



Física Experimental III

Notas de aula: www.if.usp.br/suaide

LabFlex: www.dfn.if.usp.br/curso/LabFlex

Aula 12

Prof. Alexandre Suaide

Ramal: 7072

Ed. Oscar Sala (Pelletron), sala 246



Relatório da experiência II

- O que é um relatório?
 - Qual a diferença entre um relatório/artigo e um livro didático?
- Como escrever um relatório?
 - Qual o nível de detalhamento que devo escrever?
 - Conhecimento comum e conhecimento específico
 - Referenciamento de texto.
- O que é informação relevante?
 - Quais os objetivos do experimento?
 - Como e porque realizamos as várias tomadas de dados?
 - Indo das conclusões para a introdução

Como escrever um relatório?

- Detalhadamento
 - Separar conhecimento comum daquele desenvolvido especificamente para o experimento
 - Exemplo: Simulação do Laplaciano
 - Método 1: livro texto
 - Neste método descreve-se em detalhes todos os passos realizados e deduções teóricas
 - Método II: relatório/artigo científico
 - Descreve-se apenas as idéias e referencia-se o detalhadamento

Teoricamente o potencial V pode ser obtido resolvendo-se a equação de Poisson:

$$\nabla^2 V = \frac{\rho}{\epsilon}$$

Onde ρ é a densidade de carga elétrica. Na ausência de cargas livres a equação de Poisson se reduz à equação de Laplace, ou seja:

$$\nabla^2 V = 0$$

Onde ∇^2 é o operador Laplaciano que, em coordenadas cartesianas vale:

$$\nabla^2 = \frac{d^2}{dx^2} + \frac{d^2}{dy^2} + \frac{d^2}{dz^2}$$

Para encontrar a distribuição de potencial, essa equação deve ser resolvida para e obtida uma solução para V que satisfaça às condições de contorno do problema. Uma das condições é que o campo elétrico dentro dos eletrodos metálicos seja nulo ou que o potencial dentro dos eletrodos metálicos seja constante. Contudo, a solução analítica deste problema somente é possível quando existe alguma simetria espacial que permita simplificar a aplicação destas condições de contorno, como, por exemplo, o potencial de um cilindro ou um sistema de placas paralelas ideais, sem efeitos de borda.

No caso do sistema de placas do Tubo de Raios Catódicos utilizado neste experimento, a geometria utilizada não possui nenhuma simetria geométrica que possa ser explorada a contento. Neste caso, devemos utilizar artifícios computacionais para a resolução da equação de Laplace. A única aproximação que podemos realizar é a que o sistema possui simetria no eixo- z e podemos simplificar o problema tridimensional para um problema bidimensional. Neste caso, devemos resolver a equação:

$$\frac{d^2}{dx^2} V(x, y) + \frac{d^2}{dy^2} V(x, y) = 0$$

Vamos agora calcular o primeiro termo da equação acima. Vamos inicialmente calcular a derivada primeira do potencial. Podemos aproximar esta derivada por:

$$\frac{d}{dx} V(x, y) \approx \frac{V(x + \Delta x/2) - V(x - \Delta x/2)}{\Delta x}$$

A derivada segunda pode ser escrita como:

$$\frac{d^2}{dx^2} V(x, y) \approx \frac{V(x + \Delta x) - 2V(x) + V(x - \Delta x)}{\Delta x^2}$$

O mesmo pode ser escrito para a derivada na coordenada y . Assim, a equação de Laplace torna-se:

$$\frac{V(x + \Delta x) - 2V(x) + V(x - \Delta x)}{\Delta x^2} + \frac{V(y + \Delta y) - 2V(y) + V(y - \Delta y)}{\Delta y^2} = 0$$

Fazendo a simplificação que $\Delta x = \Delta y = \Delta$, podemos escrever que:

$$\frac{V(x + \Delta) - 4V(x, y) + V(x - \Delta) + V(y + \Delta) + V(y - \Delta)}{\Delta^2} = 0$$

A equação acima possui solução somente se o numerador for nulo. Neste caso, podemos escrever que:

$$V(x, y) = \frac{1}{4}(V(x + \Delta) + V(x - \Delta) + V(y + \Delta) + V(y - \Delta))$$

A equação acima pode ser resolvida numericamente no Excel. Fazemos uma planilha de $n \times n$ células onde o conteúdo de cada célula é obtido através dos valores das células vizinhas. Definimos algumas células como sendo as condições de potencial nas placas do TRC, conforme mostra a figura 1. Existe, contudo, o problema das condições de contorno nas bordas. Devido à planilha não ser infinita, devemos satisfazer condições de contorno cíclicas, ou seja, o valor na borda da planilha deve ser calculado considerando como valor vizinho a célula no outro extremo da planilha.

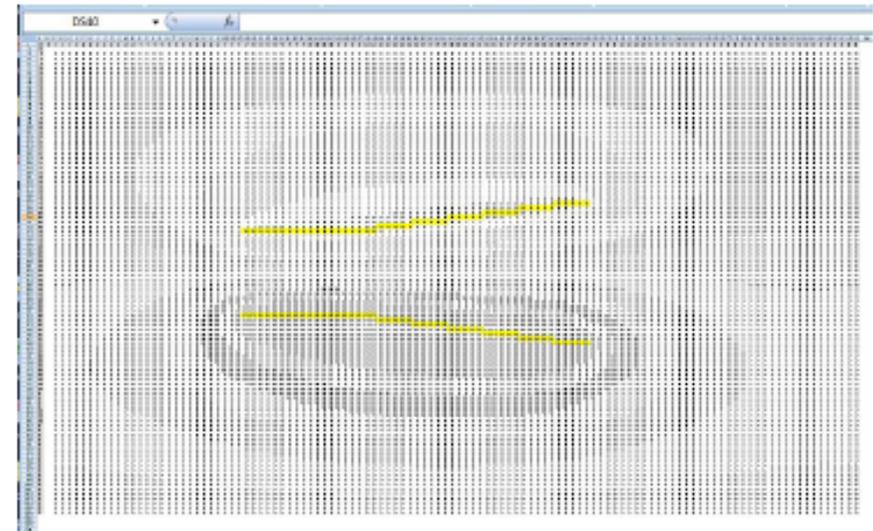


Figura 1 – Planilha usada para simulação do campo elétrico nas placas do TRC

Teoricamente, na ausência de cargas livres, o potencial V pode ser obtido resolvendo-se a equação de Laplace:

$$\nabla^2 V = 0$$

No caso das placas do Tubo de Raios Catódicos, não há simetrias espaciais que permitam a solução analítica da equação acima. Fazendo aproximação por elementos finitos para o cálculo do Laplaciano podemos escrever que o potencial em um ponto (x,y) é dado por [1]:

$$V(x,y) = \frac{1}{4}(V(x+\Delta) + V(x-\Delta) + V(y+\Delta) + V(y-\Delta))$$

Onde Δ é o tamanho de cada célula. A equação acima pode ser resolvida numericamente no Excel. Devido à planilha não ser infinita, utilizamos condições de contorno cíclicas, conforme descrito na Ref [1].

[1] http://www.water.tkk.fi/wr/kurssit/Yhd-12.122/www_book/sgh_34.htm

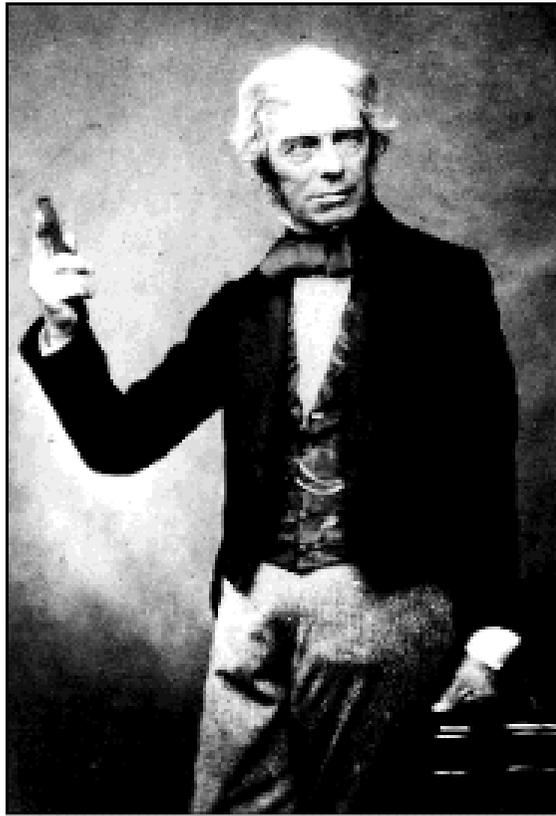
Dicas quanto à forma

- Figuras e tabelas DEVEM ser citadas no texto
 - O leitor deve saber qual momento do texto que ele precisa olhar para a figura/tabela para o entendimento do texto.
- Referências DEVEM ser citadas no texto
 - O leitor deve saber qual referência está relacionada a qual assunto e quando ela se encaixa no texto para poder se aprofundar no tema



Das conclusões para a introdução

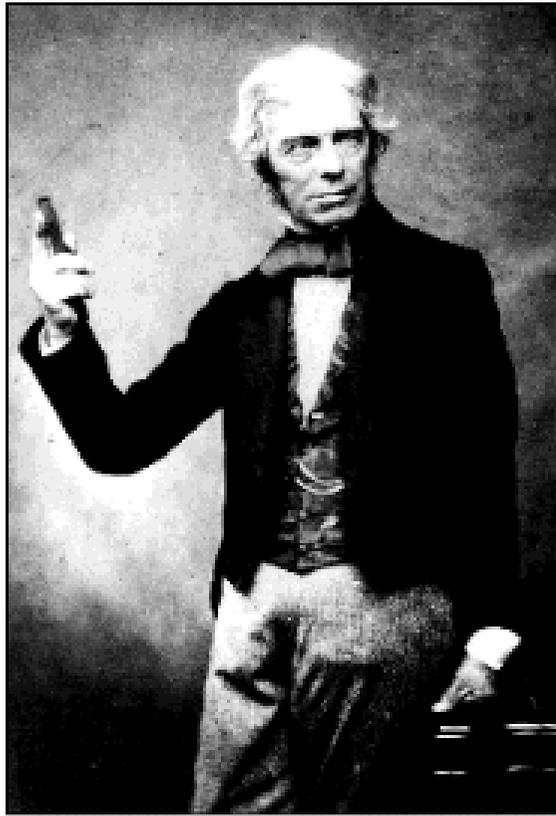
- Quais as conclusões do experimento?
 - Quais as medidas/análises que levaram a estas conclusões?
 - Conclusões (e resumo) do trabalho
- Como eu dou suporte a estas conclusões
 - Quais as aproximações teóricas, medidas e análises que foram necessárias para este suporte?
 - Análise de dados
- Quais os fundamentos teóricos utilizados para chegar às conclusões estabelecidas? Quais as motivações para realização do trabalho?
 - Introdução



Michael Faraday

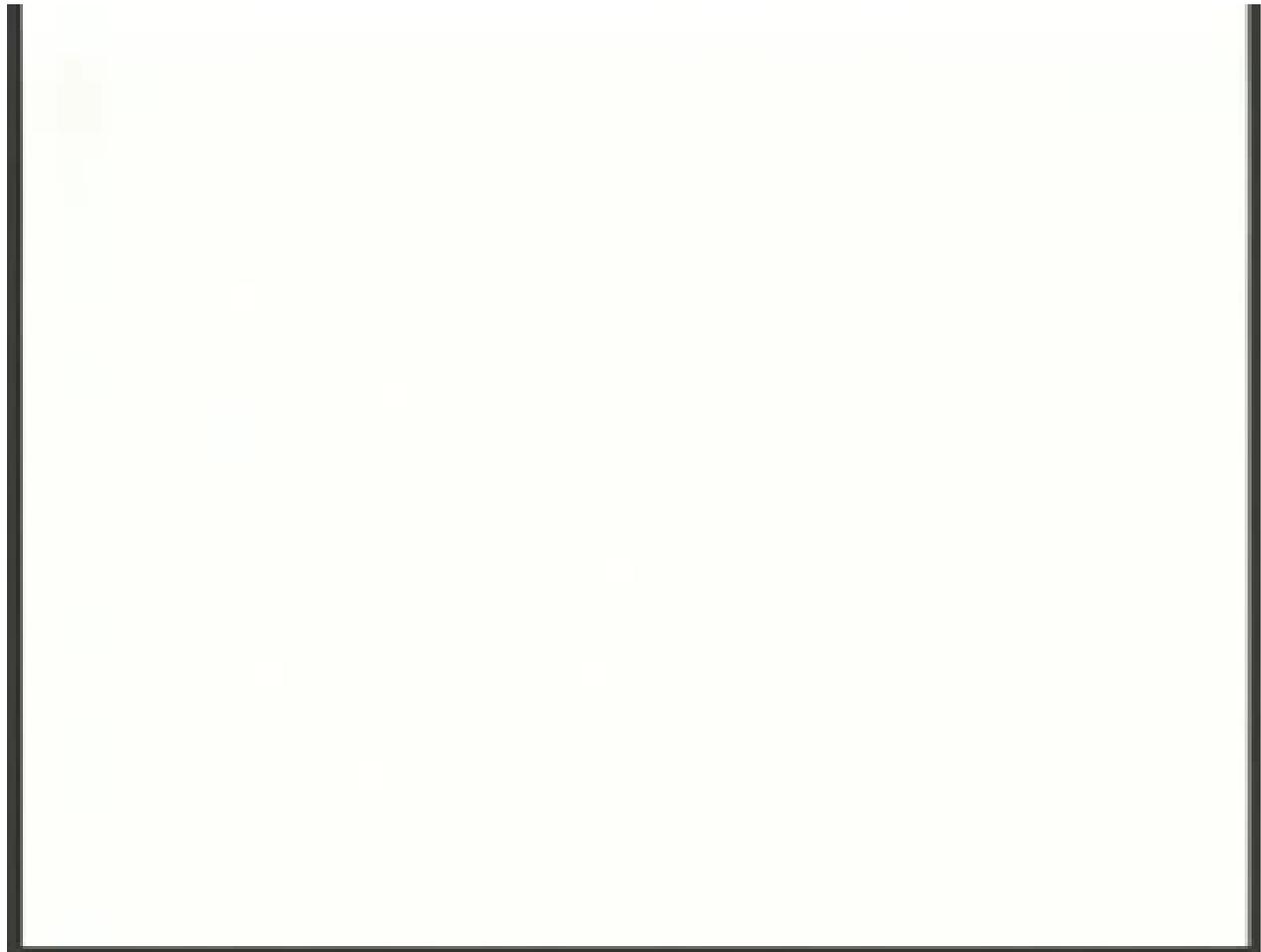
Experiência III – Lei de Faraday

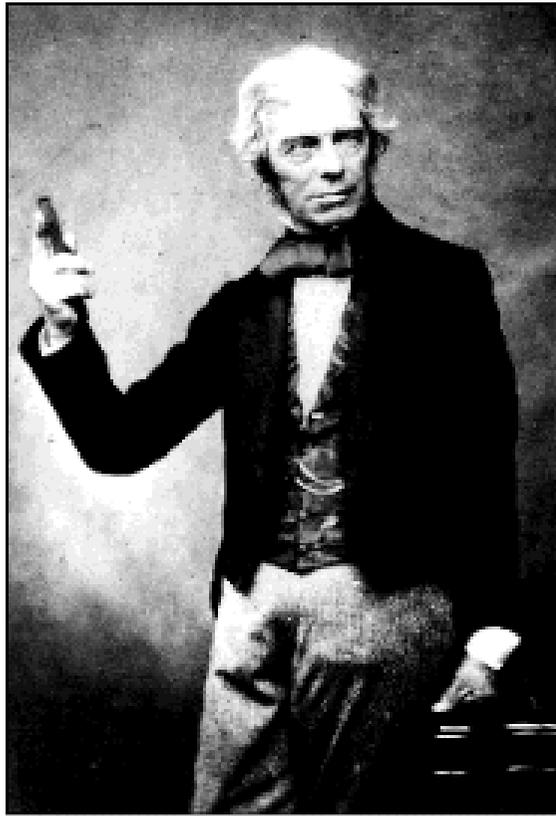




Michael Faraday

Experiência III – Lei de Faraday





Michael Faraday

Experiência III – Lei de Faraday



Lei de Faraday

- A Lei de Faraday estabelece como uma variação de fluxo magnético pode induzir um potencial elétrico.

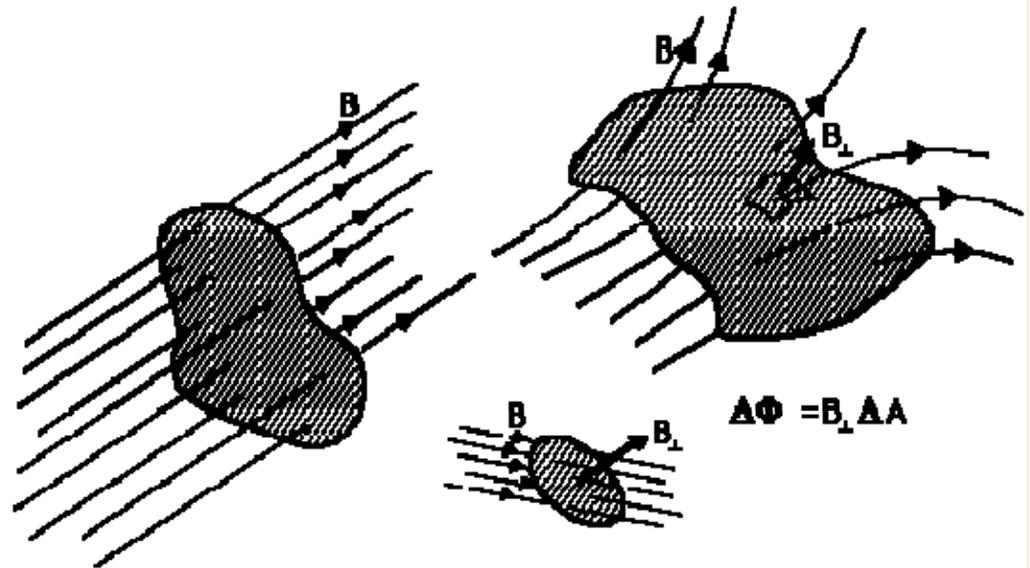
$$\mathcal{E} = - \frac{d\phi_B}{dt}$$



Fluxo magnético

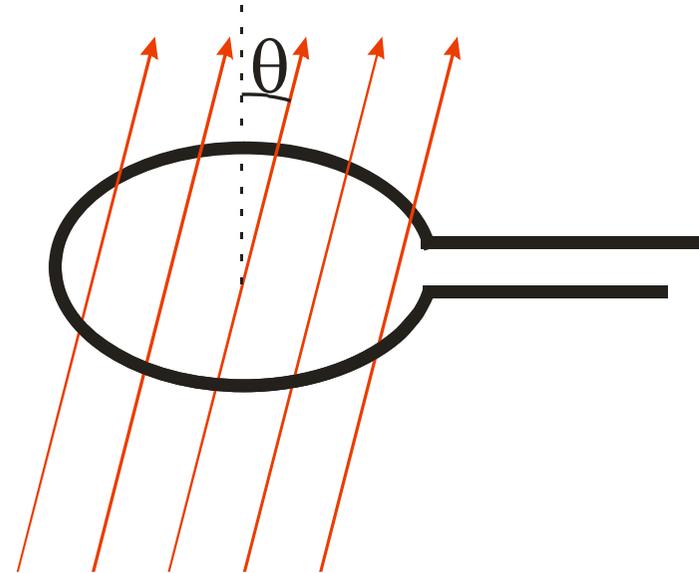
- Depende da intensidade do campo e da área transversal
- Variação do fluxo magnético
 - Campo varia e/ou
 - Área varia

$$\phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{a}$$



Fluxo magnético sobre uma espira ideal

- Espira circular de área A
- Campo uniforme e constante na espira
 - Espira suficientemente pequena para supor que o campo não varia
- Ângulo entre a espira e as linhas de campo = θ



$$\begin{aligned}\phi_B &= \int \vec{B} \cdot d\vec{a} \\ &= B \cdot A \cdot \cos(\theta)\end{aligned}$$

Lei de Faraday em uma espira ideal

- Vamos calcular a variação do fluxo sobre uma bobina de área A .

$$\mathcal{E} = -\frac{d\phi_B}{dt} = -\frac{d}{dt}(B \cdot A \cdot \cos(\theta))$$

$$\mathcal{E} = -A \cos(\theta) \frac{dB}{dt} + BA \sin(\theta) \frac{d\theta}{dt}$$

Indução devida a variação temporal do campo magnético (supondo apenas mudança de amplitude)

Indução devida a mudança da geometria ou posição da bobina

Bobina sonda

- A bobina sonda é uma bobina composta de N espiras de área A , correspondendo a uma bobina efetiva de área NA
 - Aumenta a sensibilidade para variações de fluxo magnético

$$\phi_B = B \cdot NA \cdot \cos(\theta)$$

- Muito utilizada para medir e mapear campos magnéticos variáveis

Uso da bobina sonda em um campo magnético oscilante harmônico

- Bobina perpendicular às linhas de campo, ou seja, $\cos(\theta) = 1$

$$\phi_B = B \cdot NA$$

$$\varepsilon = -\frac{d\phi_B}{dt} = -NA \frac{dB}{dt}$$

- Campo magnético harmônico

$$B = B_0 \sin(\omega t)$$

$$\varepsilon = -NA \frac{dB}{dt}$$

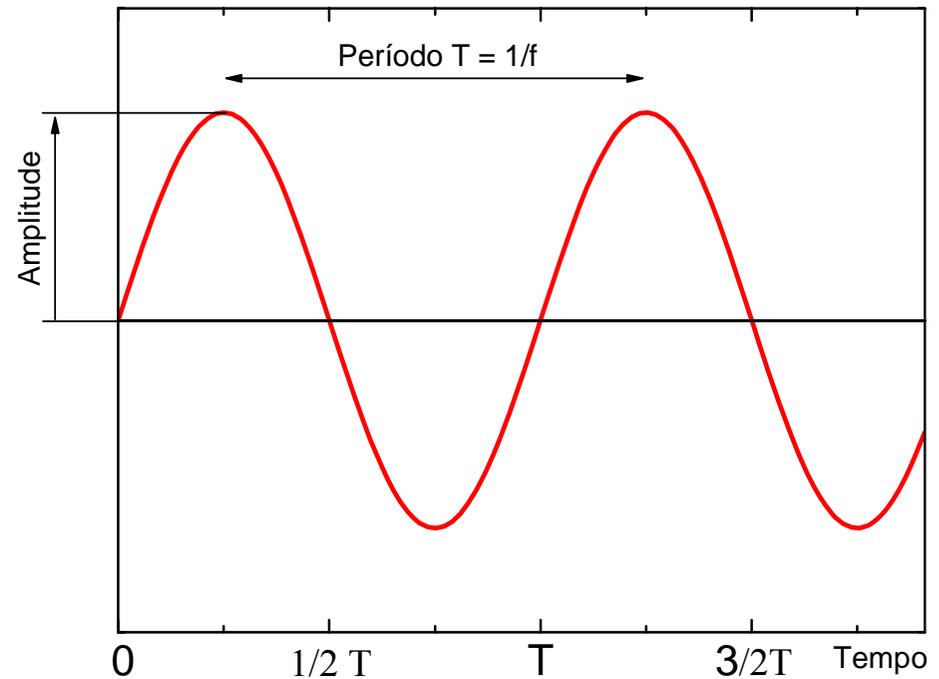
$$\varepsilon = -NA\omega B_0 \cos(\omega t)$$

Uso de bobinas sonda

- F.E.M. induzida significa ser possível de medir em um osciloscópio

$$\varepsilon = -NA\omega B_0 \cos(\omega t)$$

- Medindo F.E.M posso medir o campo magnético, bem como a sua dependência no tempo
 - *Amplitude* = $NA\omega B_0$.





Objetivos do experimento

- Estudar aspectos fundamentais e aplicações da Lei de Faraday
 - Visualizar no laboratório a F.E.M. induzida em uma bobina e verificar que a amplitude é compatível com o previsto pelo cálculo do fluxo
 - Calibração de uma bobina sonda
 - Aplicações
 - Mapeamento de campos magnéticos. Estudo de uma bobina de Helmholtz
 - Ressonância magnética

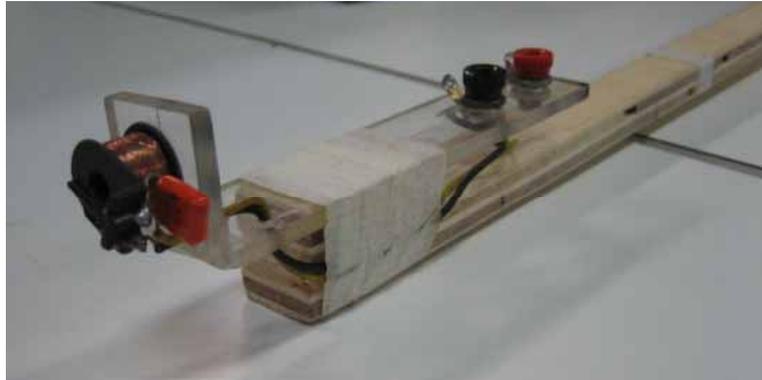


Objetivos para esta semana

- Calibrar uma bobina sonda para mapeamento de campos magnéticos
 - Utilizar uma bobina sonda (área e número de espiras desconhecida)
 - Determinar a área efetiva (NA) desta bobina para uso nas aulas seguintes
- Mapear o campo de uma bobina de Helmholtz
 - Comparar com previsões teóricas

As bobinas a serem utilizadas

- Bobina sonda



- Solenóide de referência

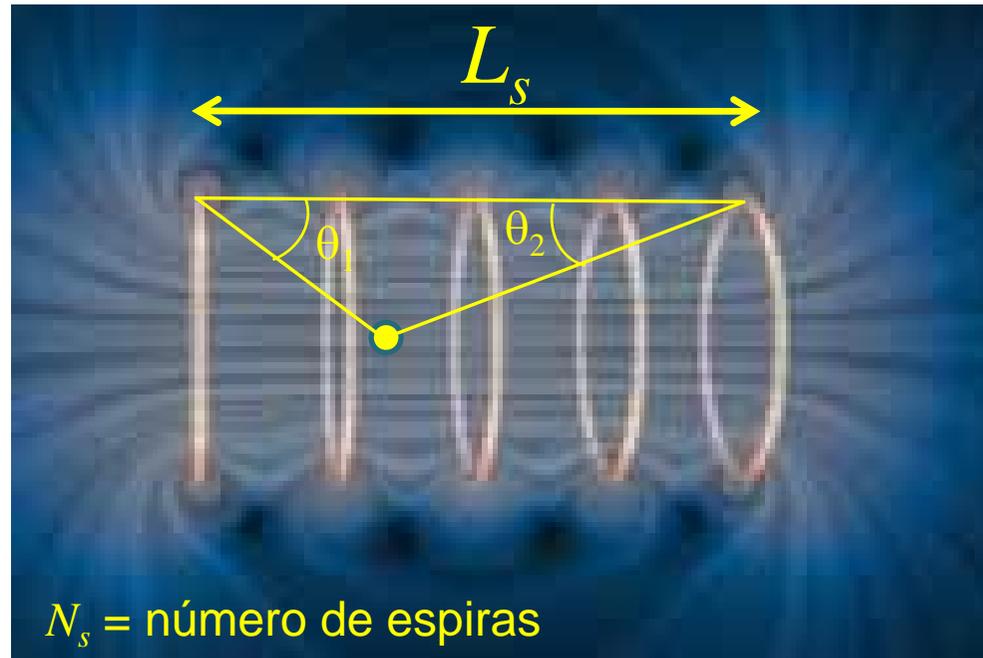


- Bobina de Helmholtz



E o campo magnético para induzir a F.E.M.?

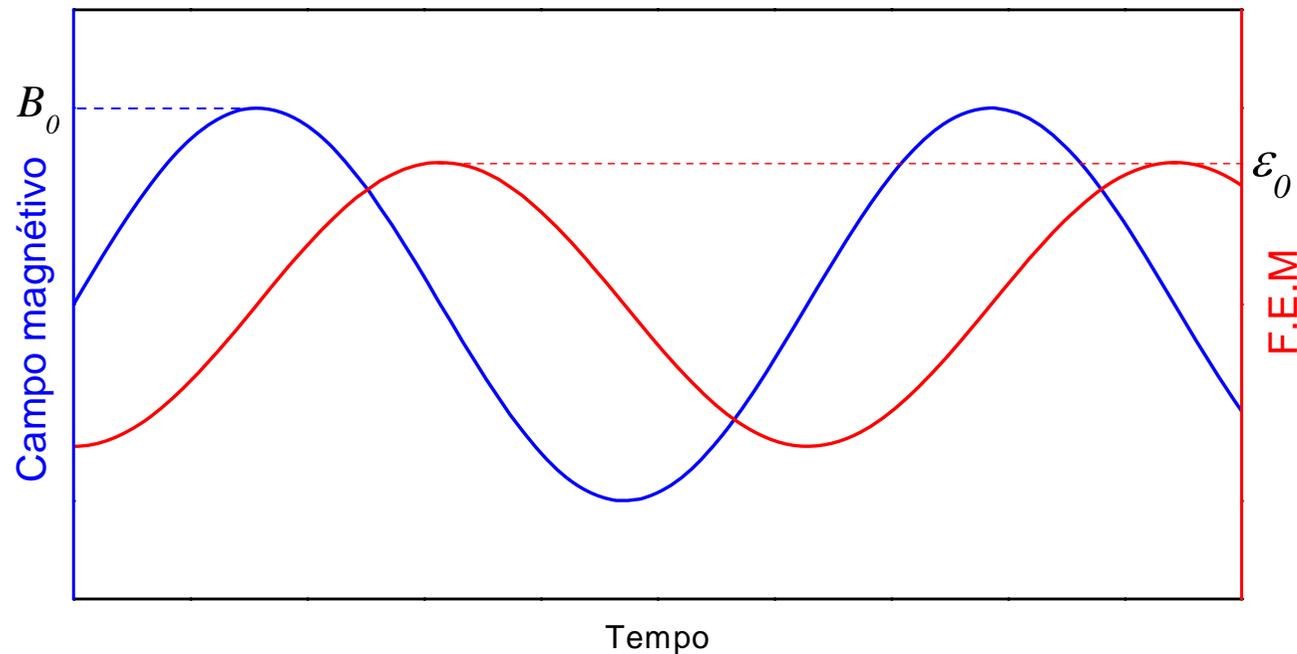
- Solenóide finito $B(t) = \frac{\mu_0 N_s}{2L_s} (\cos \theta_1 + \cos \theta_2) \cdot i(t)$



- Corrente harmônica $i(t) = i_0 \sin(\omega t)$

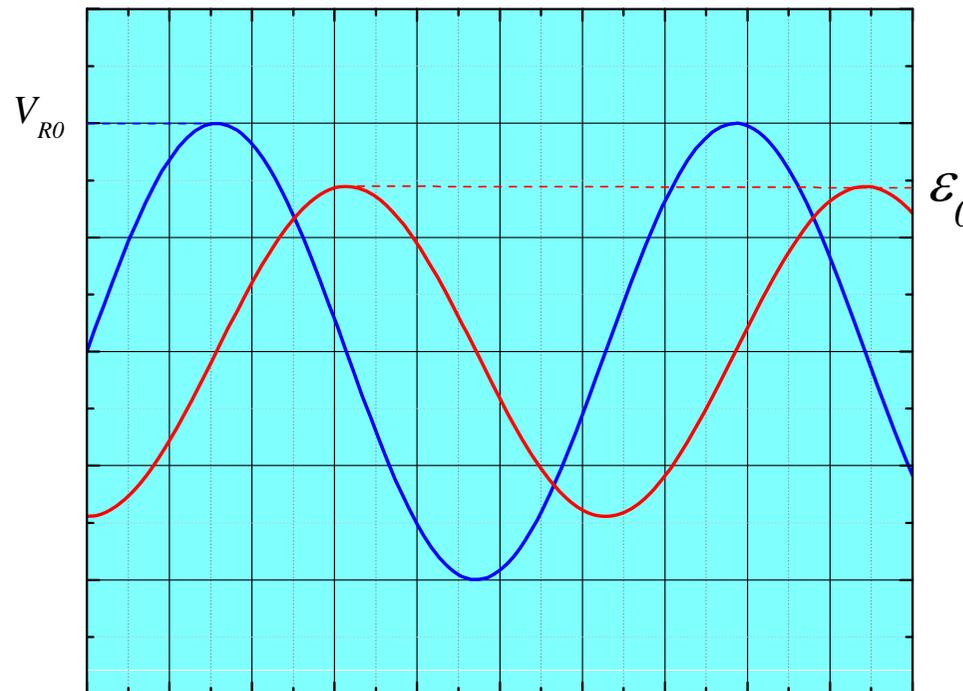
Campo magnético e F.E.M.

- Campo $B(t) = \frac{\mu_0 N_S i_0}{2L_S} (\cos \theta_1 + \cos \theta_2) \cdot \sin(\omega t) = B_0 \sin(\omega t)$
- F.E.M. $\varepsilon = -\underbrace{B_0 N A \omega}_{\varepsilon_0} \cos(\omega t) = -\varepsilon_0 \cos(\omega t)$



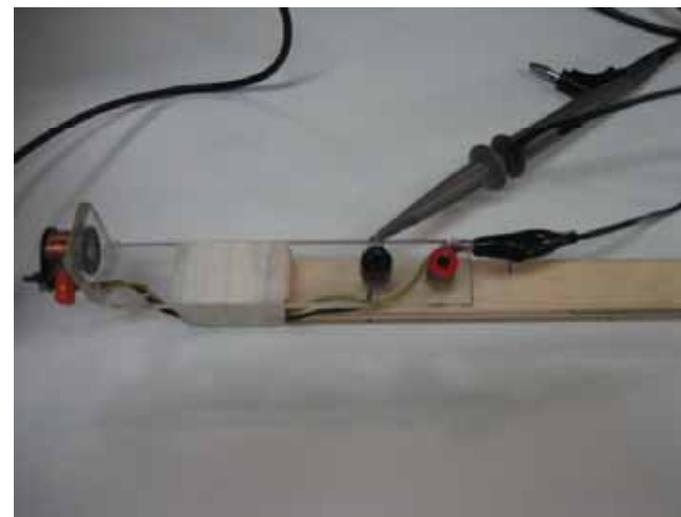
Na prática – medidas realizadas

- Medimos a corrente no osciloscópio
 - Na verdade, a tensão em um resistor conhecido
 - Desta medida, podemos calcular o campo magnético
- F.E.M.



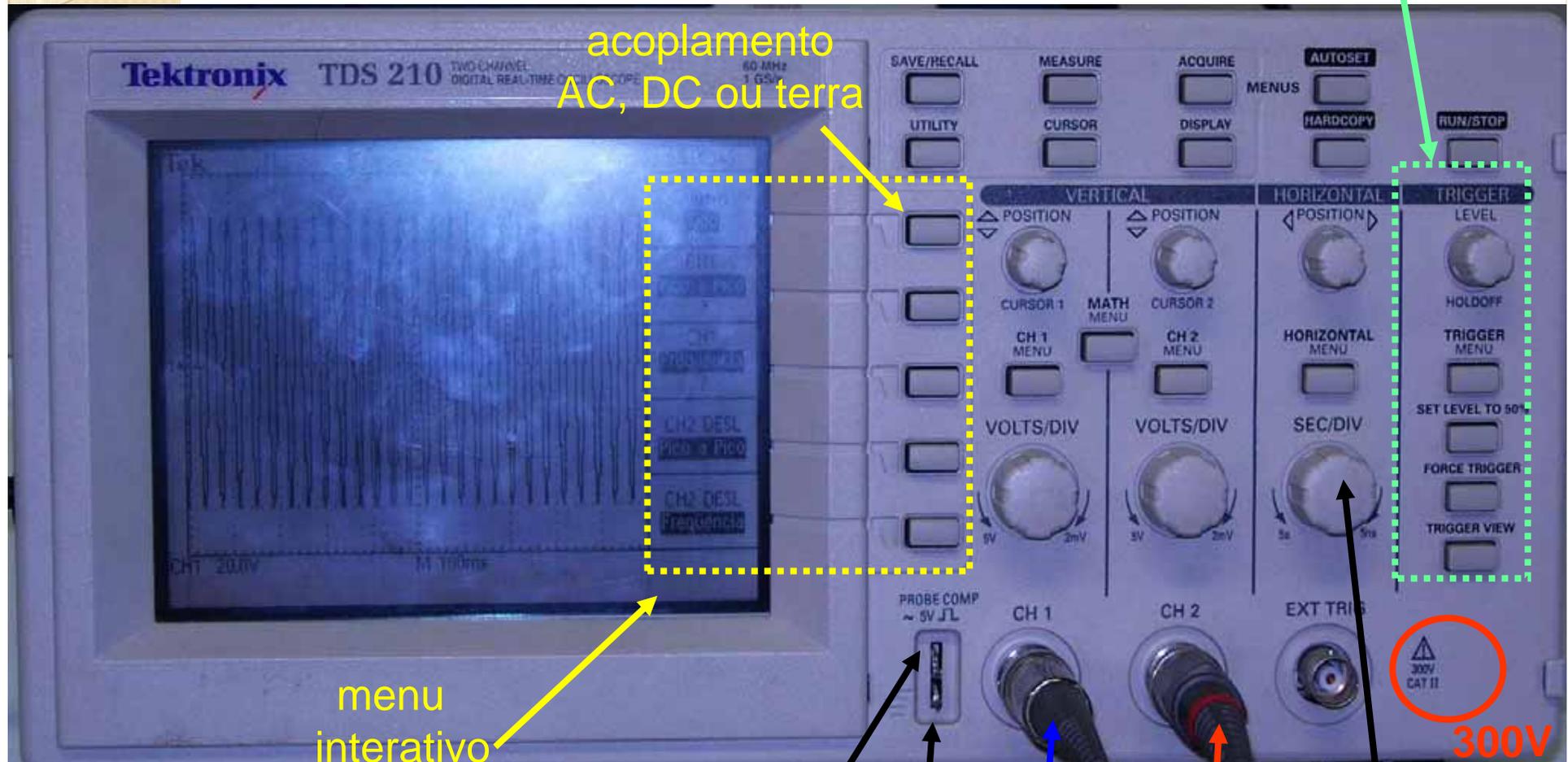
Tela do osciloscópio

Arranjo experimental para calibração da bobina sonda



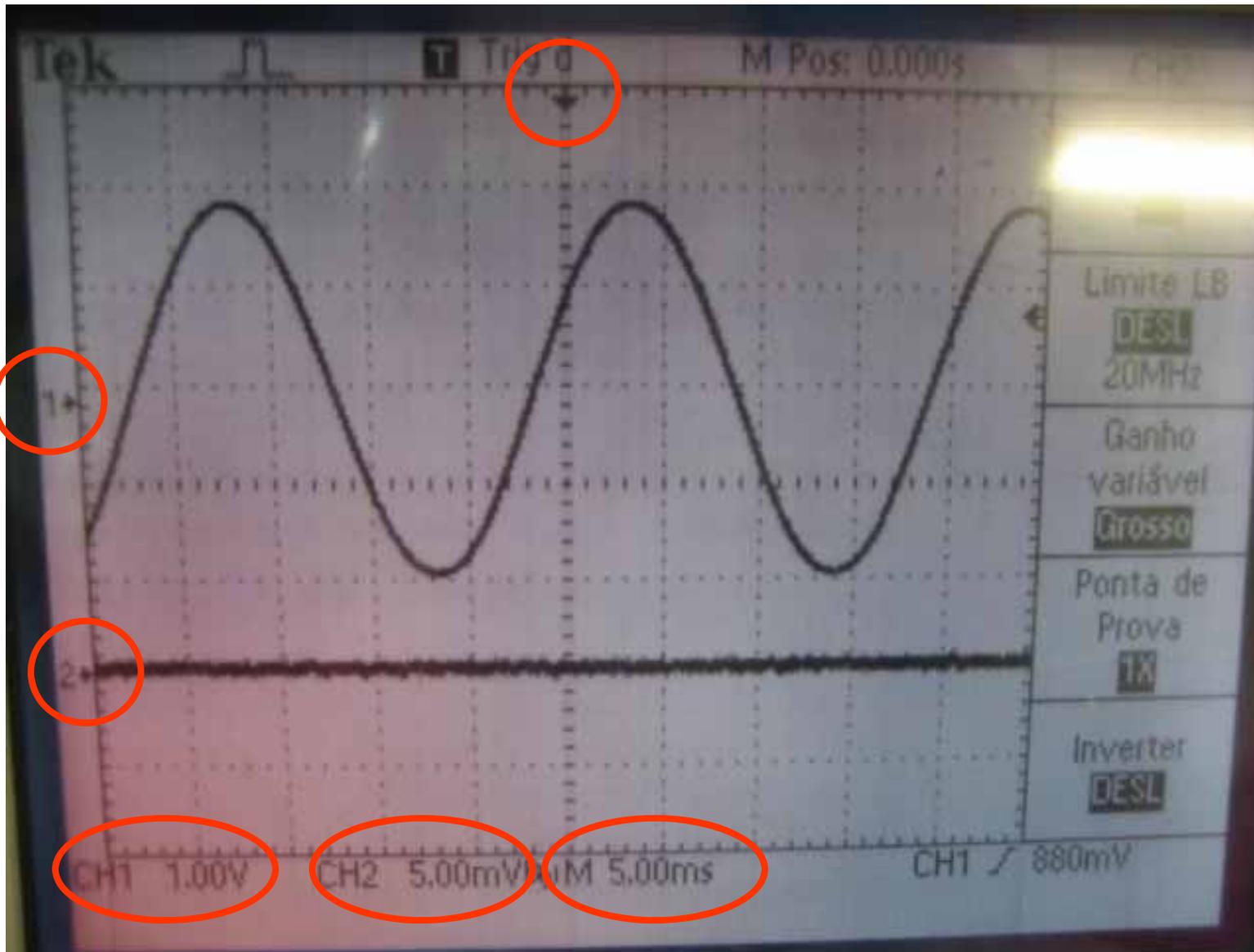
Osciloscópio

gatilho (trigger)



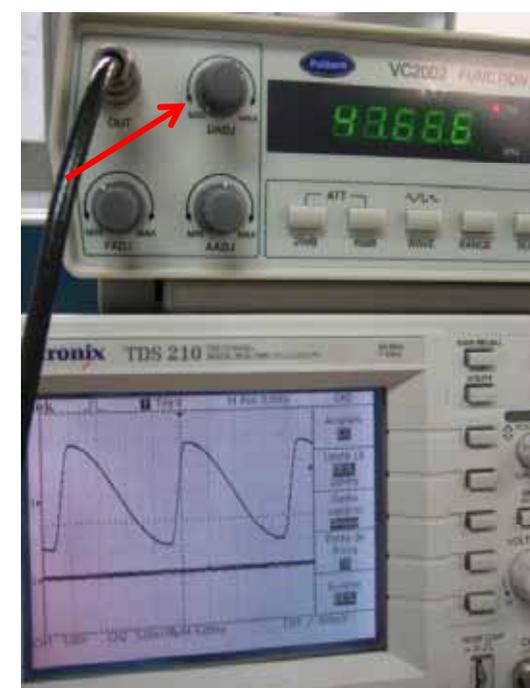
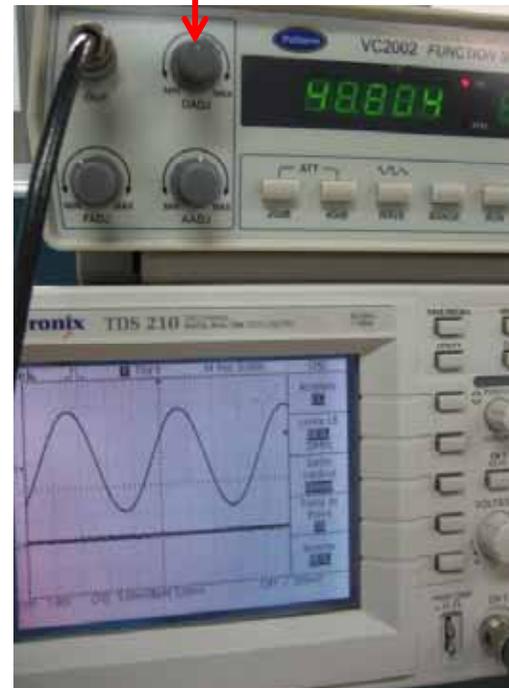
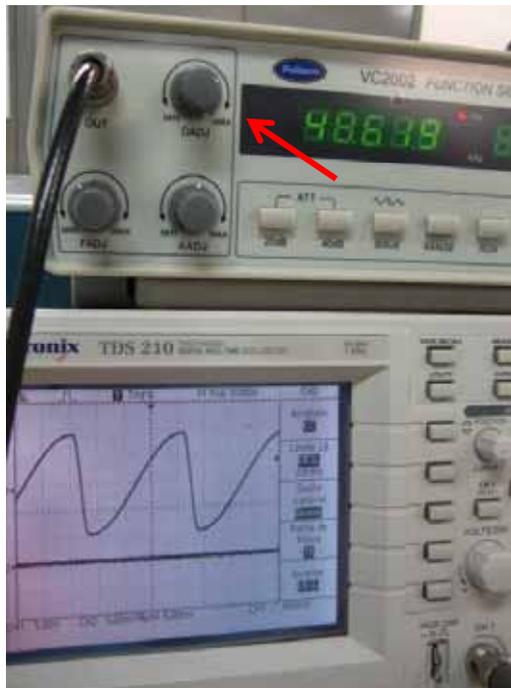
A ponta de prova tem atenuador que pode ser alterado (muda também a impedância)

Osciloscópio



Ajuste do gerador de áudio

- Ajuste de frequência e amplitude
- Cuidado com duty cycle

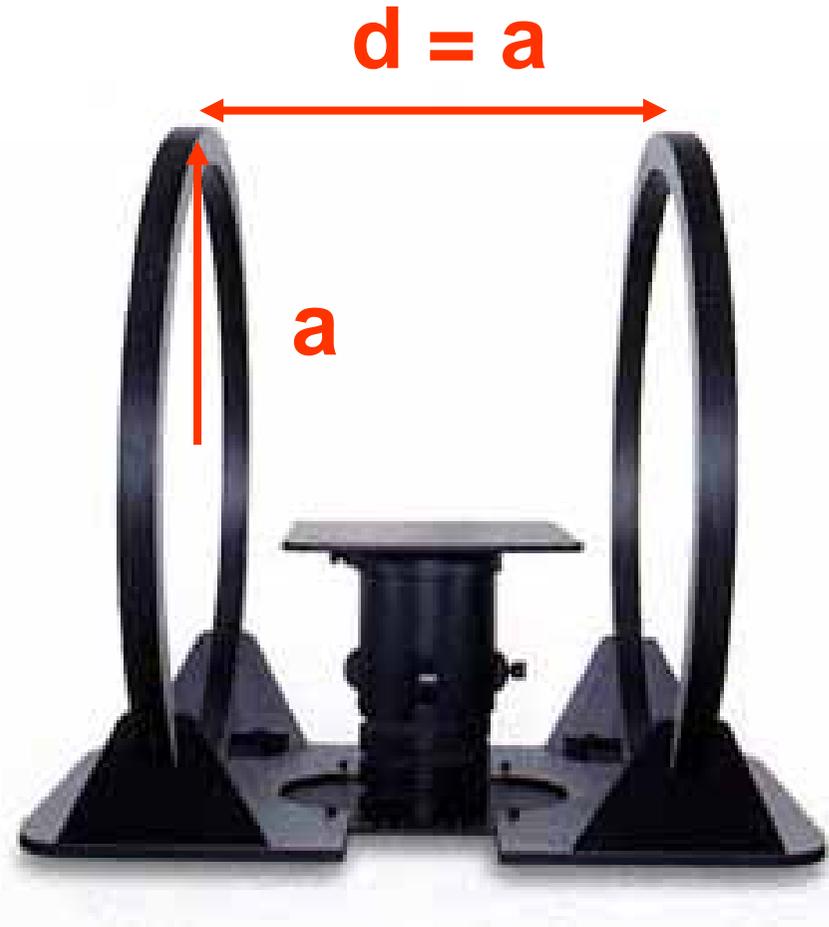


Tarefas da semana (I)

- Usando a bobina sonda, fazer gráfico da F.E.M. induzida em função da corrente no solenóide.
 - Ajustar os dados e verificar e determinar a área efetiva da bobina
 - Anotar número da bobina sonda utilizada
- Pergunta “teórica”
 - Deve existir alguma preocupação do alinhamento do solenóide com o campo magnético local? Porque?

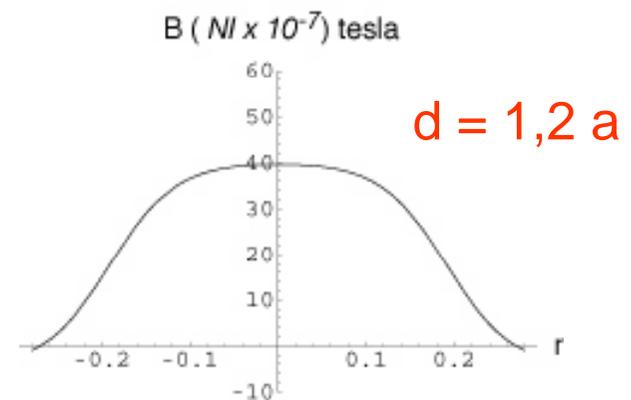
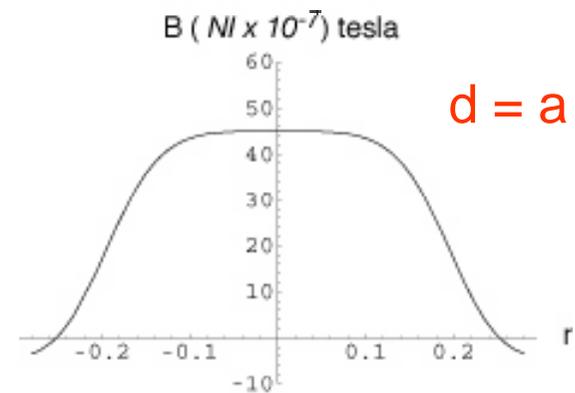
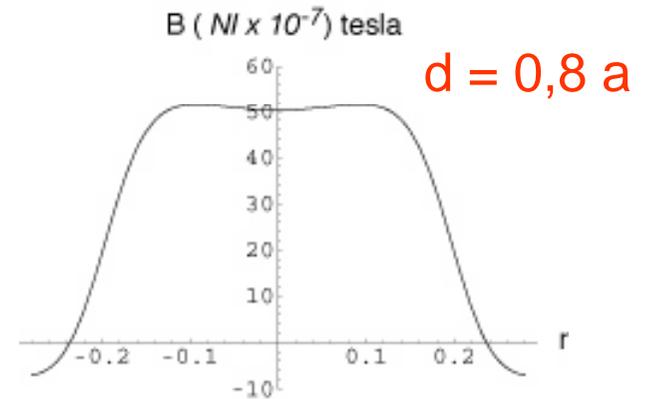
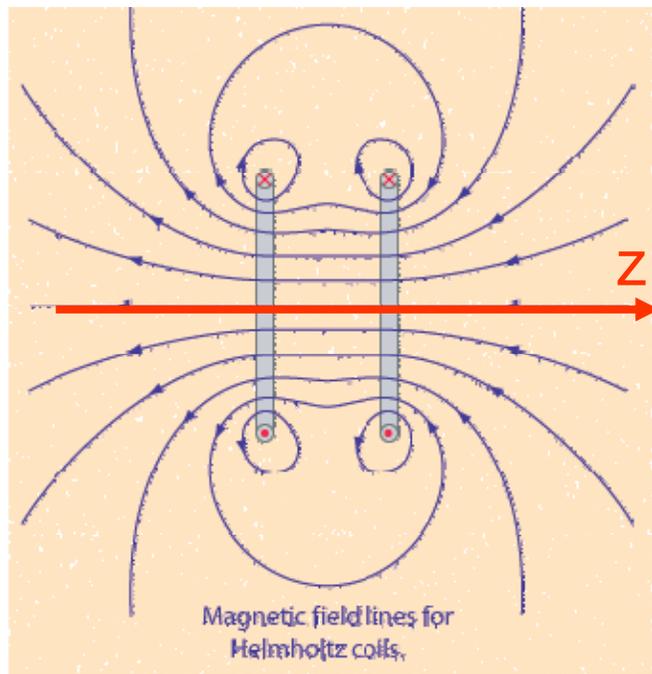
Bobina de Helmholtz

- Conjunto de duas bobinas montadas em uma geometria especial de modo a gerar um campo quase uniforme no interior da bobina
 - Distância entre as bobinas é igual ao raio das mesmas

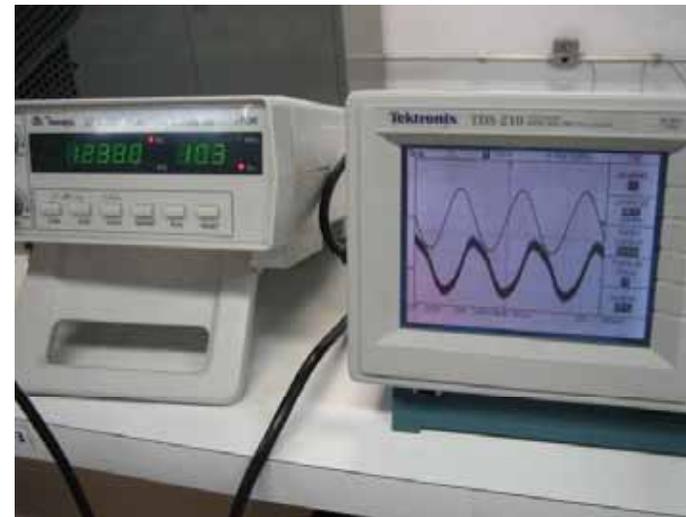
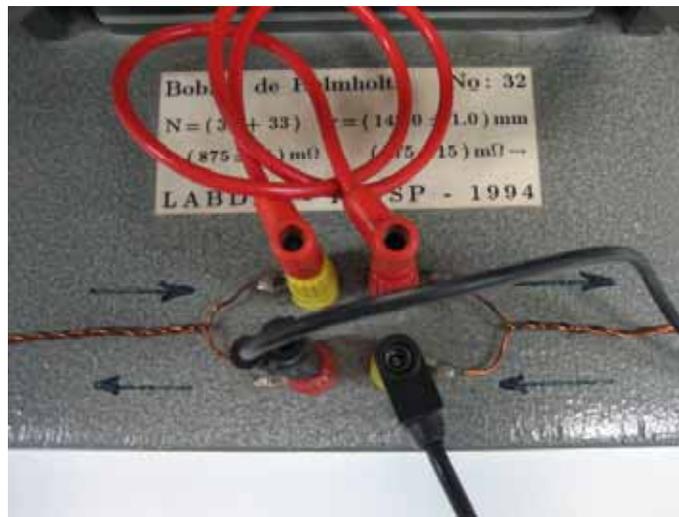
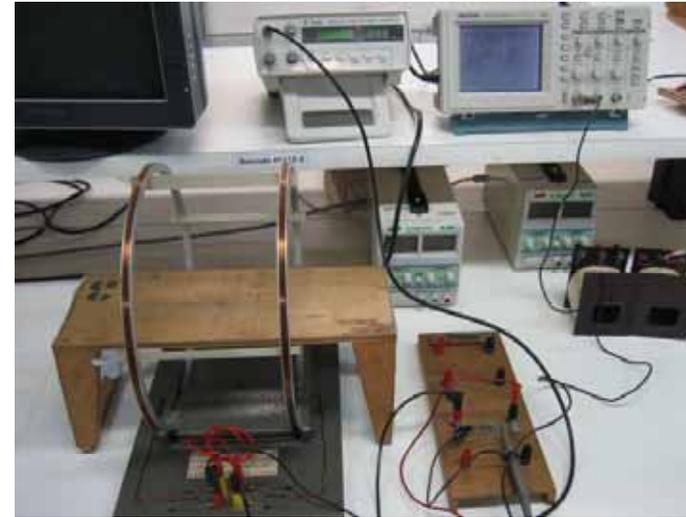
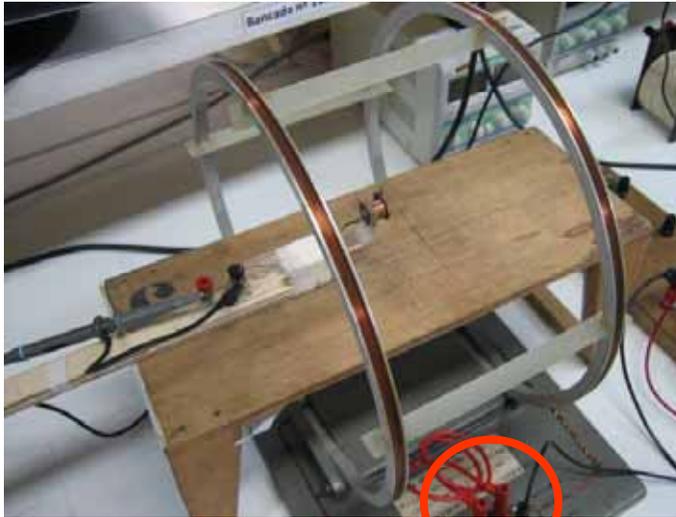


Campo de uma bobina de Helmholtz

- Campo ao longo do eixo-z passando pelo centro da bobina
 - Campo aproximadamente uniforme entre as bobinas



Arranjo experimental para medir o campo da bobina de Helmholtz



Tarefas da semana (II)

- Montar o circuito para gerar o campo da Bobina de Helmholtz
 - Anote as características geométricas da bobina
 - Aplicar corrente alternada (máximo 1,5 A)
 - Escolher frequência adequada
 - Lembre-se que quanto maior a frequência maior o sinal induzido
- Utilizando a bobina sonda calibrada, medir o campo gerado pela bobina de Helmholtz ao longo do eixo-z e radial
 - Não se limitem somente entre as bobinas. Meça fora delas também.
- Comparar (graficamente) o valor experimental com previsões teóricas para o campo ao longo de z
 - Explicitar a fórmula teórica utilizada para $B(z)$
 - Dica: O campo da bobina de Helmholtz pode ser obtido pela superposição do campo de duas espiras simples deslocadas uma da outra
 - Note que a corrente teórica em cada espira é N vezes a corrente aplicada

Resumo das atividades

- Calibrar a bobina sonda, isto é, determinar a área efetiva (NA) da bobina
 - Usar o solenóide para gerar o campo de referência
- Utilizar a bobina sonda calibrada para mapear o campo da bobina de Helmholtz
 - Superpor dados à previsão teórica para o campo da bobina
- Prestar atenção na incerteza espacial do mapeamento
 - A bobina não é pontual. Ela possui dimensões que geram uma imprecisão na medida de posição. Estimar esta incerteza.