Física Experimental IV - 7ª aula

http://www.dfn.if.usp.br/~suaide/

Alexandre Suaide

Ed. Oscar Sala

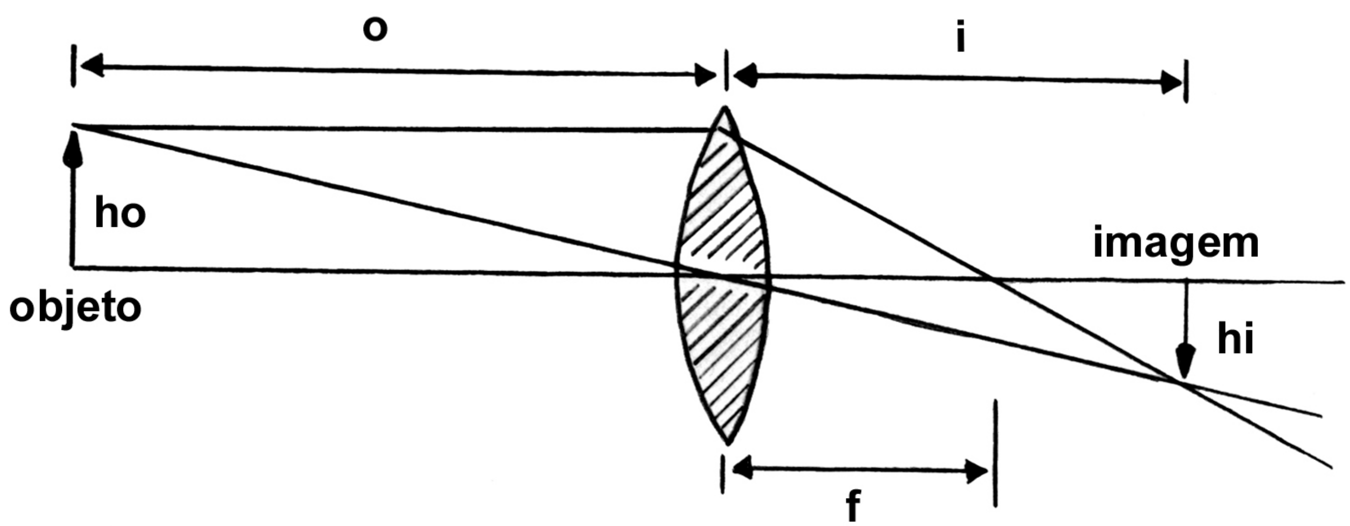
sala 246

ramal 7072

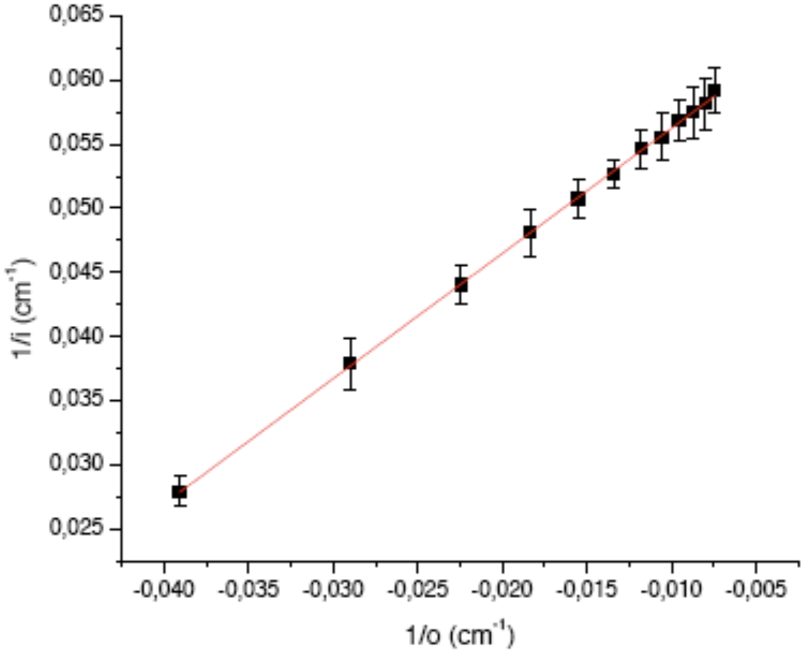
Medindo a distância focal de uma lente convergente

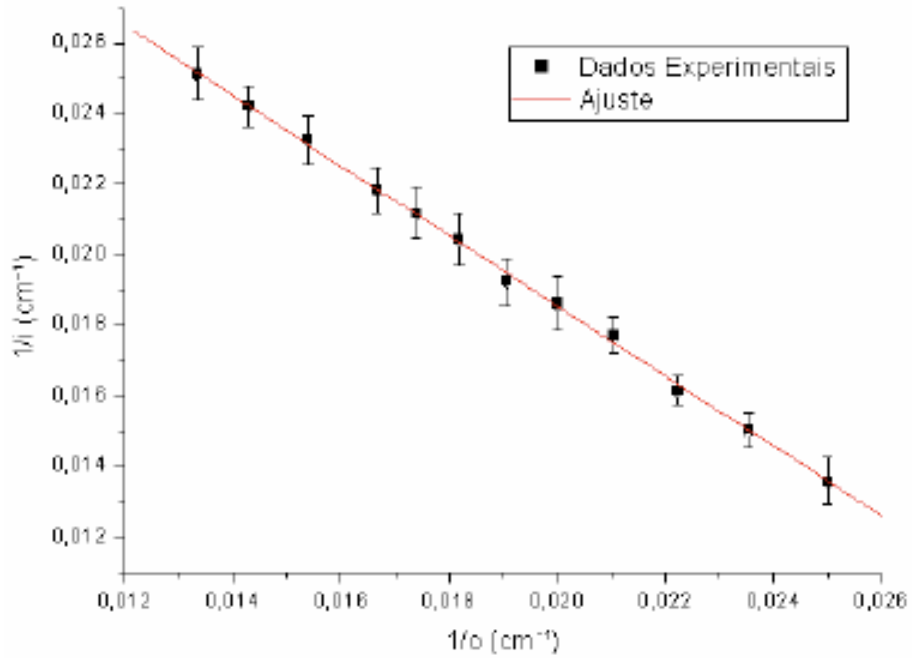
- Método do objeto e imagem

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{i} + \frac{1}{o}$$



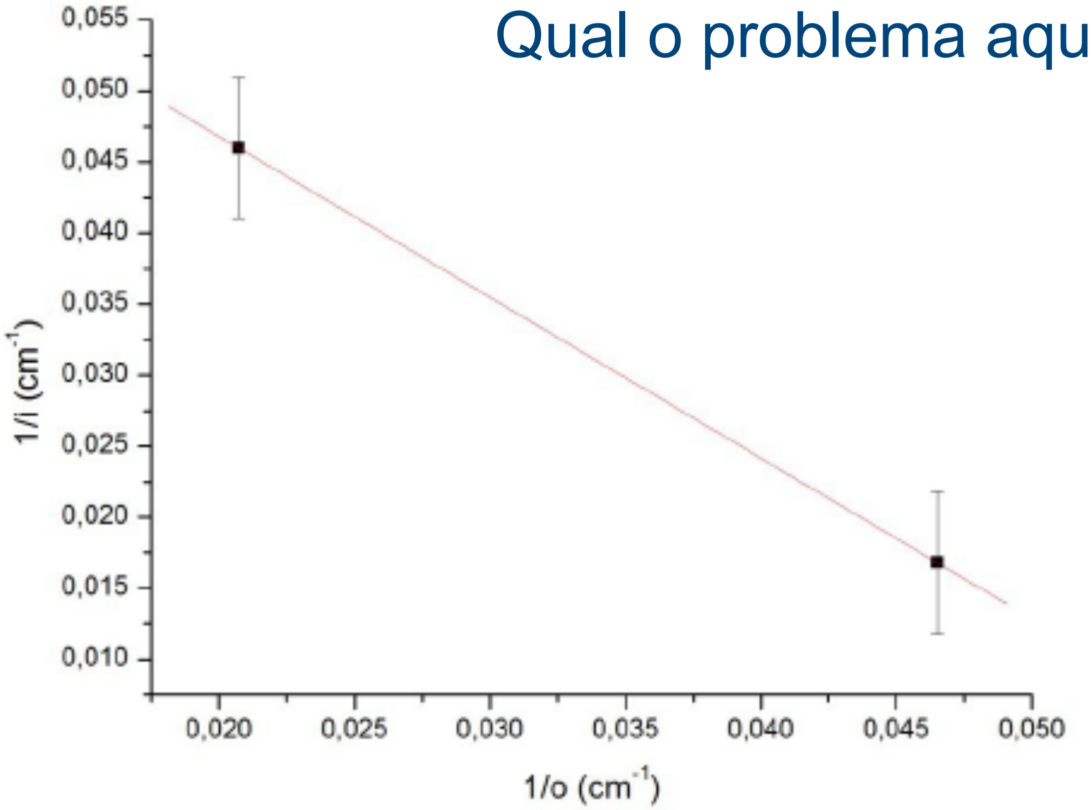
Medindo a distância focal de uma lente convergente



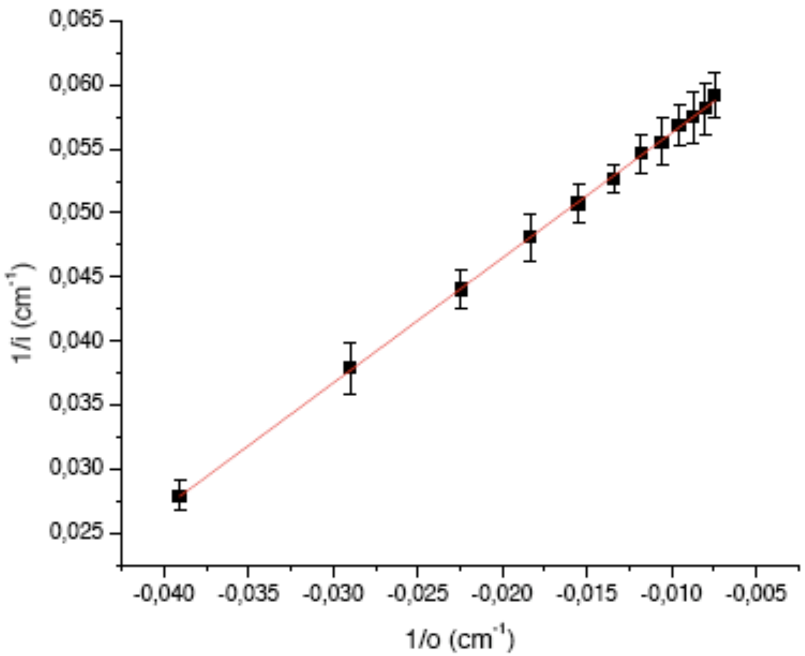


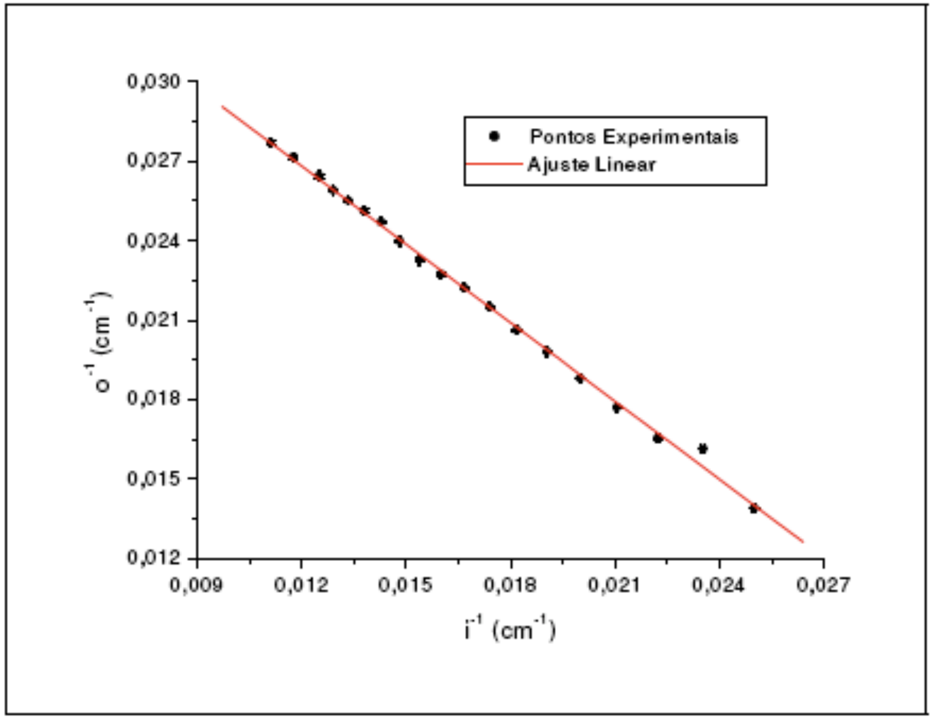
Medindo a distância focal de uma lente convergente

Qual o problema aqui? Porque?



Medindo a distância focal de uma lente convergente

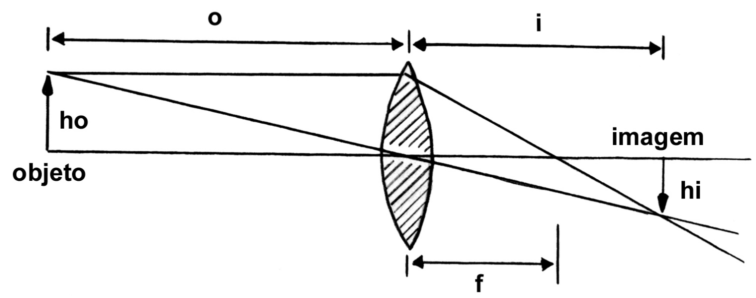




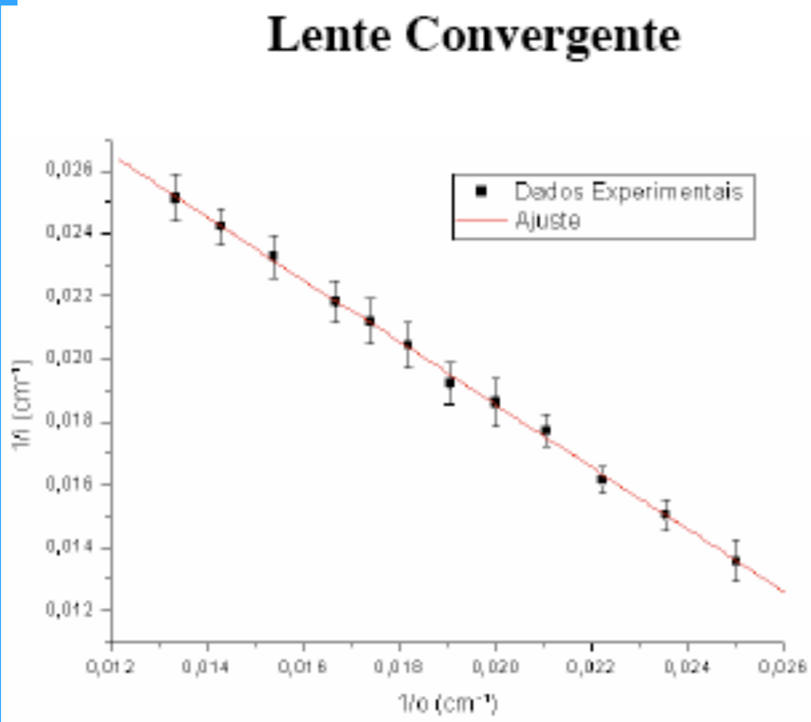
Porque as incertezas são tão discrepantes?

Medindo a distância focal de uma lente convergente

- Qual a incerteza da medida da posição do objeto e da imagem?
- Quando podemos definir que a imagem está em foco?

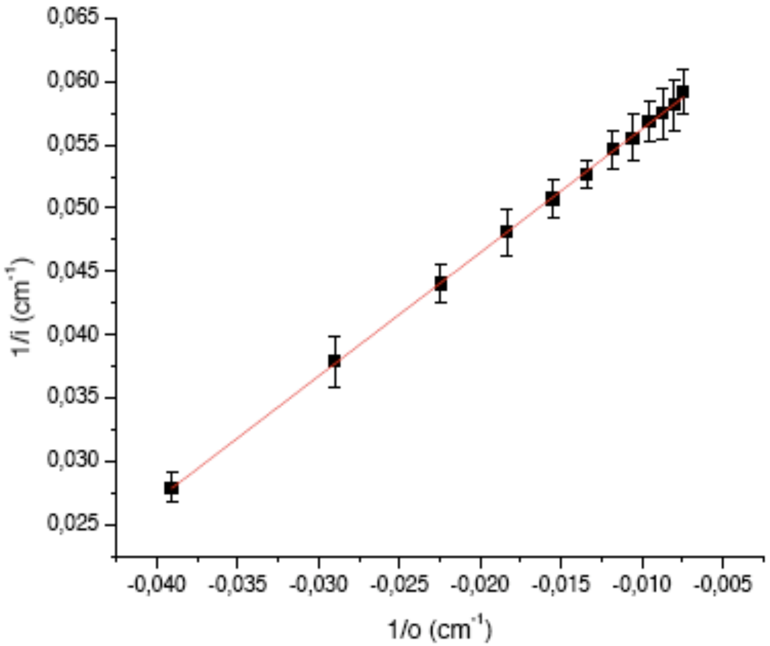


Medindo a distância focal de uma lente convergente



Para obter a distância focal da lente convergente nós fixamos esta em um ponto entre o equipamento que projetava a imagem e o anteparo, variando a posição destes dois a fim de sempre focalizar a imagem o mais nítida possível no anteparo. O método que seguimos para obtermos a incerteza da posição onde a imagem se forma no anteparo foi deslocarmos o anteparo em torno desse local até que ela ficasse borrada. Consideramos este deslocamento total como seis vezes a incerteza do ponto onde a imagem era formada.

Medindo a distância focal de uma lente convergente



Nos baseamos na simulação feita no RayTrace para fazer o arranjo experimental. A simulação pode ser vista na Fig.1. Através da simulação podemos ver que raios de luz que partem de distancias diferentes da lente convergente e são paralelos ao eixos da lentes se encontram em um mesmo ponto, que é a distancia focal. Dessa forma, com a lente e o objeto fixos, variamos o anteparo até achar o foco. Fizemos isso para diferentes posições da lente. O gráficos com esses dados pode ser visto na Fig.2. Para achar as incertezas, variamos a posição do foco até a imagem ficar borrada e fizemos a diferença dessas posições.

Medindo a distância focal de uma lente convergente

Para o estudo da lente convergente, utilizou-se uma lente com raio de curvatura igual a $14,53(15)cm$, espessura de $7,835(5)mm$ e diâmetro de $5,10(5)cm$. Inicialmente, escolheu-se posições arbitrárias para a lente e, então, movia-se o anteparo até obter uma imagem bem focada. Porém, por este método, era muito difícil encontrar o foco, pois o anteparo podia variar bastante ($1cm$) com o foco variando muito pouco.

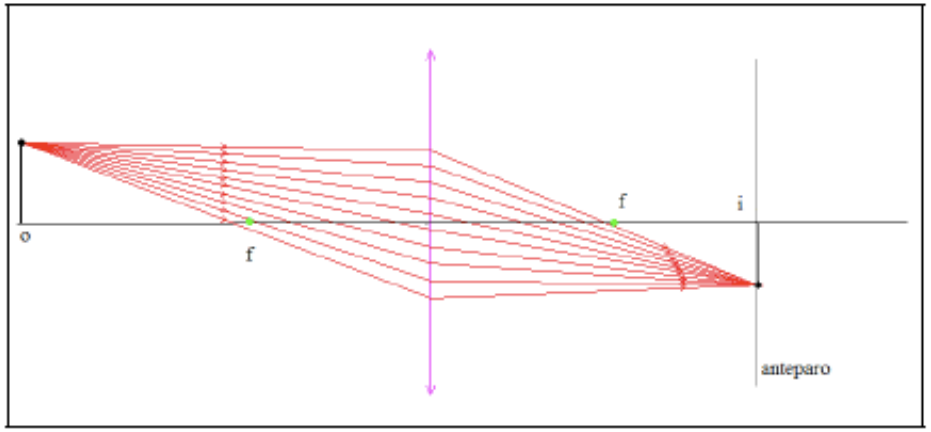
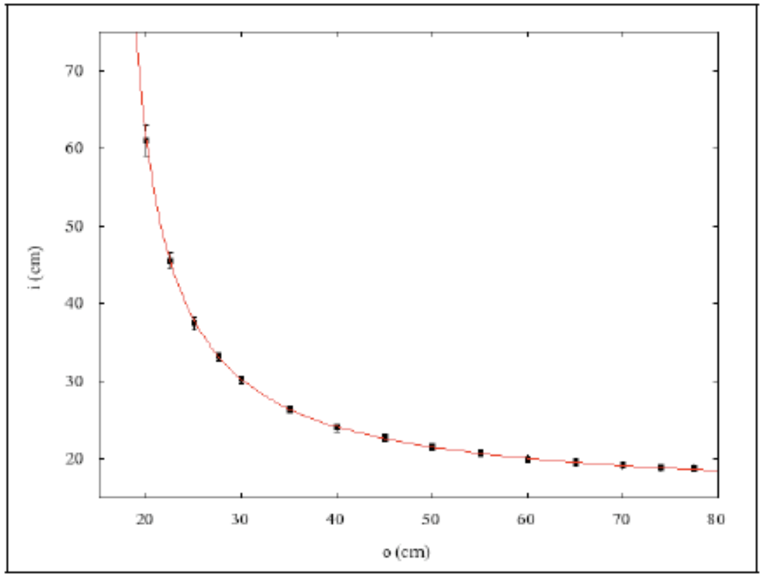
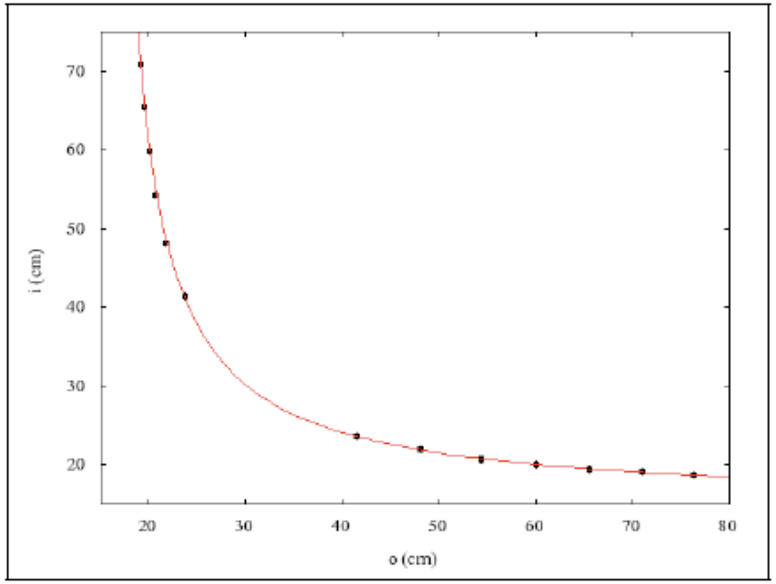


Figura 3: Esquema do aparato experimental para a lente convergente.

Optou-se, então, por fazer também um outro método: fixava-se a posição do anteparo e então mudava-se a posição da lente, obtendo duas posições para a lente. Deste modo, variar a lente implicava perder o foco muito rapidamente, tornando a medida da posição da imagem mais precisa. Abaixo estão os gráficos de i por o com o ajuste sobreposto.

Medindo a distância focal de uma lente convergente





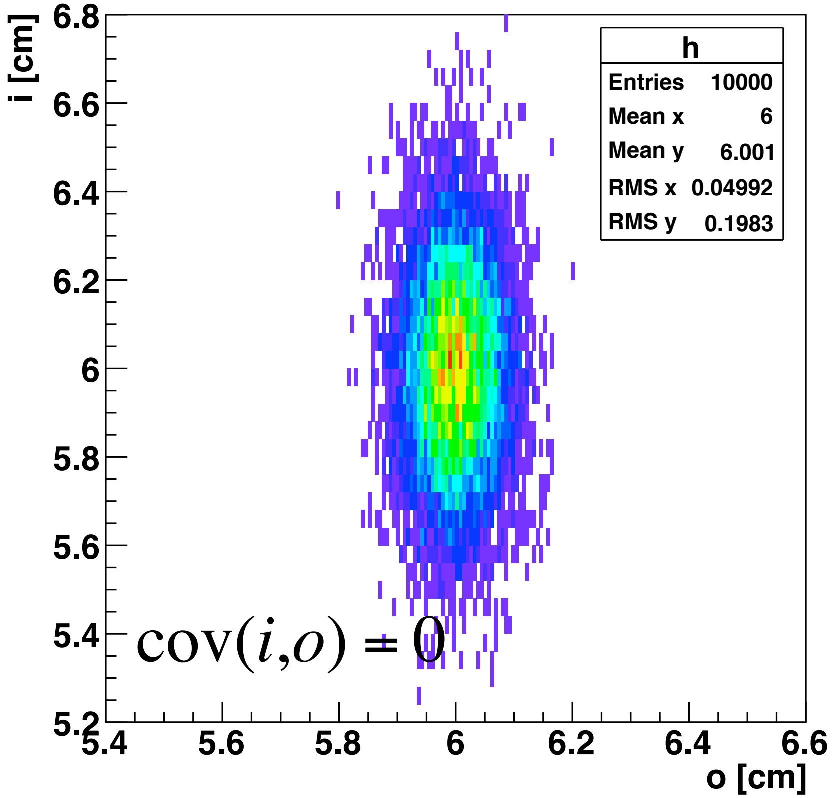
Os valores encontrados para a distância focal foram de $f_{C1} = 15,047(8)cm$ e $f_{C2} = 15,033(6)cm$,

Mas porque as incertezas finais não são muito diferentes?

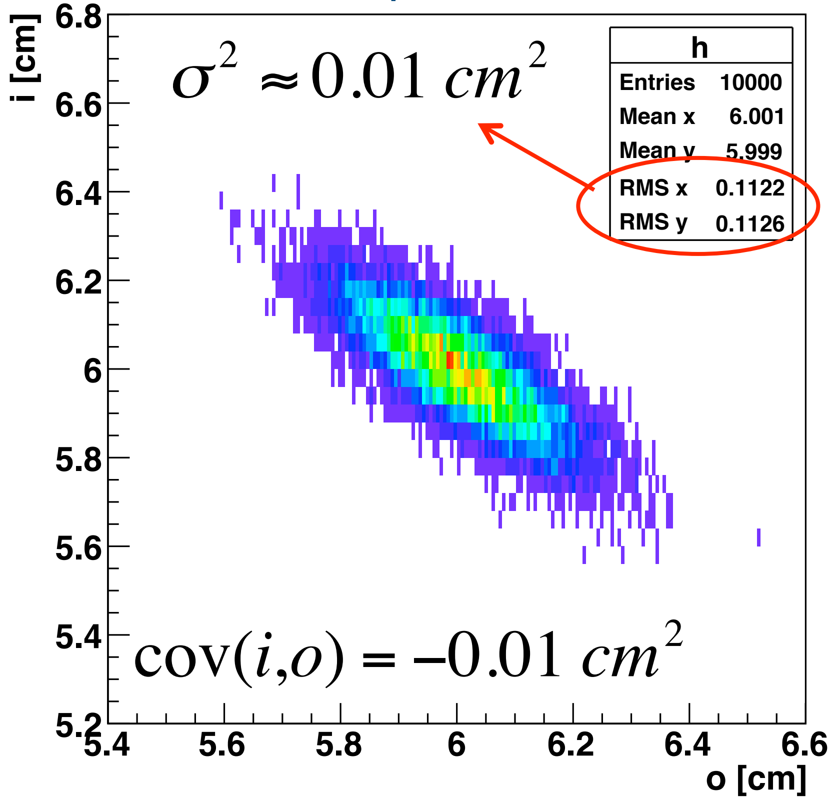
E a covariância entre i e o?

Neste método as grandezas o e i não são realmente independentes uma da outra. Como fica a análise, por exemplo, o ajuste de retas?

Fixa o e acha i

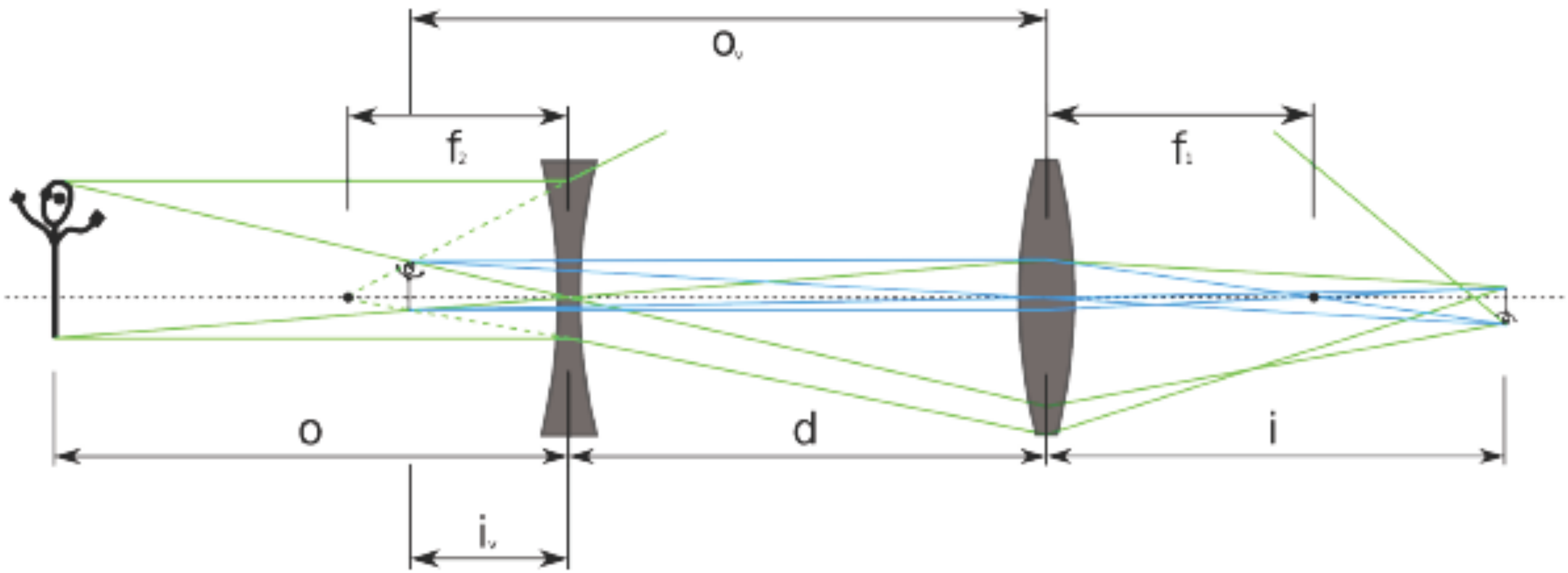


Fixa o+i e posiciona a lente



Lente divergente

- É necessário fazer uma associação de lentes
  - Imagem virtual da lente divergente



Lente divergente

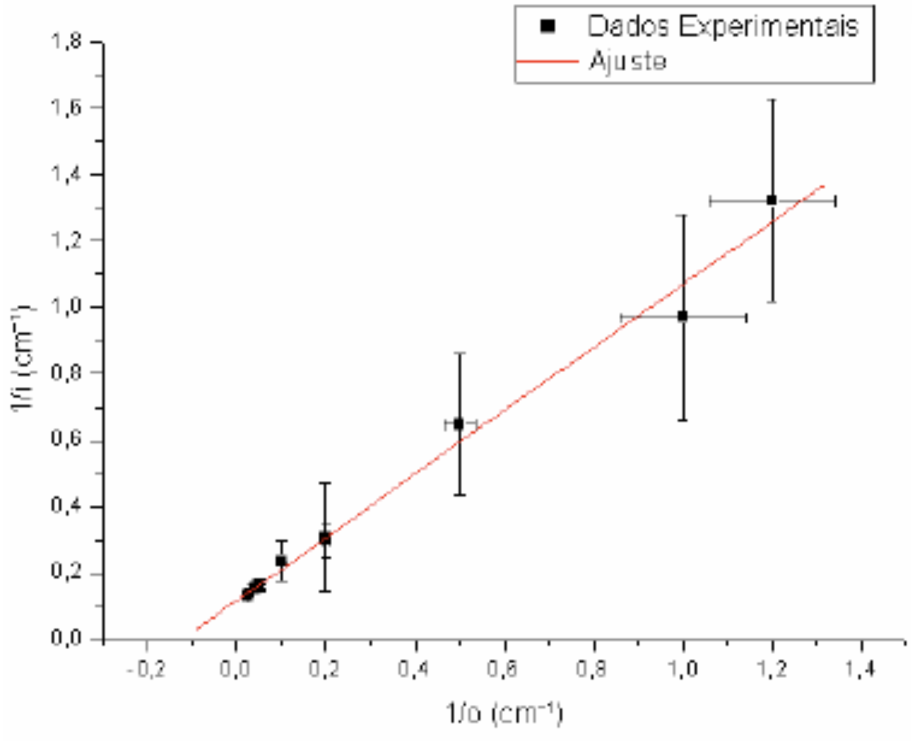
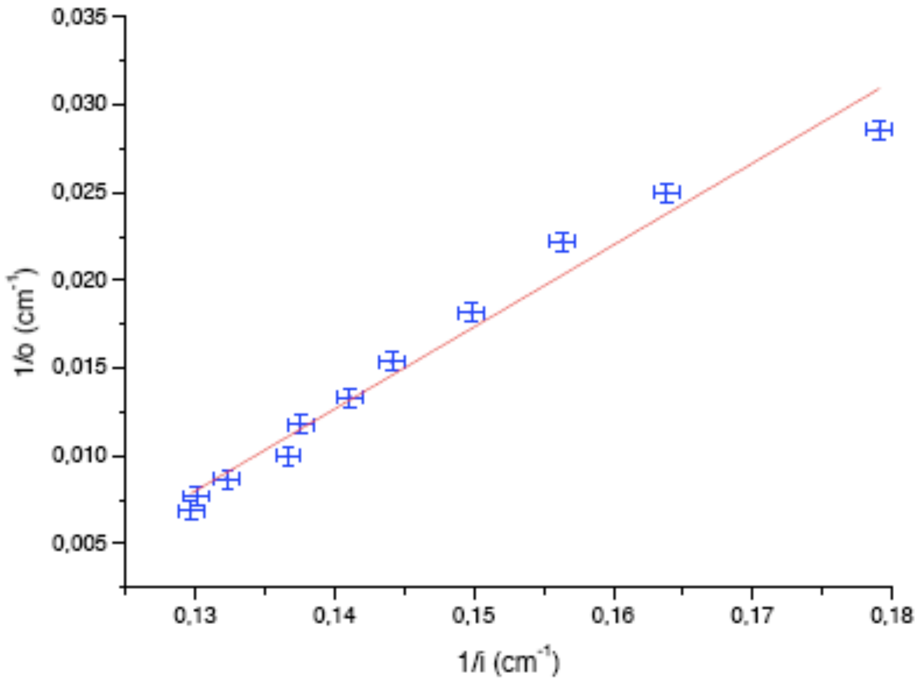


Figura 3 – Determinação da distância focal da lente divergente.



Lente divergente

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_d} + \frac{1}{f_c} - \frac{d}{f_d f_c}$$

Deve-se tomar cuidado com o estabelecimento da distância entre as lentes: procura-se deixá-las o mais perto possível para conseguir varrer uma maior variação das distâncias do objeto e imagem, mas ao mesmo tempo, ao deixar uma distância muito pequena entre elas não se consegue observar a formação de nenhuma imagem. A menor distância em que foi possível obter imagem foi de aproximadamente 15 cm. Conforme a distância entre as lentes diminui, a distância focal da associação aumenta e portanto fica mais difícil determinar a posição da imagem, considerando a limitação de tamanho do trilho utilizado.

Lente divergente

Assim, foi colhida uma série de dados de i em função de várias combinações de o e d, ajustou-se então a equação acima e obteve-se um valor para f_2 de $(-8,2 \pm 0,4) \cdot 10^{-2} m$. Os dados e a superfície ajustada podem ser visualizados no gráfico da figura 5.

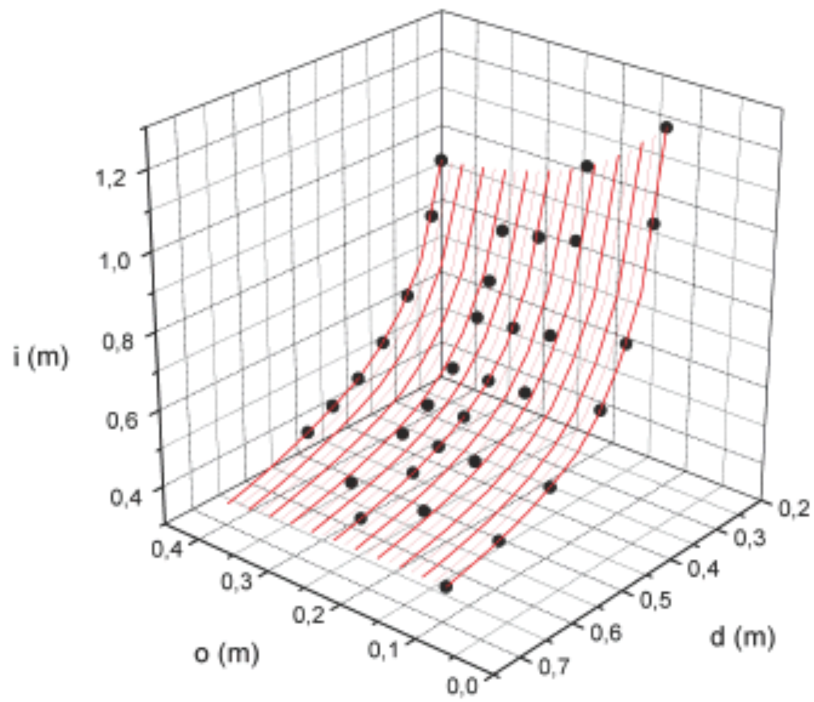


Figura 5: Gráfico de i em função de o e d para a focalização de imagens com a lente divergente.

Resultados comparativos

Foco convergente [cm]	Foco divergente [cm]
15,1 ± 2,2	-13,9 ± 2,1
25,71 ± 0,08	-8,2 ± 0,4
15,5 ± 0,2	-12,72 ± 0,17
15,04 ± 0,03	-19,2 ± 1,4
25,56 ± 0,18	
14,98 ± 0,02	-7,8 ± 0,2
26,01 ± 0,15	-8,4 ± 1,1
25,93 ± 0,01	-8,81 ± 0,02
25,8 ± 0,2	-8,11 ± 1,4
15,038 ± 0,005	-7,778 ± 0,006

- Disponíveis:
  - Convergentes
    - 5, 15 e 25 cm
  - Divergentes
    - 9-10 cm
- Qual a origem das discrepâncias?
  - Quais são, realmente as incertezas experimentais?

Precisamos tomar cuidado como avaliamos incertezas. A análise estatística da turma indica que estamos, em geral subestimando-as

Resultados comparativos

Foco convergente [cm]	Foco divergente [cm]
15,1 $\pm$ 2,2	-13,9 $\pm$ 2,1 (*)
25,71 $\pm$ 0,08	-8,2 $\pm$ 0,4
15,5 $\pm$ 0,2	-12,72 $\pm$ 0,17 (*)
15,04 $\pm$ 0,03	-19,2 $\pm$ 1,4
25,56 $\pm$ 0,18	
14,98 $\pm$ 0,02	-7,8 $\pm$ 0,2
26,01 $\pm$ 0,15	-8,4 $\pm$ 1,1
25,93 $\pm$ 0,01	-8,81 $\pm$ 0,02
25,8 $\pm$ 0,2	-8,11 $\pm$ 1,4
15,038 $\pm$ 0,005	-7,778 $\pm$ 0,006

- Convergentes
  - 15,1$\pm$ 0,2 cm
  - 25,8 $\pm$ 0,2 cm
- Divergentes
  - -9,5 $\pm$ 2,4 cm (*)
  - -8,2 $\pm$ 0,4 cm

As lentes são delgadas?

- O que é uma lente delgada?
- A espessura (dimensões) da lente influem nos resultados obtidos?
- A distância focal e os planos principais?
  - Onde estão estes planos?

As lentes são delgadas?

- Como responder estas perguntas?
- Várias formas distintas
  - Os índices de refração, calculado considerando ou não a espessura da lente, são compatíveis entre si?
  - A incerteza na determinação da distância focal é maior que a posição dos planos principais?
  - Pode-se usar a simulação para responder estas perguntas?

As lentes são delgadas?

Foi verificado, nas medidas de geometria das lentes, que ambas eram simétricas. Assim, a equação dos fabricantes de lentes para as com esta característica é dada por:

$$f = \frac{R}{\eta - 1}\left(2 + \frac{(\eta - 1)}{\eta}\frac{t}{R}\right)^{-1}$$

Com isso, pode-se obter os valores dos índices de refração dos materiais das duas lentes:

$$\eta_1 = 1,457 \pm 0,016 \qquad \text{e} \qquad \eta_2 = 1,54 \pm 0,06$$

Tais valores são compatíveis entre si, o que confirma a expectativa de que as lentes sejam feitas do mesmo material

O fator $\psi = \frac{(\eta-1)}{\eta}\frac{t}{R}$ é o fator de correção da equação para lentes espessas. A lente pode ser considerada delgada quando $\psi \ll 2$, resultando em:

$$f = \frac{R}{2(\eta - 1)} \qquad \Rightarrow \qquad \eta = \frac{R}{2f} + 1$$

Calculando η por esta nova equação, obtêm-se

$$\eta_1' = 1,459 \pm 0,005 \qquad \text{e} \qquad \eta_2' = 1,54 \pm 0,04$$

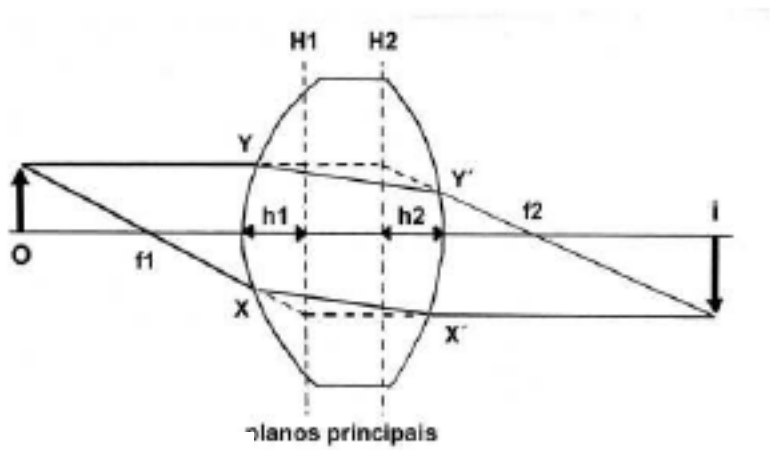
Evidentemente, tais valores estão muitíssimo próximos dos valores calculados pela equação que considera ψ, sendo a diferença entre eles muito menor que a própria incerteza. Portanto, ambas as lentes podem sim ser consideradas lentes delgadas.

$$H = \frac{t}{n\left(2 - t\frac{n-1}{nR}\right)} = \frac{1}{\frac{2n}{t} + \frac{1-n}{R}}$$ (8), usando $n_{espessa}$ $\rightarrow$ $H = (2{,}55 \pm 0{,}03)mm$

As lentes são delgadas?

Numa lente delgada, temos que o raio que entra paralelo ao eixo óptico sai emerge passando pelo foco. No caso da lente espessa, essa afirmação só continua válida se considerarmos que o desvio do raio acontece no plano principal ao invés de no plano central conforme vemos na figura 2:

Figura 2: Observar as trajetórias pontilhadas



Assim, uma maneira de verificar a compatibilidade da lente espessa com a delgada seria comparar a distância focal determinada com a equação de Gauss para lentes delgadas com a distância do plano principal ao plano central, pois quanto menor for a razão $\frac{H}{f}$, mais válida será a aproximação. Conforme vamos ilustrar na figura 3:

$\frac{H}{f} \approx 1{,}7\% \Rightarrow f \approx 59H$, o que nos permite, agora, afirmar que a aproximação é válida.

As lentes são delgadas?

Tabela 4: Planos principais

	Convergente	Divergente
H_1	$2,56 \pm 0,09\ mm$	$2,541 \pm 0,008 mm$
H_2	$2,56 \pm 0,09\ mm$	$2,541 \pm 0,008 mm$

Para saber se pode-se tratar como lente fina é justo deve-se analisar o valor de $\frac{H}{R}$. Se a posição dos planos principais for muito pequena em comparação com o raio de curvatura pode-se tratar tudo como lentes delgadas. A razão deu $0,04$ para a convergente e $0,02$ para a divergente o que significa que a posição dos planos representa menos de 5% dos raios de curvatura, o que justifica tratar as lentes como delgadas.

Isto não é correr atrás do próprio rabo?
Porque?

E simulações?

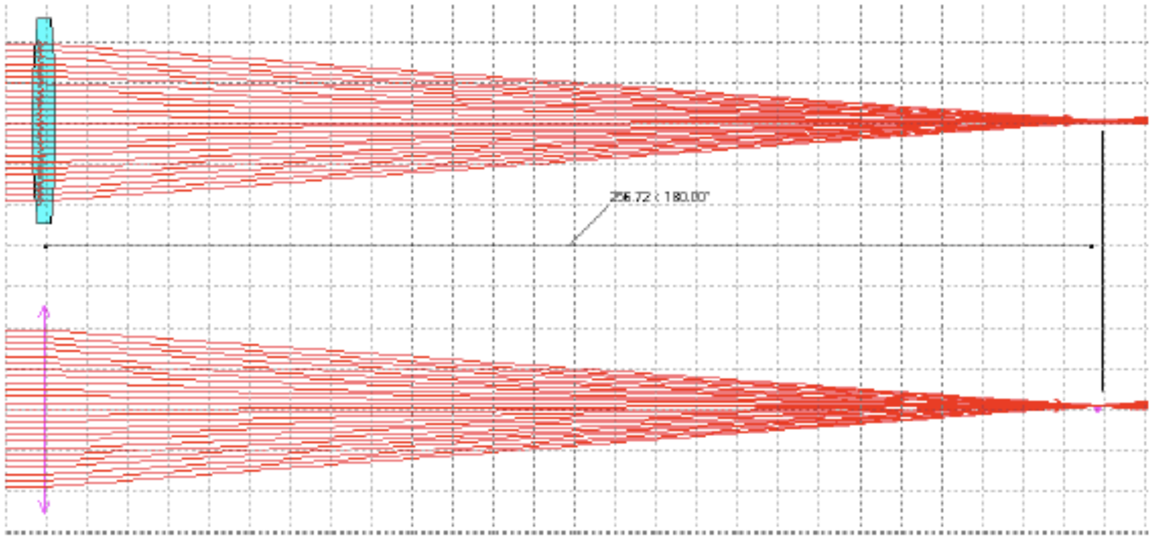
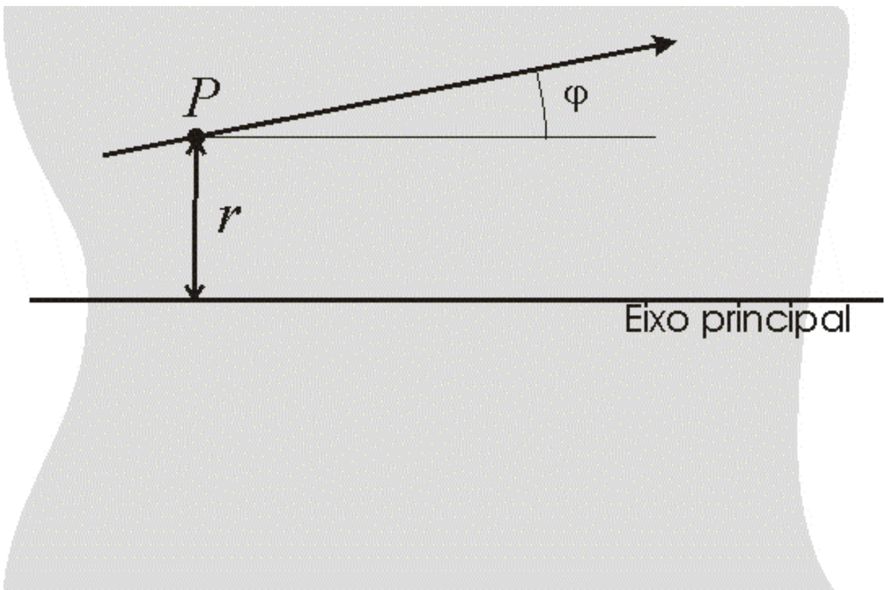


Figura 2: Simulação da lente convergente

Da simulaçao, verificamos que o foco de ambas as lentes são compatíveis entre si e, portanto, as lentes são equivalentes. Dada a compatibilidade do coeficiente angular A do ajuste linear e o resultado da simulação, concluímos que a lente convergente pode ser aproximada a uma lente delgada.

O método matricial

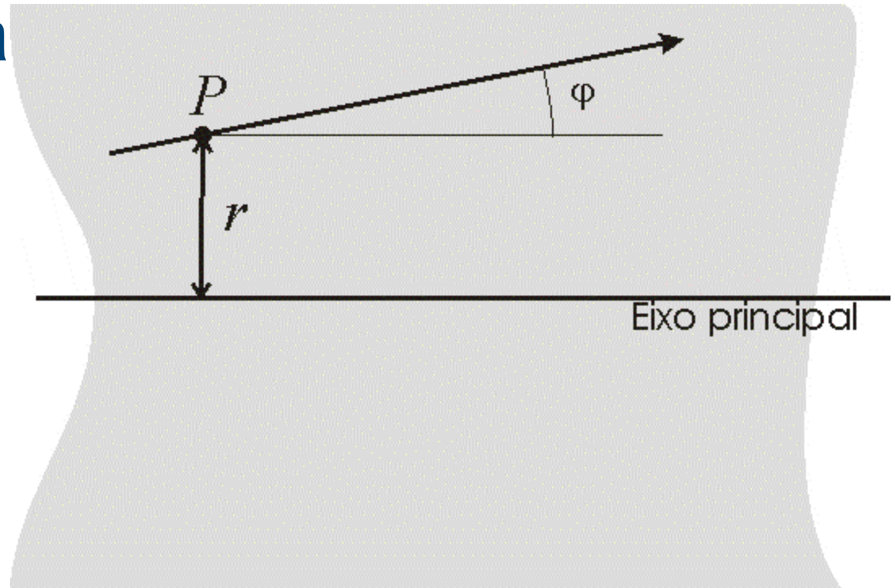
- O método matricial estabelece uma transformação entre de um ponto P_1 para outro ponto P_2 de um meio através de uma matriz de transformação M



$$P_2 = M \cdot P_1$$

O método matricial

- Os pontos P_1 e P_2 dependem da distância (r_1 e r_2) e dos ângulos (φ_1 e φ_2) através de:

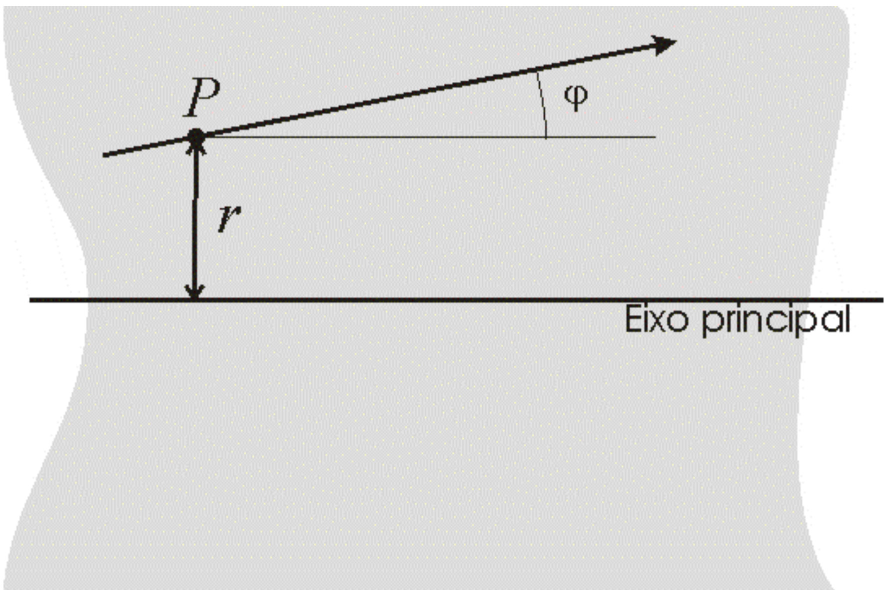


$$P_i = \begin{pmatrix} r_i \\ \varphi_i \end{pmatrix}$$

O método matricial

- A matriz de transformação é dada por:

$$M = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}$$



Exemplo: propagação livre

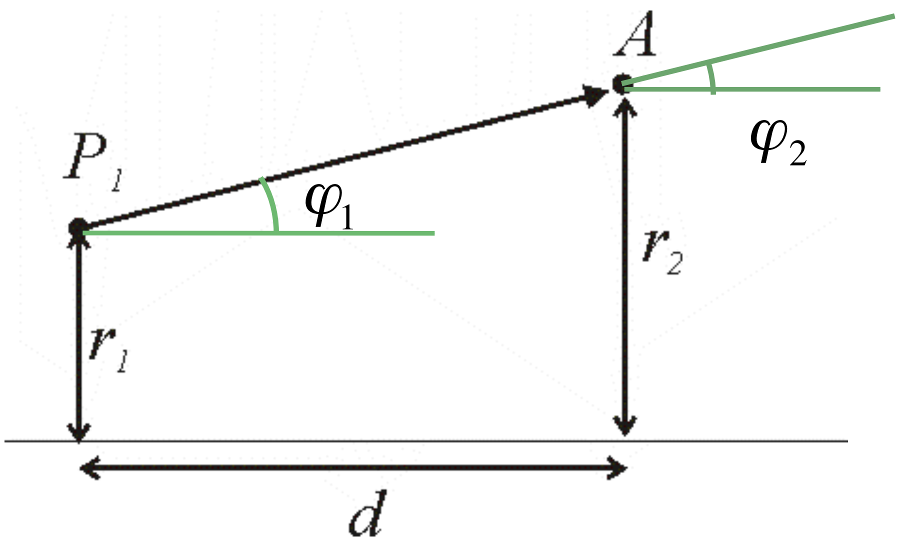
- Como fazer a matriz de propagação de P_1 para A?
  - Propagação em linha reta

$$\varphi_2 = \varphi_1$$

$$r_2 = r_1 + d\tan\varphi_1$$

$$\tan\varphi_1 \sim \varphi_1$$

$$r_2 = r_1 + d\varphi_1$$

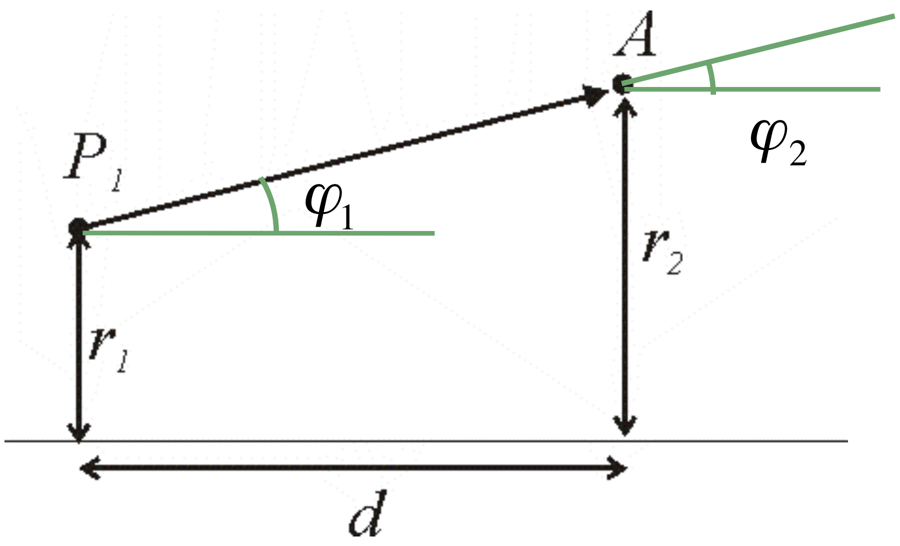


Exemplo: propagação livre

- Assim, a partir das equações $\varphi_2 = \varphi_1$ e $r_2 = r_1 + d\varphi_1$ podemos escrever:

$$\begin{pmatrix} r_2 \\ \varphi_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & d \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r_1 \\ \varphi_1 \end{pmatrix}$$

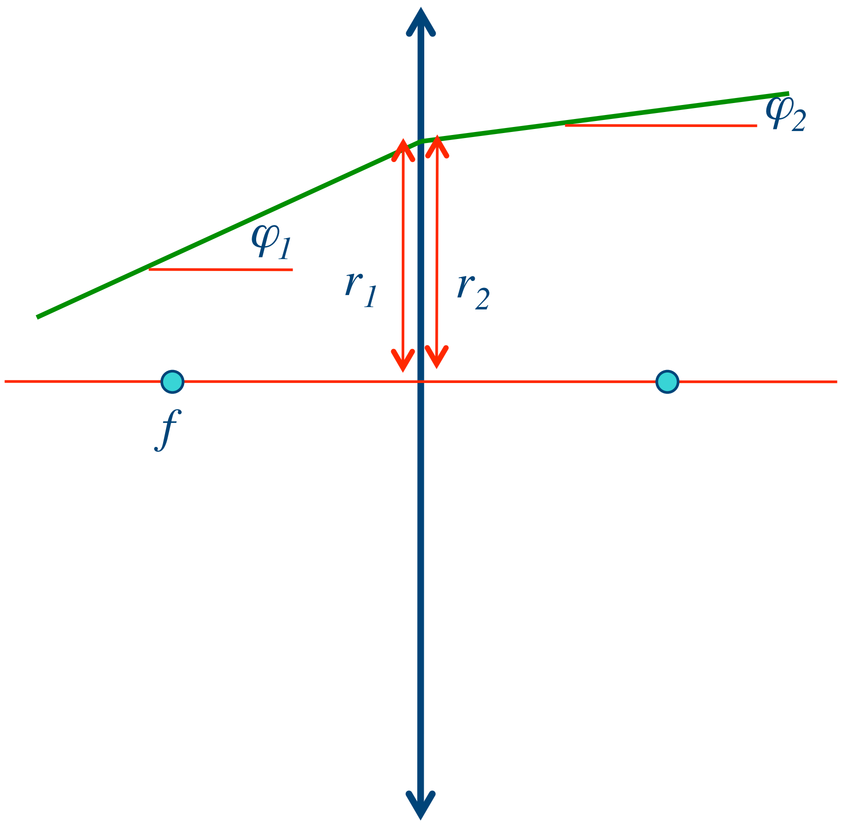
$$M = \begin{pmatrix} 1 & d \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$



Exemplo: lente delgada

- Um raio luminoso atinge a lente com um ângulo φ_1 e raio r_1.
- Este raio emerge da lente com ângulo φ_2 e raio r_2.
- É fácil ver, da figura, que:

$$r_2 = r_1$$



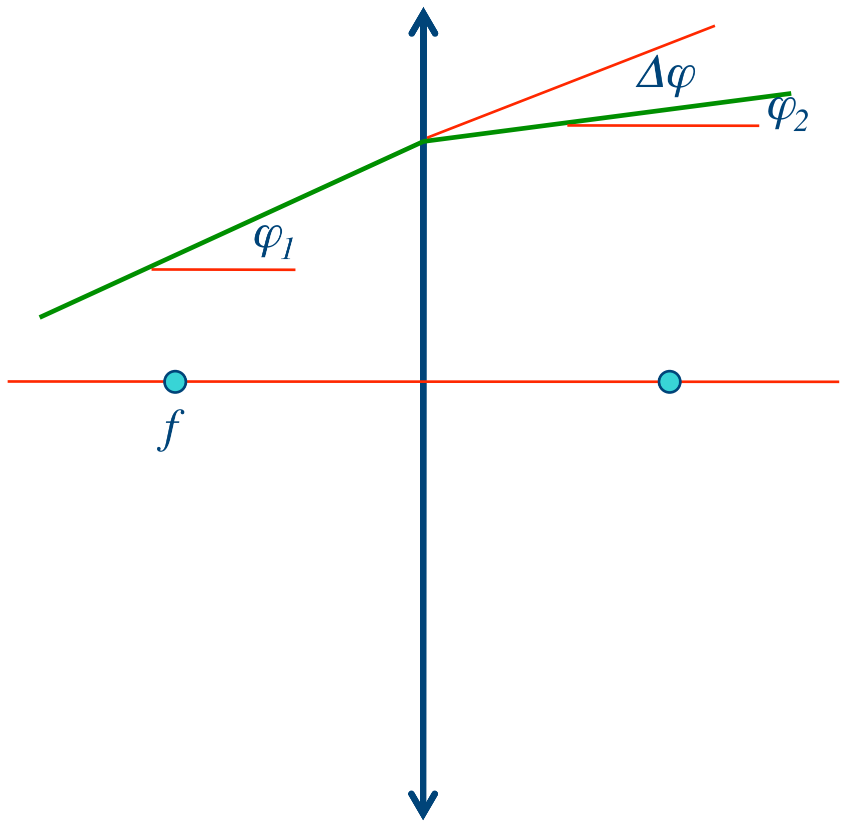
Exemplo: lente delgada

- Precisamos estabelecer uma relação para os ângulos:
- Podemos escrever:

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$$

- E podemos demonstrar (vejam apostila e façam) que:

$$\Delta\varphi = -\frac{r_1}{f}$$



Exemplo: lente delgada

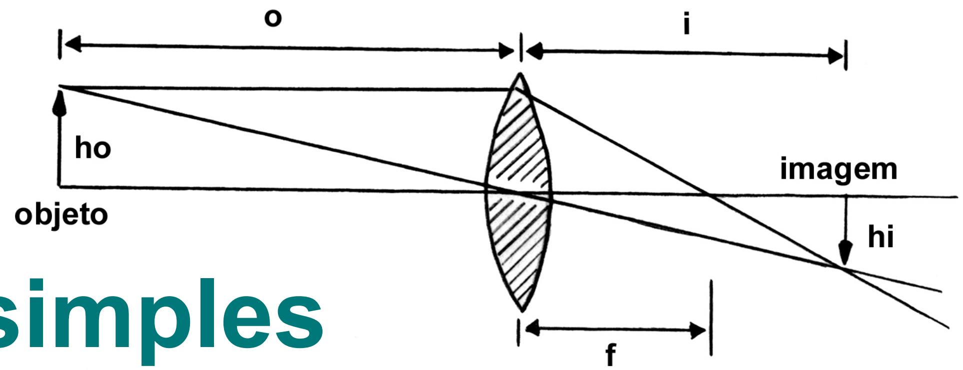
- Para a lente delgada temos

$$r_2 = r_1$$

$$\varphi_2 = \varphi_1 - \frac{r_1}{f}$$

- Ou seja, escrevendo em forma matricial:

$$\begin{pmatrix} r_2 \\ \varphi_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1/f & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r_1 \\ \varphi_1 \end{pmatrix} \Rightarrow M = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1/f & 1 \end{pmatrix}$$



Exemplo: lente simples

- Assim, a transformação completa para uma lente simples, delgada vale:

$$\begin{pmatrix} r_2 \\ \varphi_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & i \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1/f & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & o \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r_1 \\ \varphi_1 \end{pmatrix}$$

Transformação
Saída da lente (B) até
O ponto imagem (i)

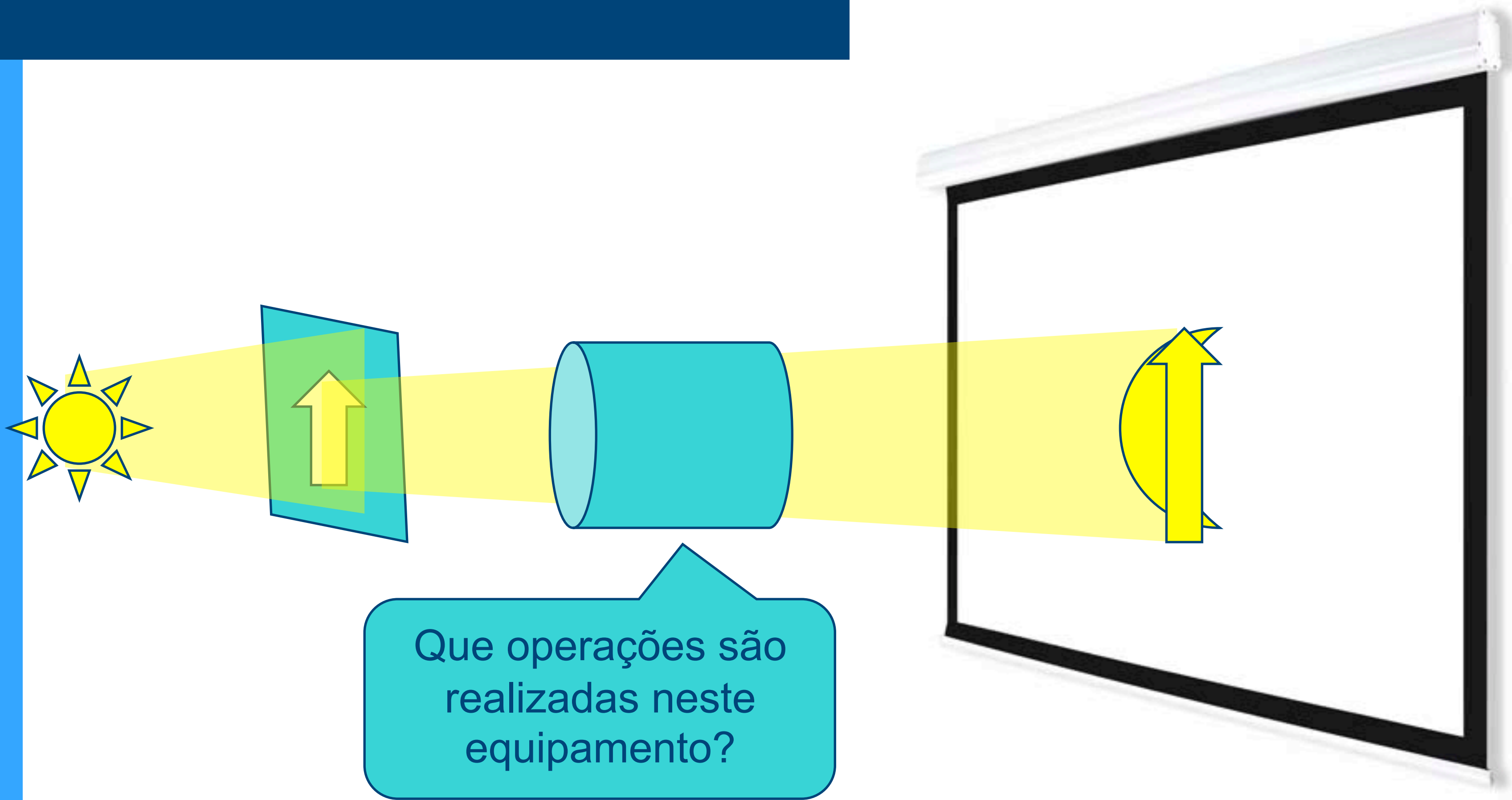
Transformação
Dentro da lente

Transformação
Ponto objeto (o) até a
lente (A)

Experiência II
Óptica Geométrica e Física

- Objetivos – Estudar alguns fenômenos de óptica física e geométrica
  - Estudo de lentes simples, sistemas de lentes e construção de imagens
  - Interferência e difração
  - Computador óptico
    - Análise de Fourier bi-dimensional
    - Processamento de imagens

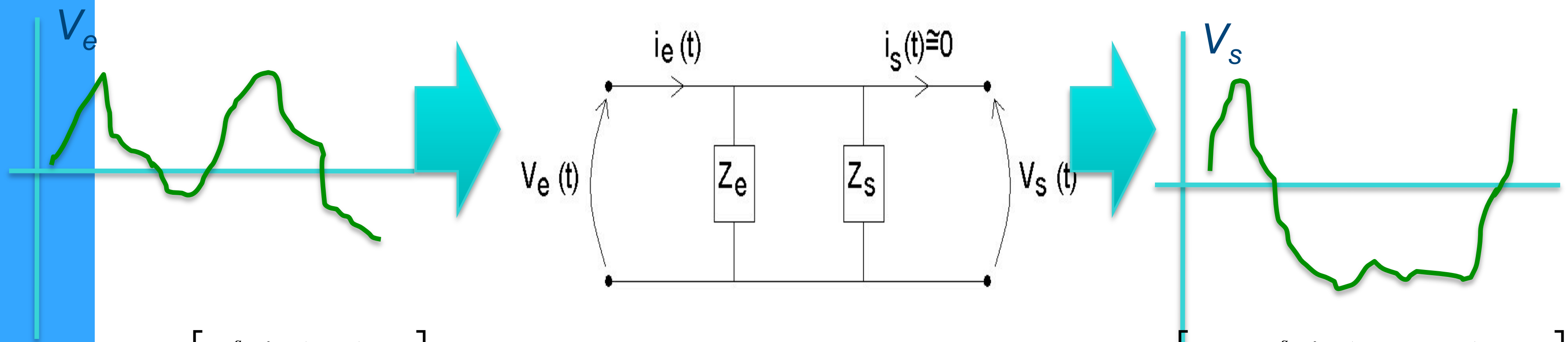
Computador óptico



Computador óptico

- Dispositivo que permite a manipulação controlada de uma imagem qualquer sem a necessidade de realizar cálculos muito sofisticados
- É baseado na transformada de Fourier do objeto inicial, aplicação de filtros para cada freqüência da transformada, e reconstrução (transformada inversa) da imagem filtrada

Isto não é estranho…



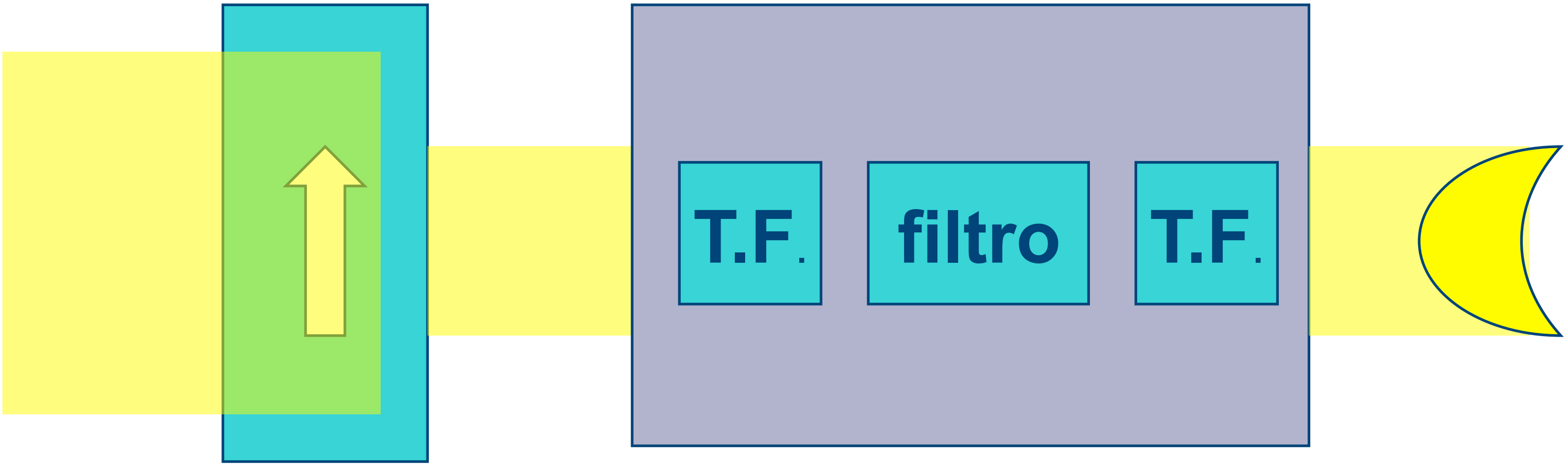
$$V_e = \begin{bmatrix} V_1^s \sin(\omega_1 t) + \\ V_1^c \cos(\omega_1 t) + \\ V_2^s \sin(\omega_2 t) + \\ V_2^c \cos(\omega_2 t) + \\ \ldots + \\ V_N^s \sin(\omega_N t) + \\ V_N^c \cos(\omega_N t) \end{bmatrix}$$

$$G_i = G(\omega_i, R, C, \ldots)$$

$$\phi_i = \phi(\omega_i, R, C, \ldots)$$

$$V_e = \begin{bmatrix} G_1 \cdot V_1^s \sin(\omega_1 t + \phi_1) + \\ G_1 \cdot V_1^c \cos(\omega_1 t + \phi_1) + \\ G_2 \cdot V_2^s \sin(\omega_2 t + \phi_2) + \\ G_2 \cdot V_2^c \cos(\omega_2 t + \phi_2) + \\ \ldots + \\ G_N \cdot V_N^s \sin(\omega_N t + \phi_N) + \\ G_N \cdot V_N^c \cos(\omega_N t + \phi_N) \end{bmatrix}$$

Computador óptico



O Que precisamos fazer para contruir este sistema?

Construção de um computador óptico

- Primeiramente precisamos iluminar o objeto de forma uniforme
  - Qualquer luz esta ok?
- Precisamos ser capazes de, experimentalmente, obter a transformada de Fourier deste objeto
- Precisamos criar filtros que atuem de forma diferente em cada componente da T.F.
- Precisamos reconstruir a imagem a partir das componentes já filtradas

Iluminação do objeto

- A luz deve ser, preferencialmente, coerente
  - Mesma frequencia em todos os pontos
  - Mesma fase para todos os pontos

- Isto simplifica a interpretação teórica, bem como a construção dos filtros.

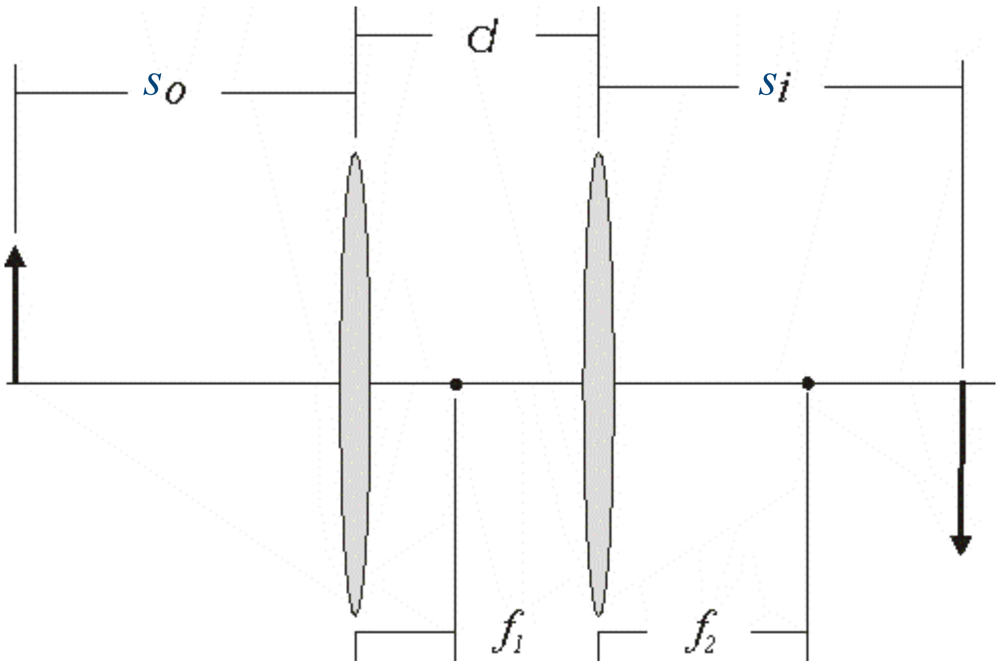
- Solução → LASER
  - Porém o laser tem diâmetro de 1-2 mm. Como iluminar um objeto de dimensões maiores?

Objetivos da semana (parte I)

- Construir um sistema para aumentar a seção transversal de um feixe de laser
  - No caso do C.O. Precisamos de um aumento de 20 vezes do diâmetro do laser
- Medir a magnificação do sistema
  - Razão entre o diâmetro de saída e o de entrada

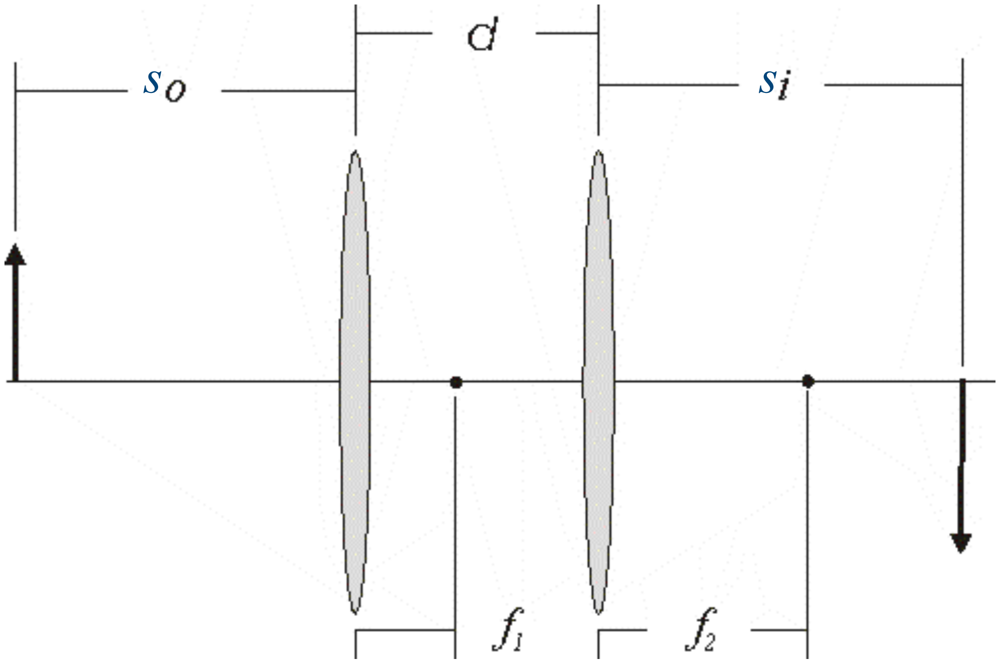
Associação de lentes

- Seja duas lentes de foco f_1 e f_2, separadas de uma distância d.



Associação de lentes

$$M = M_{L2\rightarrow i} \cdot M_{L2} \cdot M_{L1\rightarrow L2} \cdot M_{L1} \cdot M_{o\rightarrow L1}$$



Associação de lentes

$$M = M_{L2\to i}\cdot M_{L2}\cdot M_{L1\to L2}\cdot M_{L1}\cdot M_{o\to L1}$$

$$\begin{pmatrix}1 & si\\ 0 & 1\end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix}1 & 0\\ -1/f_2 & 1\end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix}1 & d\\ 0 & 1\end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix}1 & 0\\ -1/f_1 & 1\end{pmatrix}$$

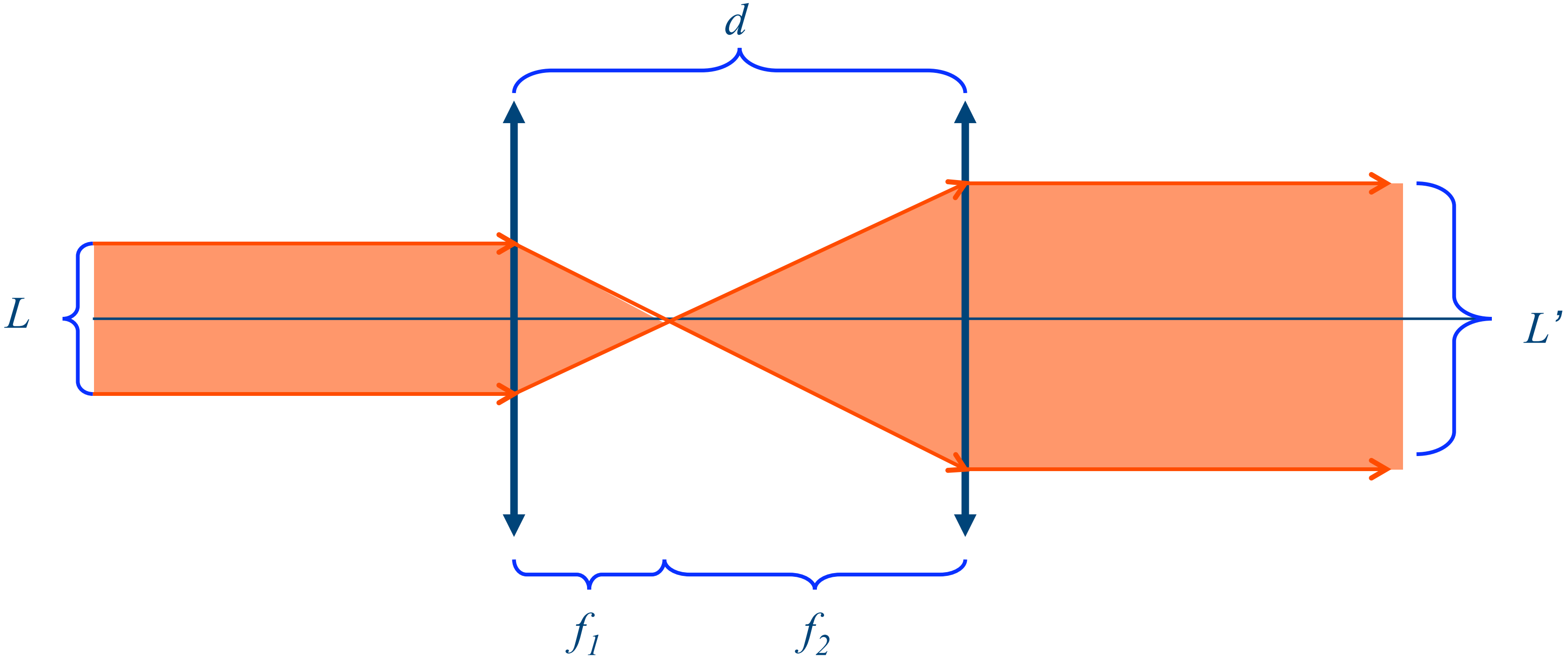
$$\begin{pmatrix}1 & so\\ 0 & 1\end{pmatrix}$$

$$m = \frac{L'}{L}$$

Magnificação do sistema óptico

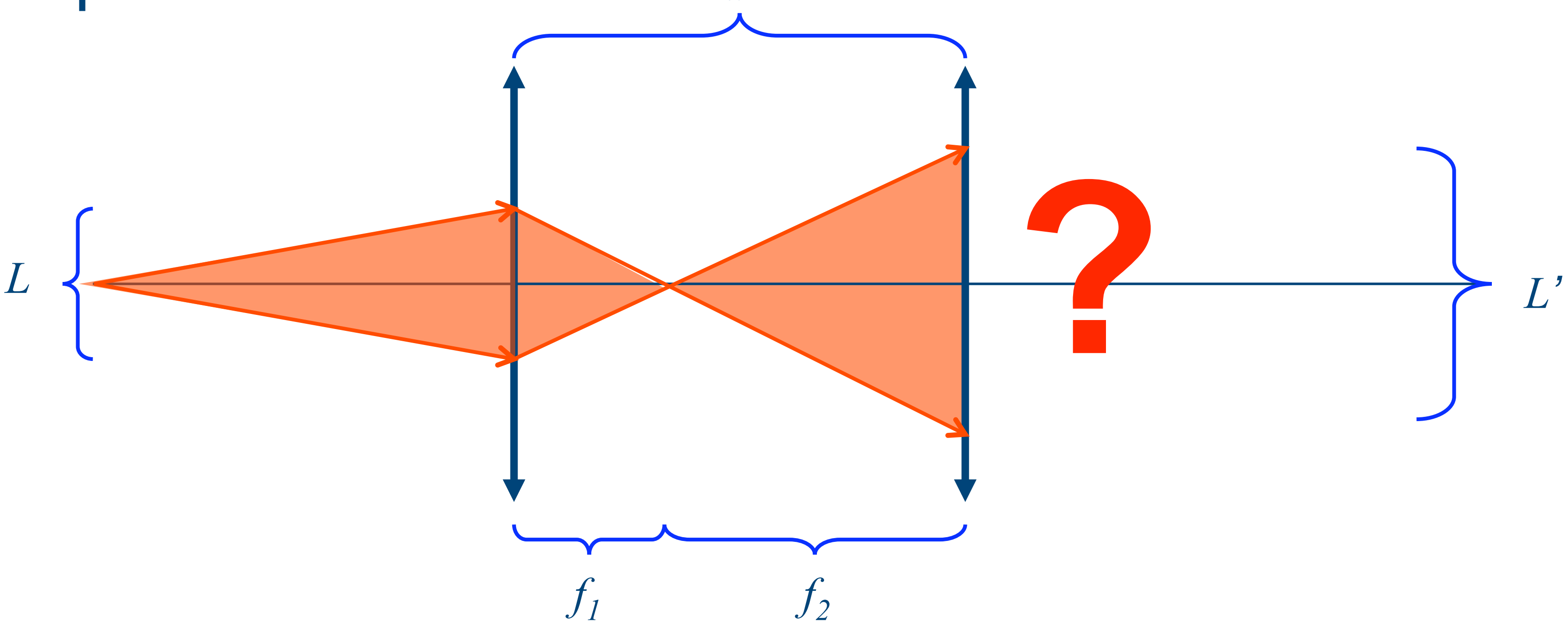
Objetivos

- Sistema convergente + convergente



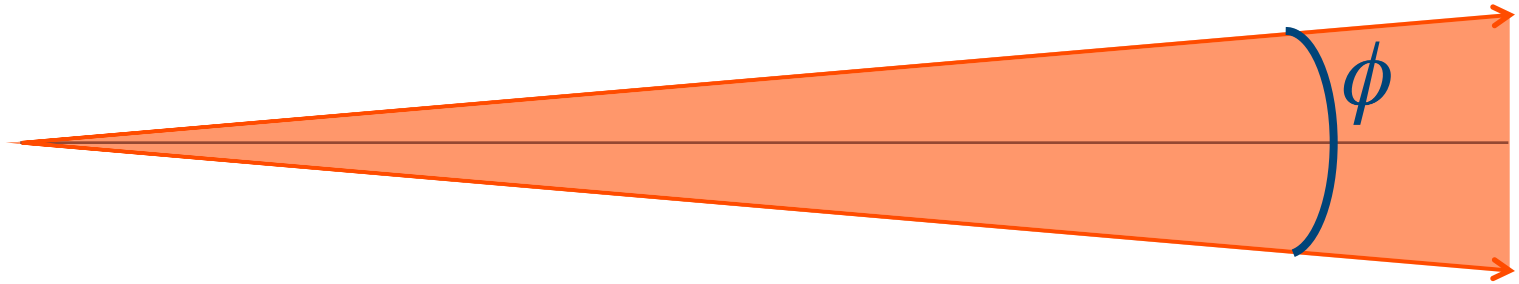
Problema 1

- O que ocorre se o feixe incidente não for paralelo?



Divergência de um feixe de laser

- Define-se a divergência como sendo o ângulo de abertura do feixe

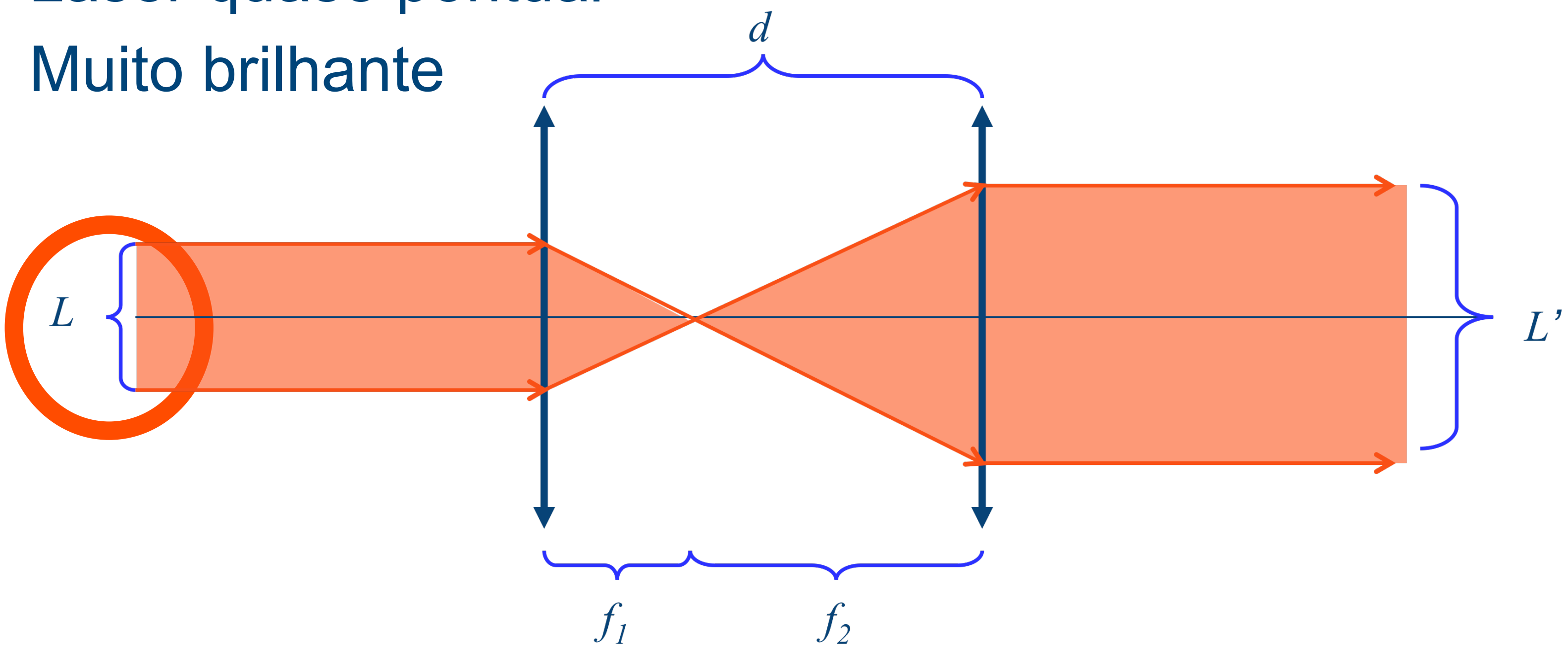


$$m = \frac{L'}{L}$$

Magnificação do sistema óptico

Problema 2

- Medir o diâmetro L' do feixe é até razoável
- Como medir o diâmetro inicial, L, do laser?
  - Laser quase pontual
  - Muito brilhante



Transformada de Fourier

- Estando o objeto iluminado, como eu obtenho a sua transformada de Fourier?
- Que fenômeno óptico podemos explorar?
- Como que eu manipulo esta transformada (filtro)?
- Como eu reconstruo a imagem?

Objetivos da semana (parte II)

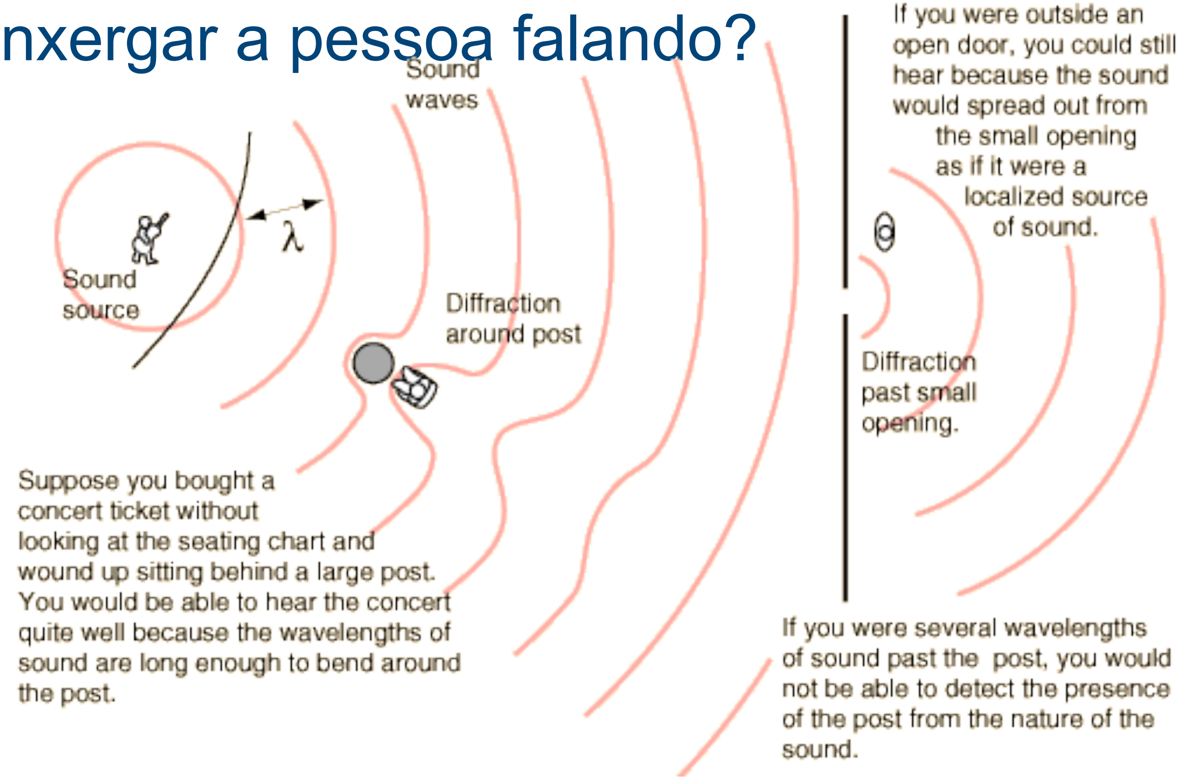
- Explorar o que acontece quando um feixe de luz coerente ilumina um objeto

- Explorar aspectos qualitativos da difração da luz por um objeto

- Nas próximas semanas iremos relacionar a difração com a transformada de Fourier do objeto iluminado e quantificar o fenômeno.

Difração: o que é?

- Como um espectador, atrás de uma porta, por exemplo, é capaz de ouvir um som mas não é capaz de enxergar a pessoa falando?



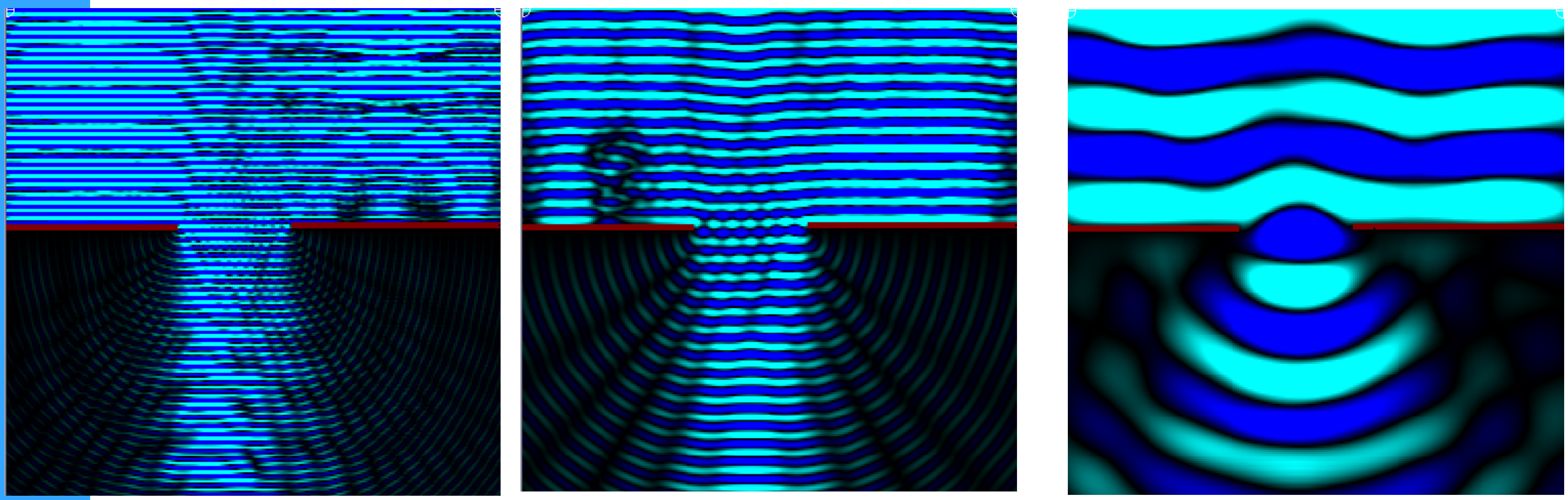
Difração: o que é?

- Como um espectador, atrás de uma porta, por exemplo, é capaz de ouvir um som mas não é capaz de enxergar a pessoa falando?
- Difração
  - Fenômeno comum com todos os tipos de ondas
  - Desvio sofrido por uma onda ao se deparar com um obstáculo de dimensões similares ao comprimento de onda.
    - A onda se espalha em torno desse objeto como se o mesmo fosse uma nova fonte de emissão da onda
    - Se a dimensão do objeto for muito maior (ou menor) que o comprimento de onda, não ocorre difração.

Difração na Natureza

Dependência das dimensões dos obstáculos

- Ondas de comprimento muito menor que as dimensões do obstáculo sofrem pouca difração
  - http://sampa.if.usp.br/~suaide/applets/falstad/mirror1/ripple/



Tarefas da semana

- Montar um sistema que permita aumentar o diâmetro do feixe de LASER de um fator 20

- Estudar aspectos qualitativos da difração da luz.

Sobre o aumento do diâmetro do LASER

- Utilizando duas lentes convergentes de foco f1 e f2, separadas de uma distância d, obtenha, utilizando o método matricial:

  – Qual a distância de separação entre elas (d) para que o feixe de laser saia sem divergência?

  – Qual a magnificação obtida por este sistema?

Sobre o aumento do diâmetro do LASER

- Utilizando duas lentes convergentes de foco f1 e f2, separadas de uma distância d:
  - Monte um sistema de duas lentes de tal forma a obter uma magnificação do feixe de laser de 20 vezes.
    - Várias lentes disponíveis no laboratório.
  - Meça a magnificação.
  - Compare a magnificação experimental com a expectativa teórica.
  - Meça a distância entre as lentes e compare com a expectativa teórica.

Sobre o aumento do diâmetro do LASER

- Utilizando duas lentes convergentes de foco f1 e f2, separadas de uma distância d:
  - O feixe emergente do sistema tem divergência nula? Verifique experimentalmente.
  - O feixe incidente no sistema possui divergência?
  - O que muda, do ponto de vista teórico (condições para distância entre as lentes obtidas do método matricial) se a divergência inicial do laser não é nula? O experimento é sensível a isto? Discuta.

Aspectos qualitativos de difração

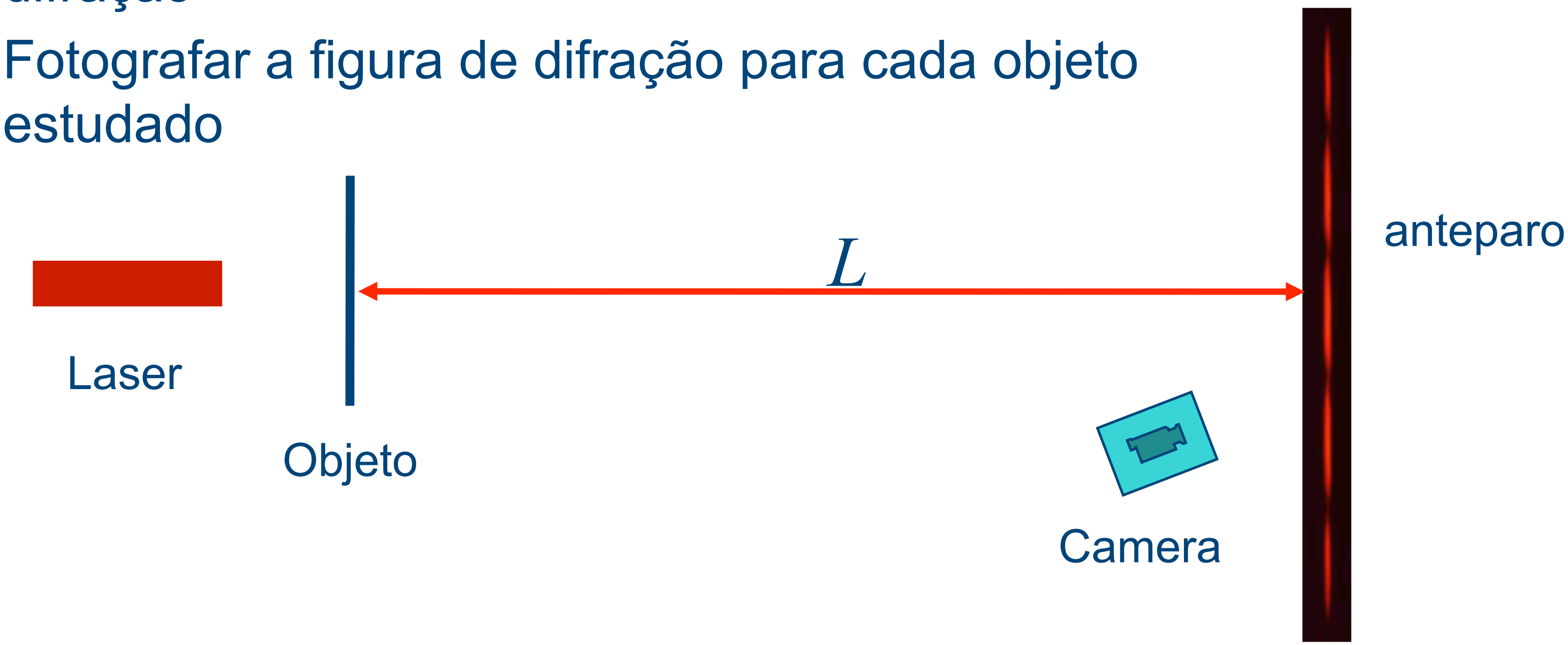
- fotografe figuras de difração para os seguintes objetos:
  - fendas simples (pelo menos duas fendas)
  - fenda dupla (pelo menos duas fendas)
  - fio de cabelo
  - todos os objetos na linha superior do slide de fendas

Aspectos qualitativos de difração

- Discuta os resultados obtidos.
  - Para as fendas simples e duplas tente relacionar, qualitativamente, as figuras observadas com as dimensões dos objetos.
  - Tente identificar a forma geométrica dos objetos na linha superior do slide de fendas a partir das figuras de difração observadas. Discuta.
    - Dica: pesquise por ai como seriam figuras de difração de circunferências, triângulos, quadrados, hexágonos, etc.

Como obter figuras de difração?

- Montar: laser + objeto + anteparo
- Colocar o anteparo a uma distância razoavelmente grande para observar as figuras de interferência e difração
- Fotografar a figura de difração para cada objeto estudado



Sobre incertezas

- Toda vez que houver um critério subjetivo para estimativa de incertezas, gostaria que houvesse uma breve discussão na síntese.