Física Experimental III

Notas de aula: www.dfn.if.usp.br/~suaide

LabFlex: www.dfn.if.usp.br/curso/LabFlex

Aula 6

Prof. Alexandre Suaide
Ramal: 7072
Ed. Oscar Sala (Pelletron), sala 246

Movimento de uma partícula em um campo eletromagnético

- A trajetória de uma partícula qualquer pode ser descrita resolvendo-se as equações de movimento

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

- Ou seja, no campo EM:

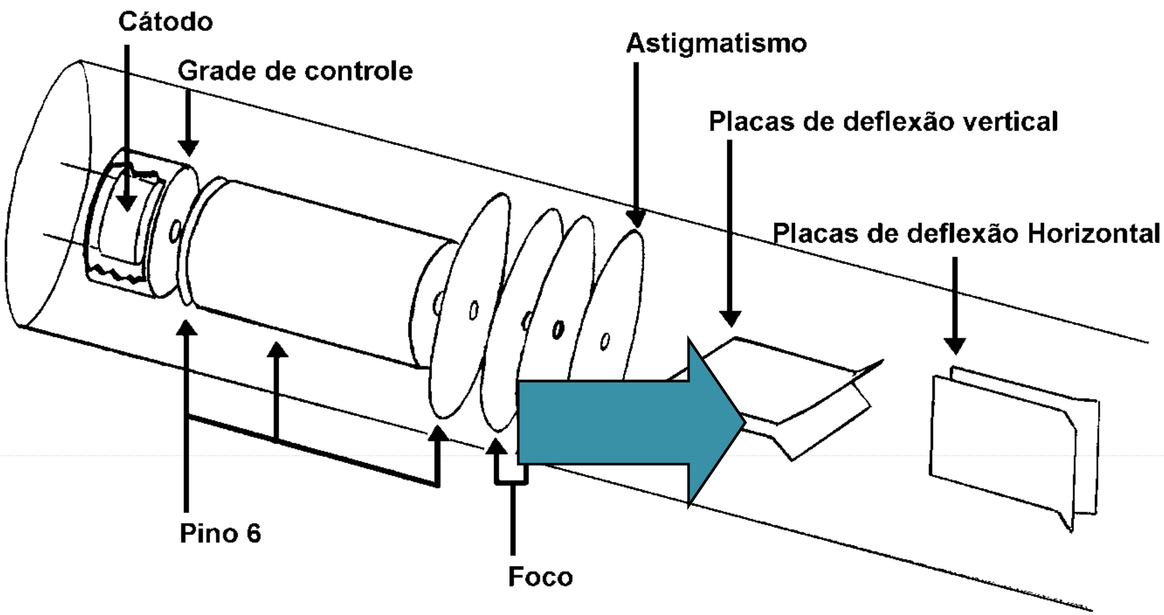
$$m\frac{d}{dt}\vec{v} = q\left(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}\right)$$

Como estudar um problema complexo?

- O movimento de uma partícula no campo do filtro de Wien pode ser bastante complexo
  - Muitas forças envolvidas.
  - Movimento não é unidimensional
- Como tornar o problema mais simples?
  - Tentar isolar contribuições dos diferentes fenômenos. A compreensão individual de cada um dos fenômenos torna o entendimento do todo mais fácil.

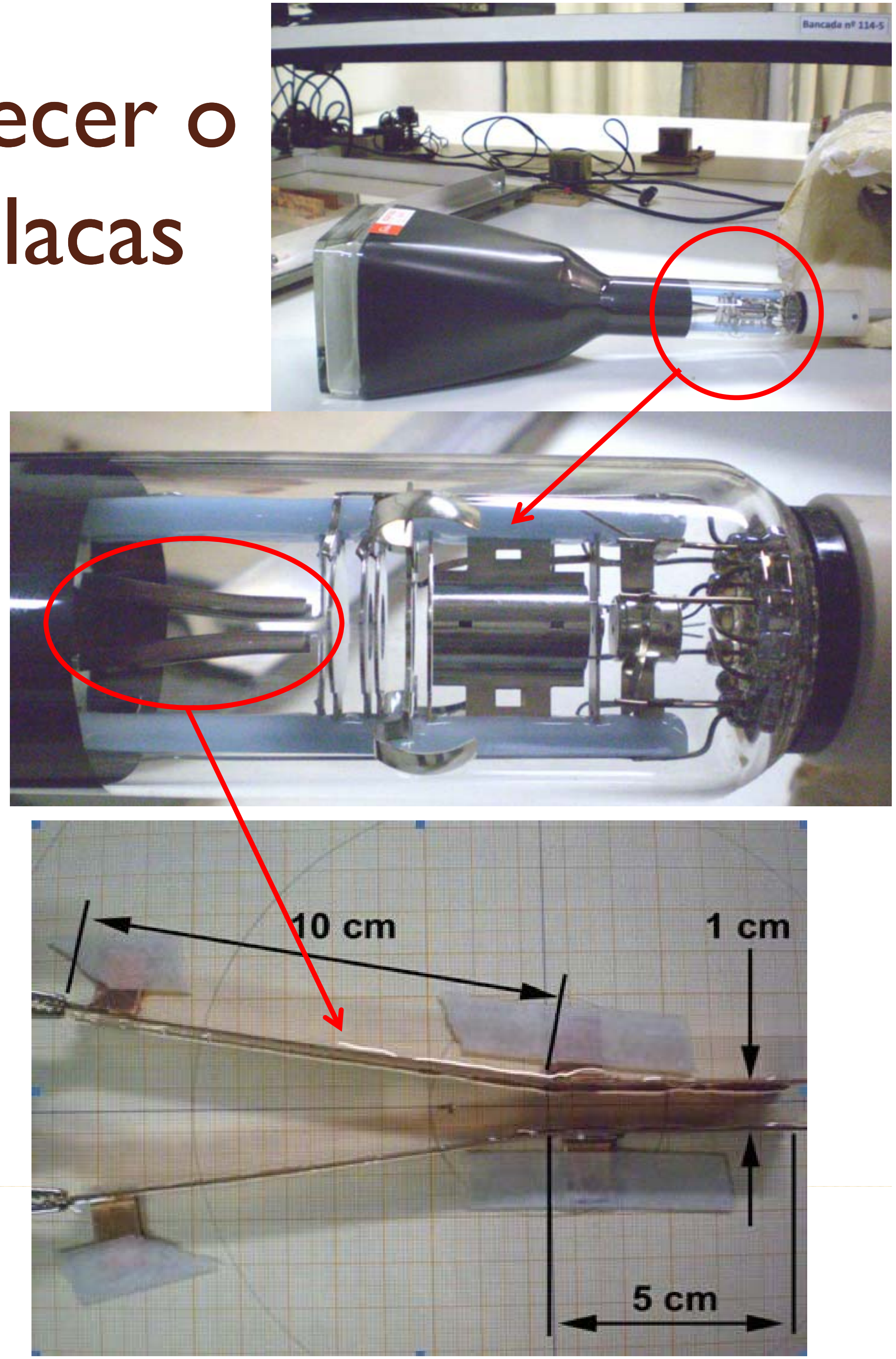
Tubo de raios catódicos

- Deflexão do feixe de elétrons
  - Sistema de placas paralelas
    - 2 conjuntos, x e y
    - Vamos usar somente um deles



Precisamos conhecer o campo entre as placas

- Modelo em escala
- Como é o campo?
- É uniforme?
- Efeitos de borda?
- Quais são as superfícies equipotenciais?



Medindo campos elétricos

- Força conservativa → Potencial

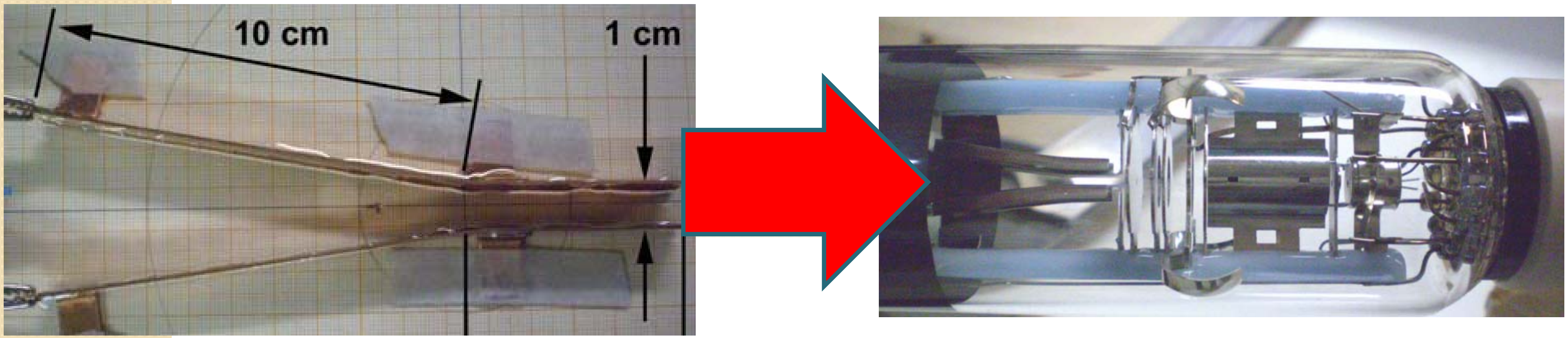
$$\vec{E} = -\nabla U$$

$$\nabla = \frac{\partial}{\partial x}\hat{x} + \frac{\partial}{\partial y}\hat{y} + \frac{\partial}{\partial z}\hat{z}$$

- Conhecendo-se a distribuição espacial do potencial pode-se calcular o campo facilmente.
  - Potencial eu sei medir...

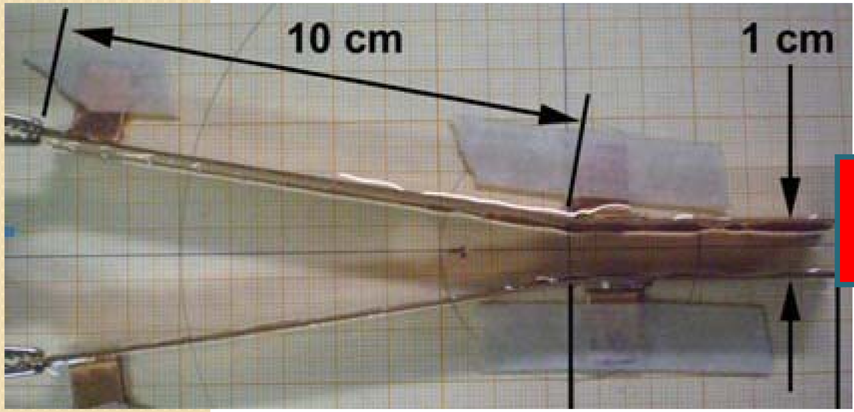
Como (então) determinar o potencial elétrico?

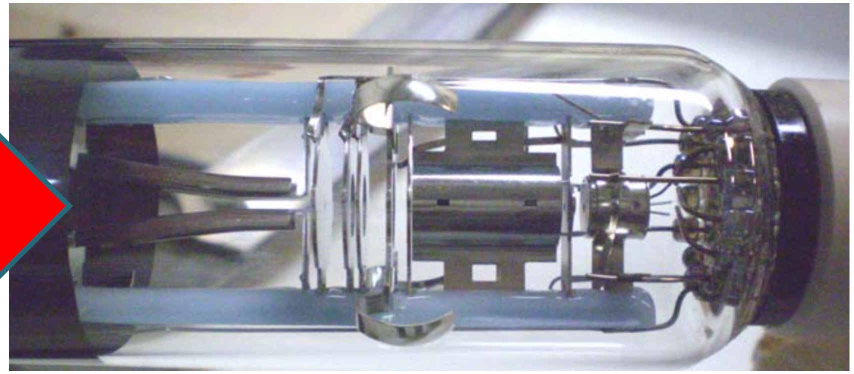
- Mapeamento do campo
  - Medir as equipotenciais e obter o gradiente experimentalmente
    - Feito na semana passada
- Como transformar os resultados do modelo em valores reais?



Fatores de escala

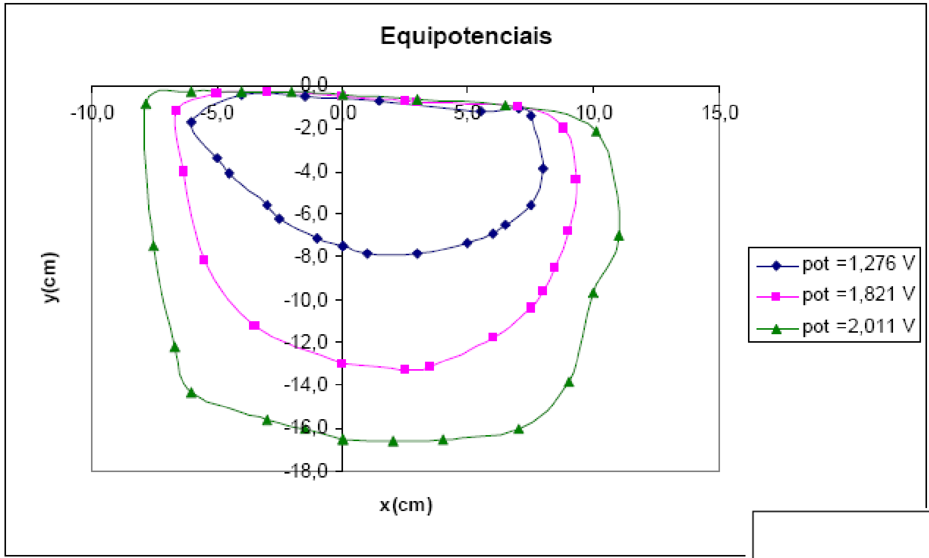
- Devemos aplicar fatores de escala
  - Tensão aplicada entre as placas
  - Escala geométrica do problema

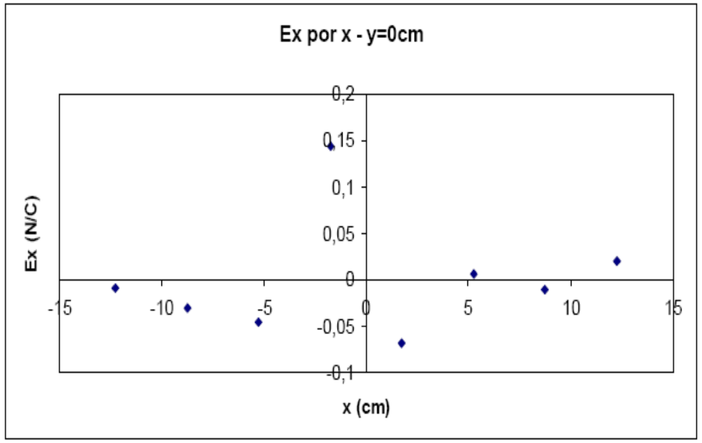


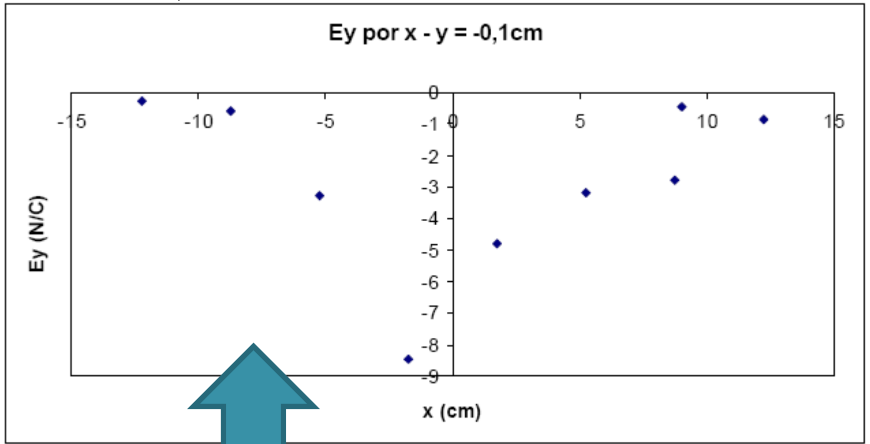


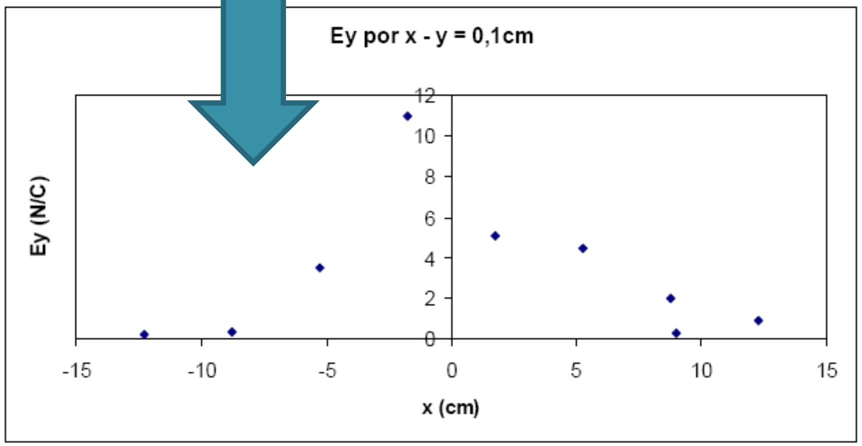
$$\vec{E}_{real} = \vec{E}_{\mathrm{modelo}} \cdot \frac{V_{real}}{V_{\mathrm{modelo}}} \cdot f_{escala}$$

A01



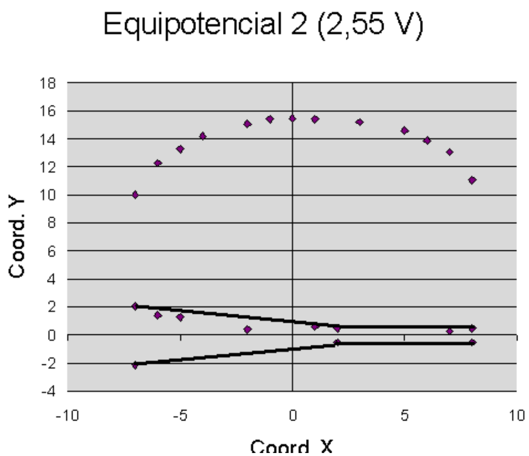


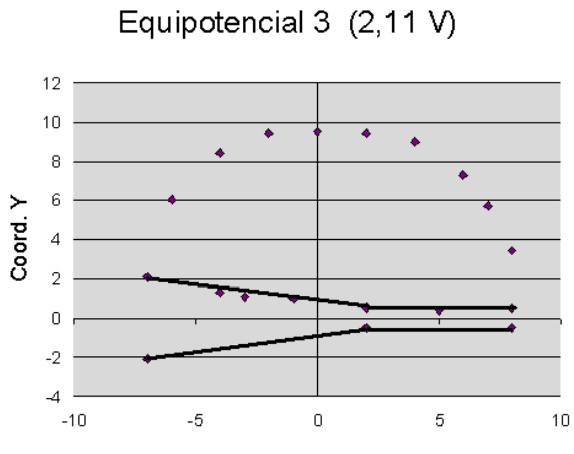


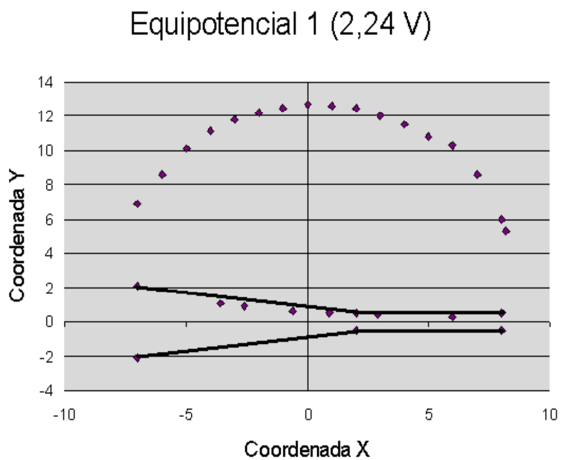


- Incertezas nos campos?
  - Precisamos saber se o campo Ex é consistente com zero, como esperado pela simetria do problema
- Porque o campo Ey inverte de sinal?
  - Problemas no tratamento de algum sinal? Por exemplo Δy ou ΔV
- Onde estão as placas?

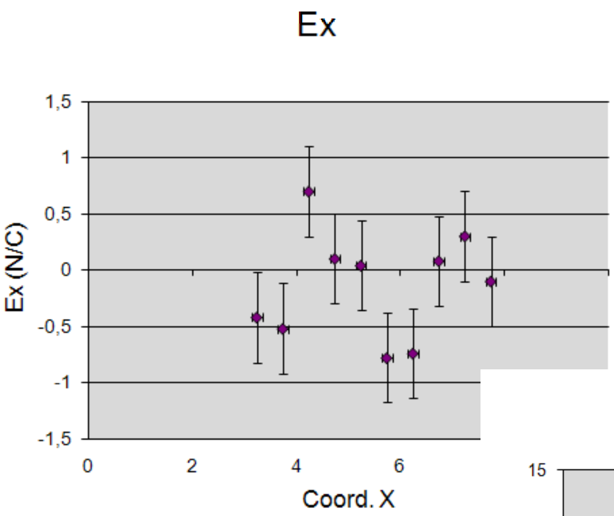
A02

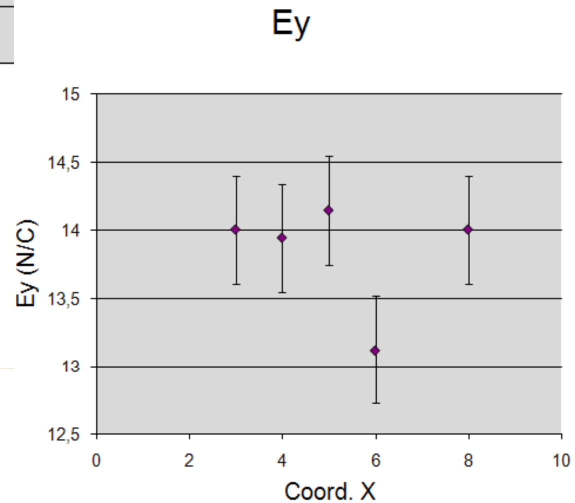






- Unidades nos eixos?
- Colocar todas equipotenciais em um só gráfico
- Ex consistente com zero, como esperado
- Ey não nulo mas não cobre todo o eixo.
    - Como estudar o movimento se não sabemos o campo ao longo da trajetória?





A05

Gráfico de Voltagem em função de X

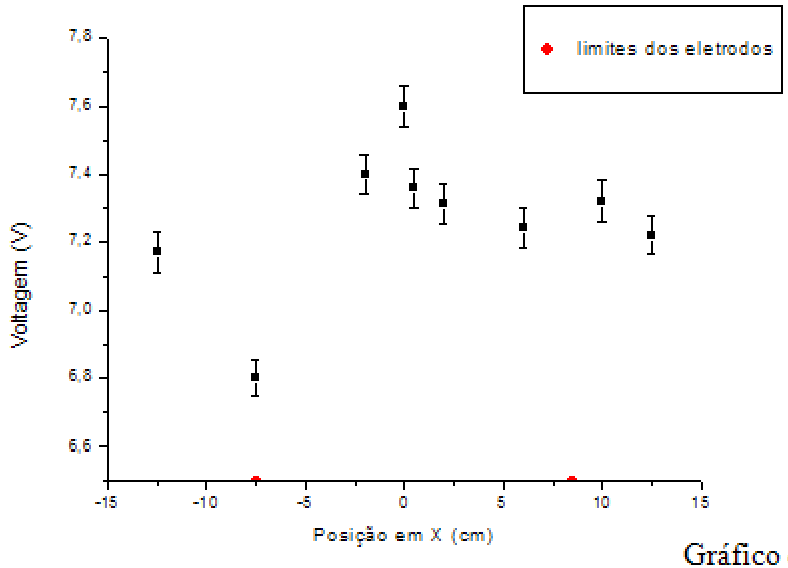
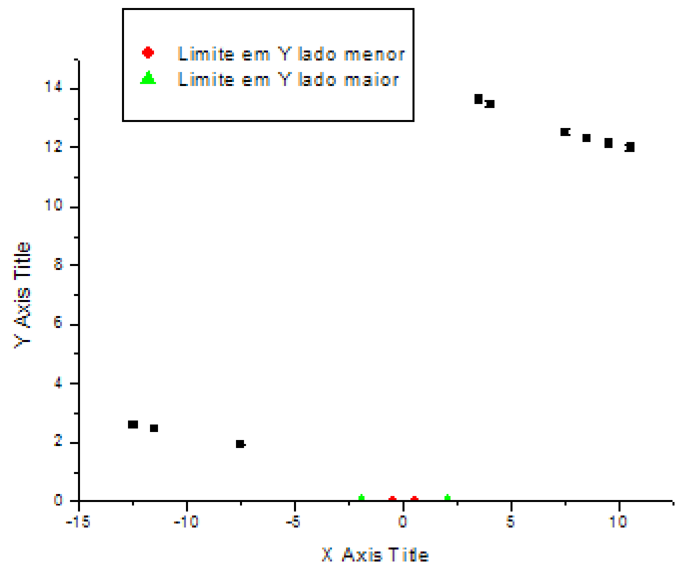
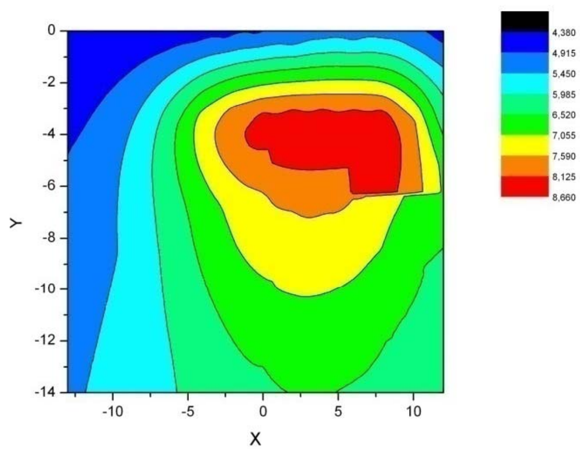


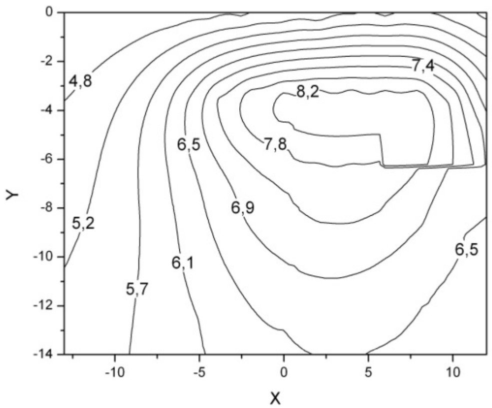
Gráfico de voltagem em função de Y

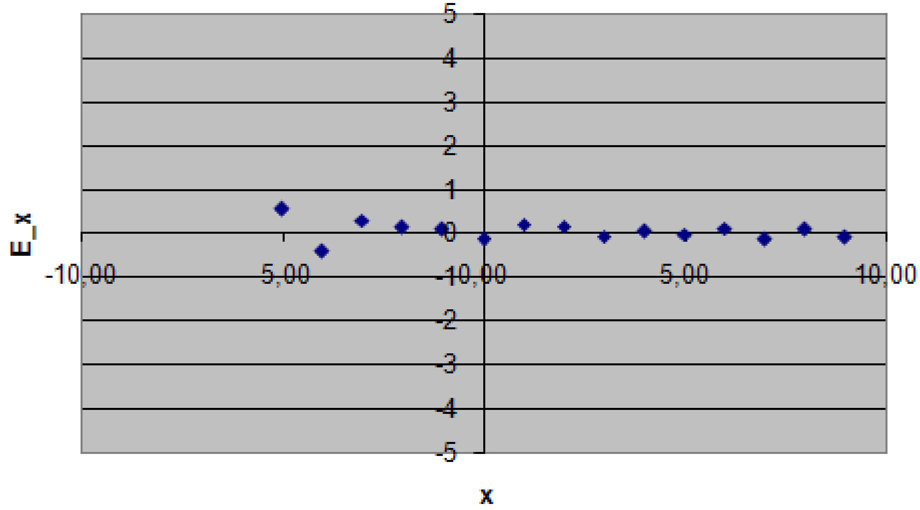


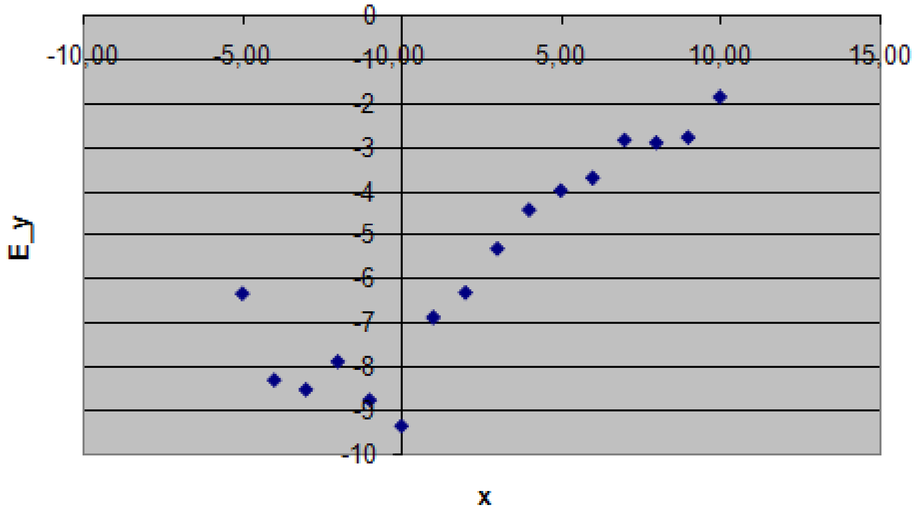
- Equipotenciais em papel mm (Ok)
- Gráficos de campos?
- O que representam os gráficos de voltagem?
- Nome dos eixos?

A06



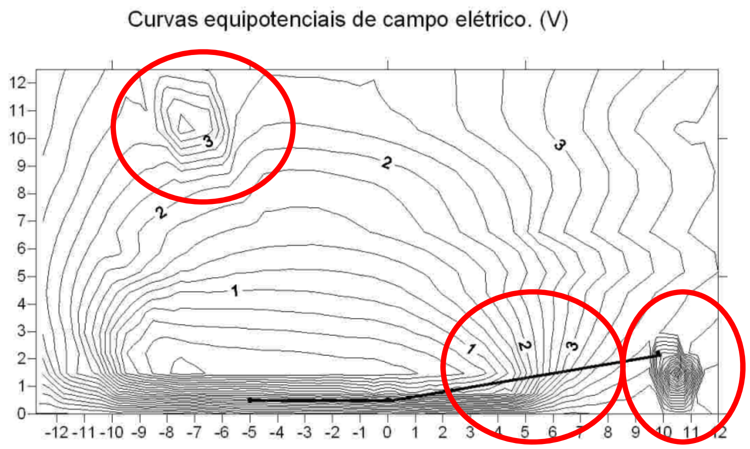


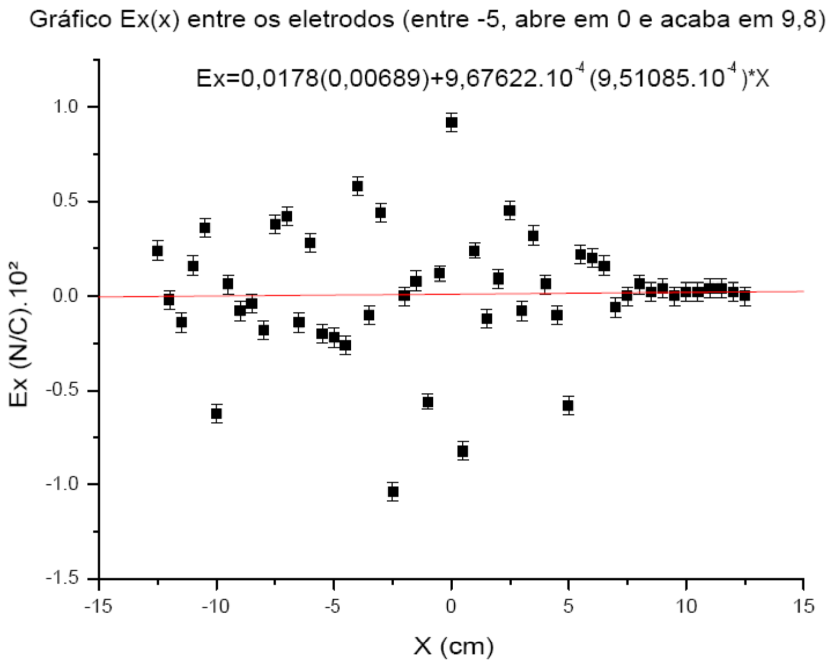




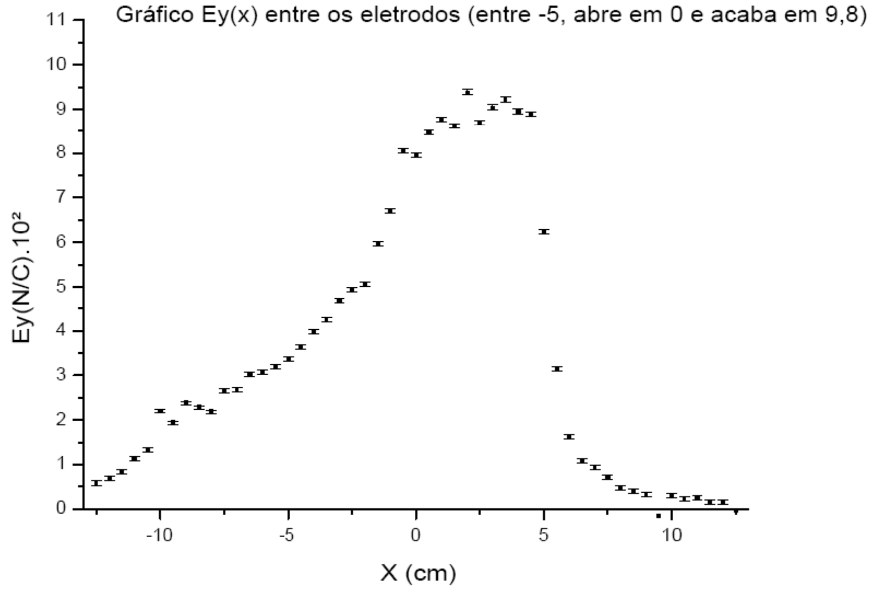
- Equipotenciais Ok.
  - Colocar explicitamente a placa como equipotencial faz o origin melhorar a resolução
- Campo em X e Y como esperado
- Unidades

A07

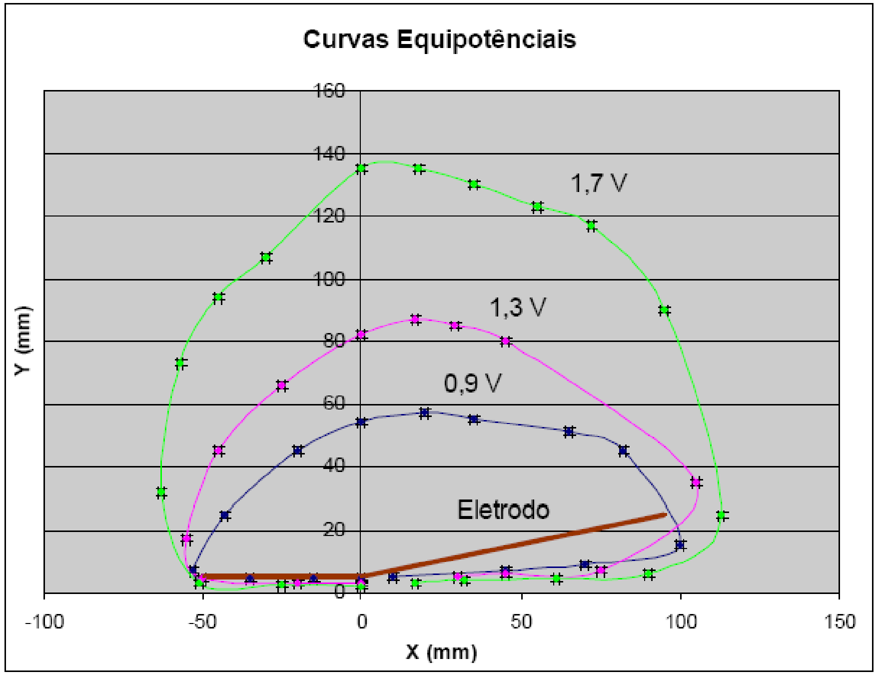


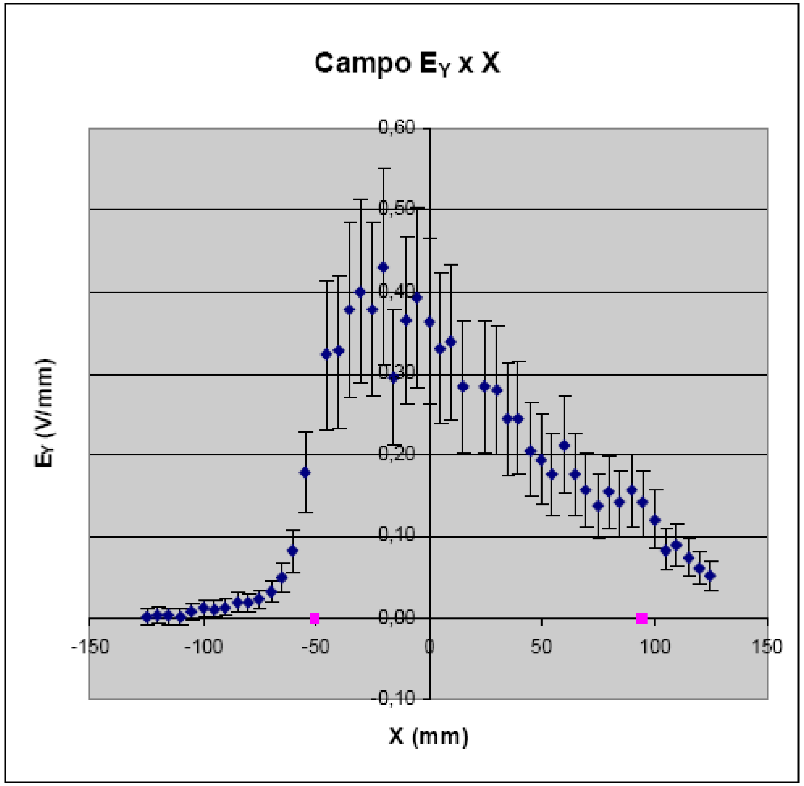


- Os eletrodos são equipotenciais também
  - Equipotenciais NÃO se cruzam
  - Ilhas de potencial. Sem carga?
  - O origin é só um programa que não entende de Física.
- Campo Ex consistente com zero?
  - Checar incertezas!!!!!
- Campo Ey parece invertido em relação às equipotenciais
- Unidades esquisitas!

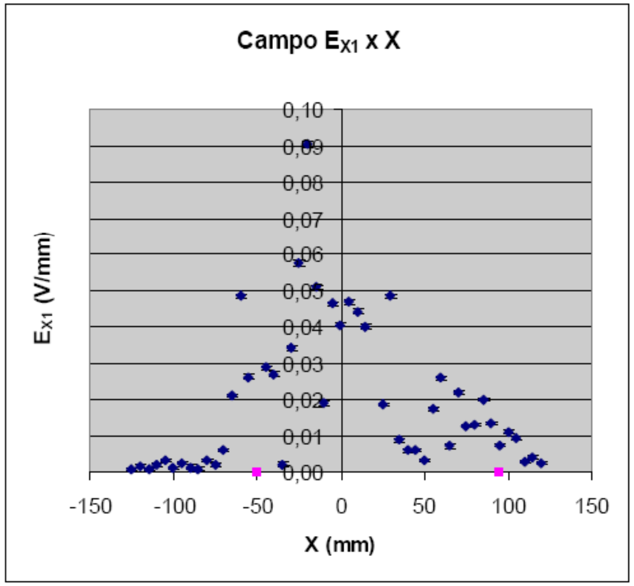


A08

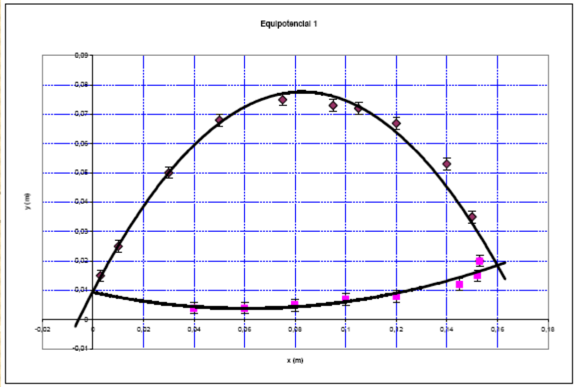


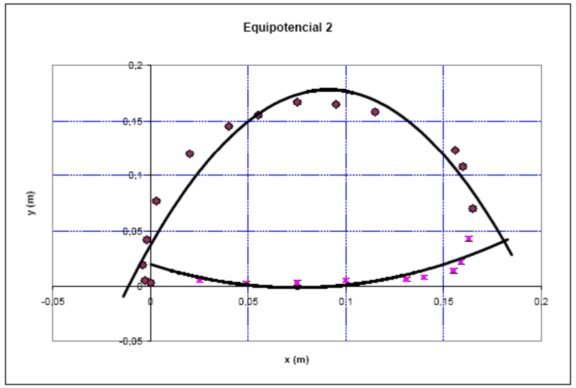


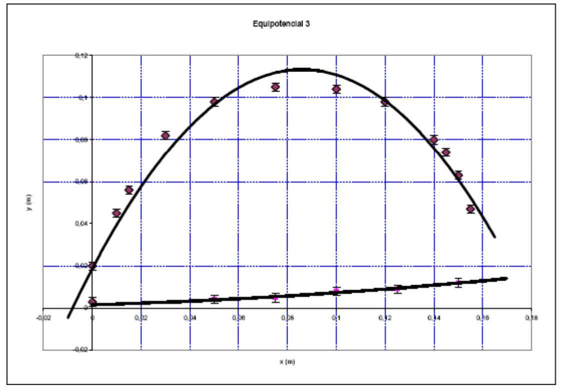
- Linhas equipotenciais NÃO se cruzam
  - Cuidado com o programa utilizado. Ele não sabe Física ☺
- Campos com tendências razoáveis
  - Checar incertezas de Ex



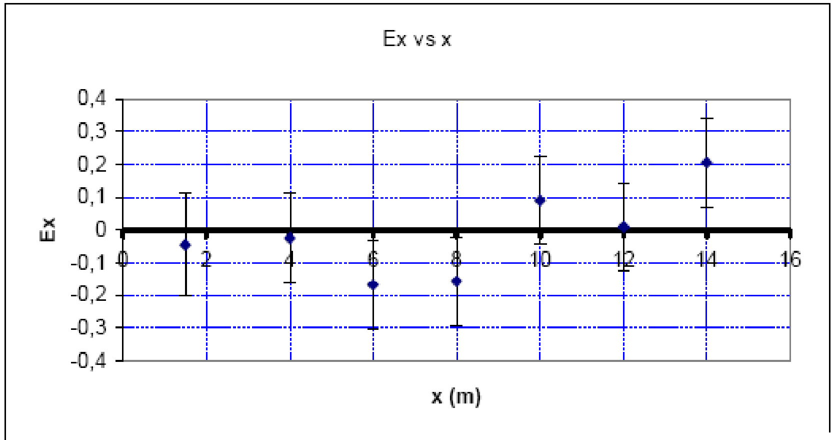
A09

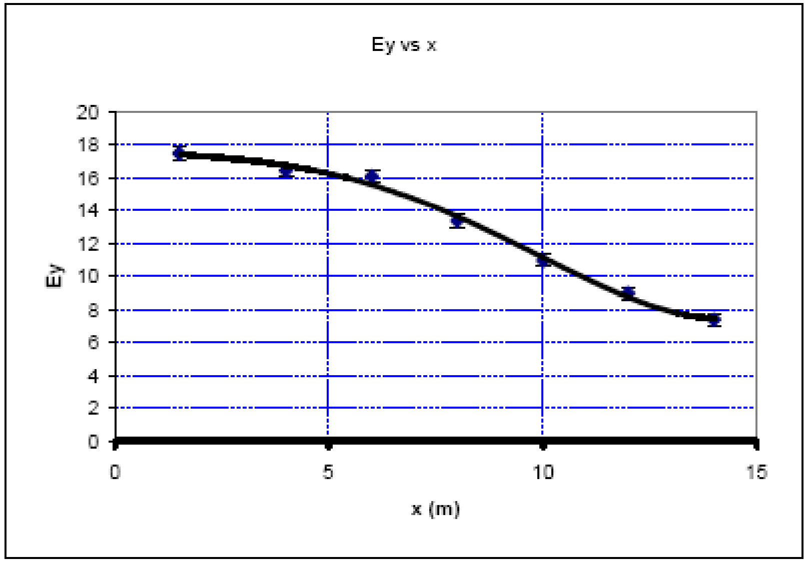




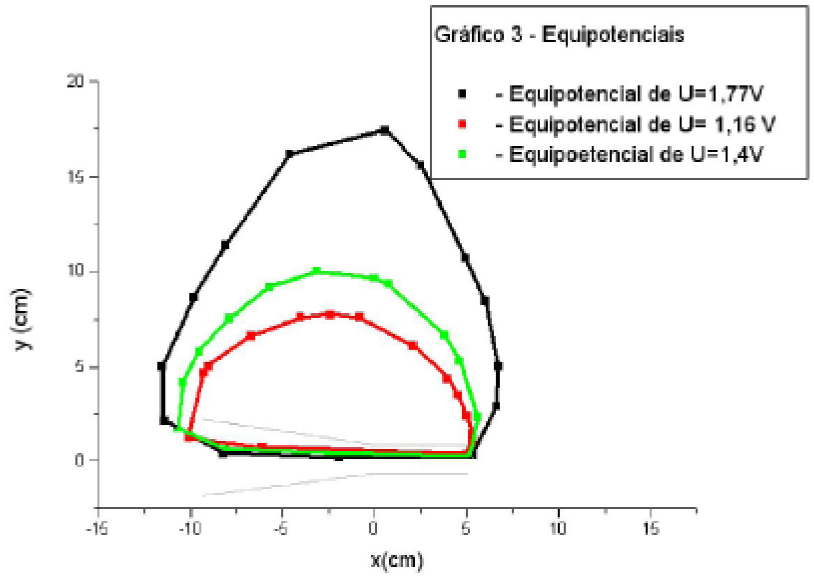


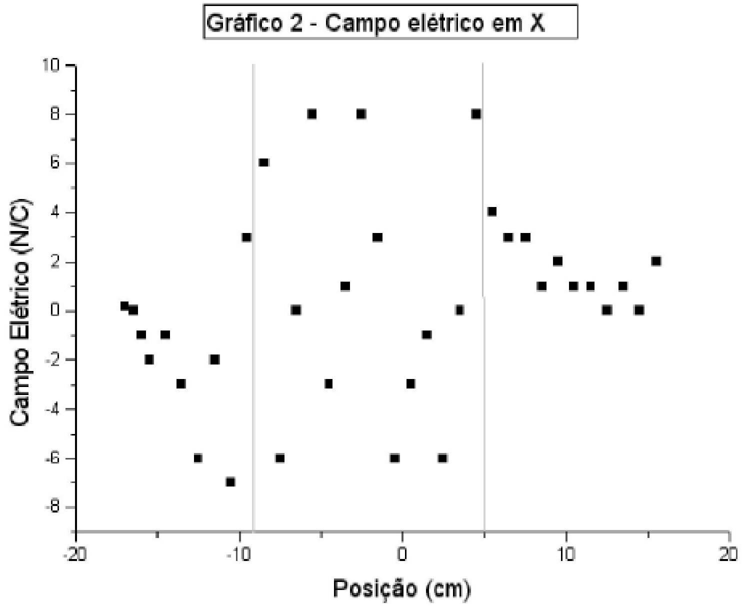
- Colocar equipotenciais em um mesmo gráfico
  - O que significam as linhas?
- Campo Ex compatível com zero, como esperado
- Campo Ey com tendência esperada mas precisa saber melhor o que acontece fora das placas
- Unidades

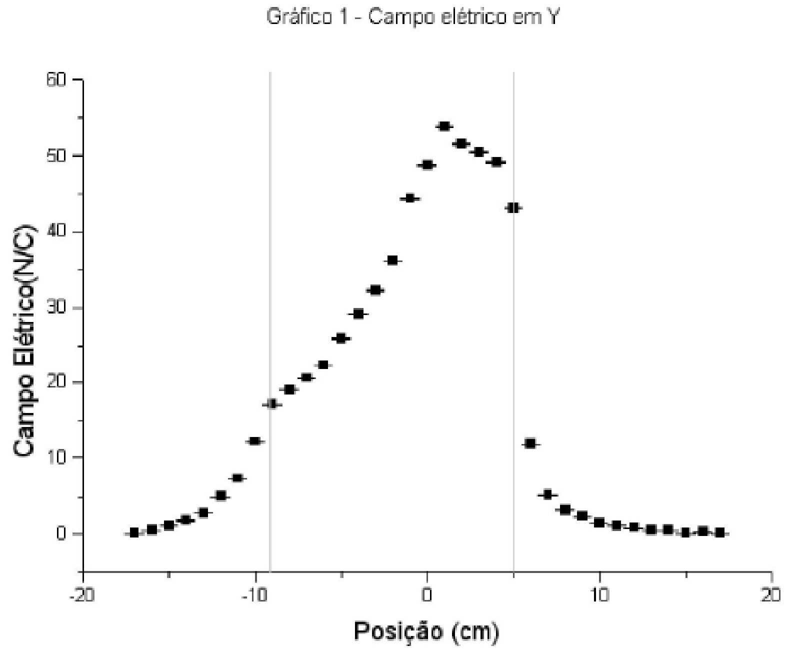




A10

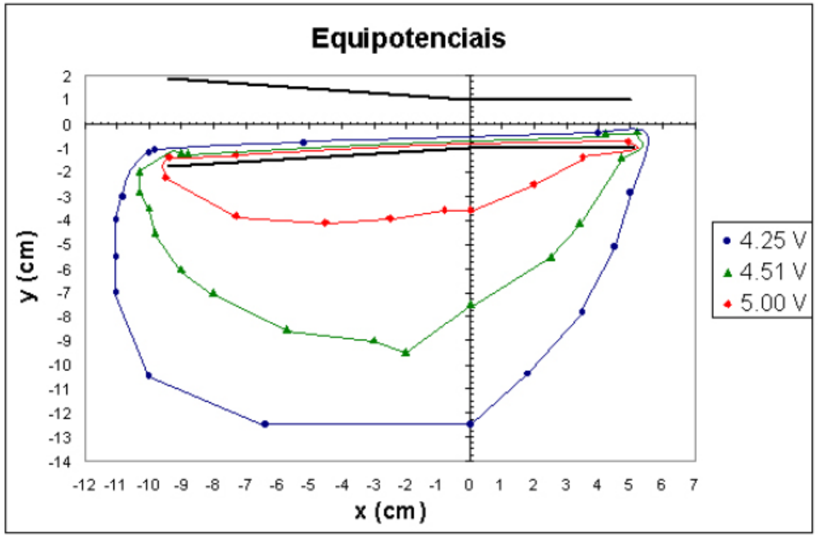


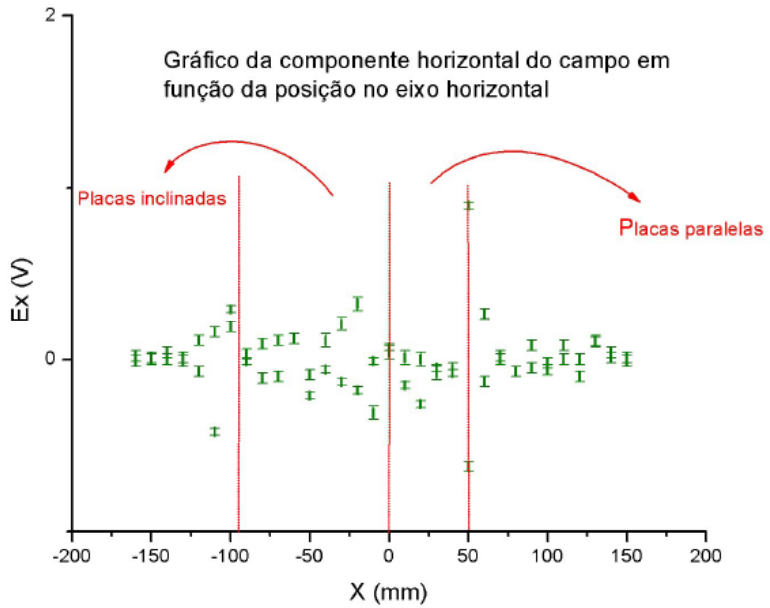




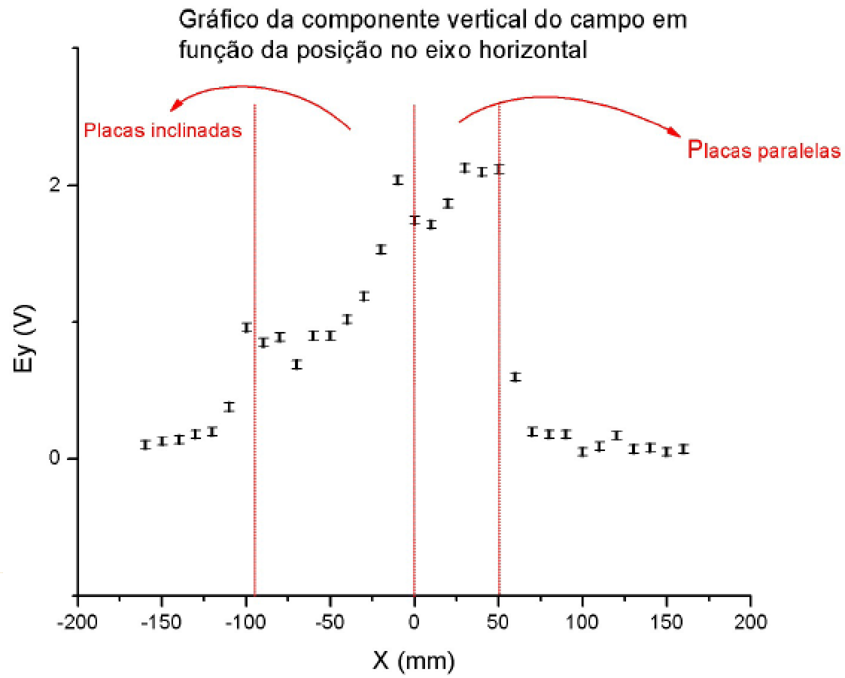
- Equipotenciais Ok, como esperado pelo geometria do problema
- Campo Ex compatível com zero?
  - Incertezas?????
- Campo Ey bem determinado.
  - Os efeitos de borda ficam bem claros
- Unidades esquisitas!

A11

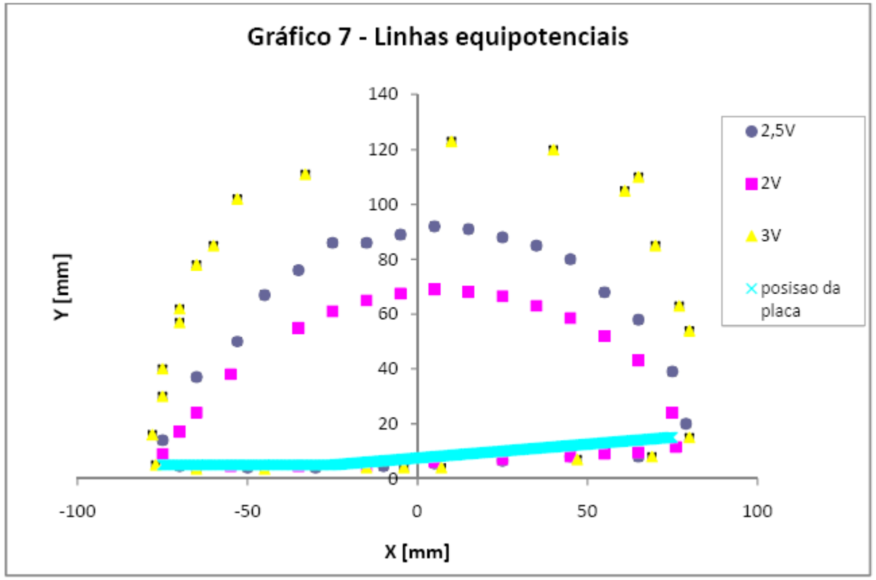


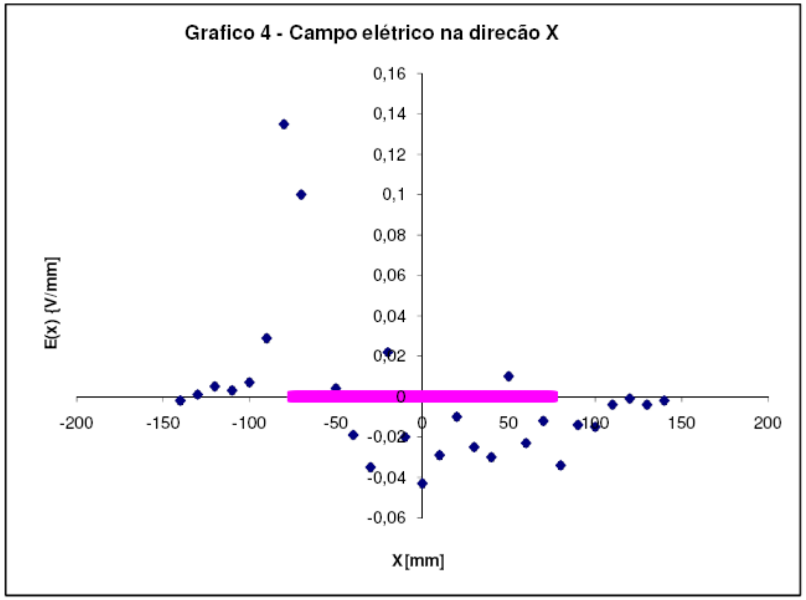


- Equipotenciais Ok, como esperado pelo geometria do problema
- Campo Ex compatível com zero?
- Campo Ey bem determinado.
  - Os efeitos de borda ficam bem claros
- Unidades erradas

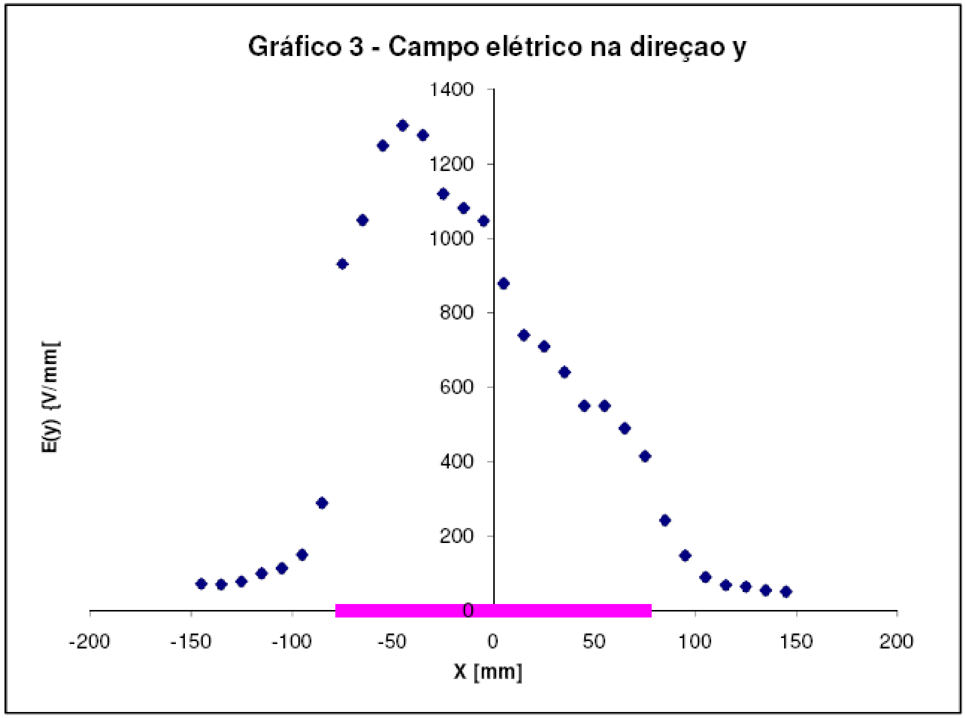


A12



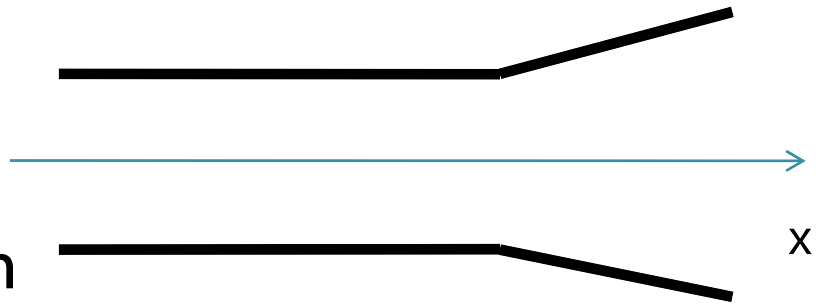


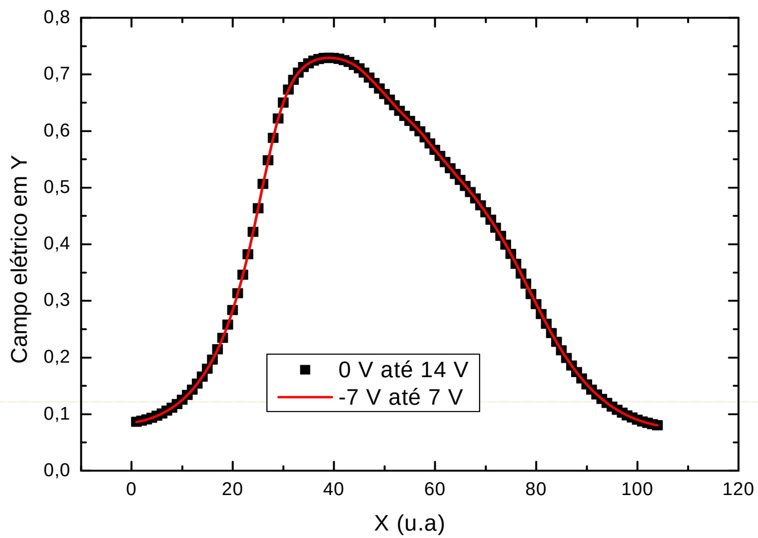
- Equipotenciais Ok!
- Campo Ex = 0?
  - Incertezas
- Campo Ey >> Ex e compatível com geometria
- Unidades erradas!!!
  - 1000 V/mm?????

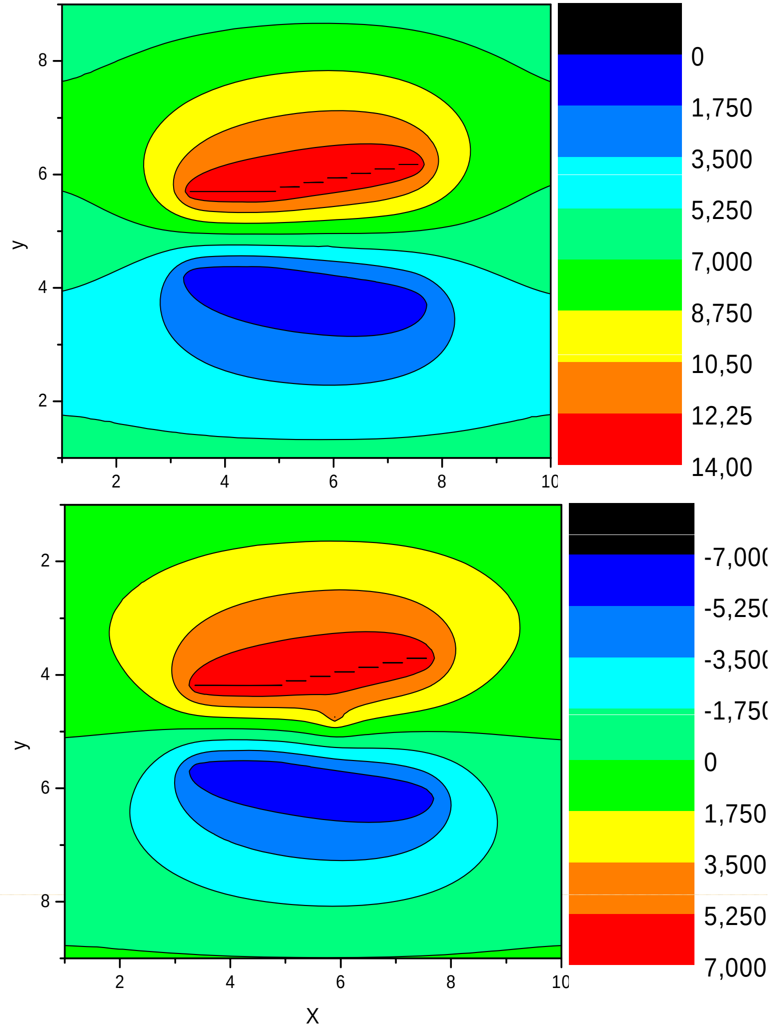


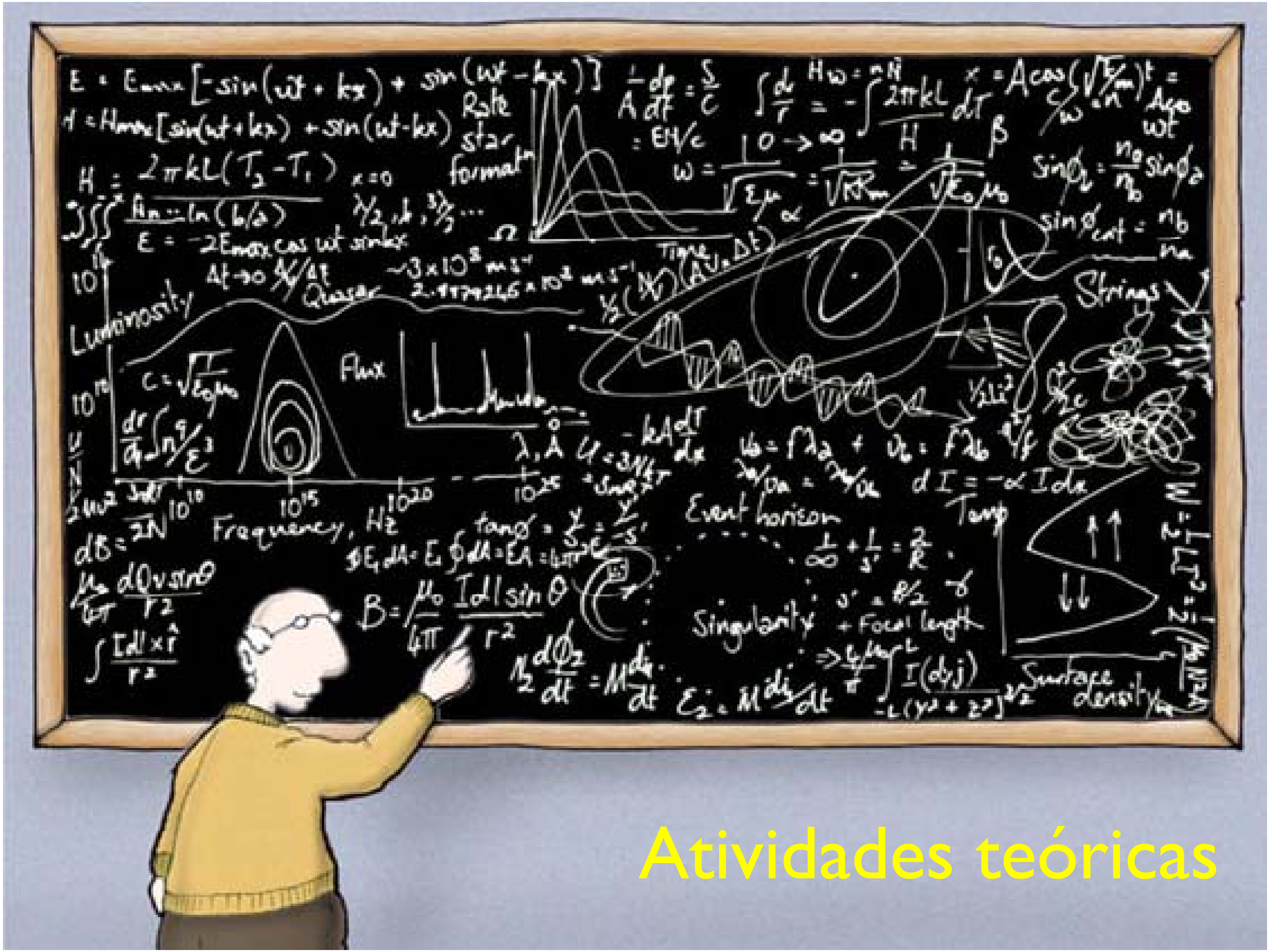
Simetrias...

- O problema é simétrico em torno do eixo x.
  - Porque o potencial não é simétrico?
    - O Potencial é definido a menos de uma constante
      - A grandeza física é o campo elétrico









Atividades teóricas

Como (então) determinar o potencial elétrico?

- Mapeamento do campo
  - Medir as equipotenciais e obter o gradiente experimentalmente
    - Feito na semana passada
- Como comparar estes resultados com uma previsão teórica?
    - Devemos resolver as equações para o campo, ou potencial.
    - Como?

Comparação teórica

- Lei de Gauss

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \Rightarrow \vec{\nabla} \cdot (-\nabla U) = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

- Equação de Poisson para o potencial

$$\nabla^2 U = -\frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

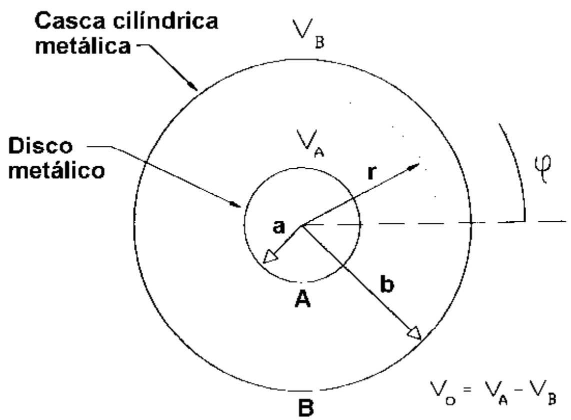
- Na ausência de cargas livres (Equação de Laplace)

$$\nabla^2 U = 0$$

Resolvendo a equação de laplace

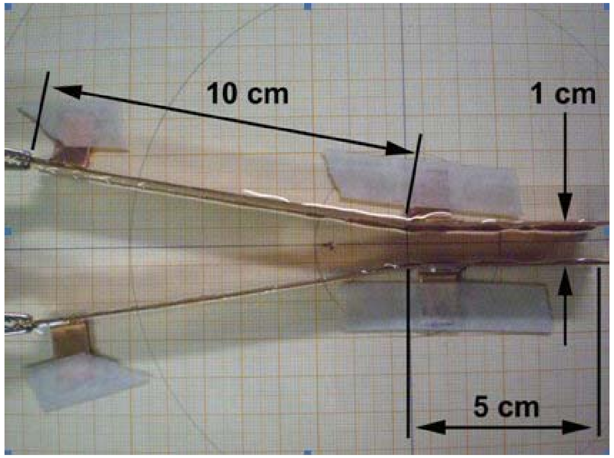
$$\nabla^2 U = 0$$

- Sistemas simétricos
  - Resolução algébrica fácil



$$V(r) = A \ln r + B$$

- Sistemas mais complexos
  - Como resolver?



$$V(x, y) = ?$$

Resolução numérica da equação de Laplace

- Vamos olhar o Laplaciano em duas dimensões:

$$\nabla^2 U = \frac{\partial^2}{\partial x^2} U + \frac{\partial^2}{\partial y^2} U$$

- Como calcular estas derivadas?
  - Aproximação numérica para derivada

$$\frac{\partial}{\partial x} U \approx \frac{\Delta U}{\Delta x} = \frac{U(x + \Delta x/2, y) - U(x - \Delta x/2, y)}{\Delta x}$$

Resolução numérica da equação de Laplace

- Vamos agora calcular a derivada segunda

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}U \quad = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{U(x+\Delta x/2, y) - U(x-\Delta x/2, y)}{\Delta x}\right)$$

$$= \frac{1}{\Delta x}\left(\frac{\partial}{\partial x}U(x+\Delta x/2, y) - \frac{\partial}{\partial x}U(x-\Delta x/2, y)\right)$$

- Vamos calcular o primeiro termo da expressão acima:

$$\frac{\partial}{\partial x}U(x+\Delta x/2, y)$$

Resolução numérica da equação de Laplace

- Cálculo do primeiro termo:

$$\frac{\partial}{\partial x}U(x+\Delta x/2, y) = \frac{U(x+\Delta x/2+\Delta x/2, y) - U(x+\Delta x/2-\Delta x/2, y)}{\Delta x}$$

- Ou seja:

$$\frac{\partial}{\partial x}U(x+\Delta x/2, y) = \frac{U(x+\Delta x, y) - U(x, y)}{\Delta x}$$

- Do mesmo modo para o segundo termo:

$$\frac{\partial}{\partial x}U(x-\Delta x/2, y) = \frac{U(x, y) - U(x-\Delta x, y)}{\Delta x}$$

Resolução numérica da equação de Laplace

- Assim, as derivadas segunda, em x e y, valem:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}U = \frac{U(x+\Delta x, y) - 2U(x, y) + U(x-\Delta x, y)}{\Delta x^2}$$

$$\frac{\partial^2}{\partial y^2}U = \frac{U(x, y+\Delta y) - 2U(x, y) + U(x, y-\Delta y)}{\Delta y^2}$$

- Se eu escolho $\Delta x = \Delta y = \Delta$ eu posso resolver a equação de Laplace facilmente

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}U + \frac{\partial^2}{\partial y^2}U = 0$$

Resolução numérica da equação de Laplace

- Substituindo as derivadas calculadas e fazendo $\Delta x = \Delta y = \Delta$ a equação de Laplace fica:

$$\frac{U(x+\Delta, y)+U(x, y+\Delta)-4U(x, y)+U(x-\Delta, y)+U(x, y-\Delta)}{\Delta^2}=0$$

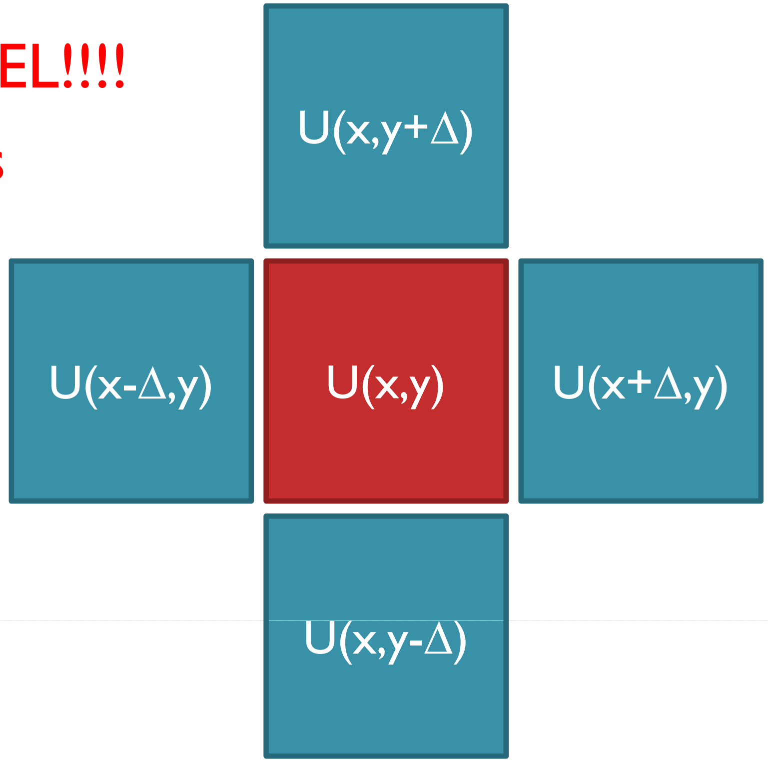
- Cuja solução é:

$$U(x, y)=\frac{1}{4}(U(x+\Delta, y)+U(x, y+\Delta)+U(x-\Delta, y)+U(x, y-\Delta))$$

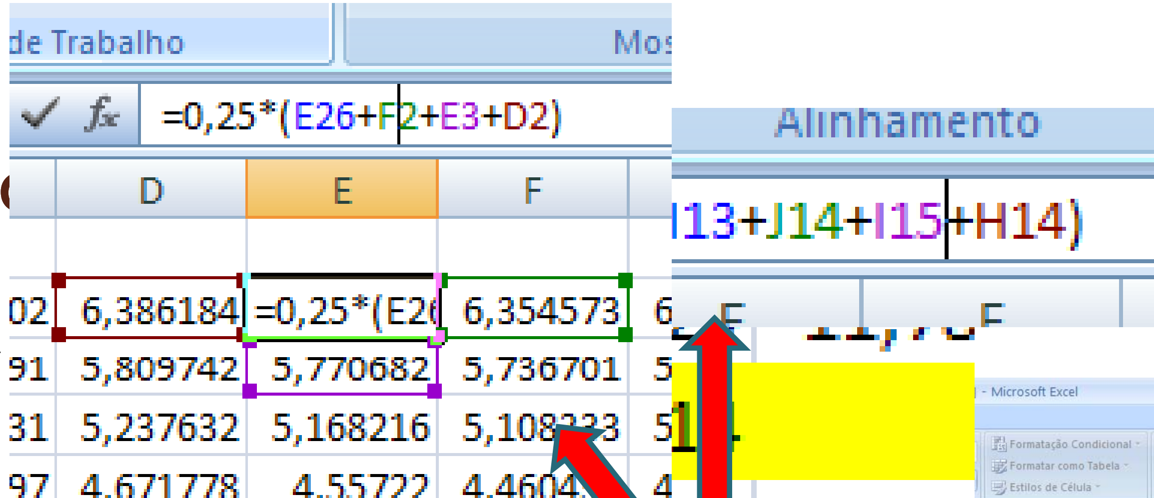
Resolução numérica da equação de Laplace

- Ou seja:
  - A solução da equação de Laplace diz que o potencial em um ponto é dado pela MÉDIA SIMPLES dos potenciais nas vizinhanças.
    - Podemos usar o EXCEL!!!!
    - Conseqüências Físicas

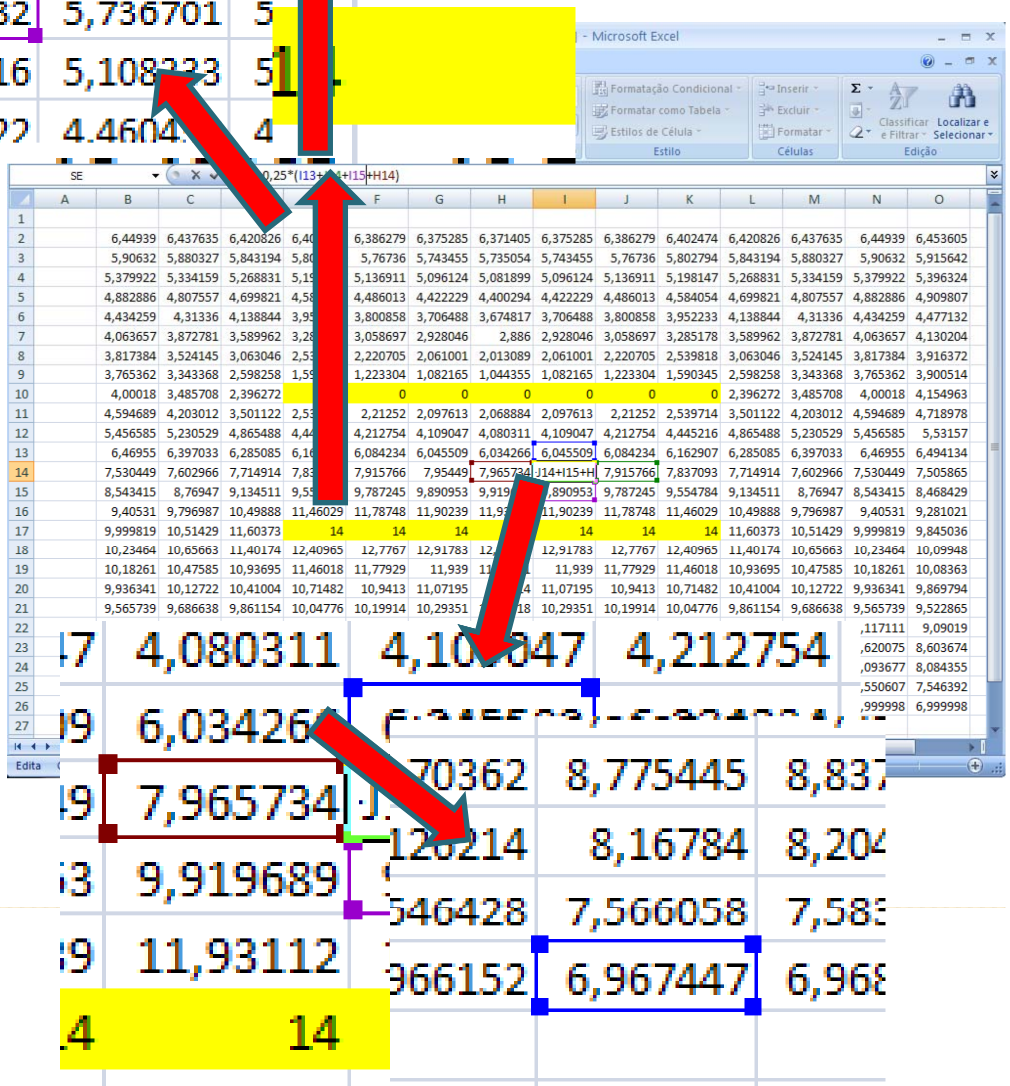
$$U(x,y)=\frac{1}{4}\begin{pmatrix} U(x+\Delta,y)+ \\ U(x,y+\Delta)+ \\ U(x-\Delta,y)+ \\ U(x,y-\Delta) \end{pmatrix}$$



Crian… …ciano



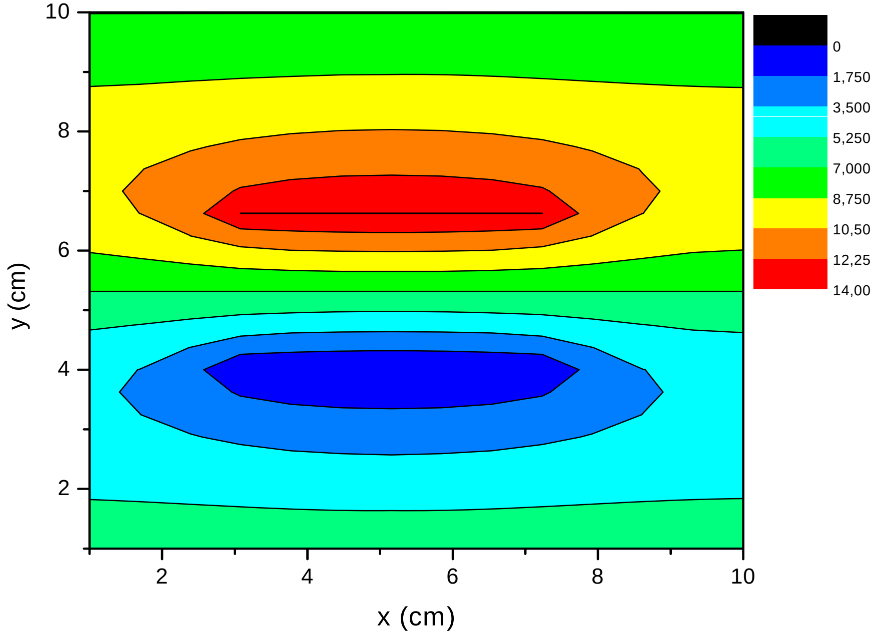
- Definir (D) de
- Definir as condições de contorno
  - Amarelo para diferenciar
- Programar as equações nas células
- Estabelecer bordas cíclicas para simular o infinito
- Mandar calcular (F9) até convergir.

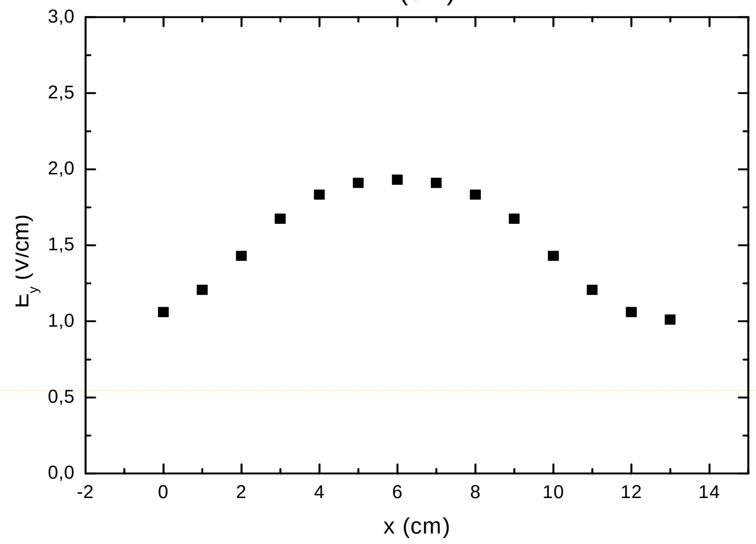


Criando um Excel para calcular o Laplaciano

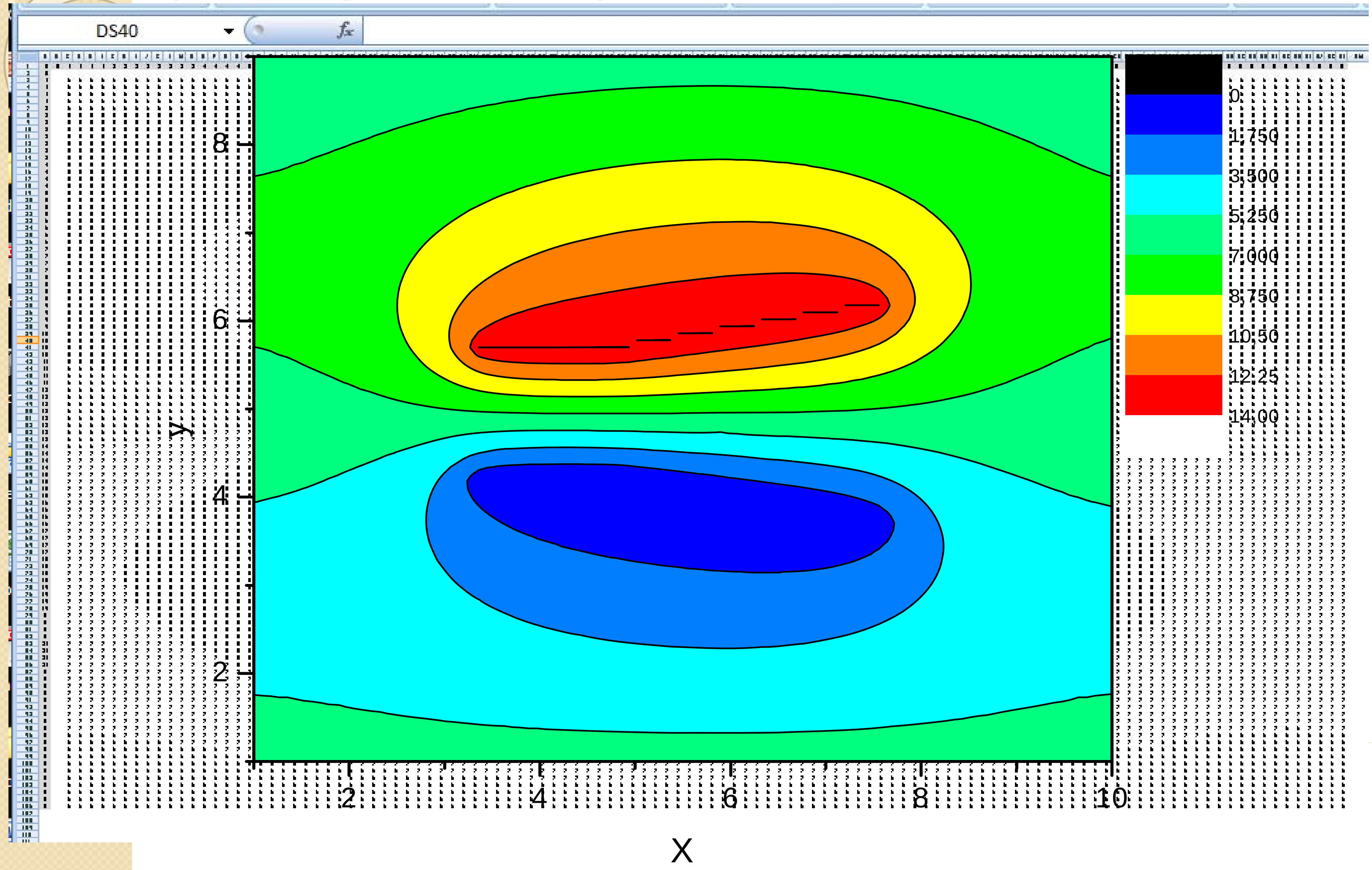
- Copiar a matriz para o Origin ou programa gráfico de sua preferência

- Fazer a análise como se fossem dados normais de potencial
  - Calcular campos
  - equipotenciais
  - etc.



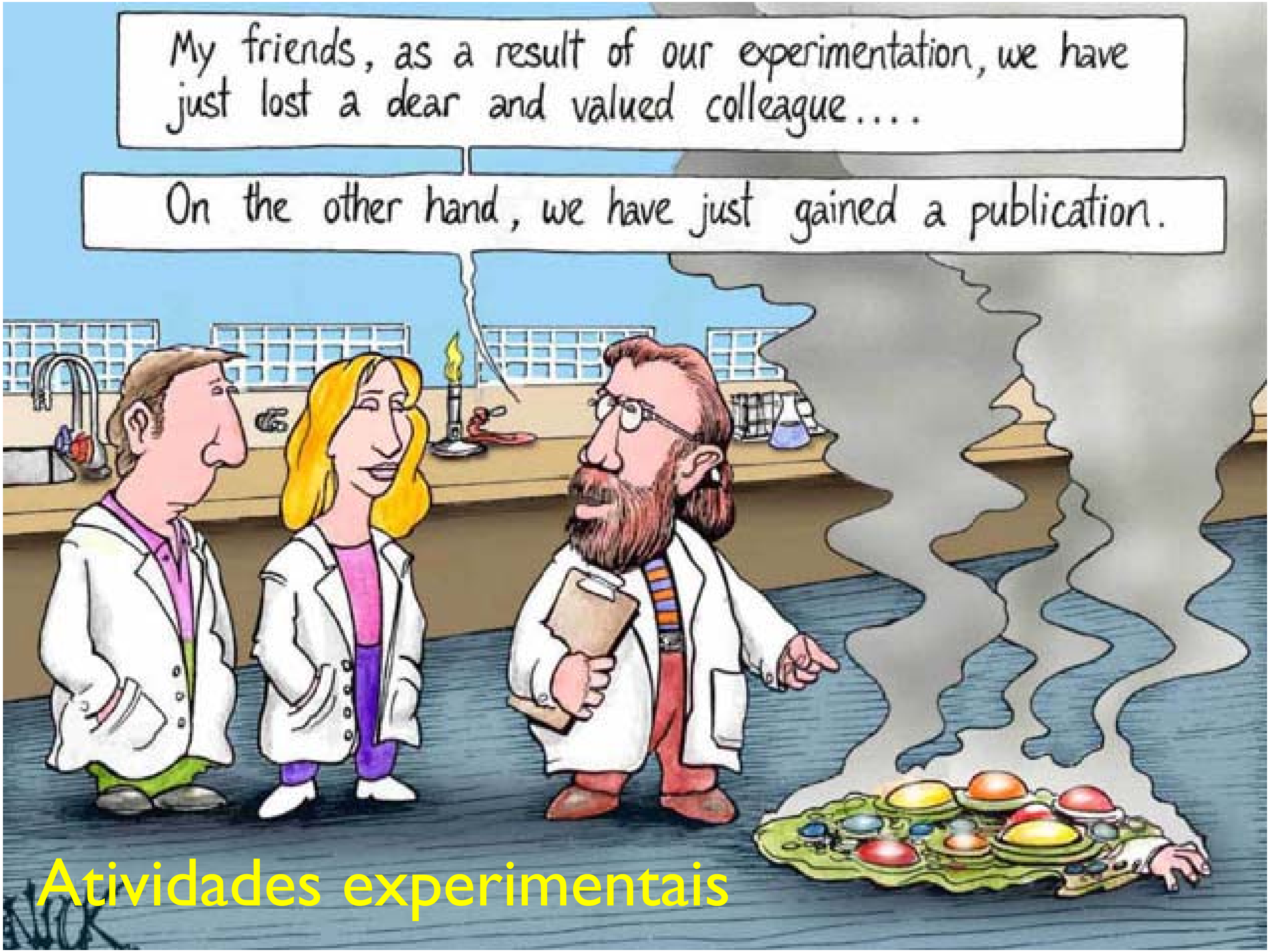


Um exemplo com uma malha grande (mais precisão)



Atividades para a próxima semana (I)

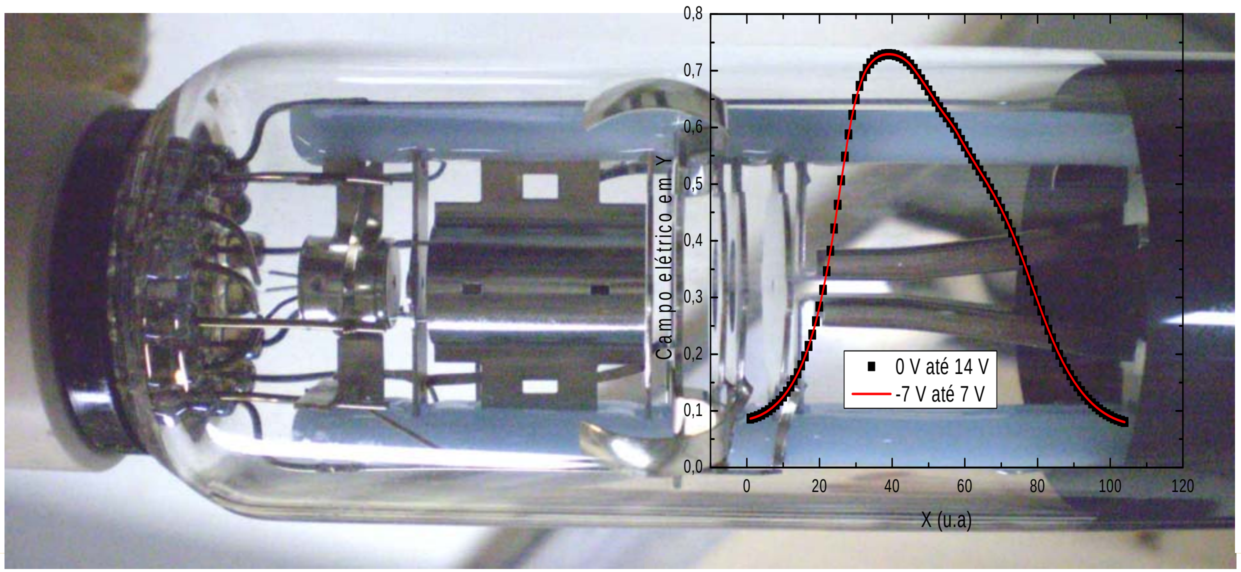
- Implementar a geometria das placas utilizadas no Excel e resolver o problema numericamente.
  - Tem também o programa QFIELD, que faz a mesma coisa (quem quiser tentar)
- Calcular as componentes do campo ao longo do eixo de simetria e superpor aos dados
  - Entregar o gráfico com simulação superposta aos dados experimentais.



Atividades experimentais

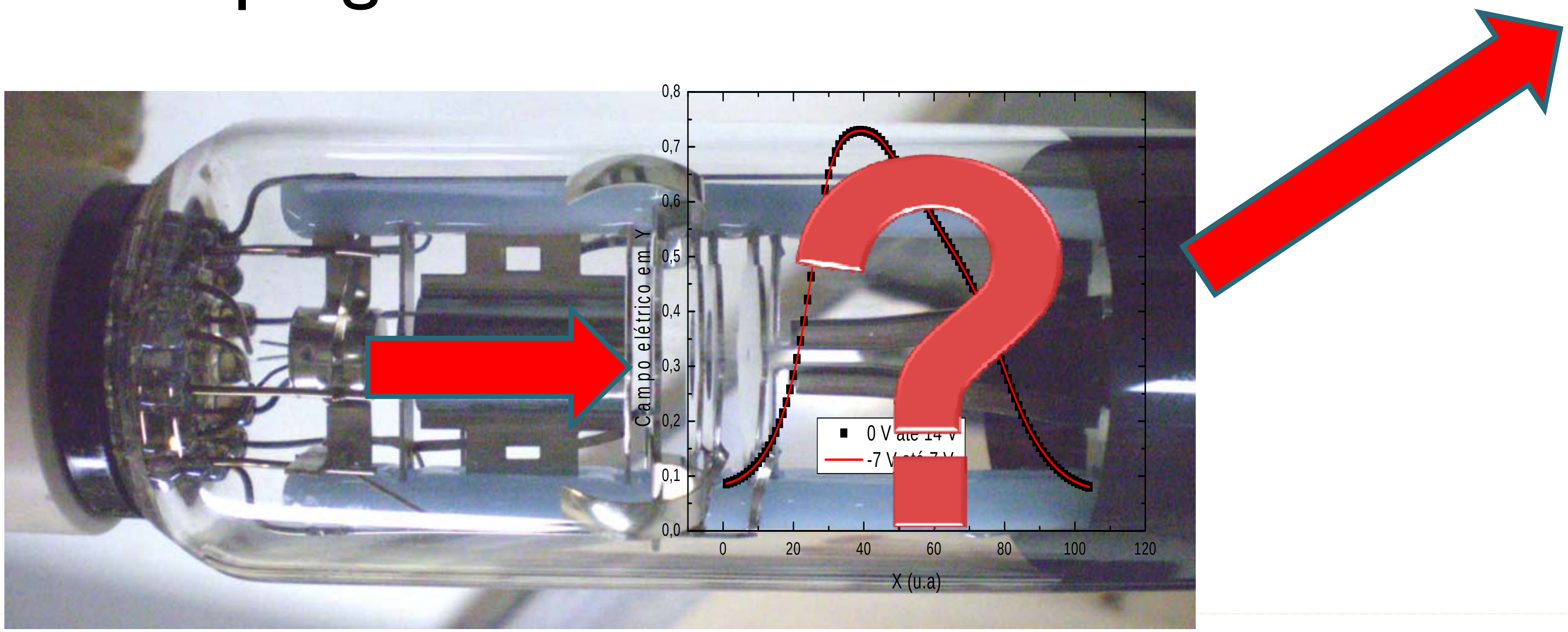
O que nós já sabemos

- Campo elétrico entre as placas
  - Experimental e teórico (!)

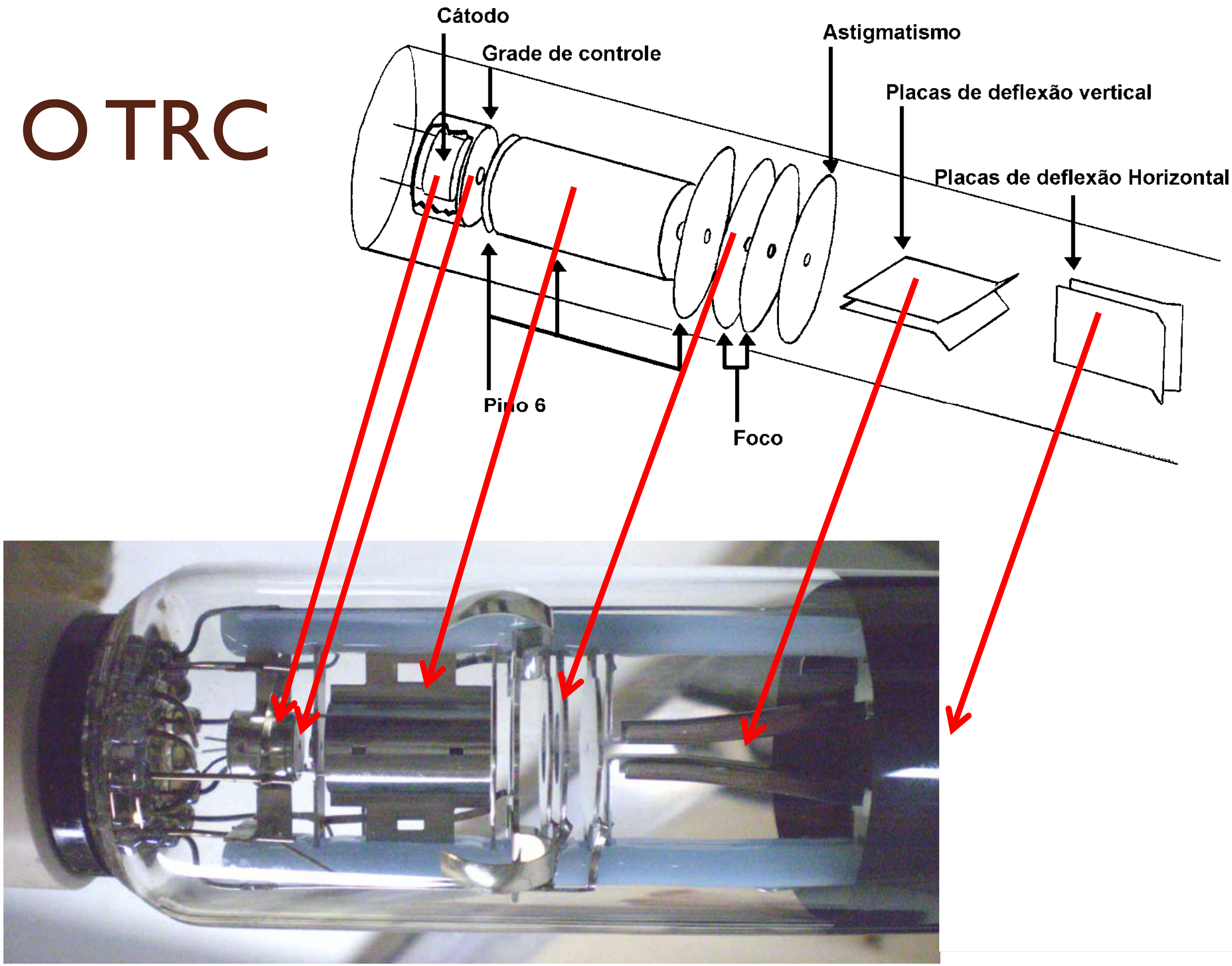


O Próximo passo

- Como gerar elétrons
- Estudar o movimento destes elétrons no campo gerado.



O TRC

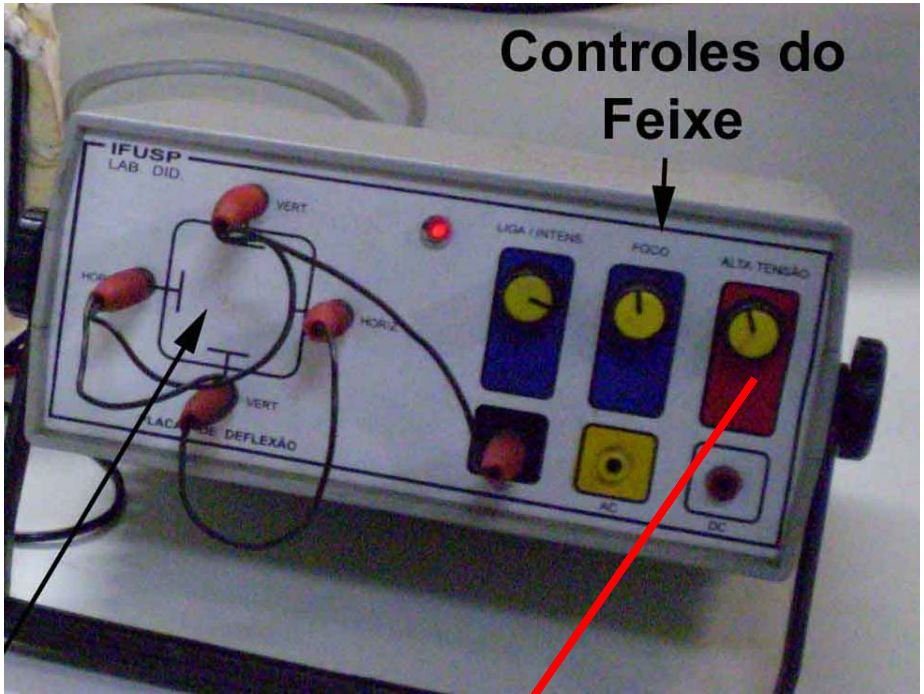

Cátodo
Grade de controle
Astigmatismo
Placas de deflexão vertical
Placas de deflexão Horizontal
Pino 6
Foco

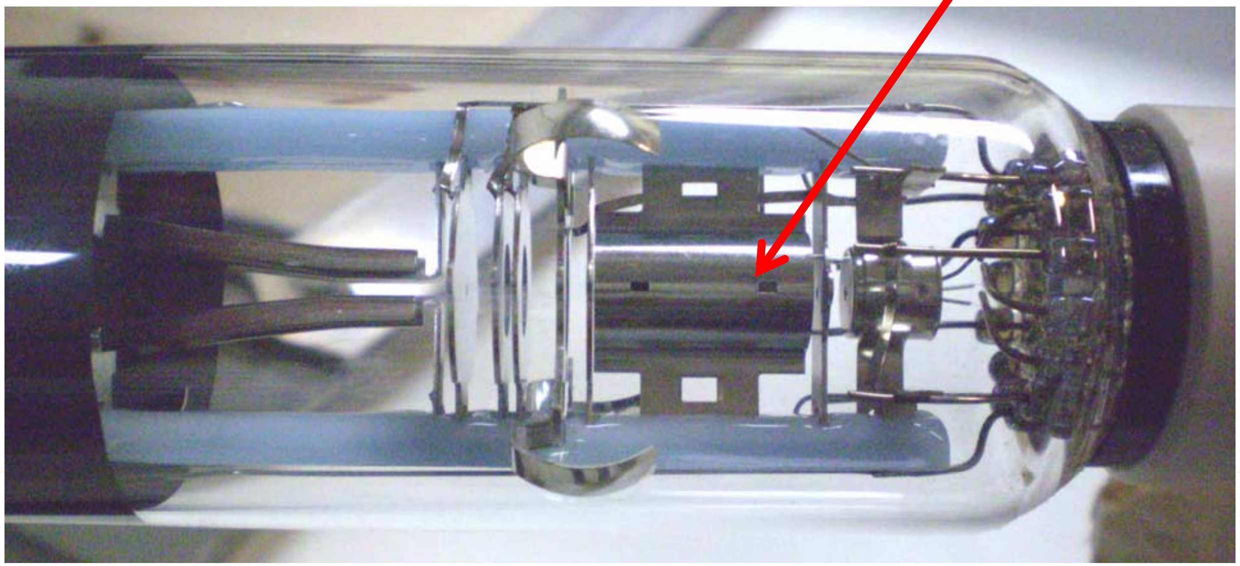
O TRC

- Liga TRC
- Controla intensidade do feixe

O TRC

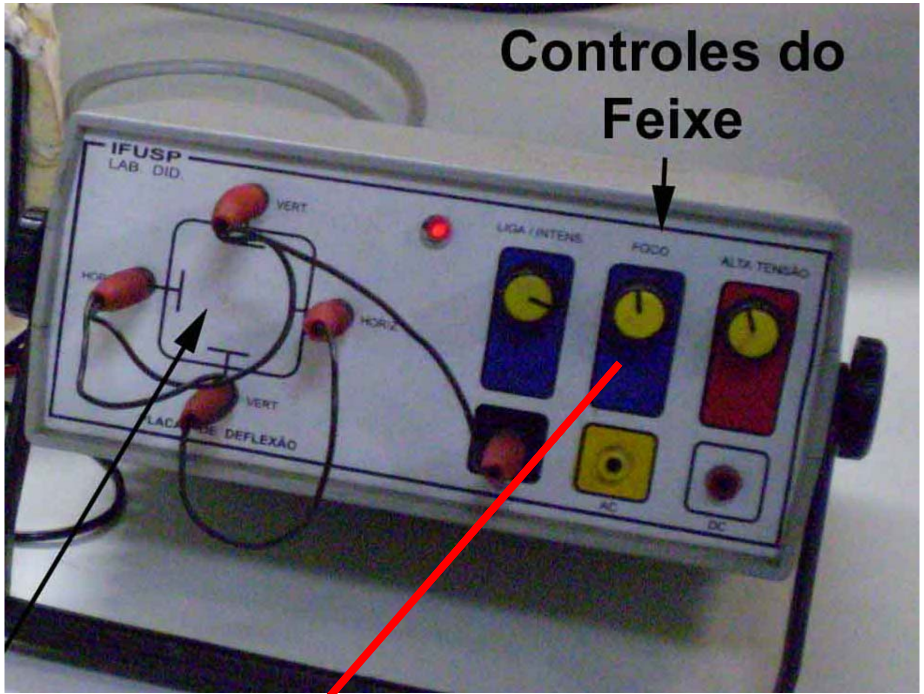
- Alta tensão (até 1200 V)
- Acelera feixe
  - $E_{cin} = qV$

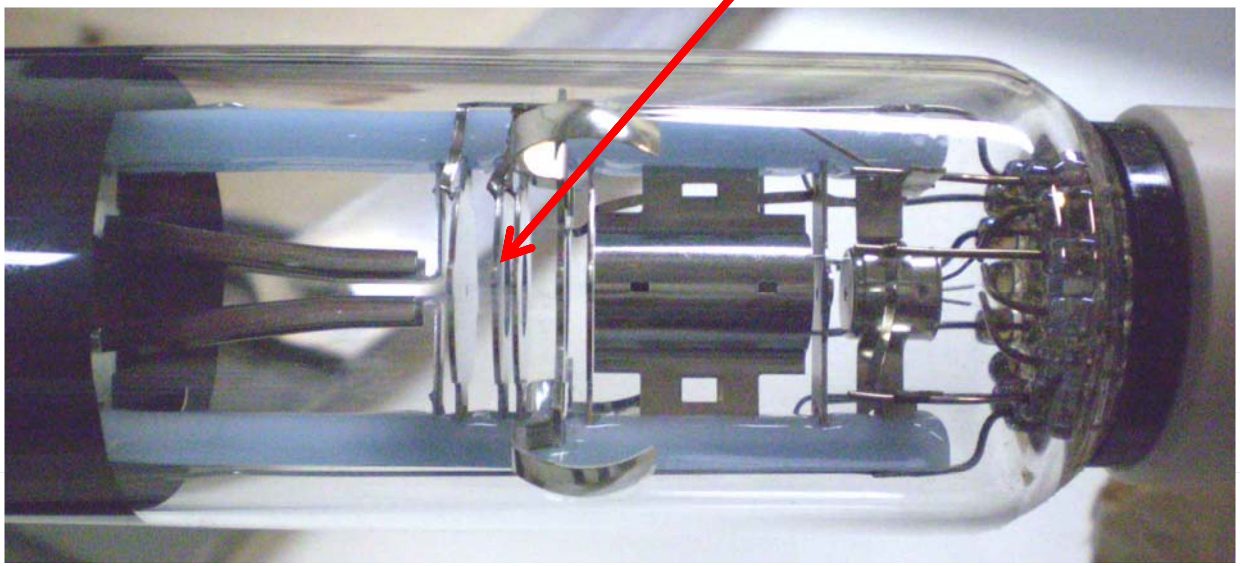




O TRC

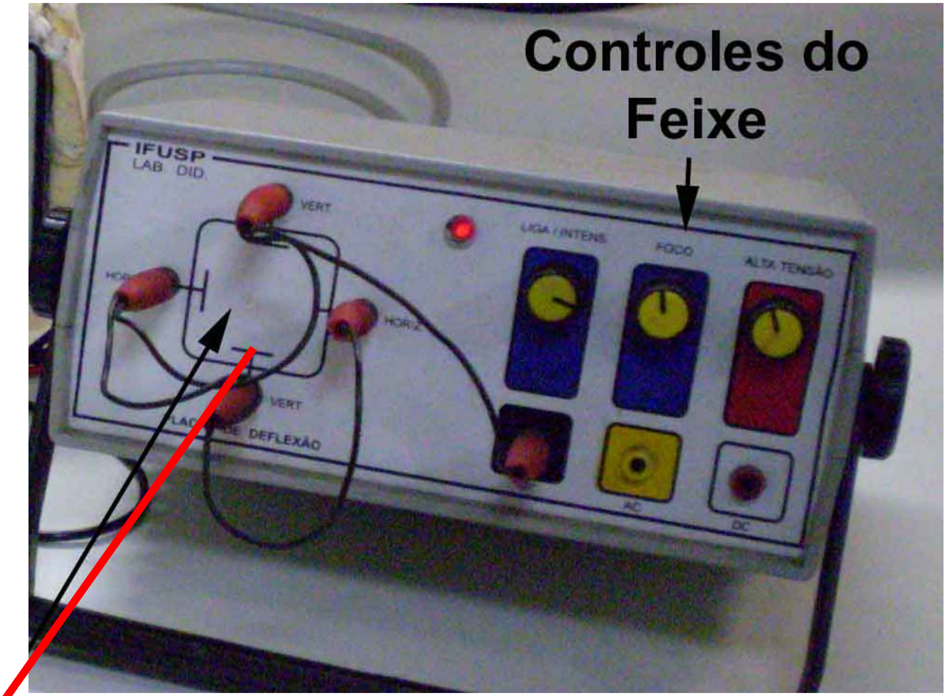
- Sistema de focalização
  - *Lentes eletrostáticas*

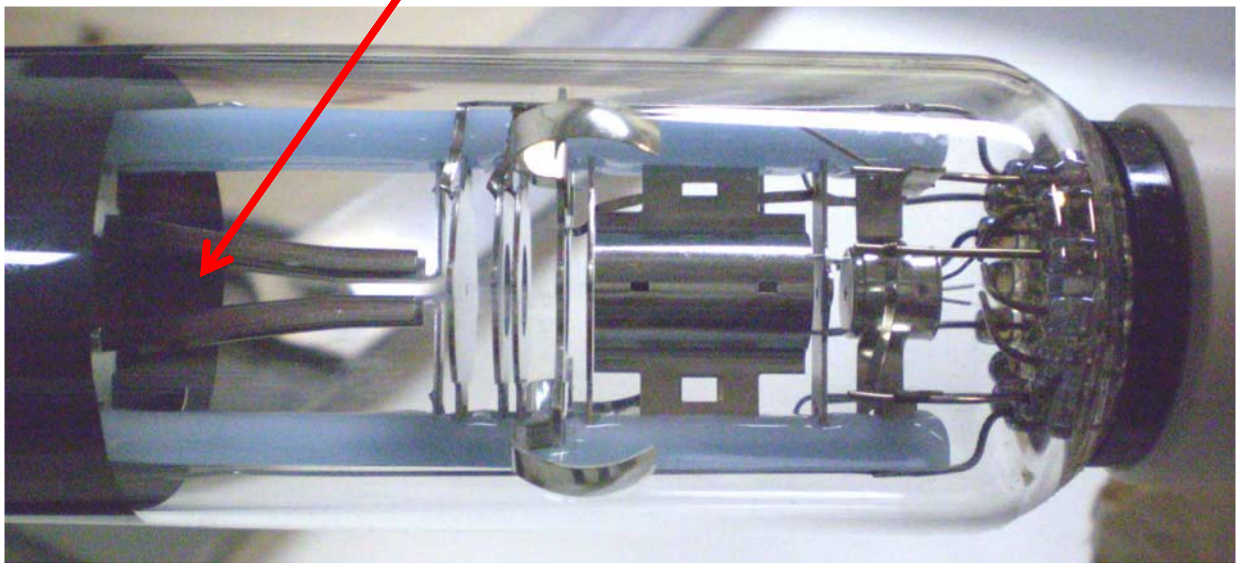




O TRC

- Controle das tensões nas placas
  - *Horizontais e verticais*
  - *Fonte externa*



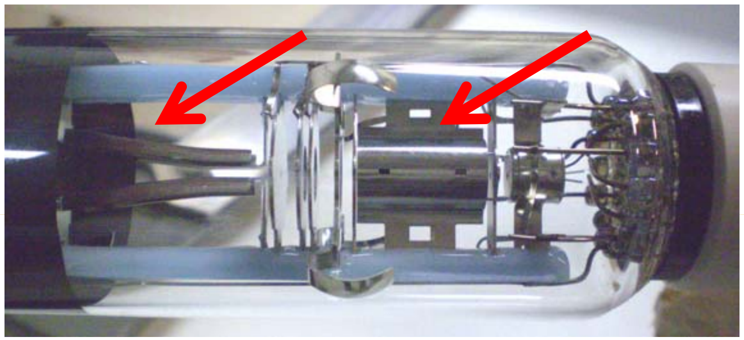


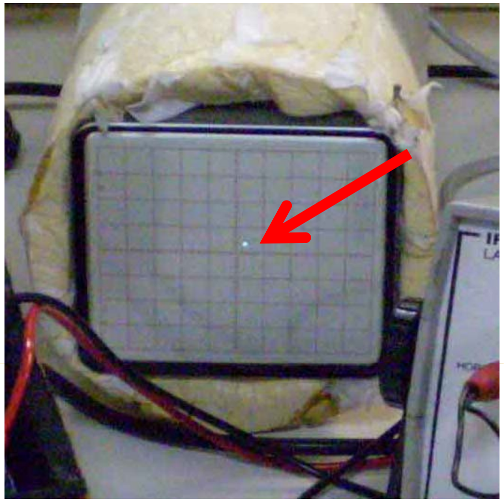
Medidas que podemos efetuar

- Quais a grandezas que temos controle e que podemos medir?
  - Tensão de aceleração dos elétrons
    - Ou velocidade, facilmente calculada
  - Tensão entre as placas
    - Proporcional ao campo elétrico aplicado
- Quais as grandezas que podemos apenas medir?
  - Posição do feixe de elétrons na tela do TRC

Objetivos

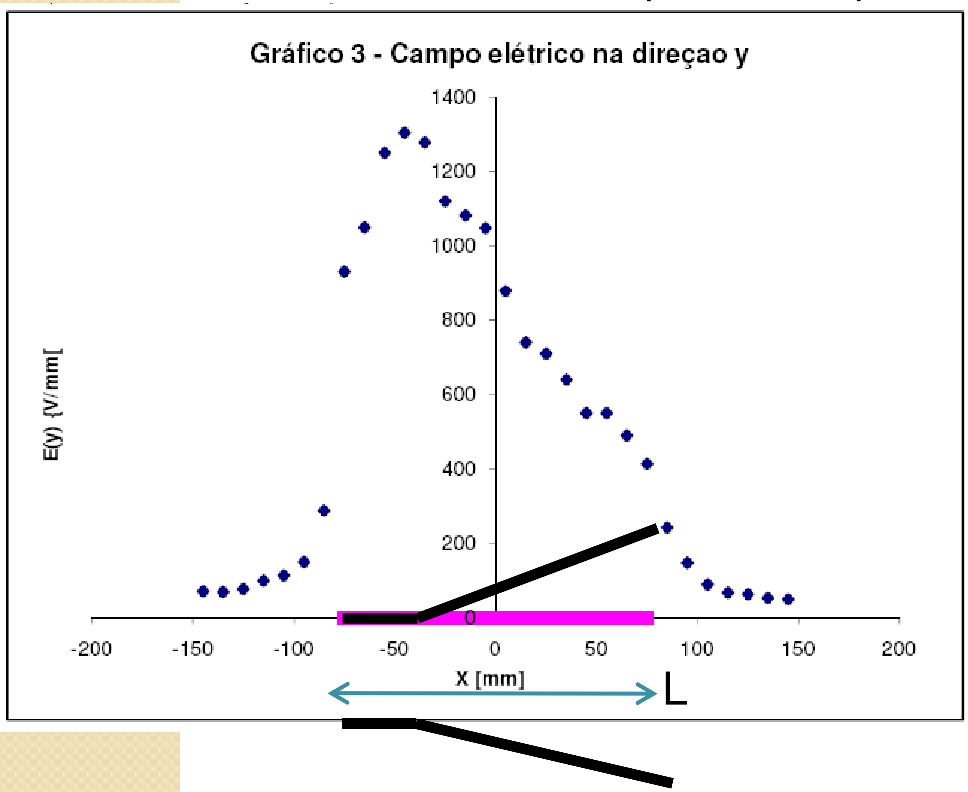
- Estudar como a deflexão (H, deslocamento do feixe) depende da tensão entre as placas (V_P) e da tensão de aceleração (V_{AC})
  - Fazer gráfico de H em função de V_P para V_{AC} fixo
  - Fazer gráfico de H em função de V_{AC} para V_P fixo
  - Tomar cuidado de escolher a variável fixa de modo a poder aproveitar toda a tela do osciloscópio

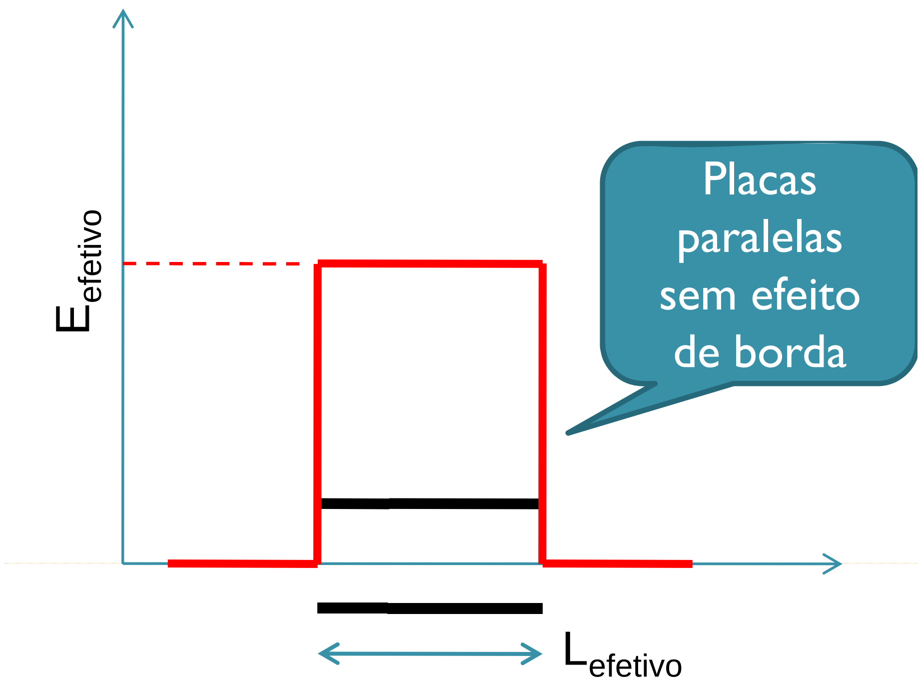




O que gostaríamos de fazer com estes dados?

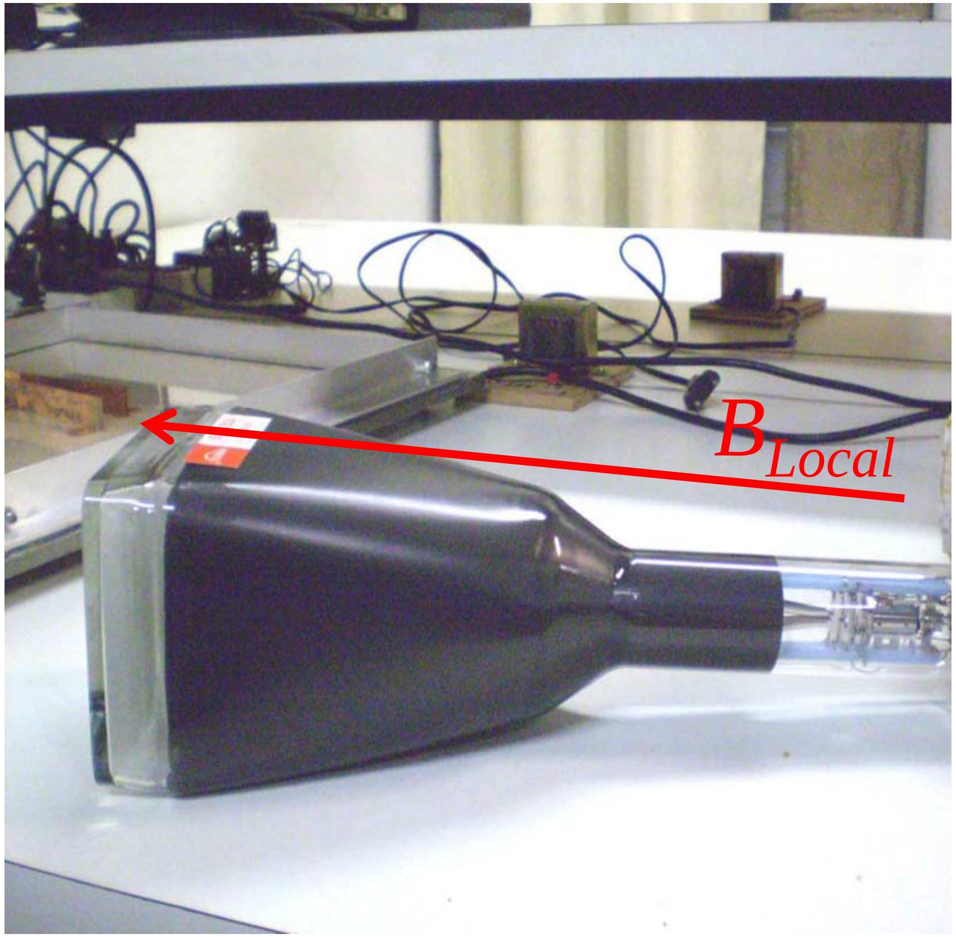
- Simplificar o problema
- Podemos transformar um problema de movimento complicado em algo simples?
  - A análise dos dados desta aula pode responder esta pergunta. Como?
  - Podemos descrever as nossas placas por um capacitor ideal?
    - Qual seria o comprimento das placas e o campo elétrico efetivo? Pensem a respeito...





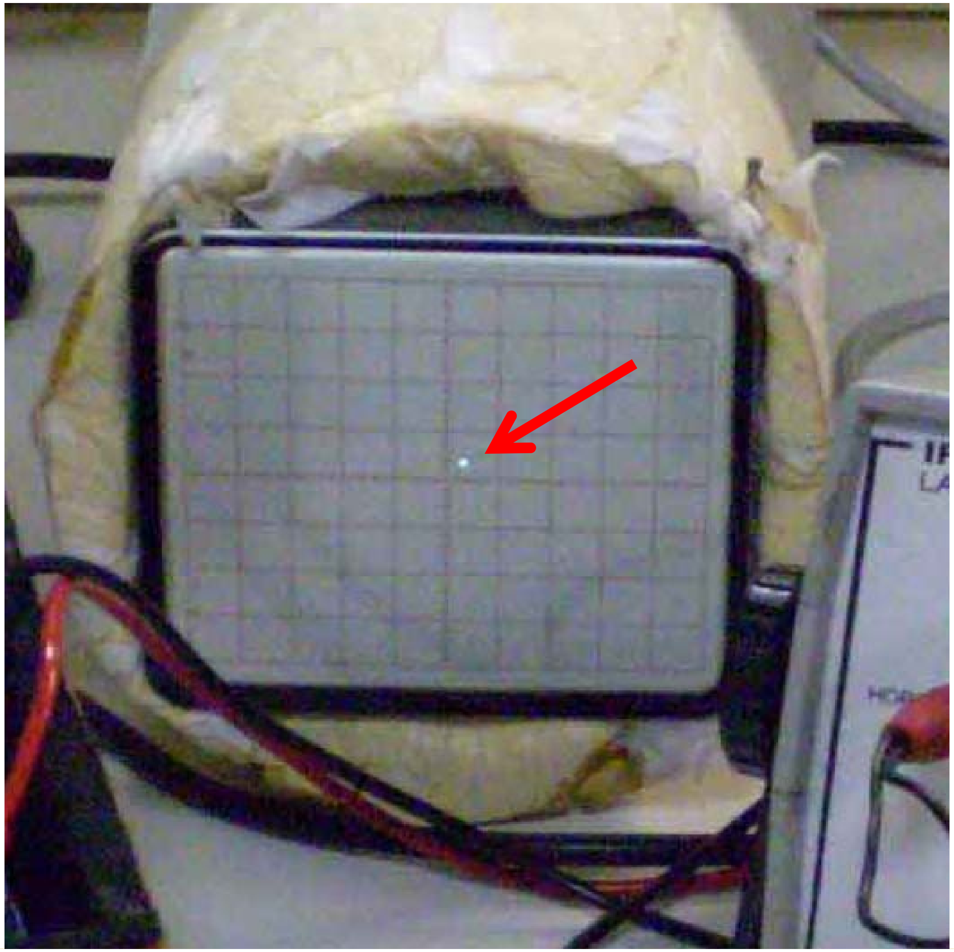
Um pouco do procedimento

- Cuidado 1
  - O campo magnético local atua no feixe (Força magnética)
  - Devemos alinhar o TRC com o campo local (usar bússola)



Um pouco do procedimento

- Cuidado II
  - Ligar o TRC com ZERO volts entre as placas
  - Focalizar bem o feixe e definir a origem
  - Todas medidas em relação a este ponto



Atividades

- Fazer gráfico teórico das equipotenciais e do campo em função de x e comparar com os dados experimentais.
  - Planilha exemplo no site do curso
- Fazer as medidas do TRC e entregar:
  - Gráfico de H em função de V_P para V_{AC} fixo
  - Gráfico de H em função de V_{AC} para V_P fixo
  - Instruções de como montar o aparato experimental estão no site do curso