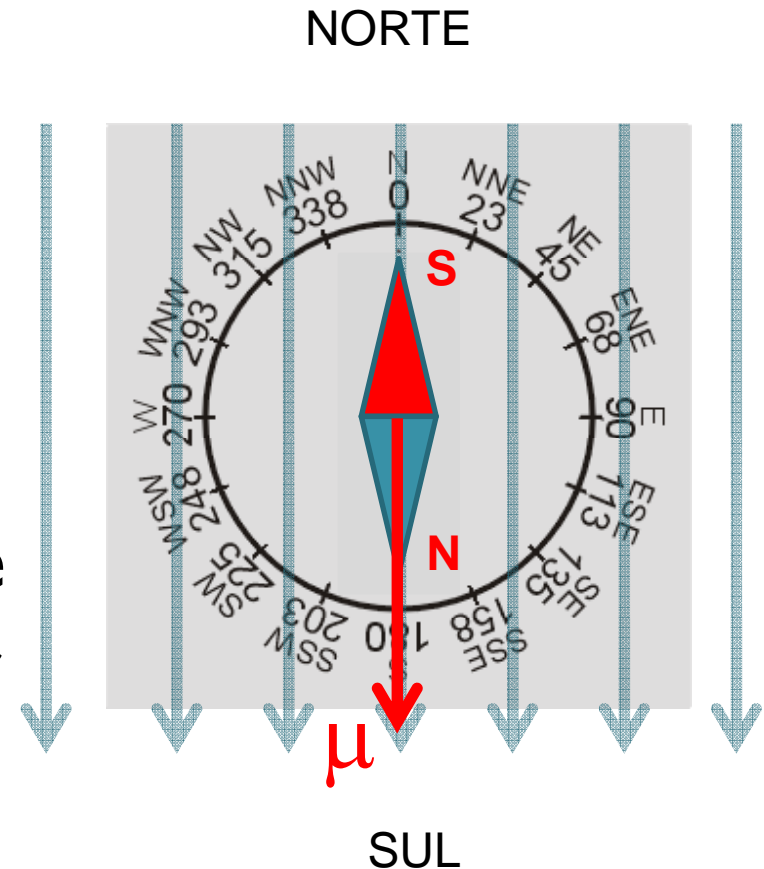
O que é uma bússola?

- No nosso caso:

$$I \frac{d^2}{dt^2} \theta = -\mu B \sin(\theta)$$

- Se θ for suficientemente pequeno podemos fazer $\sin(\theta) \sim \theta$, ou seja:

$$I \frac{d^2}{dt^2} \theta + \mu B \theta = 0$$



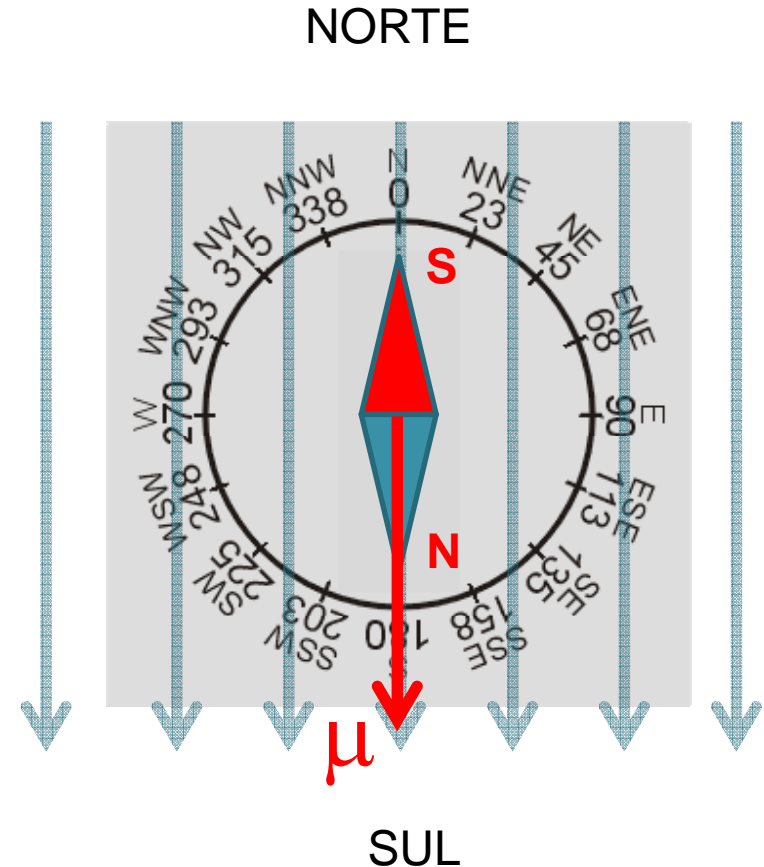
O que é uma bússola?

- Cujas soluções são

$$\theta = \theta_0 \sin(\omega t)$$

- Com:

$$\omega = 2\pi f = \sqrt{\frac{\mu}{I} B}$$

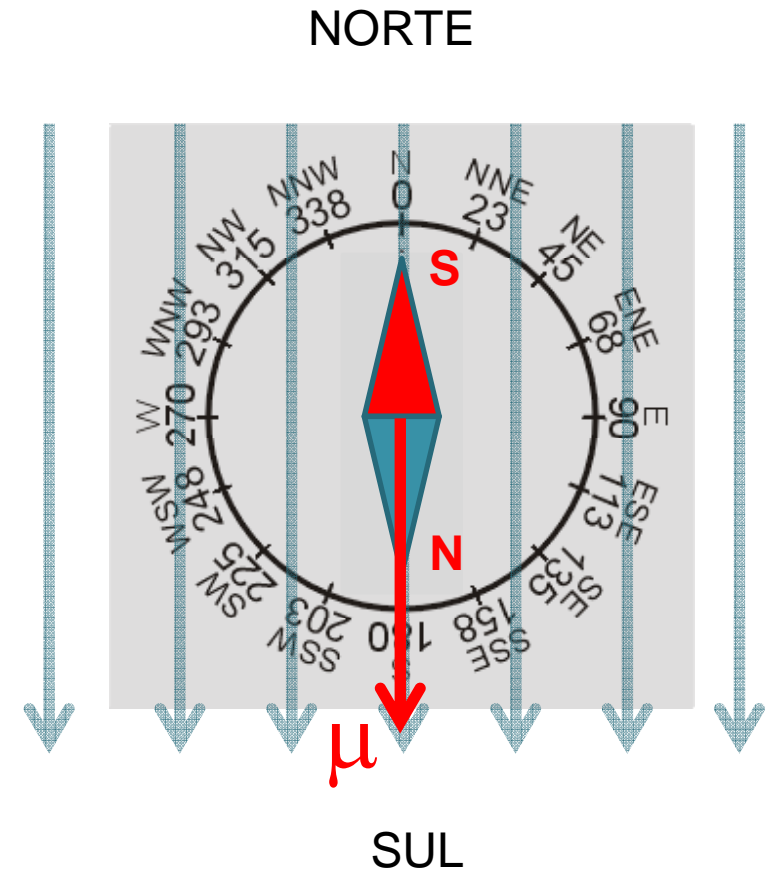


O que é uma bússola?

- Importante: A solução

$$\theta = \theta_0 \sin(\omega t)$$

- Implica que a bússola oscila infinitamente.
 - Isto é verdade?
- Deve haver um termo dissipativo.
 - Vamos esquecer por hora.
 - Retornaremos neste ponto na próxima aula

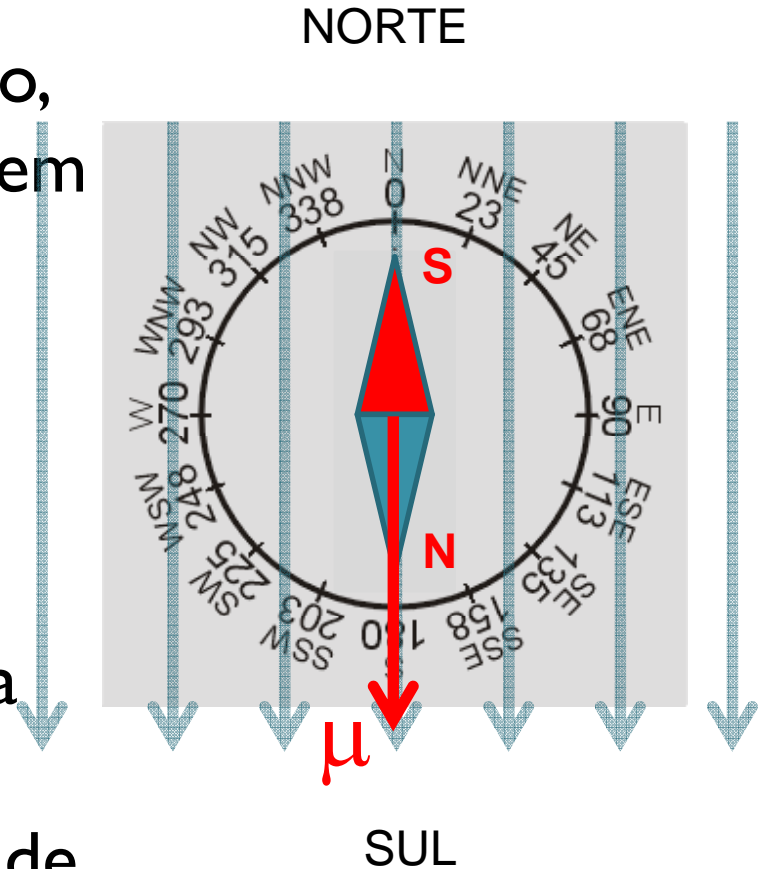


Oscilação de uma bússola em um campo

- Se, em primeira aproximação, a oscilação de uma bússola em um campo tem frequência

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\mu}{I} B}$$

- Isto implica que a medida da frequência pode fornecer informação sobre a magnitude do campo
 - Preciso conhecer μ/I .



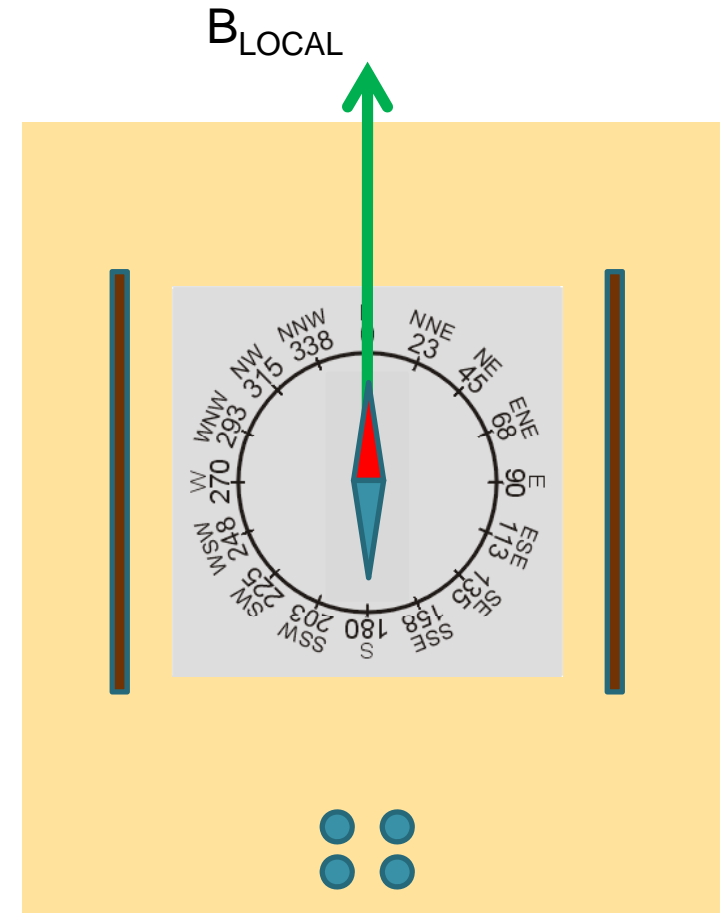


Objetivos da semana

- Medir o campo magnético local (de novo), utilizando campo cruzado
- Medir o momento de dipolo magnético da bússola através de medidas de período de oscilação
 - Utilizar esta informação para medir o campo magnético no exterior do prédio e comparar com o medido no interior do prédio.

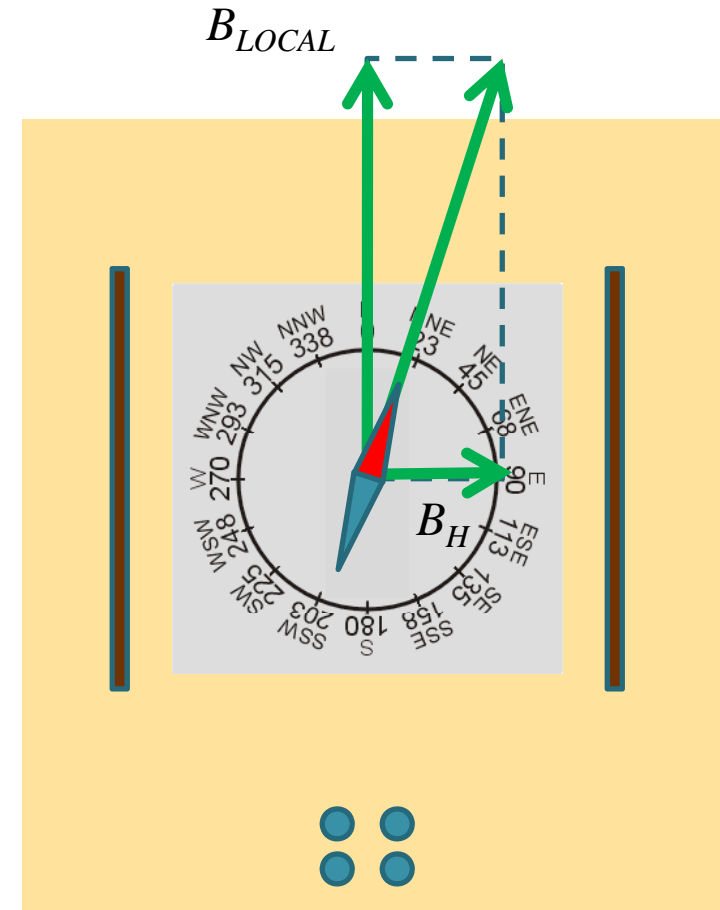
Método do campo cruzado

- Coloque a bússola no interior da bobina de Helmholtz com ela desligada
- Alinhe a bobina para que fique a 90° em relação à bússola



Método do campo cruzado

- Aplique (e meça) uma pequena corrente na bobina de Helmholtz
 - Isto cria um campo (B_H)
 - Eu sei calcular este campo a partir da corrente
 - **A corrente deve ser contínua!**
- A agulha da bússola vai se defletir para se alinhar ao campo resultante

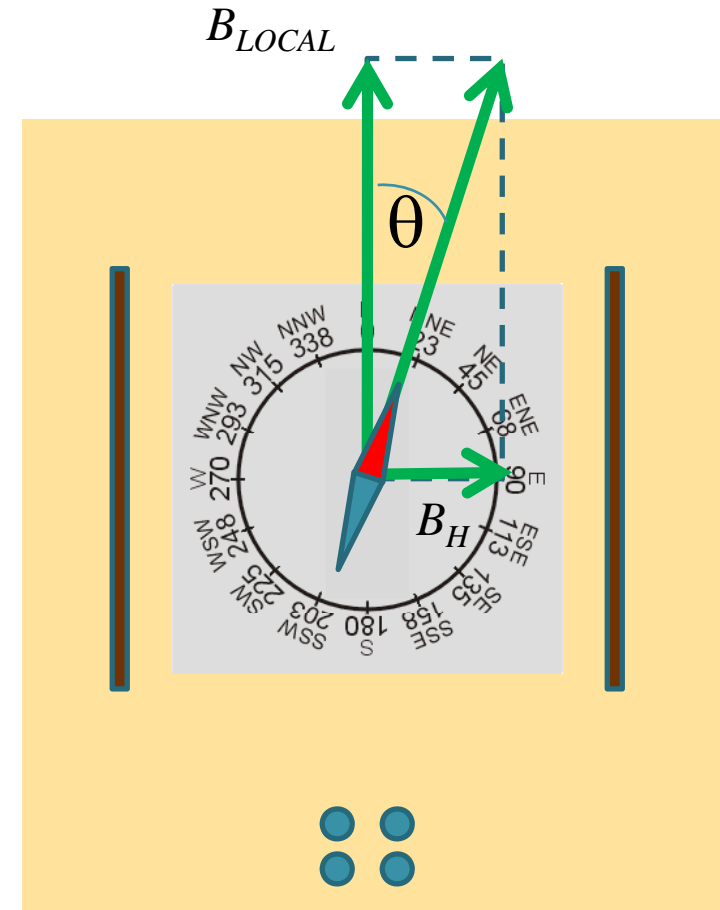


Método do campo cruzado

- O ângulo que a bússola gira é tal que

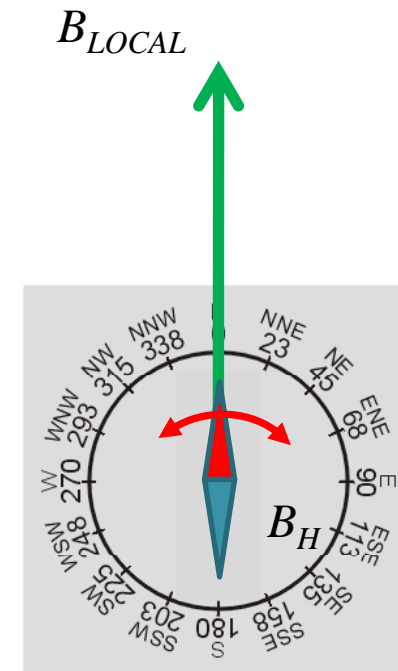
$$\tan(\theta) = \frac{B_H}{B_{LOCAL}}$$

- Repetir o procedimento para várias correntes, variando θ o máximo possível
- O gráfico de B_H em função de $\tan(\theta)$ fornece o valor de B_{LOCAL} .



Determinando μ/I da bússola

- Conhecendo BLOCAL, desligue a bobina de Helmholtz
- Cause uma pequena perturbação na bússola para que ela oscile
 - Pode ser um pequeno ímã
- Meça o período de oscilação
 - Lembrem-se das experiências de Lab I para medidas de período de pêndulos
- Determine o valor de μ/I .



Atividades da semana

- Corrigir o que precisa ser corrigido da semana passada
- Determinar B_{LOCAL} usando o método de campo cruzado
 - Entregar o gráfico e ajuste necessário
- Medir μ/I . Descreva o procedimento, principalmente o utilizado para medir o período de oscilação.
 - Calcular o momento de inércia e obter μ .
 - Vejam livros de física I ou mecânica
- Usando o valor de (μ/I) medir o campo magnético local em uma área aberta, longe de construções e comparar com o valor do interior da sala.