



# Física Experimental III

Notas de aula: [www.if.usp.br/suaide](http://www.if.usp.br/suaide)

LabFlex: [www.dfn.if.usp.br/curso/LabFlex](http://www.dfn.if.usp.br/curso/LabFlex)

## Aula 9

Prof. Alexandre Suaide

Ramal: 7072

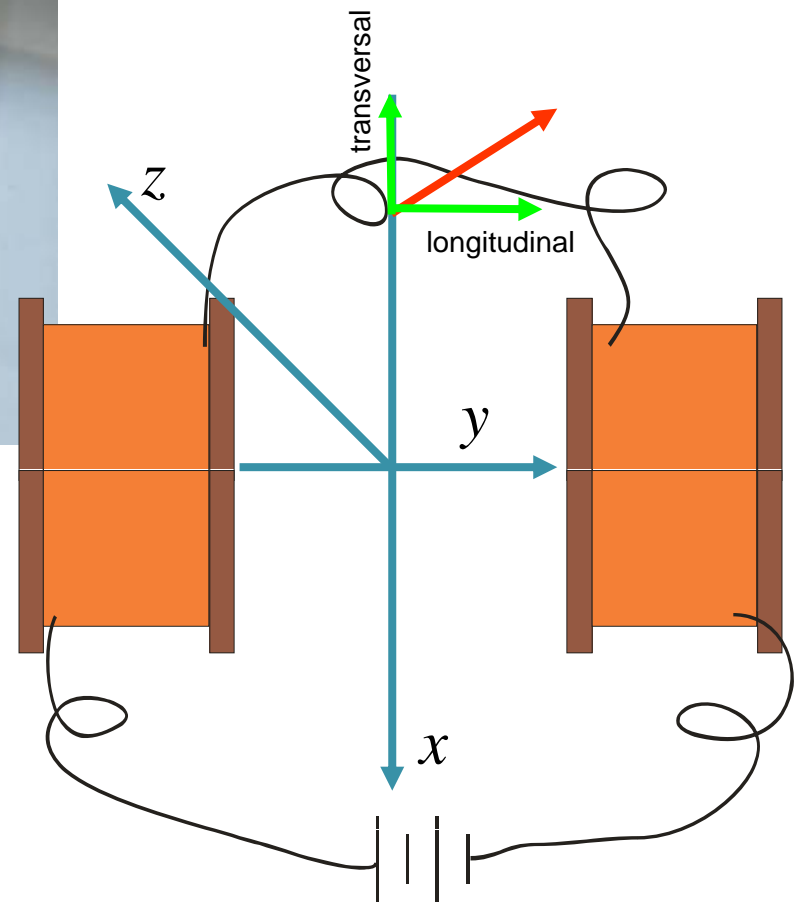
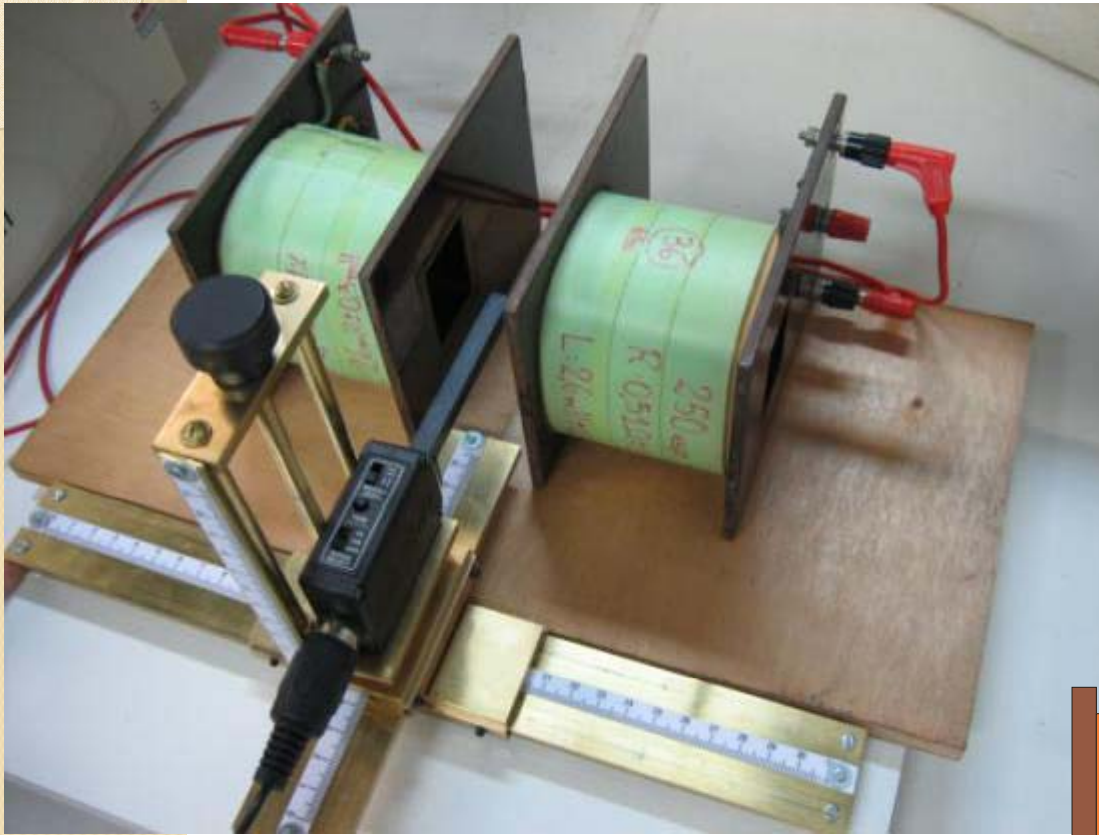
Ed. Oscar Sala (Pelletron), sala 246



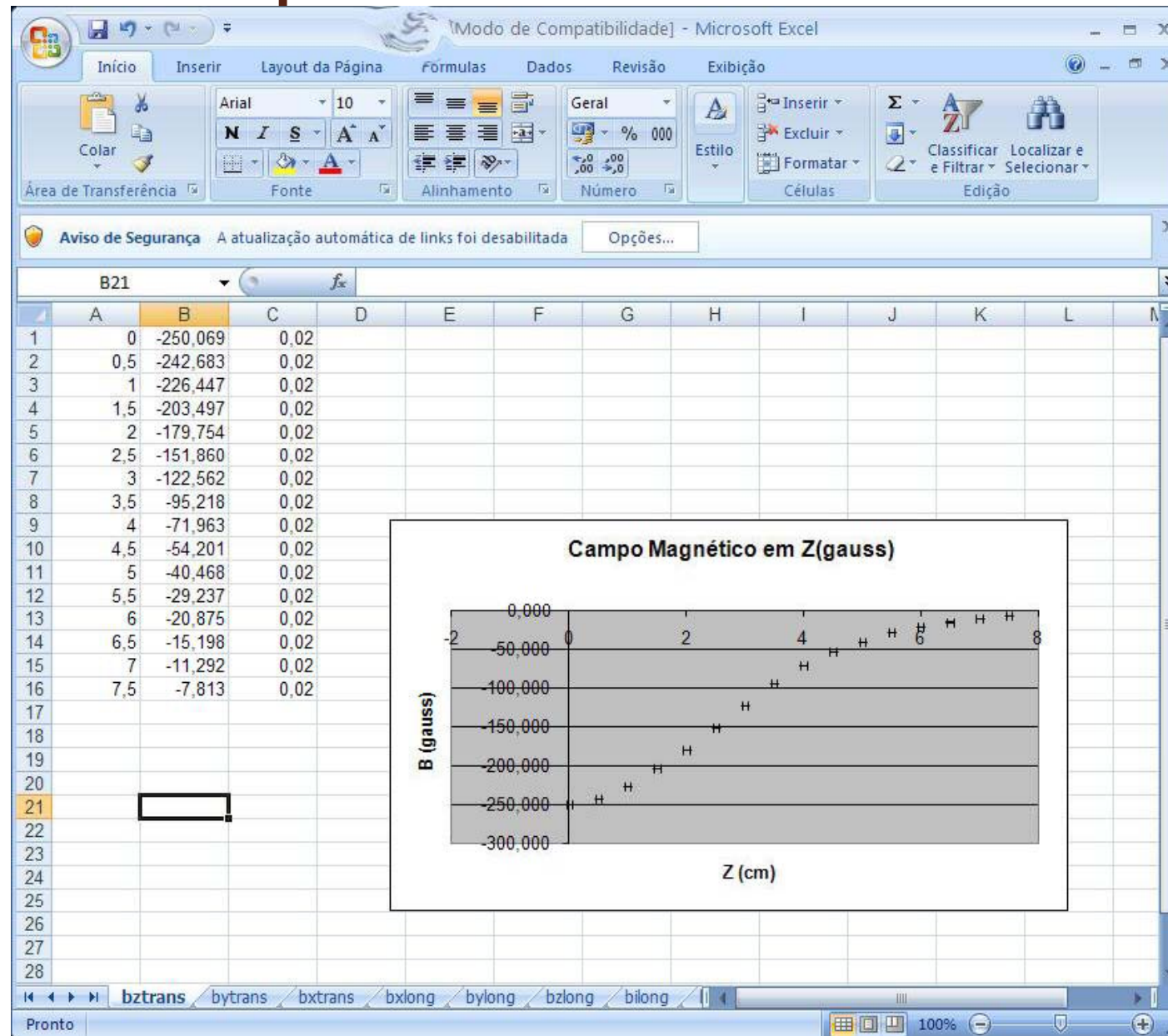
# Estudo de partículas em campos eletromagnéticos

- Entender o campo elétrico. Medir o campo elétrico gerado.
- Entender a geração das partículas (elétrons) e como elas se movimentam no campo elétrico?
- Entender a geração do campo magnético. Como medi-lo e como compará-lo com previsões teóricas?
  - Campo local
  - Campo gerado pelas bobinas
- Movimento dos elétrons no campo magnético gerado.
- Ligando o campo elétrico e magnético. Estudar o movimento das partículas no campo EM. Estudar o filtro de Wien

# Semana passada Mapeamento de campos



# Como apresentar resultados





# Como apresentar resultados

de Compatibilidade] - Microsoft Excel

Início Inserir Layout da Página Fórmulas Dados Revisão Exibição

Arial 10

Formatação Condicional Inserir Σ Formatar como Tabela Excluir Classificar e Filtrar Localizar e Selecionar

Estilos de Célula Formatar Células Edição

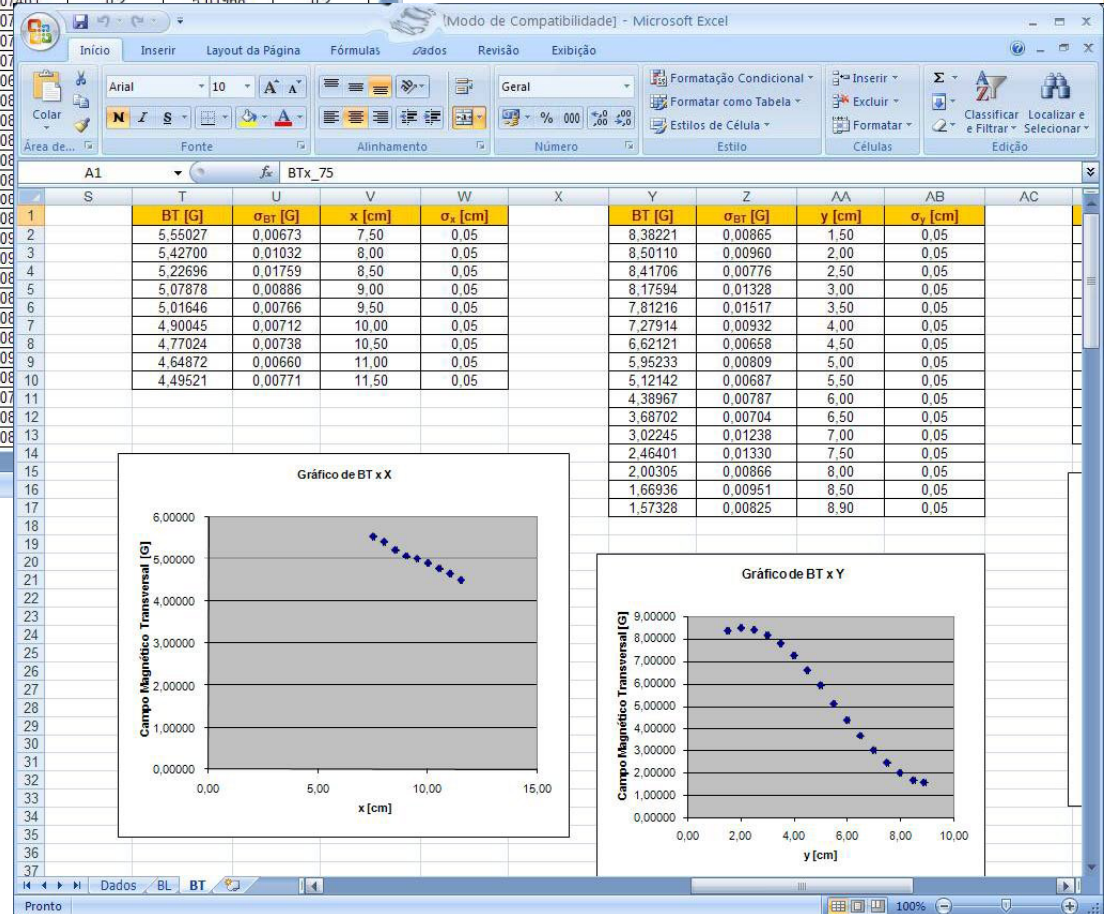
Área de... Fonte Alinhamento Número Estilo

A1 BTx\_75

|    | BTx 75    |              | BTx 80    |              | BTx 85    |              | BTx 90    |              | BTx 95    |              | BTx       |
|----|-----------|--------------|-----------|--------------|-----------|--------------|-----------|--------------|-----------|--------------|-----------|
|    | Tempo [s] | Campo M. [G] | Tempo [s] | Campo M. [G] | Tempo [s] | Campo M. [G] | Tempo [s] | Campo M. [G] | Tempo [s] | Campo M. [G] | Tempo [s] |
| 1  | 0.0       | 5.55620      | 0.0       | 5.41826      | 0.0       | 5.23453      | 0.0       | 5.08011      | 0.0       | 5.02457      | 0.0       |
| 2  | 0.1       | 5.55681      | 0.1       | 5.41520      | 0.1       | 5.23820      | 0.1       | 5.07828      | 0.1       | 5.02335      | 0.1       |
| 3  | 0.2       | 5.55681      | 0.2       | 5.41520      | 0.2       | 5.24491      | 0.2       | 5.07401      | 0.2       | 5.01968      | 0.2       |
| 4  | 0.3       | 5.54827      | 0.3       | 5.42497      | 0.3       | 5.25163      | 0.3       | 5.07         |           |              |           |
| 5  | 0.4       | 5.54216      | 0.4       | 5.43046      | 0.4       | 5.24918      | 0.4       | 5.07         |           |              |           |
| 6  | 0.5       | 5.53728      | 0.5       | 5.43291      | 0.5       | 5.24430      | 0.5       | 5.07         |           |              |           |
| 7  | 0.6       | 5.54643      | 0.6       | 5.43107      | 0.6       | 5.24979      | 0.6       | 5.06         |           |              |           |
| 8  | 0.7       | 5.55193      | 0.7       | 5.43474      | 0.7       | 5.23637      | 0.7       | 5.08         |           |              |           |
| 9  | 0.8       | 5.55132      | 0.8       | 5.43474      | 0.8       | 5.23881      | 0.8       | 5.08         |           |              |           |
| 10 | 0.9       | 5.54704      | 0.9       | 5.44023      | 0.9       | 5.23453      | 0.9       | 5.08         |           |              |           |
| 11 | 1.0       | 5.54216      | 1.0       | 5.43901      | 1.0       | 5.23515      | 1.0       | 5.08         |           |              |           |
| 12 | 1.1       | 5.54704      | 1.1       | 5.42985      | 1.1       | 5.23942      | 1.1       | 5.08         |           |              |           |
| 13 | 1.2       | 5.54704      | 1.2       | 5.43291      | 1.2       | 5.24910      | 1.2       | 5.08         |           |              |           |
| 14 | 1.3       | 5.54765      | 1.3       | 5.42802      | 1.3       | 5.25407      | 1.3       | 5.08         |           |              |           |
| 15 | 1.4       | 5.55193      | 1.4       | 5.42070      | 1.4       | 5.24613      | 1.4       | 5.09         |           |              |           |
| 16 | 1.5       | 5.55254      | 1.5       | 5.42985      | 1.5       | 5.24430      | 1.5       | 5.09         |           |              |           |
| 17 | 1.6       | 5.54888      | 1.6       | 5.43962      | 1.6       | 5.24918      | 1.6       | 5.08         |           |              |           |
| 18 | 1.7       | 5.54704      | 1.7       | 5.43535      | 1.7       | 5.25407      | 1.7       | 5.08         |           |              |           |
| 19 | 1.8       | 5.55132      | 1.8       | 5.43596      | 1.8       | 5.24918      | 1.8       | 5.08         |           |              |           |
| 20 | 1.9       | 5.55681      | 1.9       | 5.43474      | 1.9       | 5.24796      | 1.9       | 5.08         |           |              |           |
| 21 | 2.0       | 5.55193      | 2.0       | 5.43657      | 2.0       | 5.24735      | 2.0       | 5.09         |           |              |           |
| 22 | 2.1       | 5.55437      | 2.1       | 5.43962      | 2.1       | 5.23942      | 2.1       | 5.08         |           |              |           |
| 23 | 2.2       | 5.55193      | 2.2       | 5.42985      | 2.2       | 5.23453      | 2.2       | 5.07         |           |              |           |
| 24 | 2.3       | 5.55132      | 2.3       | 5.41093      | 2.3       | 5.22965      | 2.3       | 5.08         |           |              |           |
| 25 | 2.4       | 5.54888      | 2.4       | 5.41215      | 2.4       | 5.23942      | 2.4       | 5.08         |           |              |           |

Dados BL BT

Pronto

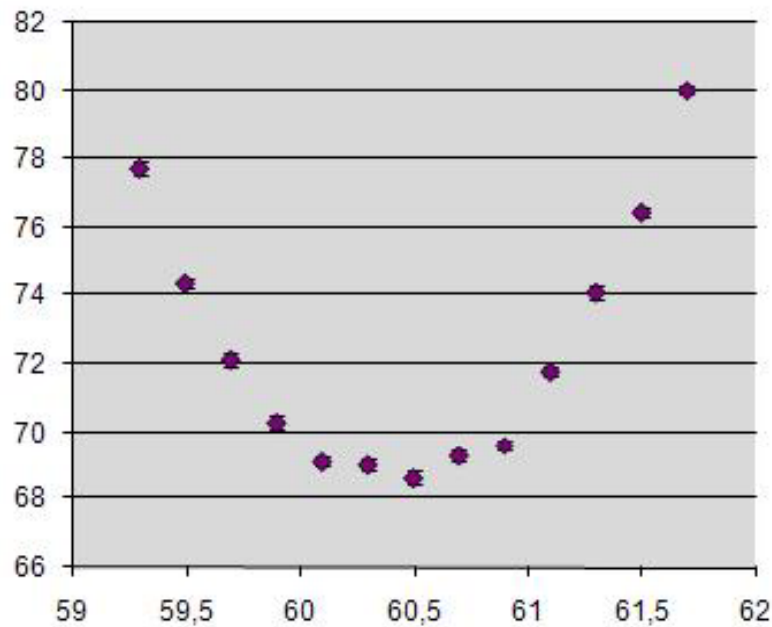


# Como apresentar resultados

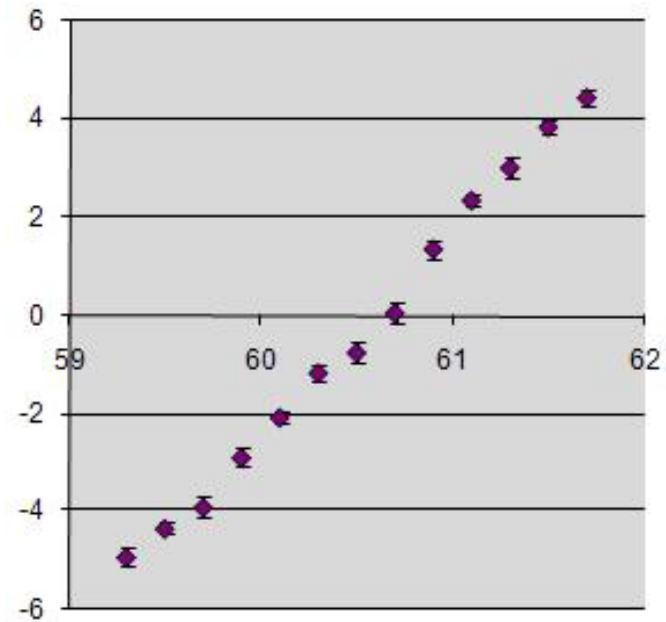
Notação: O que é “rad” e “axial”?

O eterno problema de nomes nos eixos e escalas

Brad em função de X

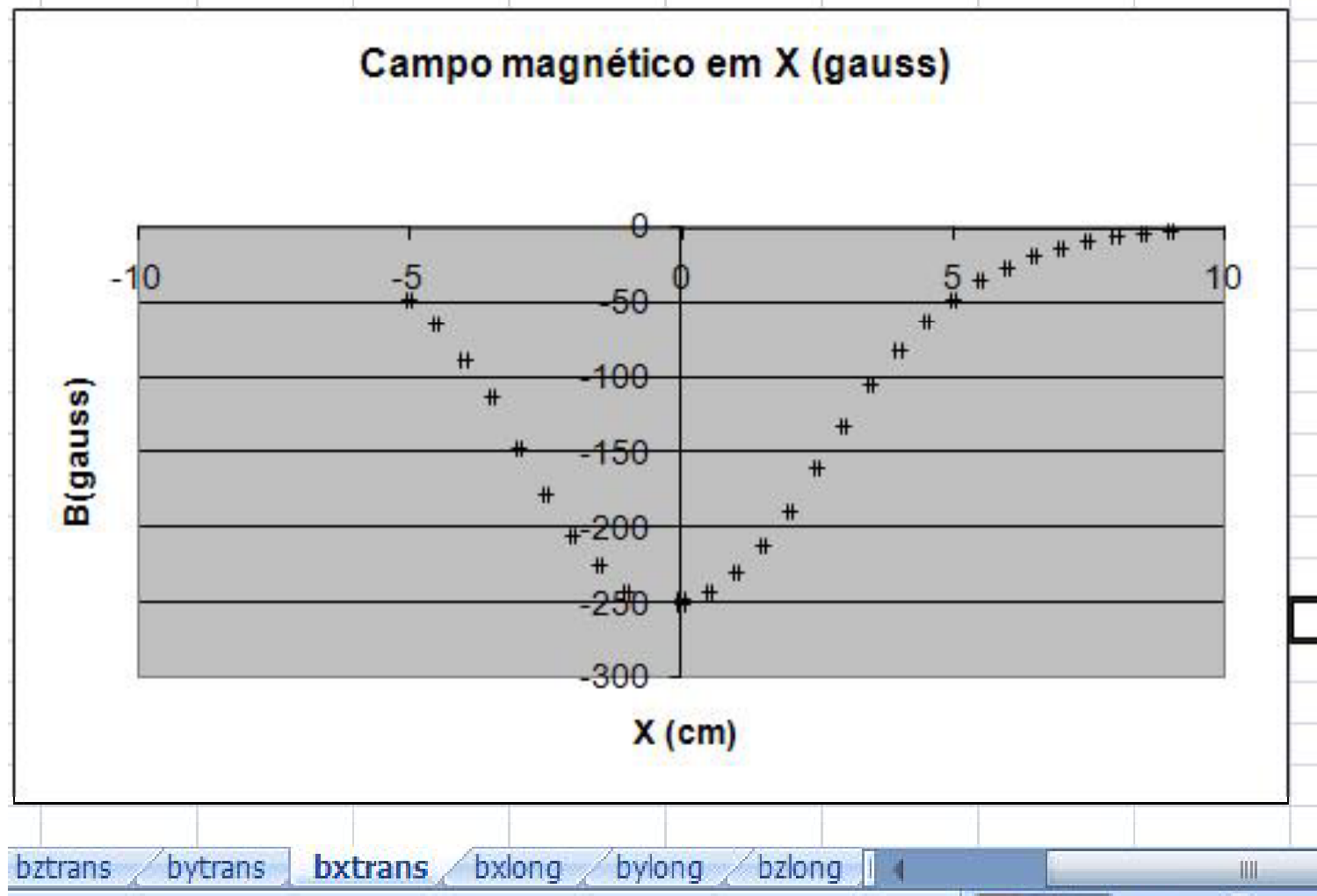


B axial em função de X



# Como apresentar resultados

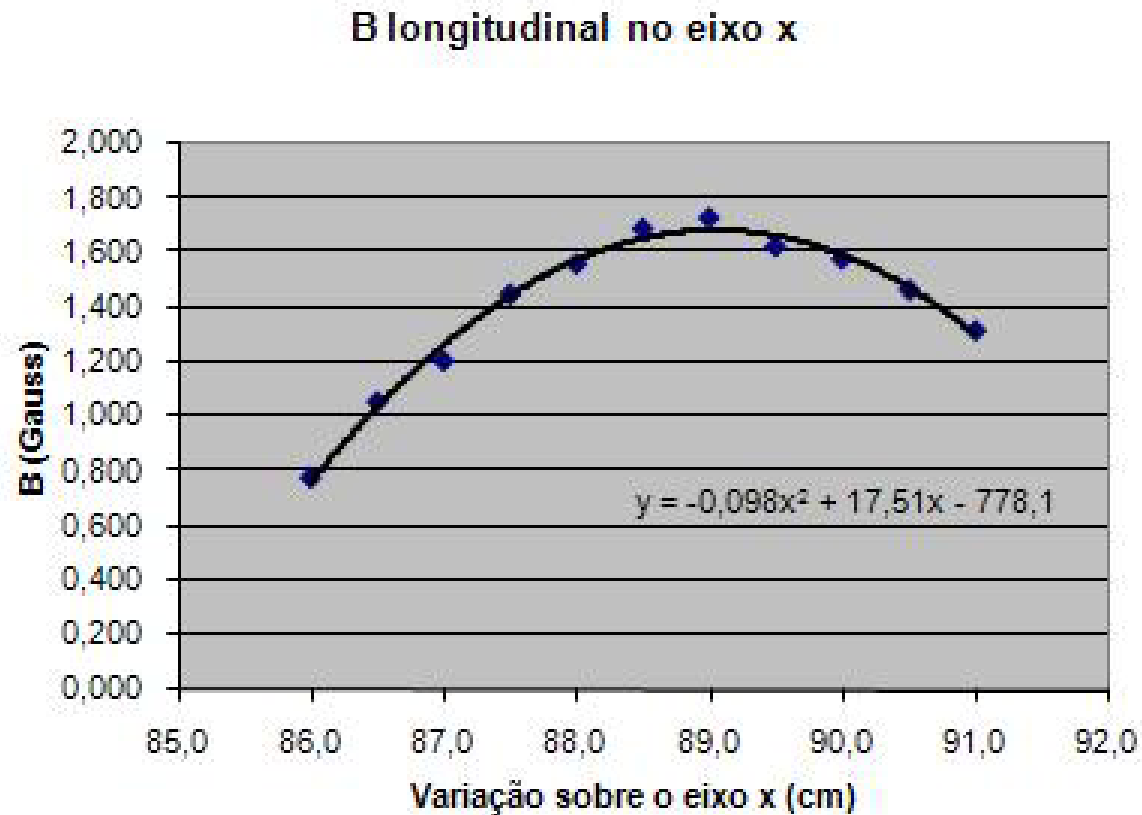
Notação: Ser coerente com a notação. Troca de transversal com longitudinal.



# Como apresentar resultados

Sistema de referência? Como podemos comparar resultados se não sabemos como as variáveis foram definidas?

Todos lembraram de definir o Zero do sistema de coordenadas?

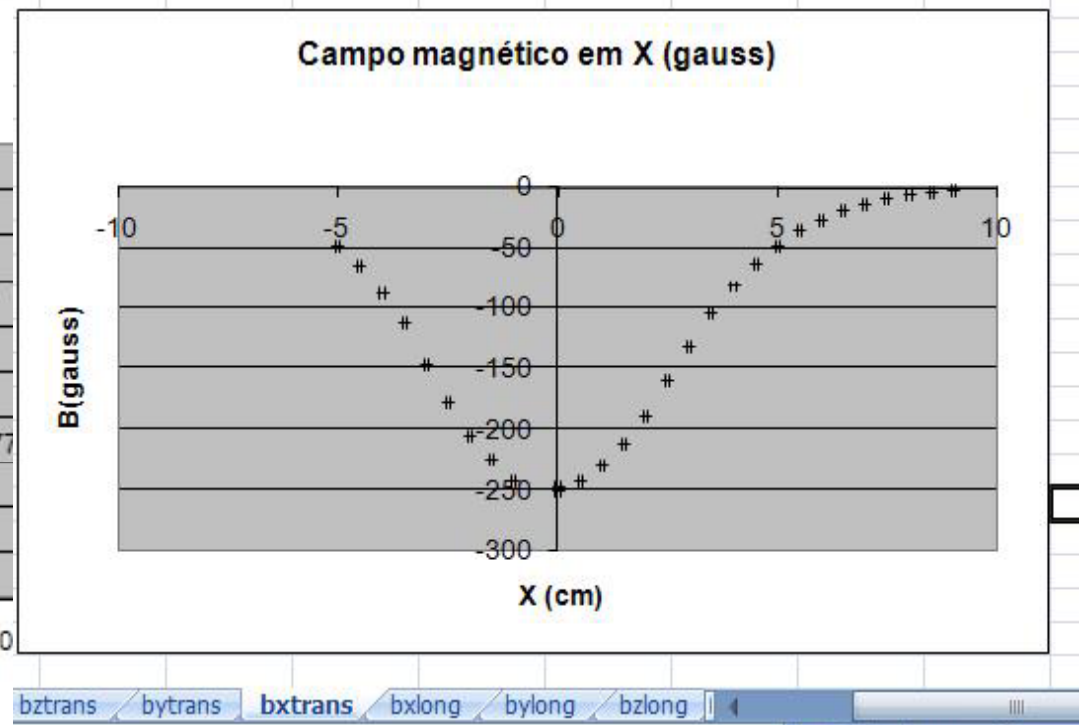
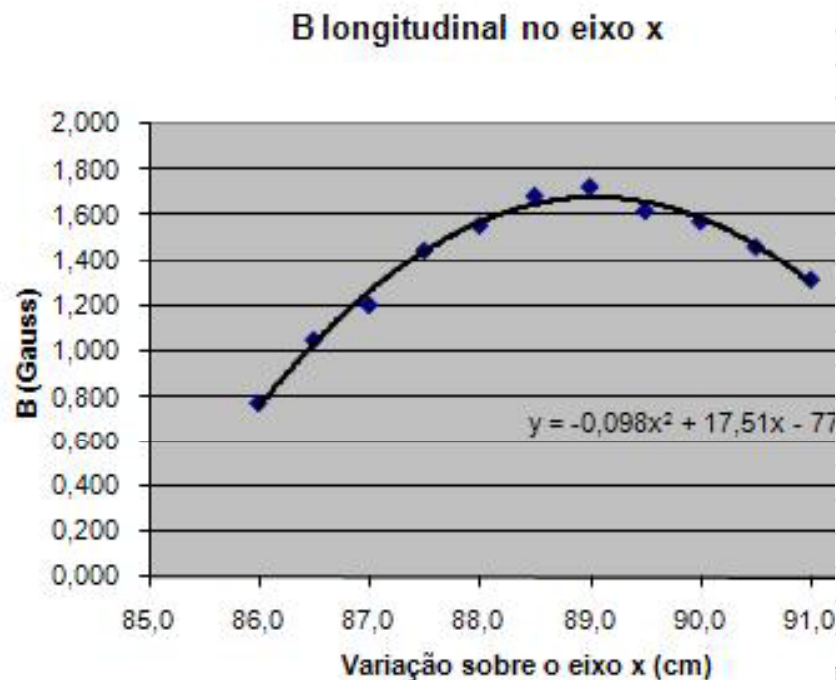




# Comparação de resultados

Resultados muito diferentes entre os grupos (em módulo, pois o sinal depende do sentido do campo)

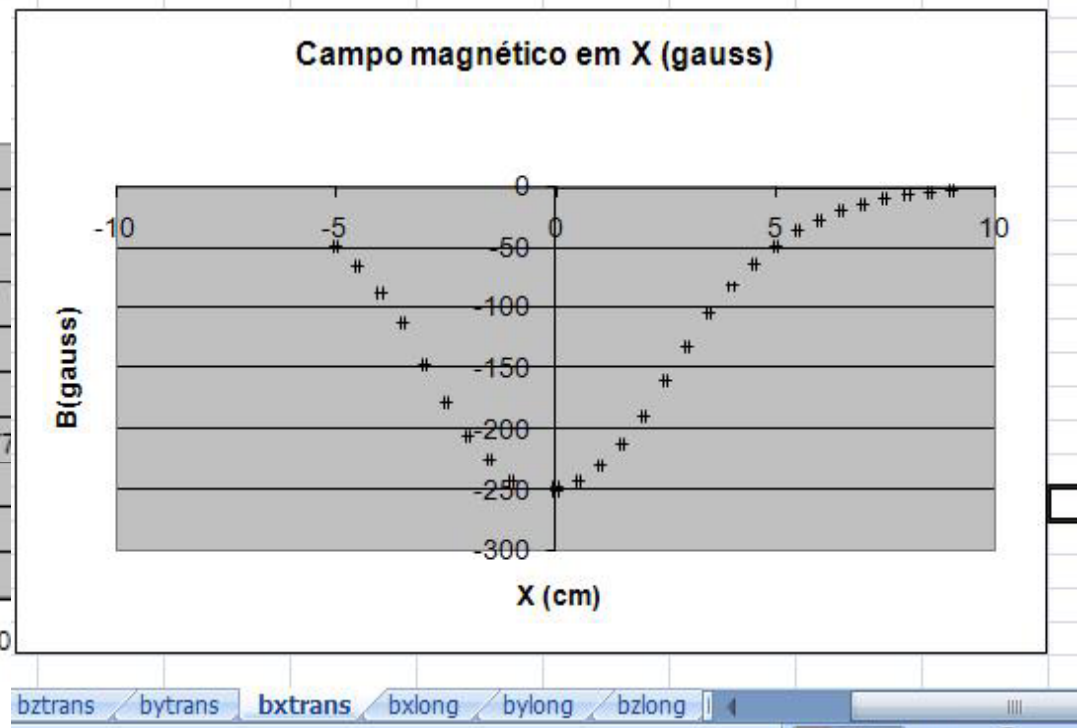
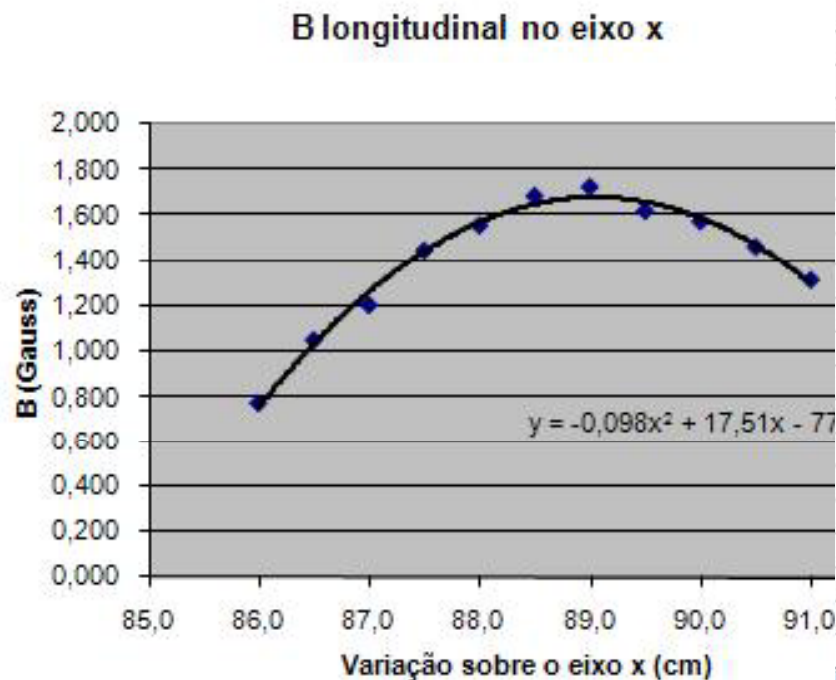
Qual corrente foi utilizada? Quantas espiras tem as bobinas? A escala (1x, 10x, 100x) do sensor Hall estava ajustada corretamente no DataStudio?



# Comparação de resultados

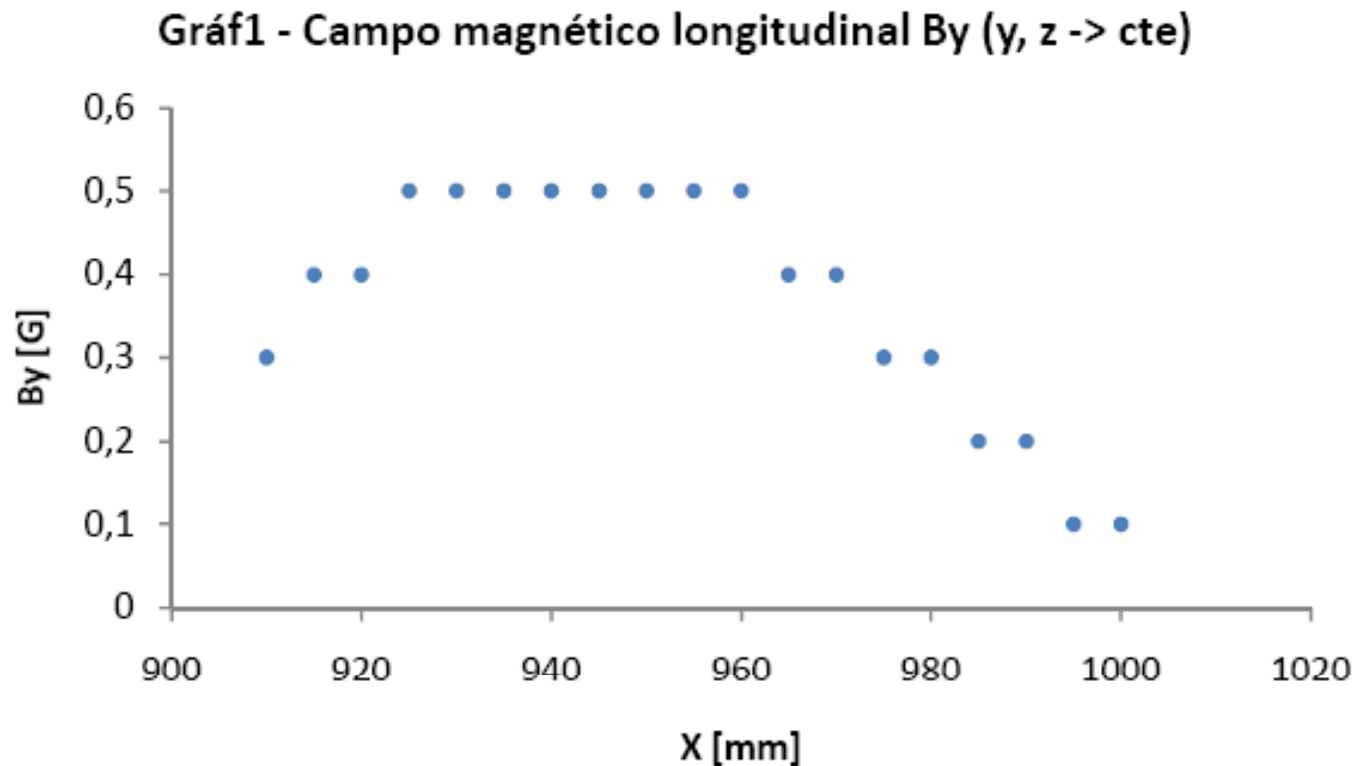
Voltem às bancadas e chequem a configuração utilizada? Não é possível que tenhamos variações de um fator 100 entre campos de um arranjo e outro. Algo está estranho.

Tenham certeza das condições de contorno



# Ordem de grandeza dos resultados

0,5 Gauss é da ordem do campo local? Isto significa que a bobina não estava gerando campo ou que as medidas foram feitas de forma equivocada. Checar os dados



# Como apresentar resultados

Instituto de Física  
Física Experimental III  
Grupo  
Professor: Alexandre Suaide

## EXPERIÊNCIA 02- PARTE 04

|                          | Bobina 15       | Bobina 24       |
|--------------------------|-----------------|-----------------|
| Espiras                  | 1000            | 1000            |
| Resistência ( $\Omega$ ) | $8,71 \pm 0,09$ | $8,75 \pm 0,09$ |
| Indutância (mH)          | $34 \pm 3$      | $35 \pm 3$      |
| $I_{max}$ (A)            | 1               | 1               |

Quadro 1: dados experimentais das bobinas, mantidas a uma distância, uma em relação a outra, igual a  $4,6 \pm 0,05$  cm.

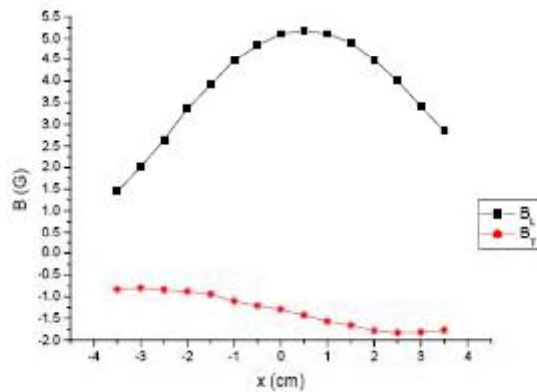


Figura 1: magnitude do campo magnético transversal ( $B_T$ ) e longitudinal ( $B_L$ ), em gauss, ao longo do eixo x, entre as bobinas especificadas no Quadro 1.

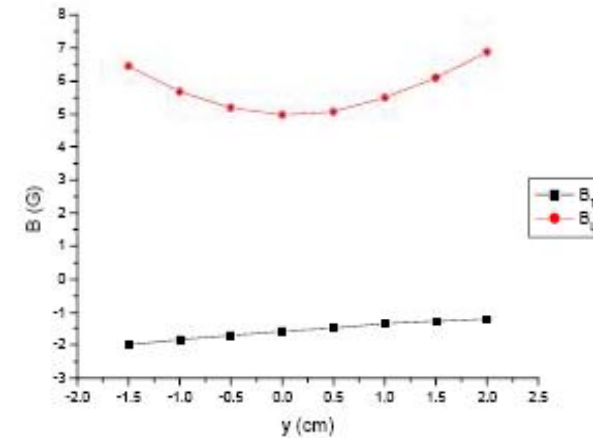


Figura 2: magnitude do campo magnético transversal ( $B_T$ ) e longitudinal ( $B_L$ ), em gauss, ao longo do eixo y, entre as bobinas especificadas no Quadro 1.

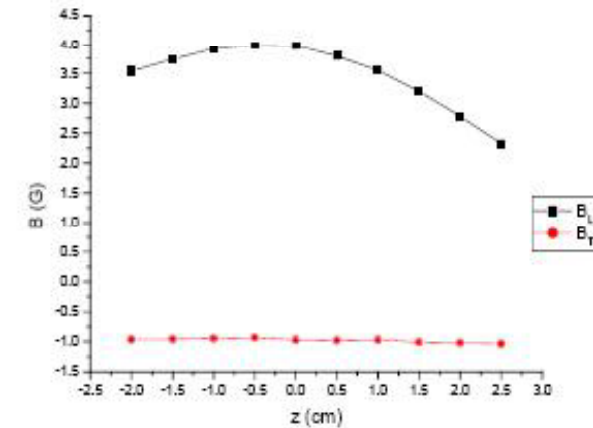


Figura 3: magnitude do campo magnético transversal ( $B_T$ ) e longitudinal ( $B_L$ ), em gauss, ao longo do eixo z, entre as bobinas especificadas no Quadro 1.

# Como apresentar resultados

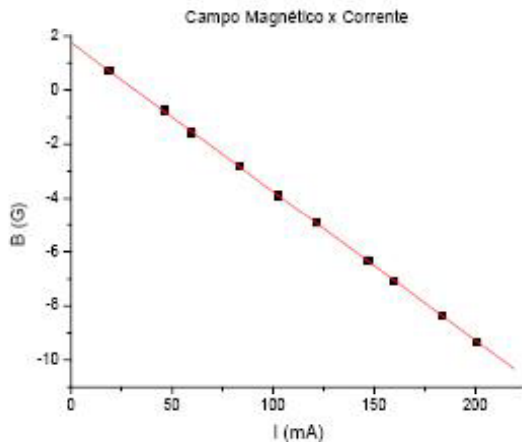


Figura 4: magnitude do campo magnético (B), em gauss, na origem do sistema de referência entre as bobinas especificadas no Quadro 1, em função da magnitude da corrente (I), em miliampères, aplicada às bobinas.

Ajuste de MMQ para a Figura 4.

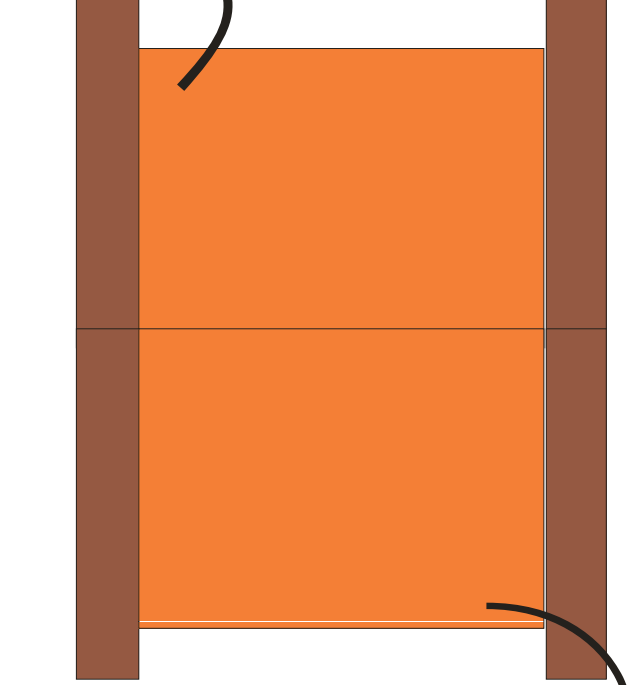
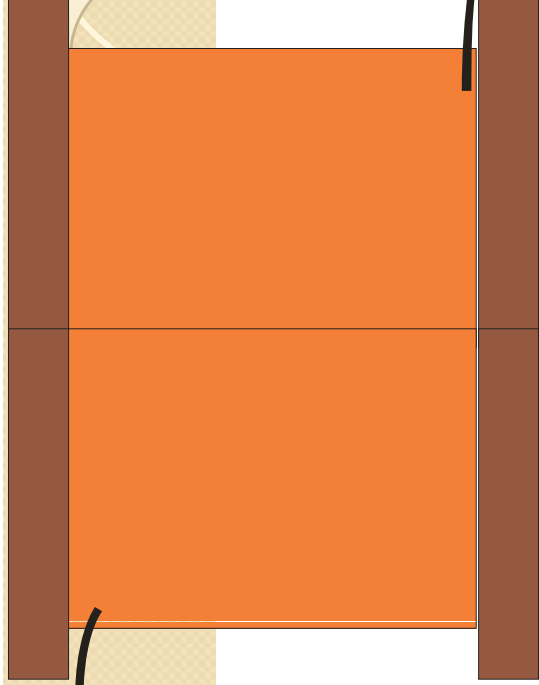
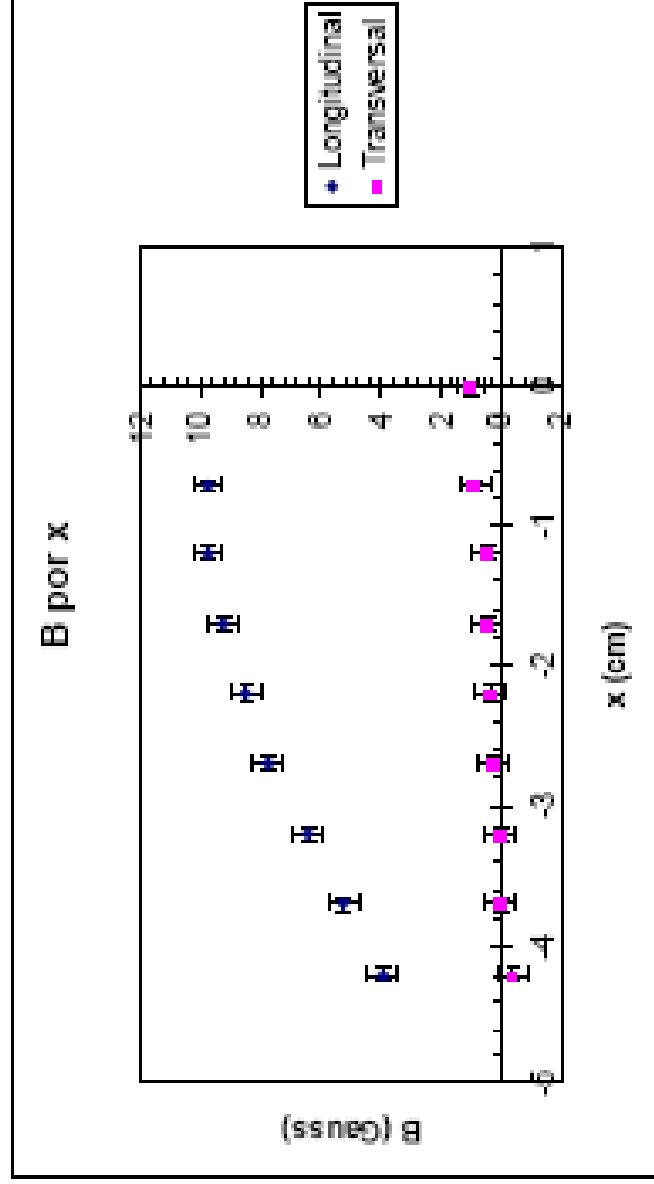
$$Y = A - B * X$$

| Parameter | Value    | Error      |
|-----------|----------|------------|
| A         | 1.75706  | 0.01564    |
| B         | -0.05511 | 1.23842E-4 |

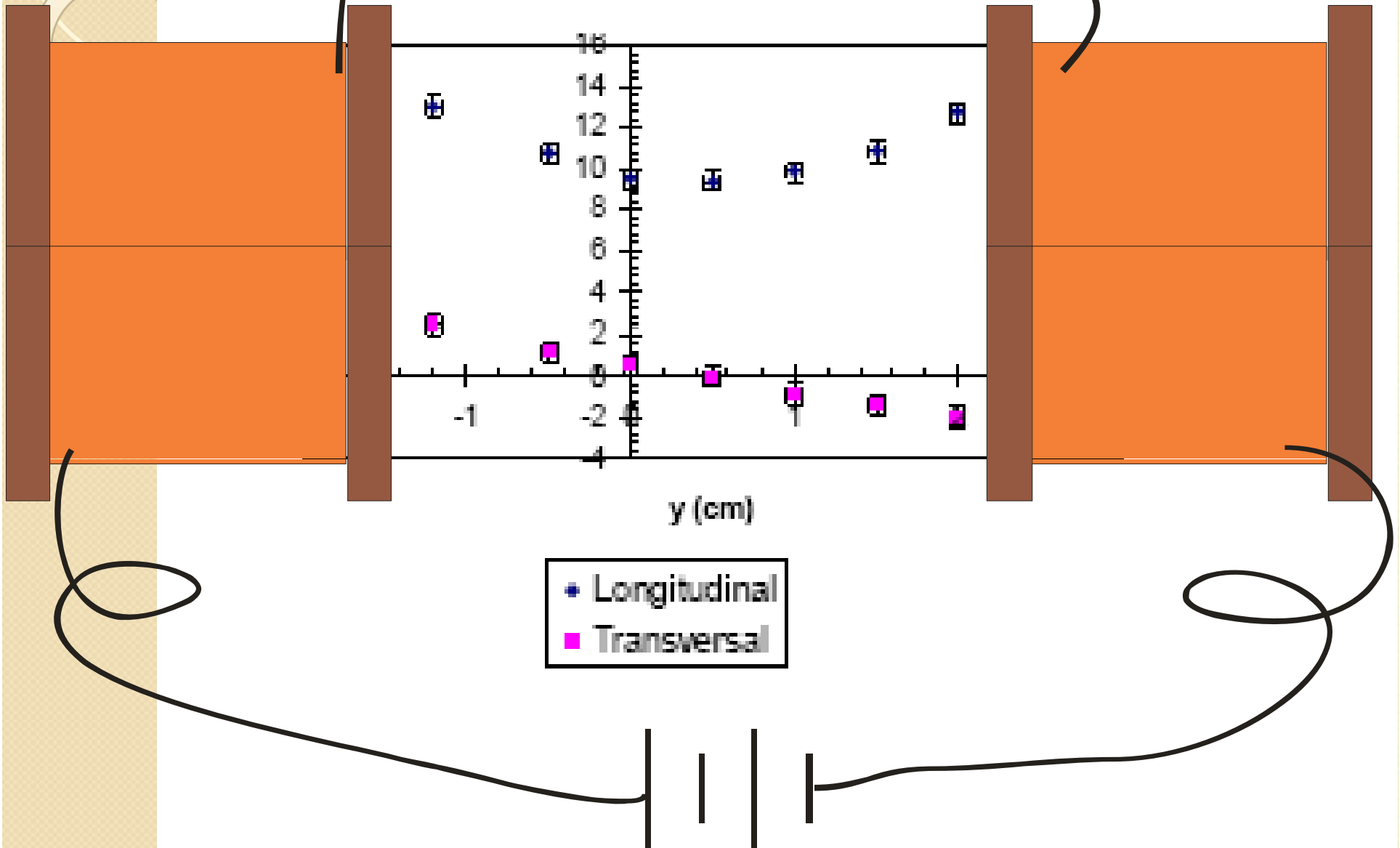
- Clareza de idéias
  - Figuras com legendas apropriadas
- Organização dos resultados
- Único arquivo com seqüenciamento das atividades
- PDF ou DOC somente.
- Tem que ser compreensível



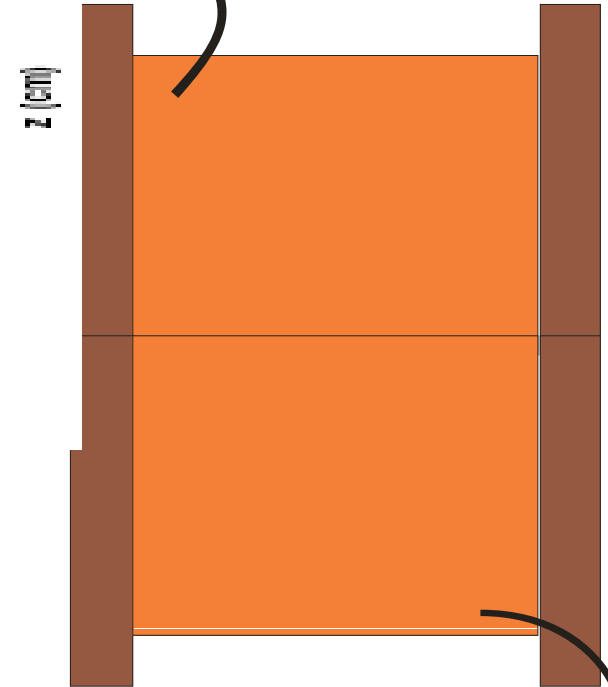
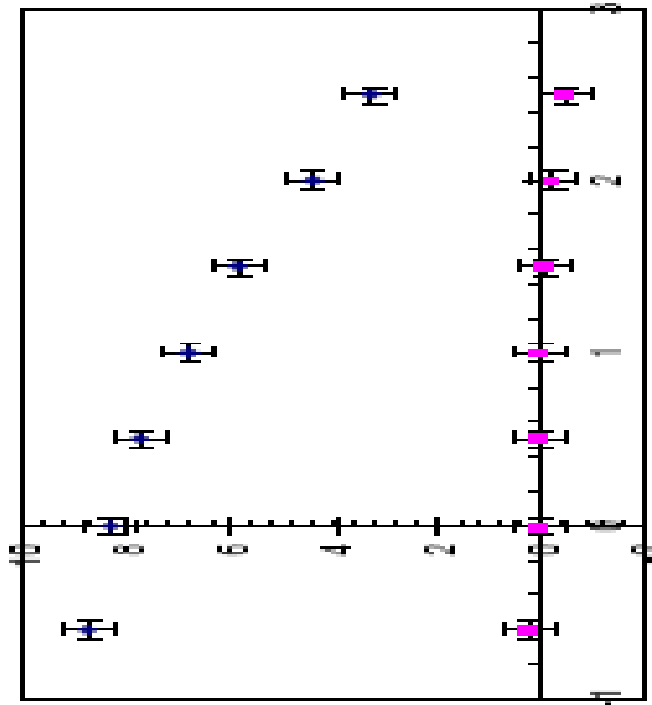
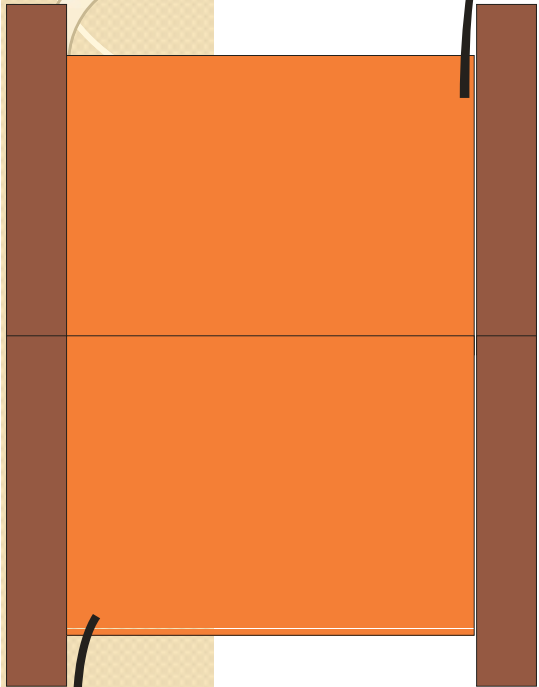
Resultados:  
ao longo de x



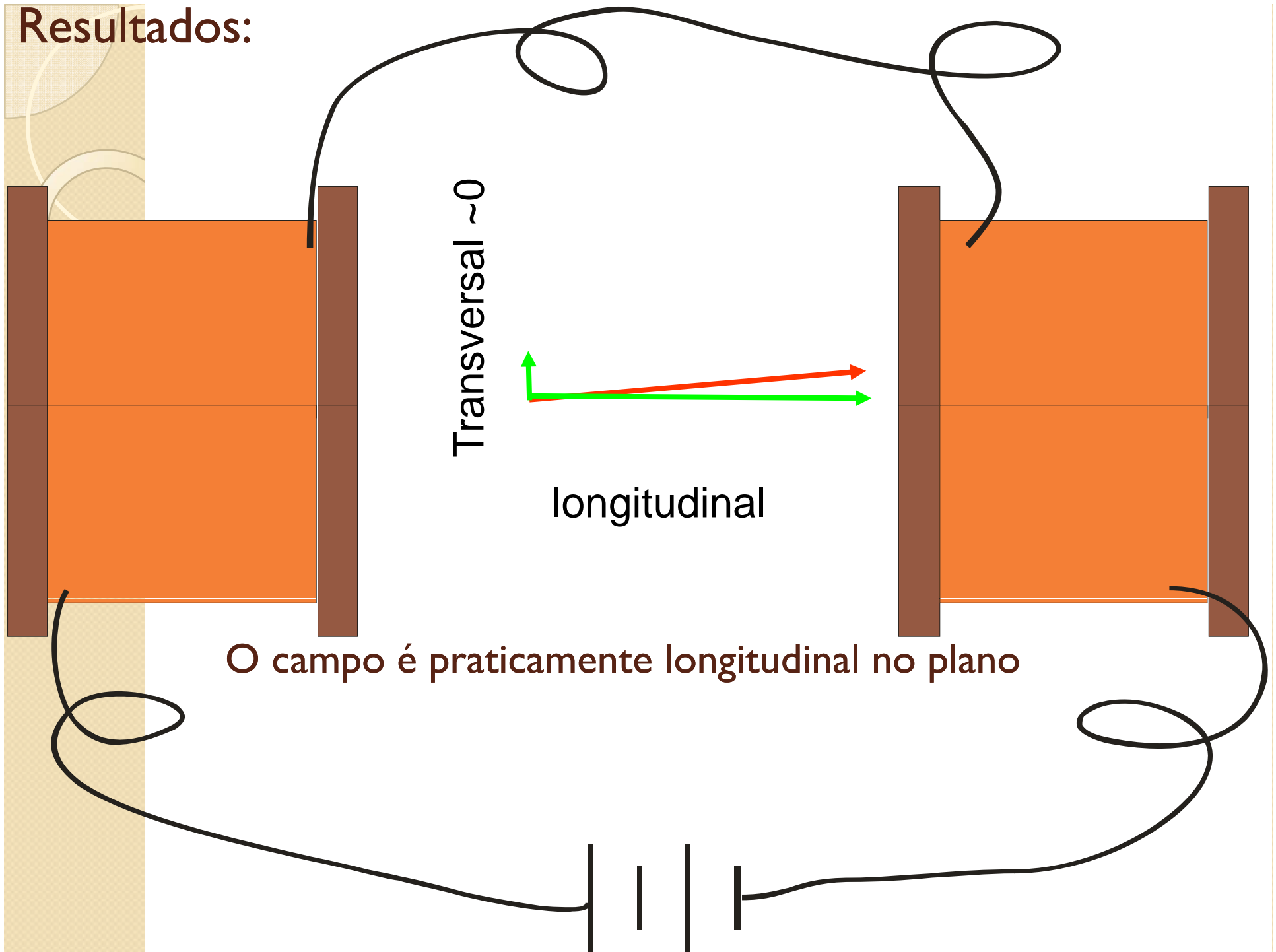
Resultados:  
ao longo de y



Resultados:  
ao longo de z



Resultados:

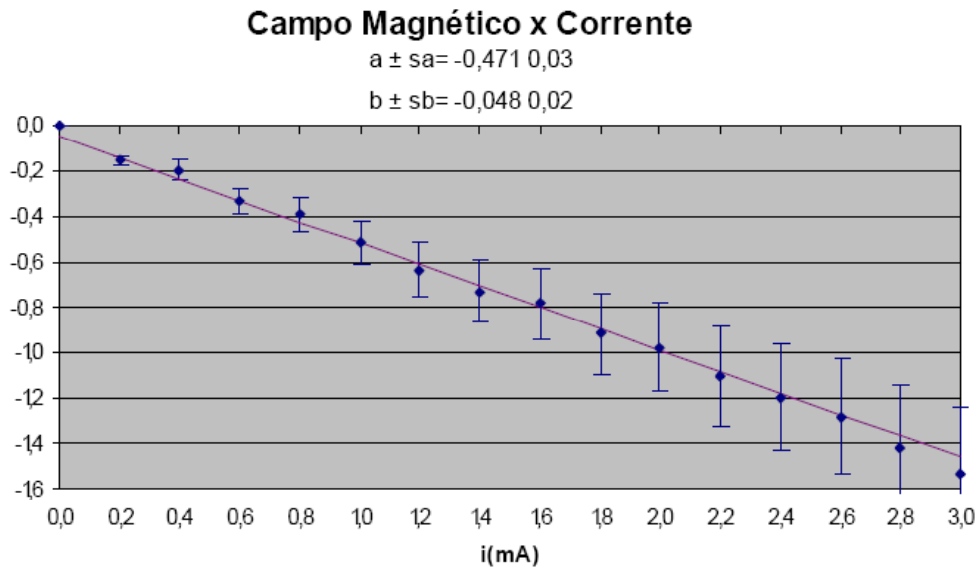


Transversal  $\sim 0$

longitudinal

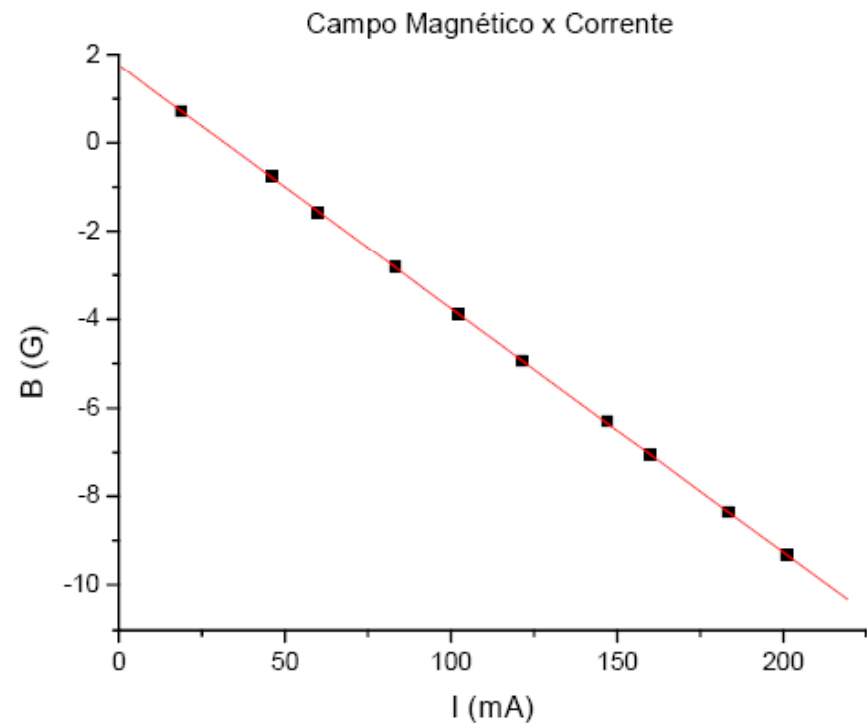
O campo é praticamente longitudinal no plano

# Resultados: Dependência com a corrente



- Campo linear com a corrente.

- Isto vale para todos os pontos no espaço?





# Nós entendemos o campo criado pelas bobinas?

- Pelos resultados apresentados posso concluir que não!
  - Porque?
    - Não achamos os resultados estranhos quando confundimos transversal e longitudinal
      - Isto significa que não compreendemos a simetria do problema
    - Não achamos estranho a ordem de grandeza dos resultados serem tão discrepantes ou tão próximas do campo local
  - Poucos grupos fizeram medidas coerentes.
    - Temos um problema experimental sério!

# Nós entendemos o campo criado pelas bobinas?

- Vamos resolver o problema teoricamente e comparar com os dados
  - Buscando coerências e entendimento!
- Como resolver o problema teoricamente?

- Lei de Biot-Savart

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Id\vec{s}}{r^2} \times \hat{r}$$

- Lei de Amperè

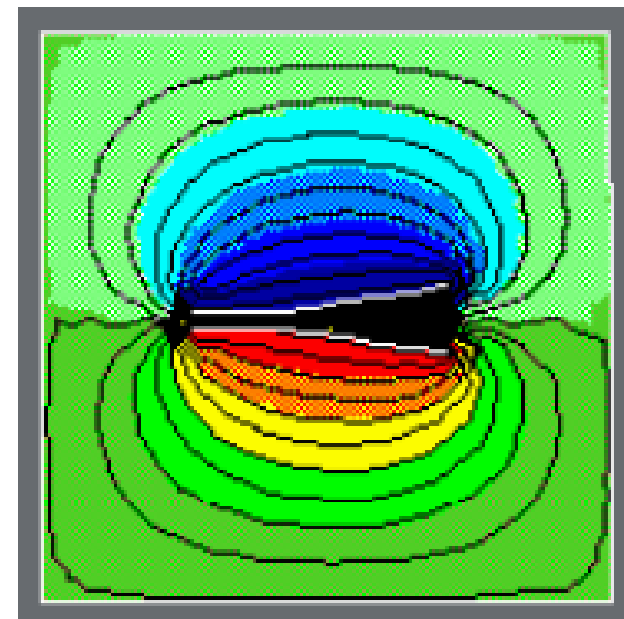
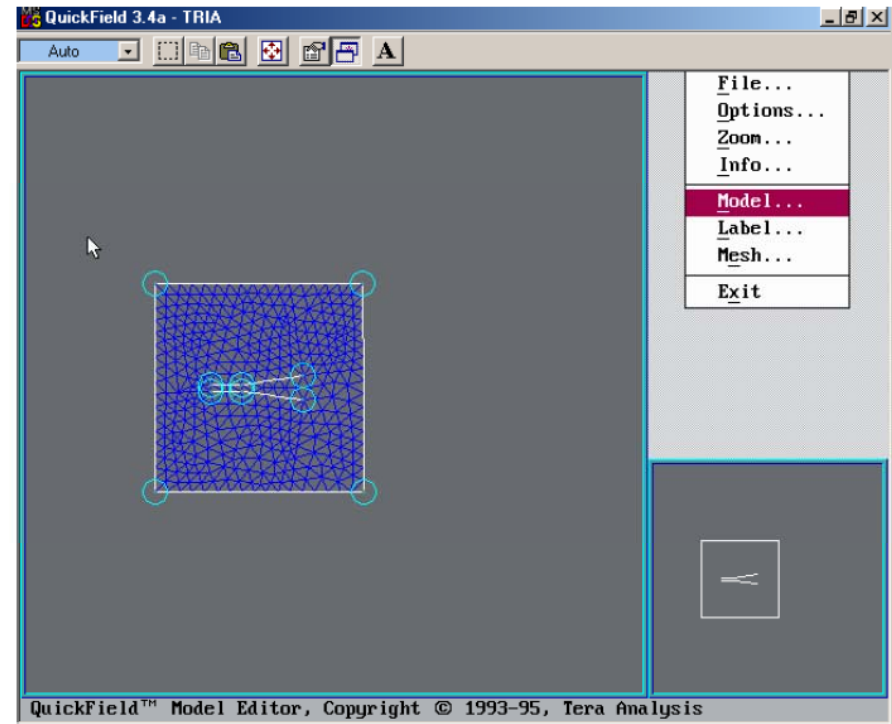
$$\oint_c \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 I_c$$

# Nós entendemos o campo criado pelas bobinas?

- Resolver campos magnéticos teoricamente é complicado e dependemos do problema conter simetrias para que as integrais sejam factíveis
- Como resolver na prática?
  - Simulações (resolução numérica do problema)
  - Qfield
    - Programa de simulação para elementos finitos

# qfield

- Resolve problemas de campos elétricos e magnéticos, além de outros
- Análise finita de elementos (igual ao Excel)
  - Porém com limite de 500 células
- Desenha a geometria
- Condições de contorno
- Resolução do problema
- Manual prático no site do LabFlex



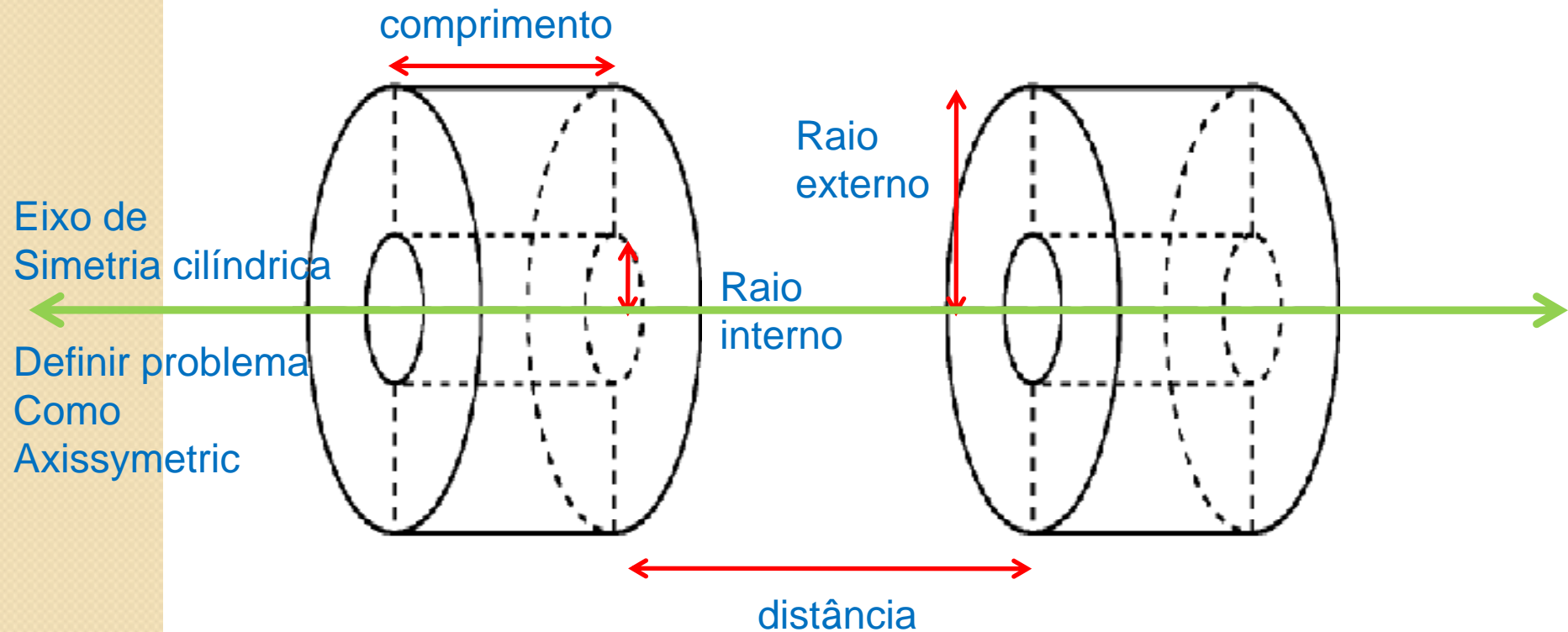
## Qfield - Solução de um problema por elementos finitos

1. Criar um “novo” problema: **abrir um novo projeto**
2. Especificar os parâmetros: **magnetostática, plano, axisimétrico, materiais, etc..**
3. Definir a geometria do contorno: **definir nós, conectar nós em figuras, atribuir labels, definir propriedades**
4. Definir a geometria dos elementos: **definir nós, conectar nós em figuras, atribuir labels, definir propriedades**
5. Definir propriedades volumétricas e de contorno: **materiais, corrente elétrica, etc.**
6. Definir (ou aceitar) a rede: **qfield limitado em 500 (255) pontos. Variar o tamanho da rede para otimizar o desenho e respeitar a limitação.**
7. Calcular a solução.
8. Determinar resultados de interesse: **campo ao longo de um segmento, etc..**



# Qfield – Geometria do problema

OBS importante: As dimensões são da área que passa corrente e não dos suportes, etc.



# Qfield – Geometria do problema

AR  
 $\mu = 1$

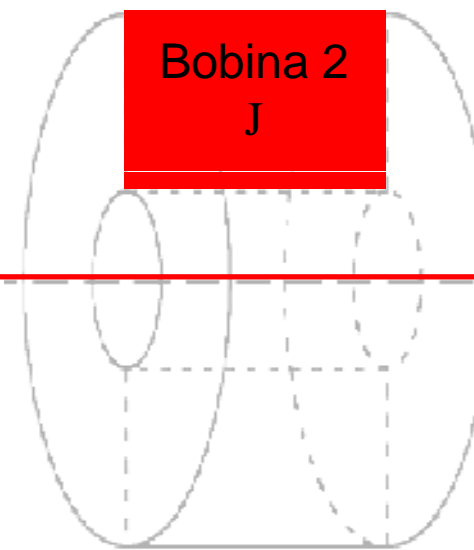
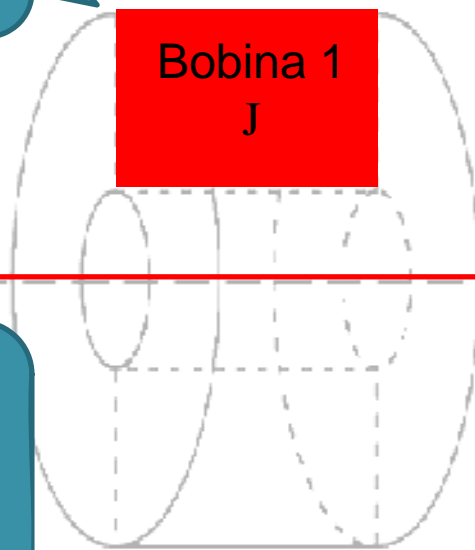
Quem é J?

J é a densidade de corrente em cada bobina

$$J = \frac{Ni}{A}$$

N = número de espiras  
A = área da seção transversal da bobina

Cada bobina  
pode ser  
substituída por  
um retângulo



Esta linha deve  
estar na base  
da tela (eixo de  
simetria no  
qfield)

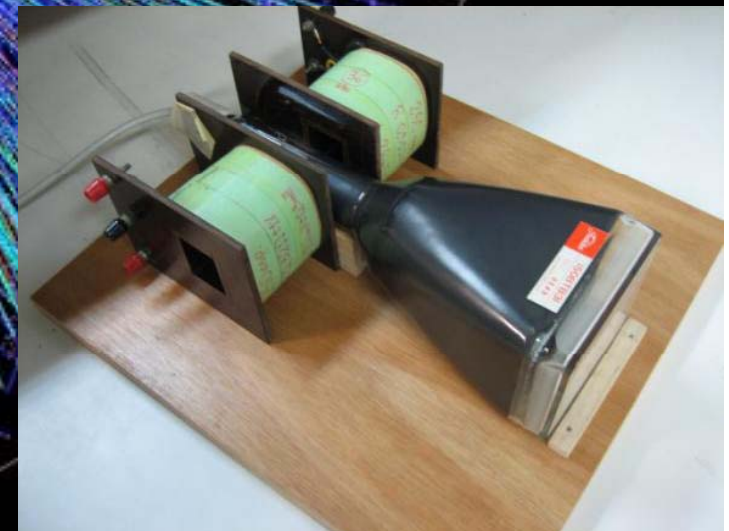
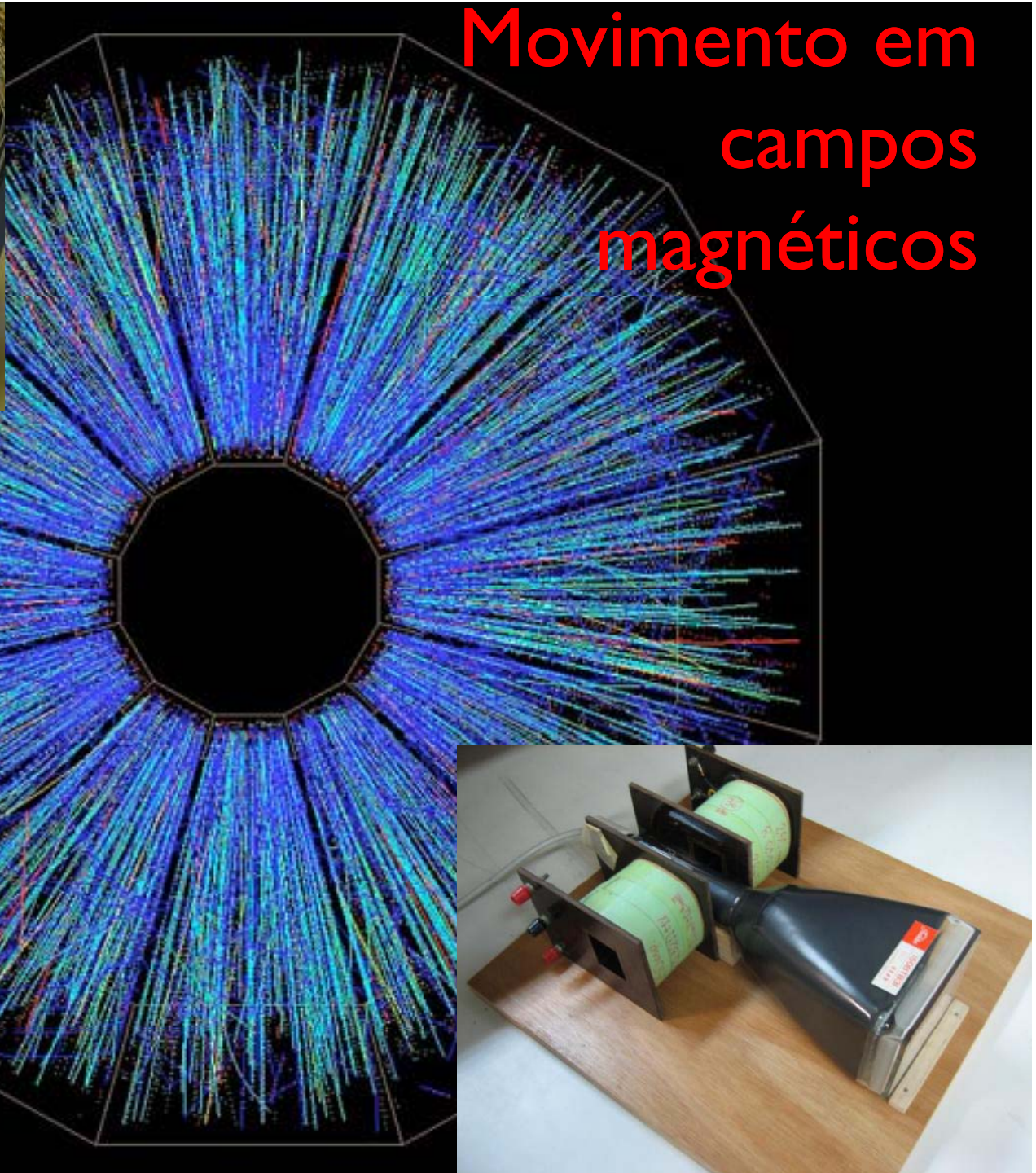
Em vermelho é a geometria a ser desenhada no qfield.

# Atividades teóricas para a semana

- Usando o qfield
  - Usar a versão para DOS (no Site para baixar)
    - 500 nós (as versões mais novas só permitem 200)
  - Ou outro programa qualquer
    - FEMM: Finite Element Method Magnetics. <http://femm.foster-miller.com>
- Fazer o cálculo do campo magnético (transversal e longitudinal) ao longo do eixo de simetria
  - Comparar com os dados obtidos

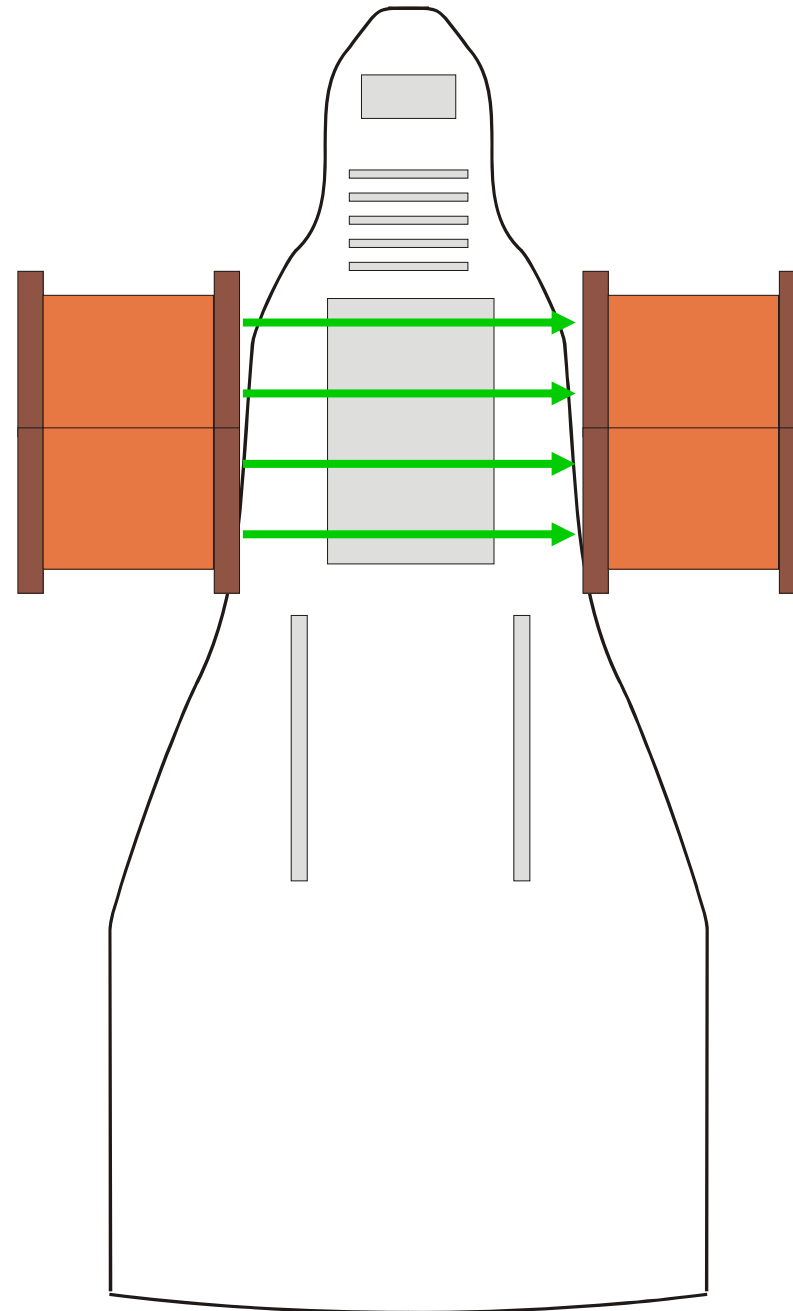


# Movimento em campos magnéticos



## O nosso seletor de velocidades

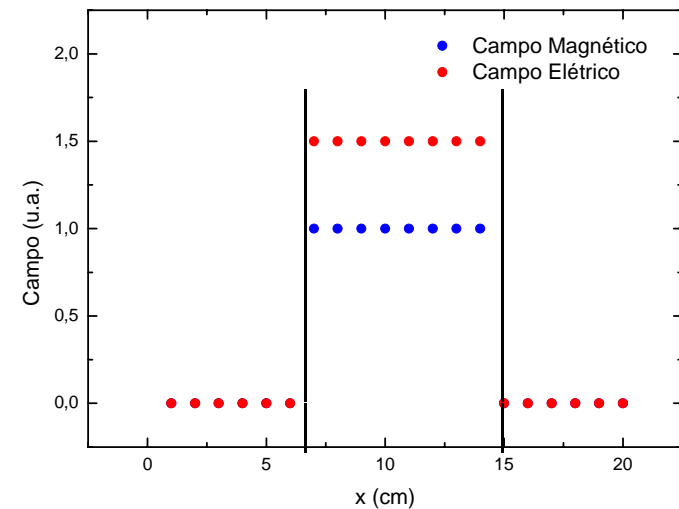
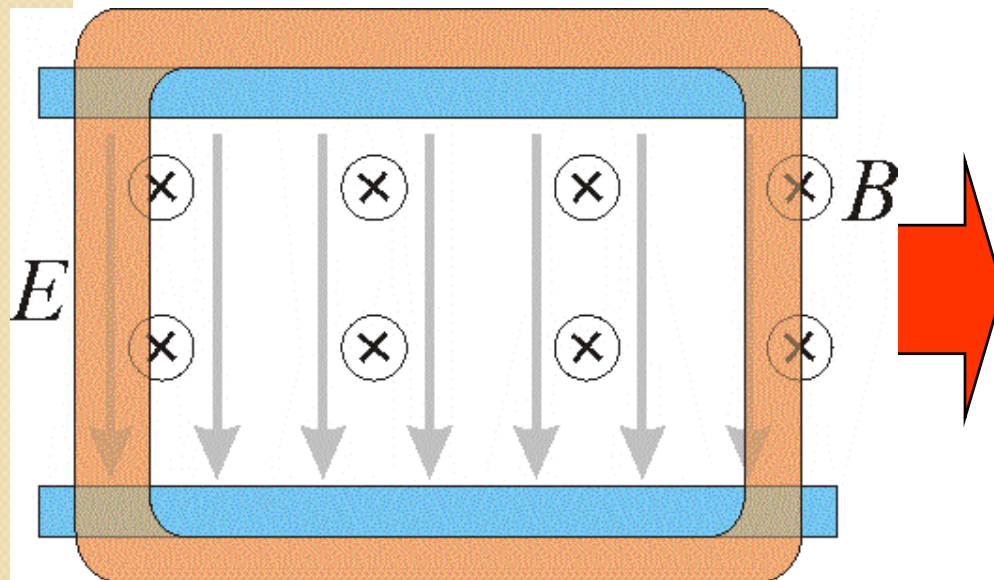
- Tubo de raios catódicos para a parte de campo elétrico
- Duas bobinas em série para fazer o campo magnético





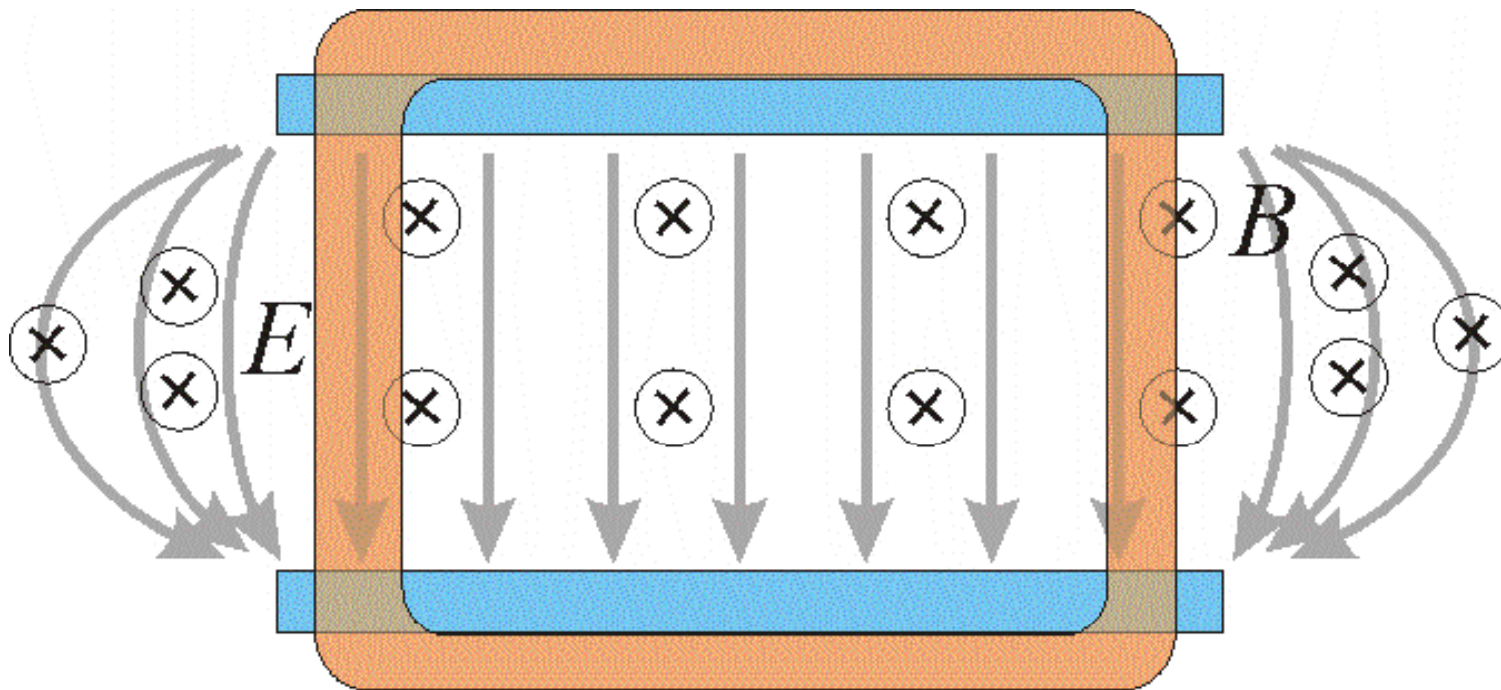
# O seletor de velocidades ideal

- Equipamento composto de um campo elétrico e magnético cruzados (perpendiculares), uniformes, contantes e superpostos



# O seletor de velocidades real

- Campos não ficam contidos na região das placas e das bobinas



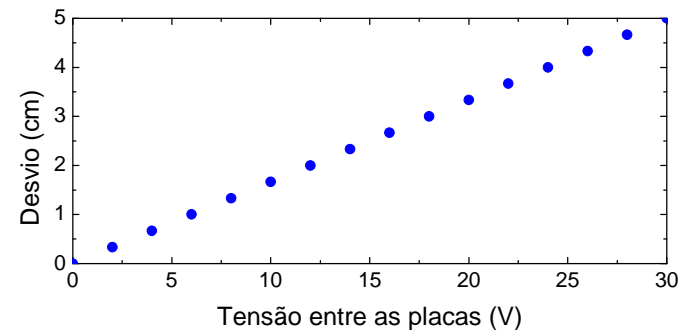
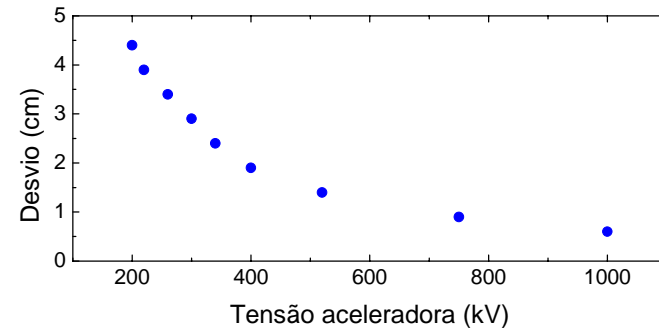


# Estudo do campo elétrico

- Medidas experimentais indicaram que, dentro da precisão experimental, podemos aproximar o campo para uma configuração ideal

$$h = \left( \frac{eL_p}{m_e v_x^2} \frac{V_P}{d} \right) \left[ \frac{L_P}{2} + D_{ps} \right]$$

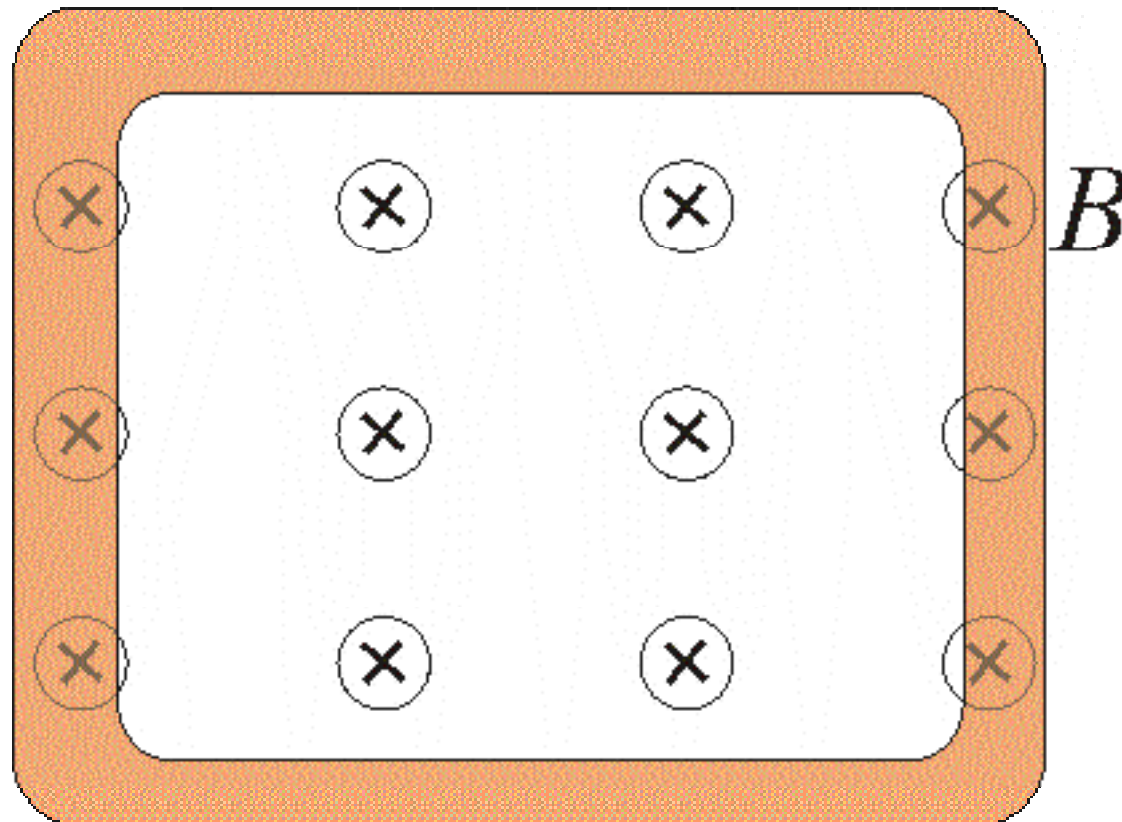
Obtivemos o tamanho e distância efetiva das placas



- Podemos fazer o mesmo para o campo magnético?

# Modelo para o campo magnético

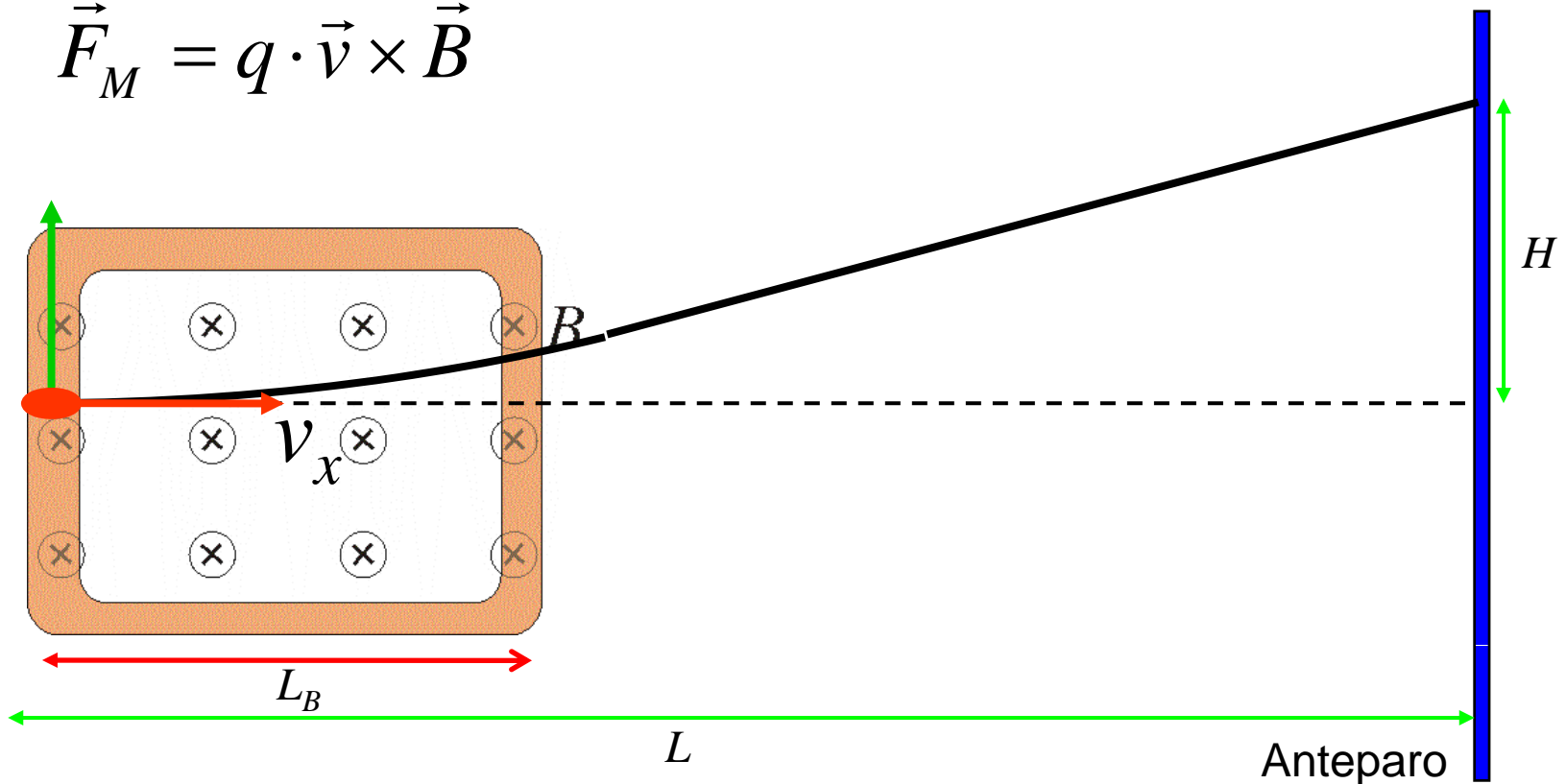
- Campo uniforme e constante entre as bobinas e nulo fora das bobinas



# Movimento de uma partícula neste campo idealizado


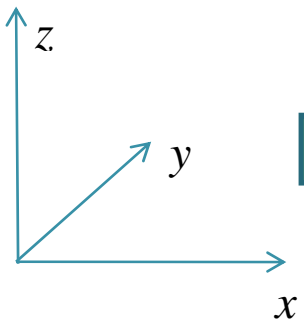

- Campo uniforme e constante entre as bobinas e nulo fora das bobinas

$$\vec{F}_M = q \cdot \vec{v} \times \vec{B}$$




# Movimento de uma partícula neste campo idealizado

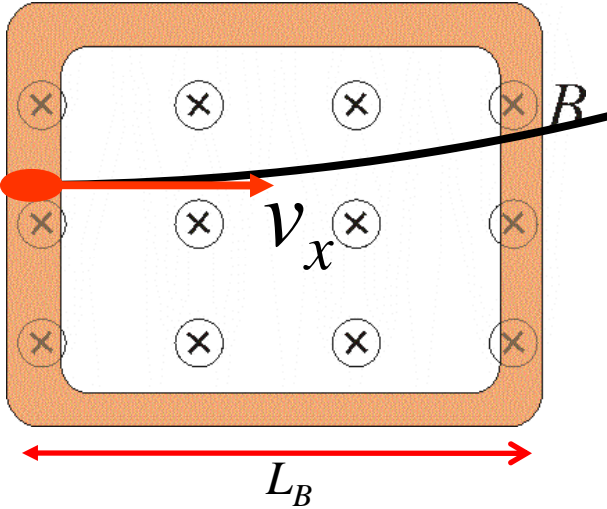
- Vamos resolver o movimento dentro da bobina

$\vec{F}_M = q \cdot \vec{v} \times \vec{B}$    

$\vec{v}_0 = (v_{0x}, 0, 0)$   
 $\vec{v} = (v_x, v_y, v_z)$   
 $\vec{B} = (0, B, 0)$



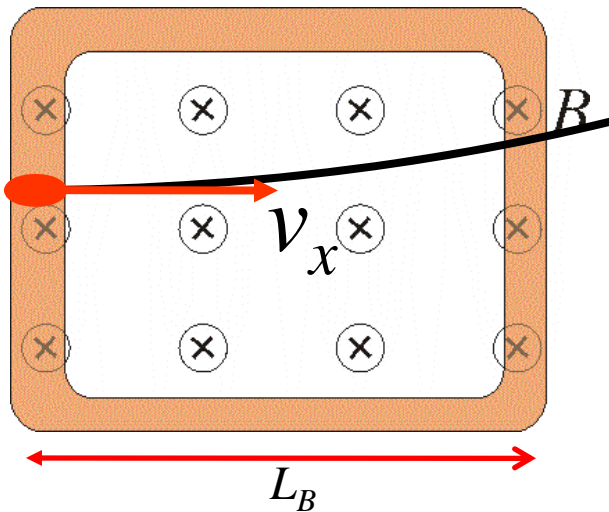
$\vec{F}_M = q \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ v_x & v_y & v_z \\ 0 & B & 0 \end{vmatrix}$



# Movimento de uma partícula neste campo idealizado

- Vamos resolver o movimento dentro da bobina

$$\vec{F}_M = q \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ v_x & v_y & v_z \\ 0 & B & 0 \end{vmatrix} = qB (v_x \hat{k} - v_z \hat{i}) \Rightarrow \begin{aligned} F_x &= -qBv_z \\ F_z &= qBv_x \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} v_x &= -\frac{qB}{m} v_z \\ \frac{d}{dt} v_z &= \frac{qB}{m} v_x \end{aligned} \quad \omega = \frac{qB}{m}$$

# Movimento de uma partícula neste campo idealizado

- Vamos resolver o movimento dentro da bobina

$$\frac{d}{dt} v_x = -\omega v_z$$

$$\frac{d}{dt} v_z = \omega v_x$$

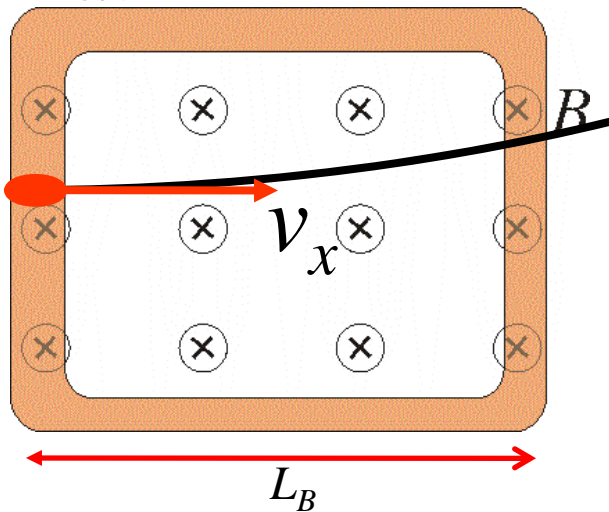


$$\frac{d^2}{dt^2} v_x = -\omega \frac{d}{dt} v_z$$

$$\frac{d}{dt} v_z = \omega v_x$$



$$\frac{d^2}{dt^2} v_x = -\omega^2 v_x$$



# Movimento de uma partícula neste campo idealizado

- Vamos resolver o movimento dentro da bobina

$$\frac{d^2}{dt^2} v_x = -\omega^2 v_x$$



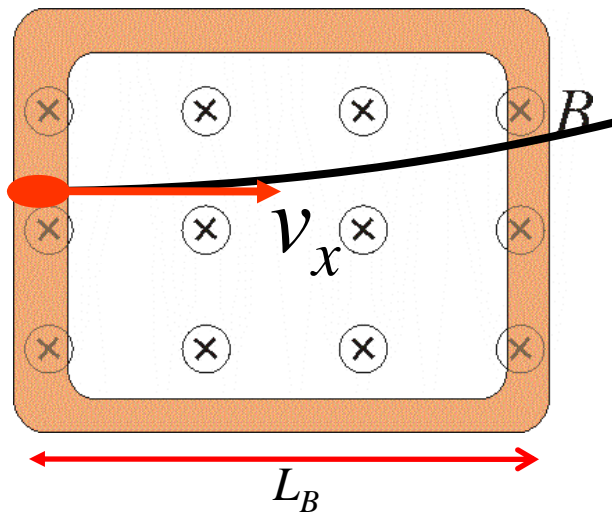
$$v_x = v_{0x} \cos(\omega t)$$



$$\frac{d}{dt} v_x = -\omega v_z$$



$$v_z = v_{0x} \sin(\omega t)$$





# Movimento de uma partícula neste campo idealizado

- Vamos resolver o movimento dentro da bobina

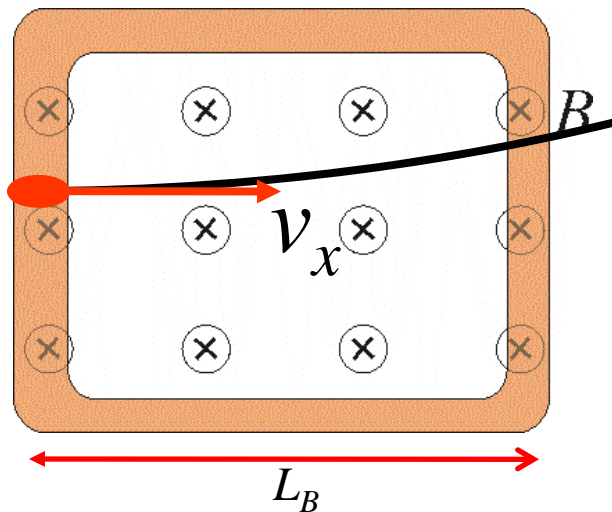
$$v_x = v_{0x} \cos(\omega t)$$

$$v_z = v_{0x} \sin(\omega t)$$



$$x = \frac{v_{0x}}{\omega} \sin(\omega t)$$

$$z = -\frac{v_{0x}}{\omega} \cos(\omega t)$$



Qual é a trajetória descrita por estas equações?

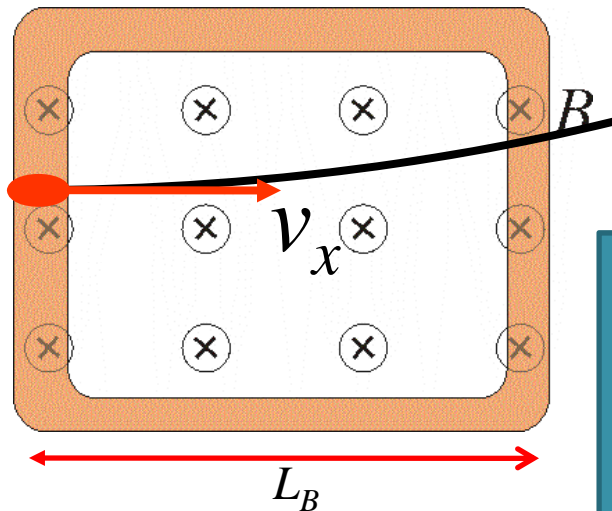
Vamos calcular, como se não soubesse a resposta, a grandeza  $z^2 + x^2$

# Movimento de uma partícula neste campo idealizado

- Vamos resolver o movimento dentro da bobina

$$x^2 + z^2 = \left( \frac{v_{0x}}{\omega} \right)^2$$

Equação de uma circunferência de raio  $v_{0x}/\omega$



$$R = \frac{v_{0x}}{\omega} = \frac{mv_{0x}}{qB}$$

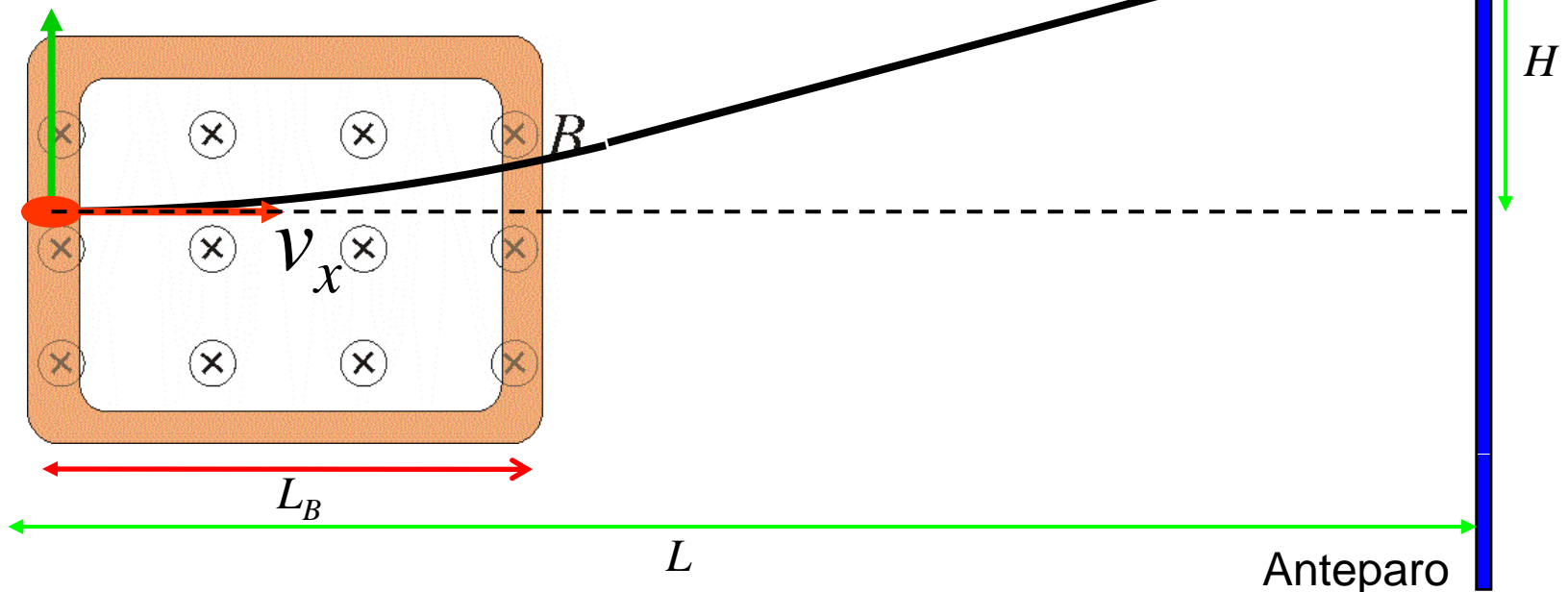
○ resultado é bastante intuitivo!  
Sendo a força magnética perpendicular à velocidade ela é centrípeta e a trajetória é “circular”

# Movimento de uma partícula neste campo idealizado

- Trajetória circular na região do campo magnético

$$R = \frac{mv_{0x}}{qB}$$

- Qual é o deslocamento  $H$  na tela do TRC?
- Temos que usar geometria

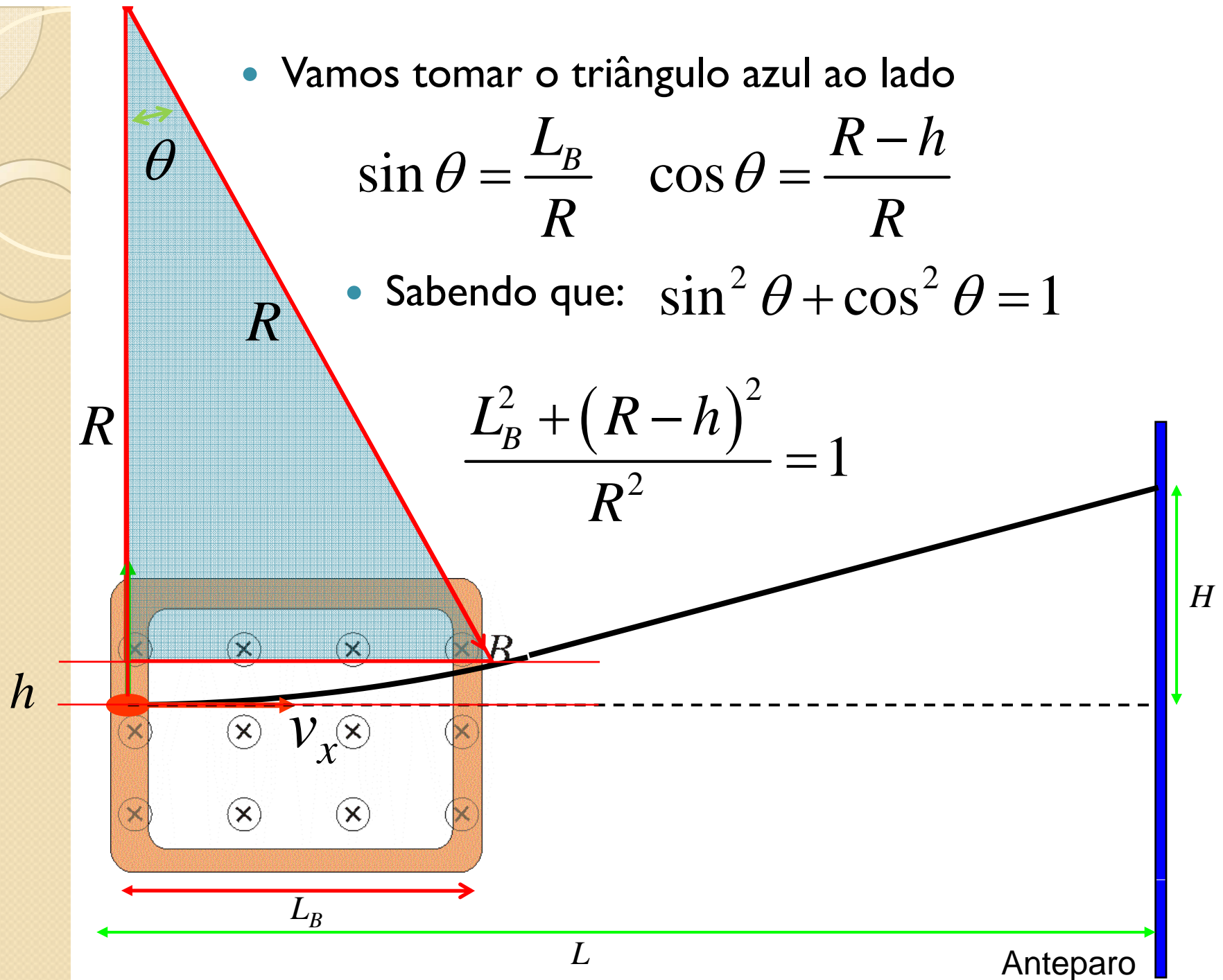


- Vamos tomar o triângulo azul ao lado

$$\sin \theta = \frac{L_B}{R} \quad \cos \theta = \frac{R-h}{R}$$

- Sabendo que:  $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$

$$\frac{L_B^2 + (R-h)^2}{R^2} = 1$$



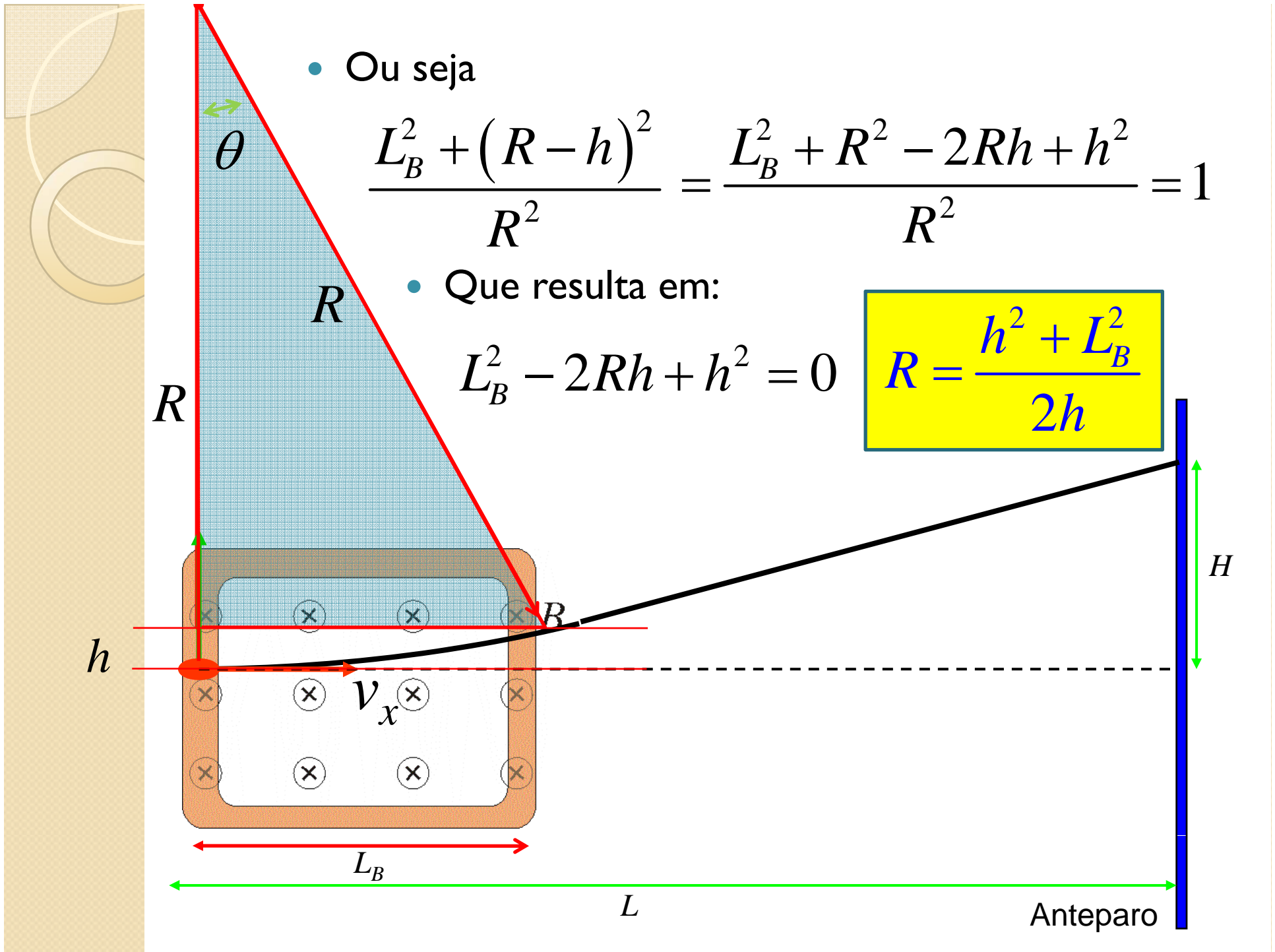
- Ou seja

$$\frac{L_B^2 + (R - h)^2}{R^2} = \frac{L_B^2 + R^2 - 2Rh + h^2}{R^2} = 1$$

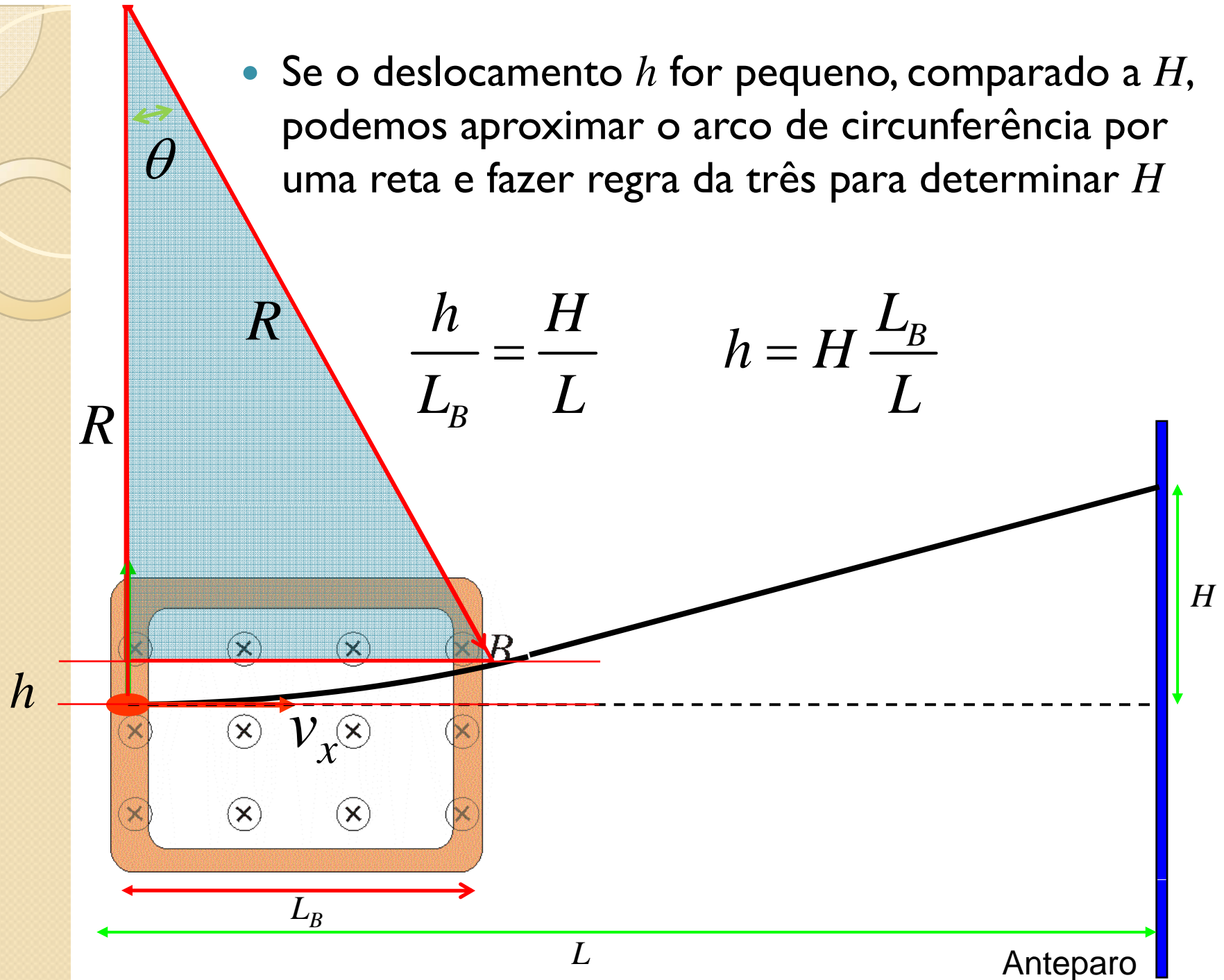
- Que resulta em:

$$L_B^2 - 2Rh + h^2 = 0$$

$$R = \frac{h^2 + L_B^2}{2h}$$



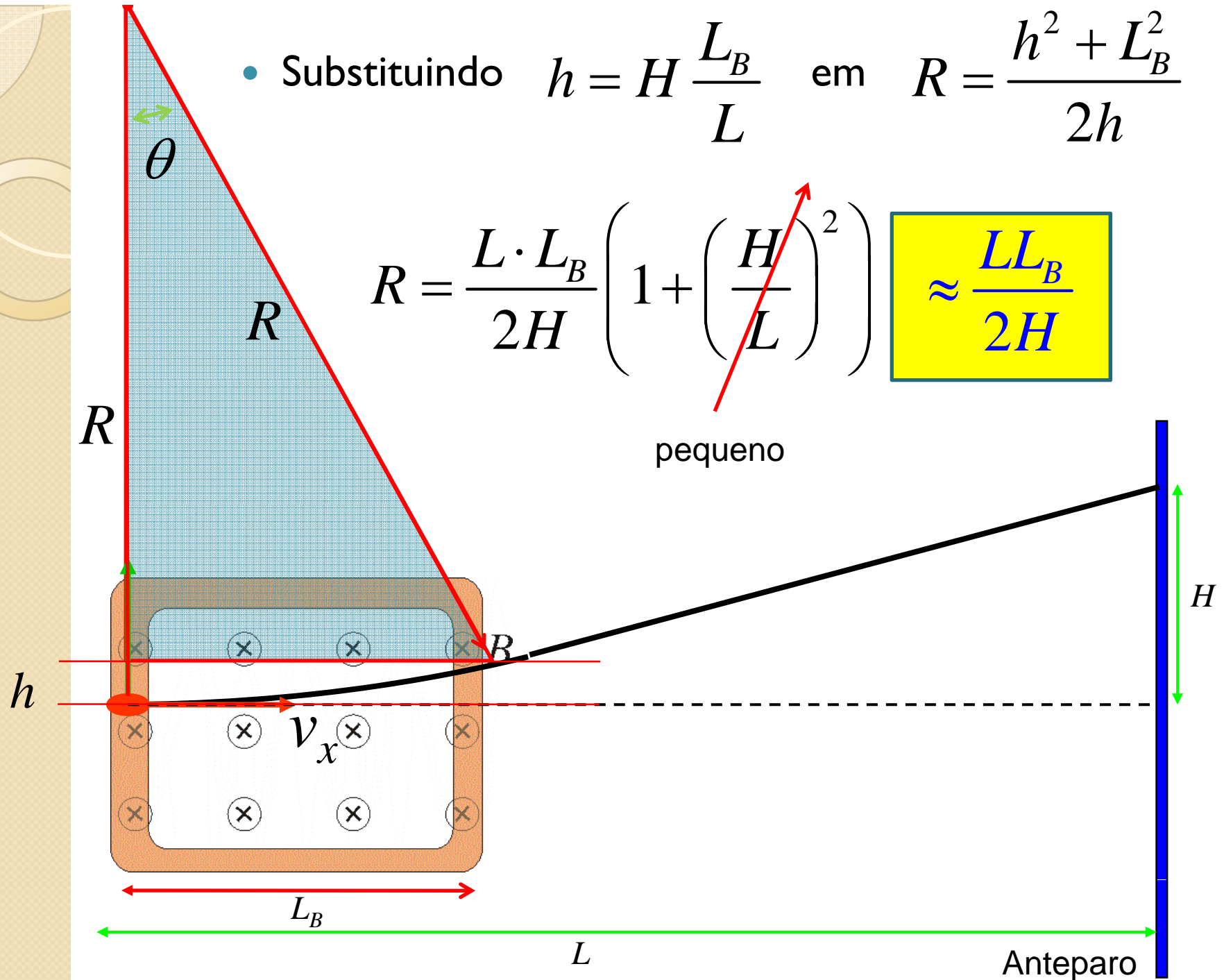
- Se o deslocamento  $h$  for pequeno, comparado a  $H$ , podemos aproximar o arco de circunferência por uma reta e fazer regra da três para determinar  $H$



- Substituindo  $h = H \frac{L_B}{L}$  em  $R = \frac{h^2 + L_B^2}{2h}$

$$R = \frac{L \cdot L_B}{2H} \left( 1 + \left( \frac{H}{L} \right)^2 \right) \approx \frac{LL_B}{2H}$$

pequeno

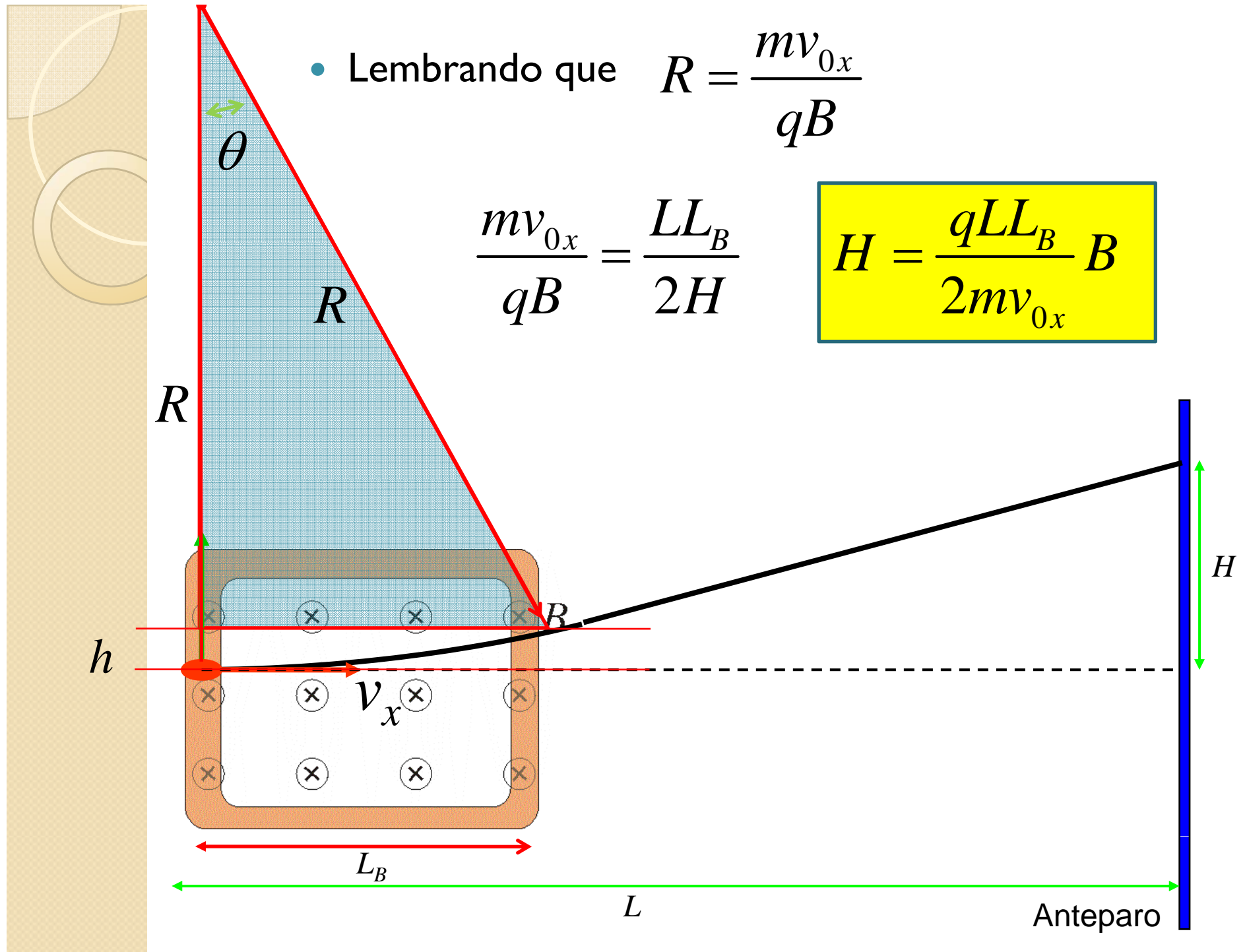




- Lembrando que  $R = \frac{mv_{0x}}{qB}$

$$\frac{mv_{0x}}{qB} = \frac{LL_B}{2H}$$

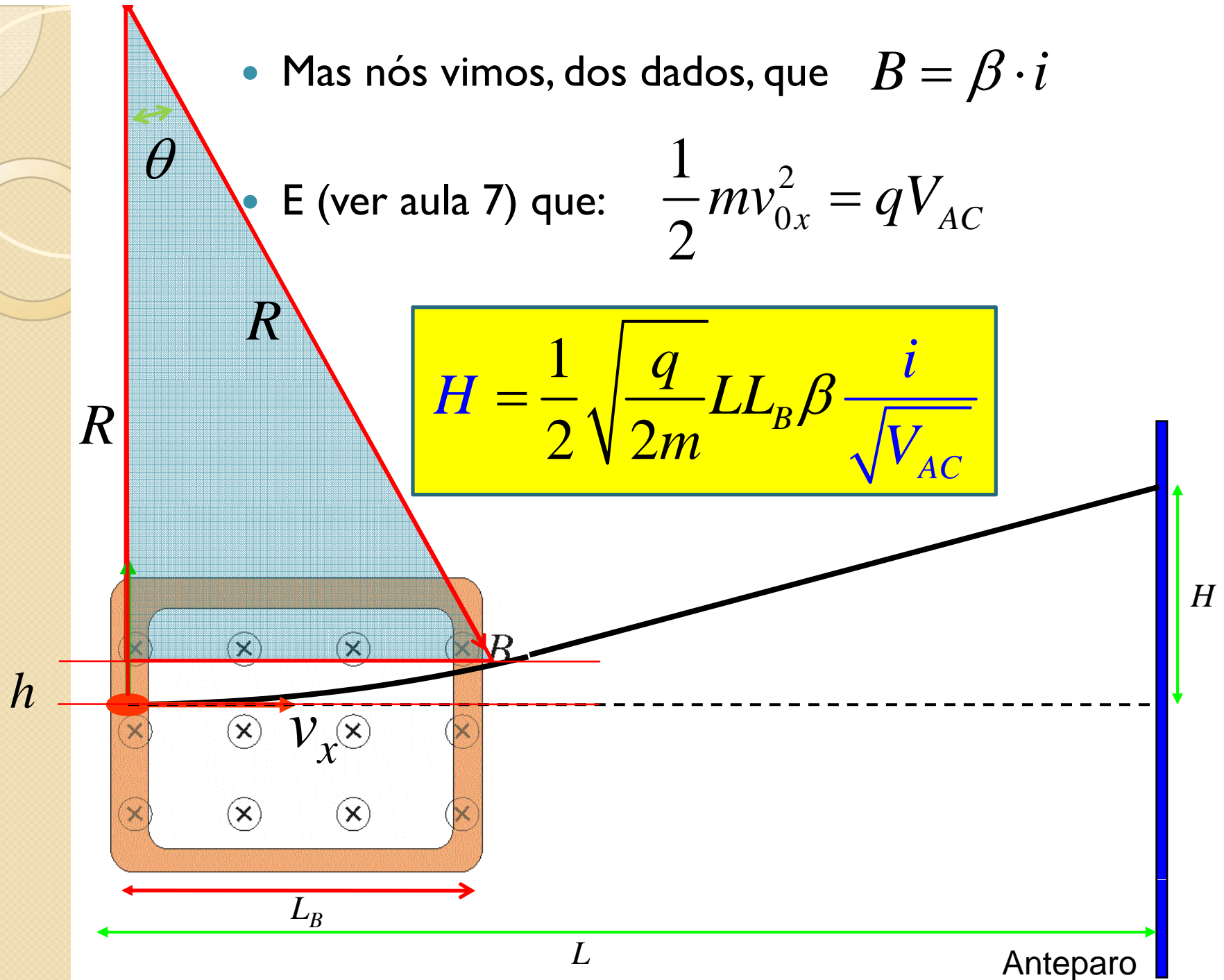
$$H = \frac{qLL_B}{2mv_{0x}} B$$



- Mas nós vimos, dos dados, que  $B = \beta \cdot i$

- E (ver aula 7) que:  $\frac{1}{2}mv_{0x}^2 = qV_{AC}$

$$H = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{q}{2m}} LL_B \beta \frac{i}{\sqrt{V_{AC}}}$$



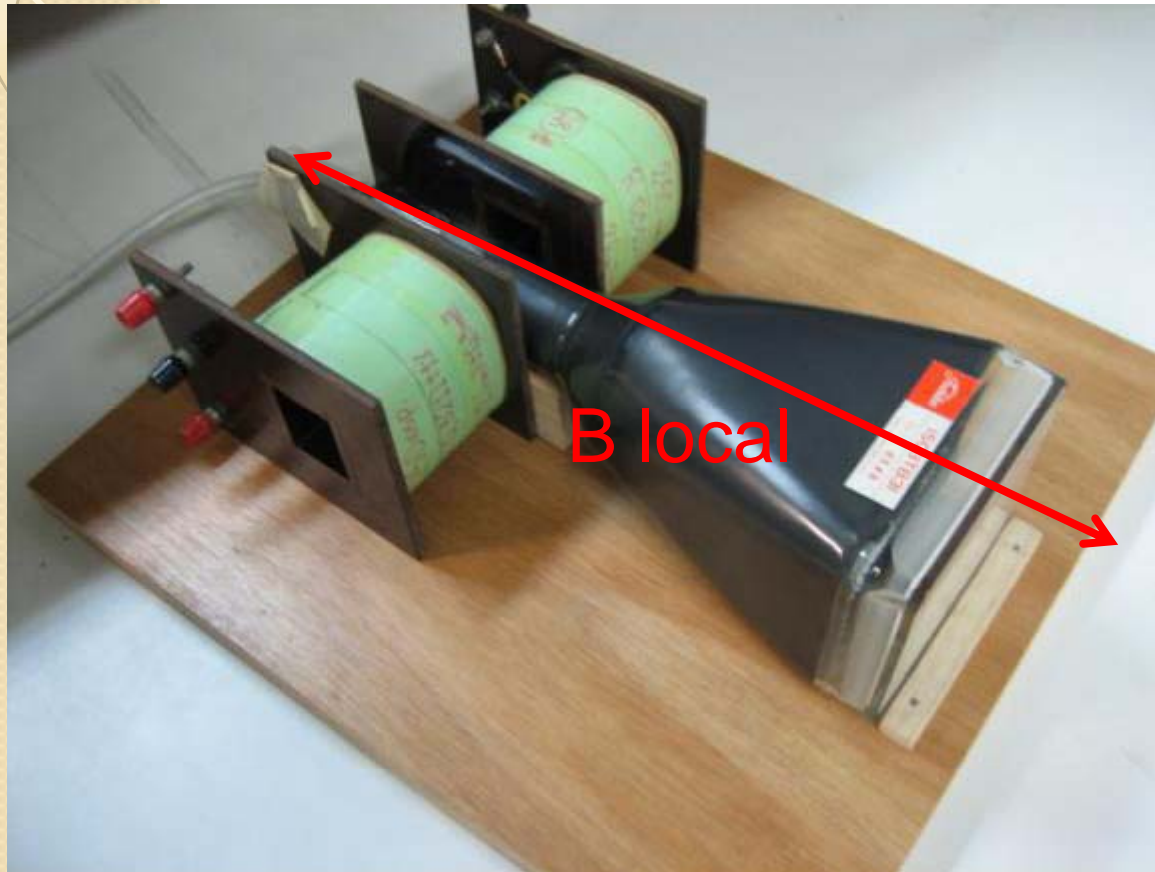
# Objetivos da semana

- Testar a aproximação teórica de campo constante, ou seja, testar que:

$$H = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{q}{2m}} LL_B \beta \frac{i}{\sqrt{V_{AC}}}$$

- $H$  depende linearmente da corrente
- $H$  depende do inverso da raiz da tensão de aceleração
- Sabendo a constante  $\beta$  que relaciona a corrente com o campo, determinar o comprimento efetivo da bobina ( $L_B$ ) através dos ajustes dos dados

# Cuidados experimentais



- Alinhar com B local
- Definir o zero quando a corrente nas bobinas e V entre as placas for nula
  - Lembre-se que H é a distância em relação ao ponto que NÃO há influência das bobinas.

# Tarefas mínimas a serem entregues

- Campo magnético simulado no qfield e superposto aos dados obtidos
  - Principalmente para  $B_T$  em função de  $x$
  - Refazer os mapeamentos de campo (ou checar) se necessário
- Dependência de  $H$  em função da corrente com ajuste apropriado segundo modelo teórico
- Dependência de  $H$  em função da tensão de aceleração com ajuste e escala apropriada segundo o modelo teórico
- Comprimento efetivo da bobina (  $L_B$  ) através dos ajustes efetuados e dos dados da semana passada.