

**Física Experimental IV - 6ª aula**  
**<http://www.dfn.if.usp.br/~suaide/>**

***Alexandre Suaide***

Ed. Oscar Sala

sala 246

ramal 7072

## Sobre a medida de $C_0$ do diodo

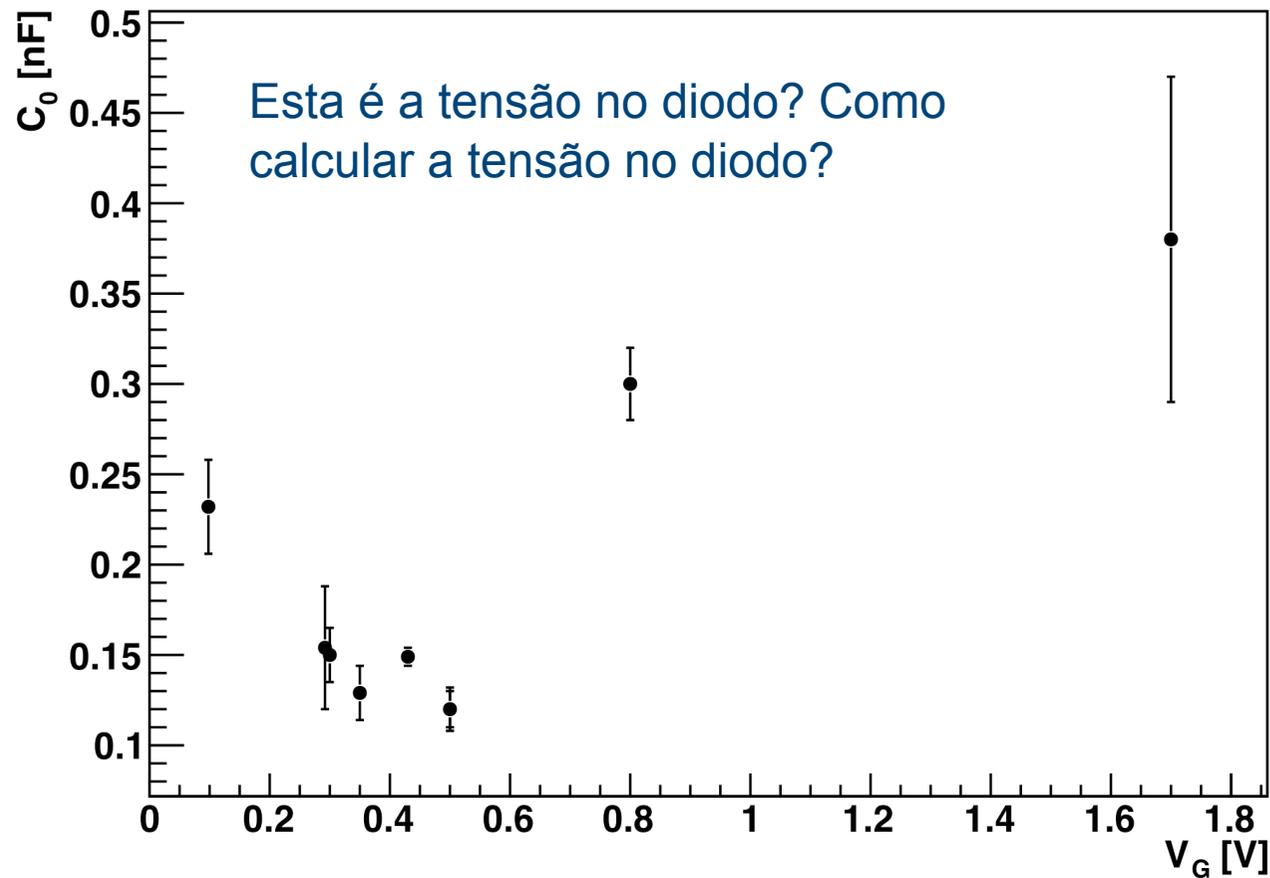
$$C = C_0 e^{\frac{V_D}{V_T}}, \text{ com } V_T = \frac{kT}{e} \approx 26mV \text{ (em } T_{\text{ambiente}} \text{)}$$

$$V_D \ll V_T \rightarrow C = C_0$$

Medindo a ressonância para tensões no diodo muito pequenas temos que a capacitância medida equivale à capacitância  $C_0$  do diodo.

Mas o que significa pequeno?

# Sobre a medida de $C_0$ do diodo

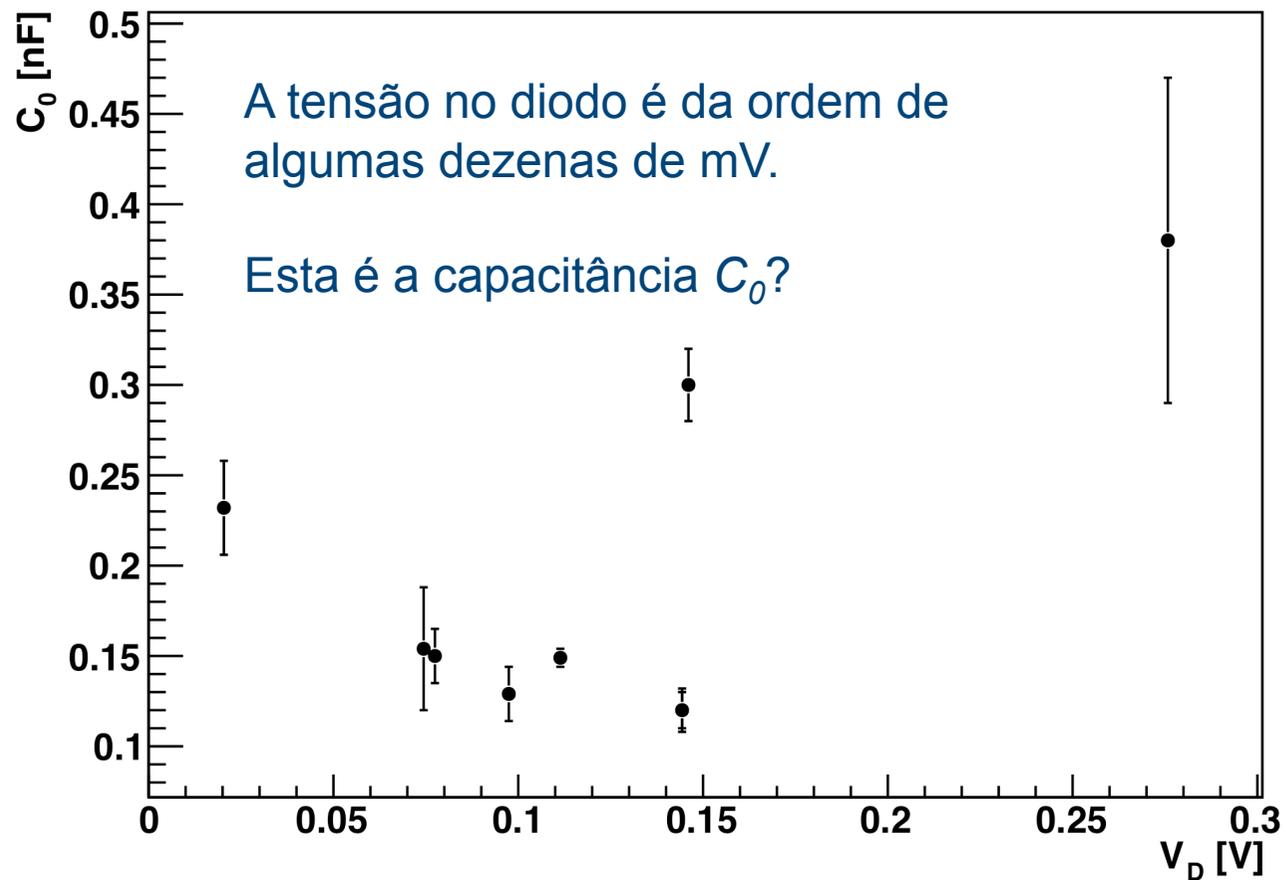


## Sobre a medida de $C_0$ do diodo

$$V_D = Z_D i = \frac{i}{\omega C} \quad \text{na ressonância} \quad = \quad \frac{V_G}{R\omega C}$$

Assim, podemos estimar a tensão sobre o diodo e refazer o gráfico anterior

# Sobre a medida de $C_0$ do diodo



## Sobre a medida de $C_0$ do diodo

$$C = C_0 e^{\frac{V_D}{V_T}}, \text{ com } V_T = \frac{kT}{e} \approx 26mV \text{ (em } T_{\text{ambiente}} \text{)}$$

$$V_D \sim 4 - 5V_T \rightarrow C \approx C_0 e^4 \approx 50C_0$$

Ou seja, a tensão aplicada não é baixa o suficiente para medir o valor de  $C_0$  diretamente.

Podemos corrigir os dados? Cuidado!!!!

# Relatório

- Dia 22/abril às 10:00
- Em grupo
- No MÁXIMO 10 páginas

# Experiência II

## Óptica Geométrica e Física

- Objetivos – Estudar alguns fenômenos de óptica física e geométrica
  - Estudo de lentes simples, sistemas de lentes e construção de imagens
  - Interferência e difração
  - Computador óptico
    - Análise de Fourier bi-dimensional
    - Processamento de imagens

# O que é óptica geométrica?

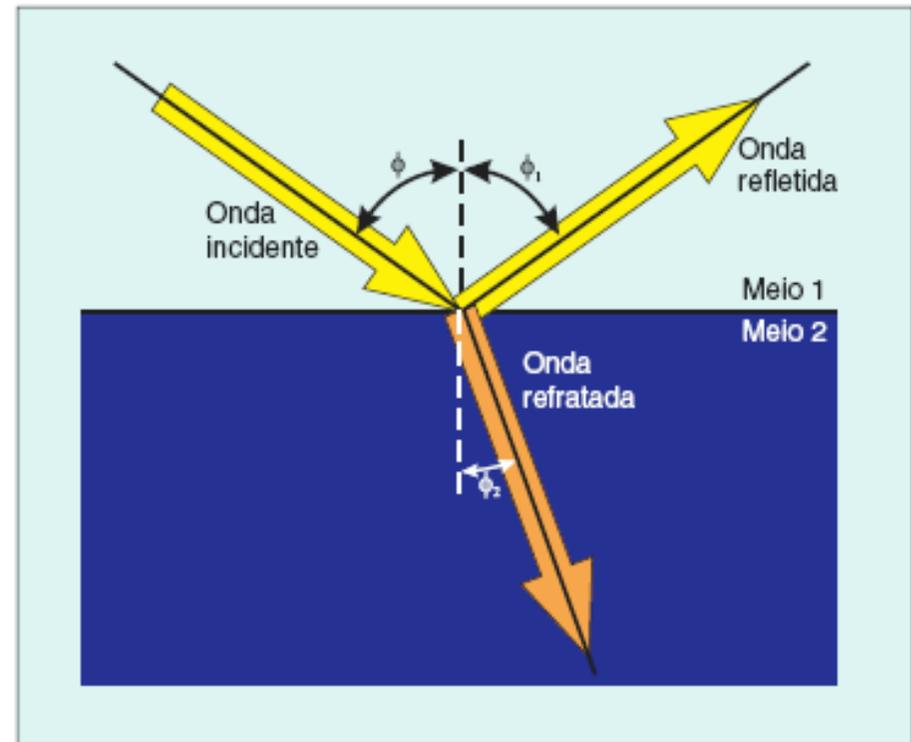
- Luz é uma onda eletromagnética, assim todos os fenômenos ondulatórios se aplicam
  - Interferência, difração, etc.
- Contudo, os efeitos ondulatórios se fazem mais evidentes quando o sistema possui dimensões compatíveis com os comprimentos de onda envolvidos
- A óptica geométrica é uma aproximação para sistemas cujas dimensões são muito maiores que os comprimentos de onda da luz

# O que é óptica geométrica?

- Os comprimentos de onda típicos da luz visível estão entre 400 a 700 nm.
  - Sistemas macroscópicos simples, do dia a dia, neste caso, possuem dimensões tais que  $\lambda/d < 10^{-3}$ , ou seja, os efeitos ondulatórios são muito pequenos
- Neste caso, a óptica geométrica é aquela onde:
  - Podemos aproximar a luz por raios luminosos que se propagam de forma retilínea de um ponto a outro e os fenômenos ondulatórios podem ser desprezados.

# Propagação de um raio luminoso em uma superfície

- O que acontece quando um raio luminoso atinge uma superfície entre meios de propriedades ópticas diferentes?
  - Reflexão e refração
  - Índice de refração: razão entre a velocidade da luz no vácuo e no meio



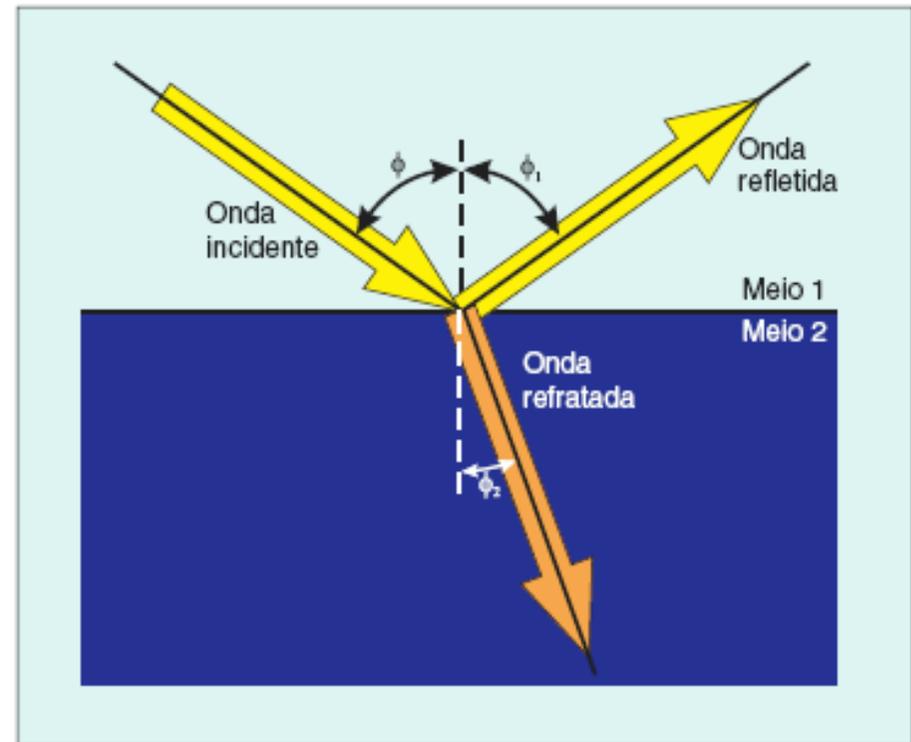
$$n = \frac{c}{v}$$

# Refração em um meio

- A raio luminoso refratado em uma superfície muda de direção de acordo com a lei de Snell

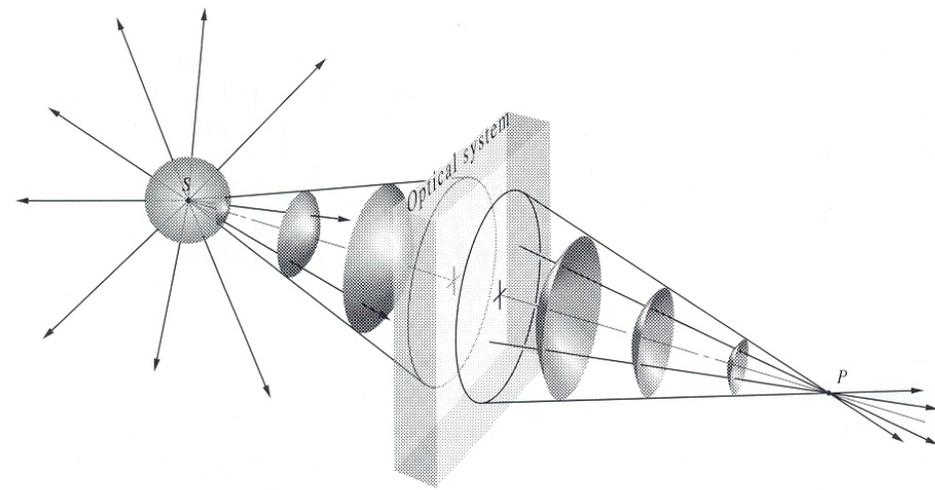
$$n_1 \sin \phi_1 = n_2 \sin \phi_2$$

- Princípio básico para a construção de lentes

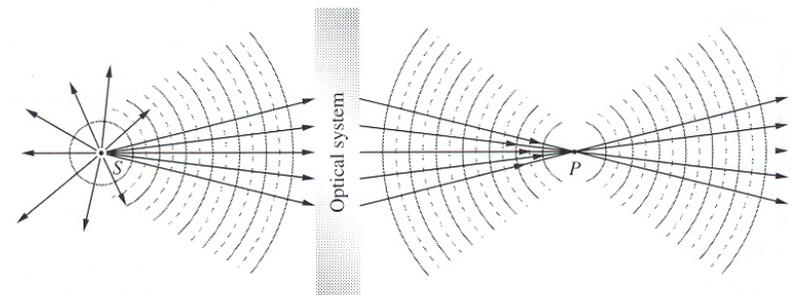


# Lentes

- Sistema refrator imerso em um meio.
- O índice de refração da lente é diferente do meio e o seu formato é construído de forma a alterar a direção dos raios luminosos incidentes



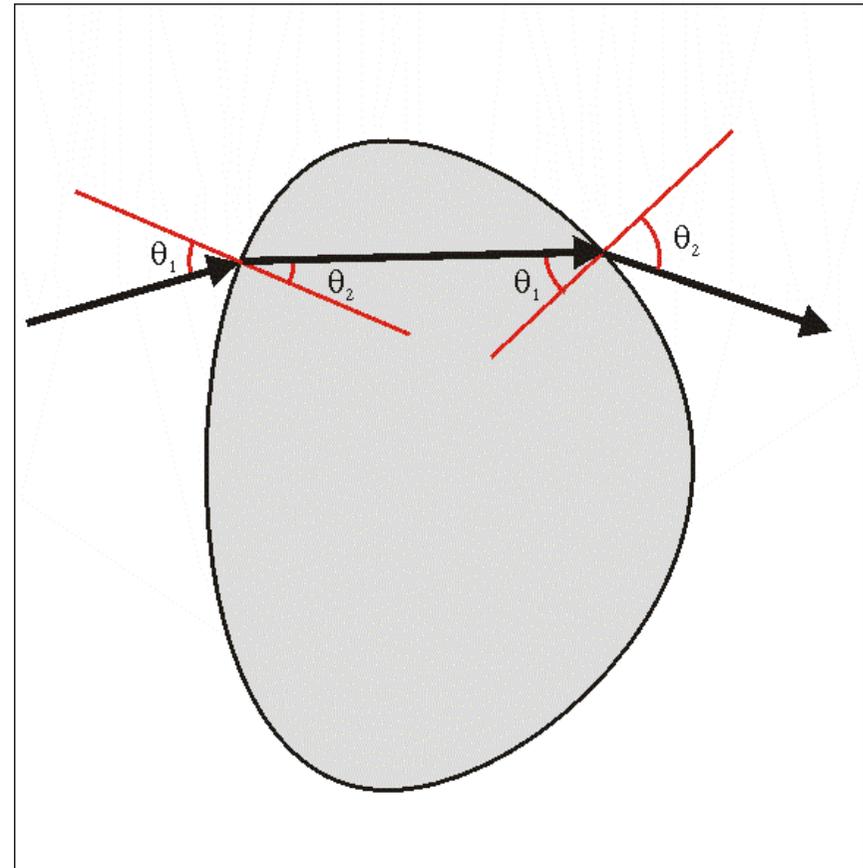
(a)



(b)

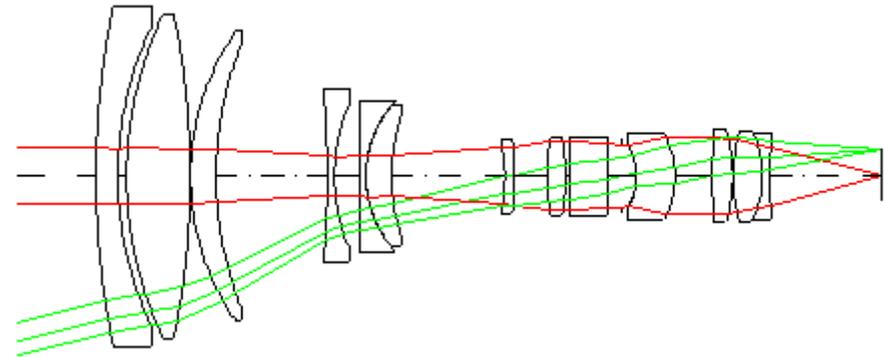
# Lentes: funcionamento

- Luz incide em uma superfície
- Ocorre refração nesta superfície
- A luz se propaga para a segunda superfície
- Ocorre nova refração



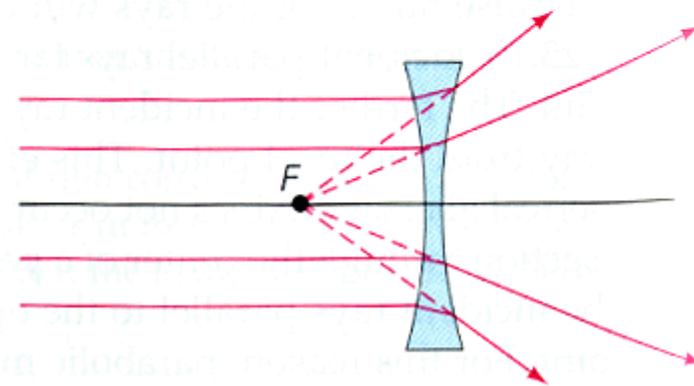
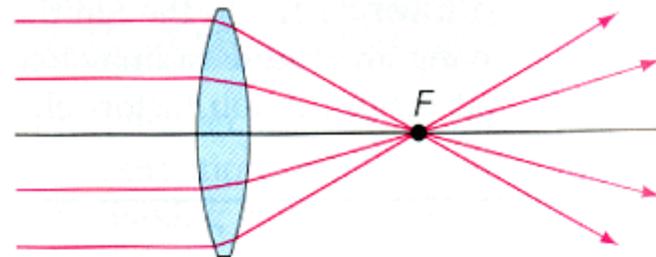
# Tipos de lentes: quanto à complexidade

- Lentes podem ser simples ou complexas
  - Lentes simples são aquelas onde há somente 1 elemento óptico
  - Lentes complexas possuem mais de um elemento óptico



# Tipos de lentes: quanto à convergência dos raios

- Lentes podem ser convergentes ou divergentes
  - Convergentes (positivas) aproximam os raios luminosos
  - Divergentes (negativas) afastam os raios luminosos

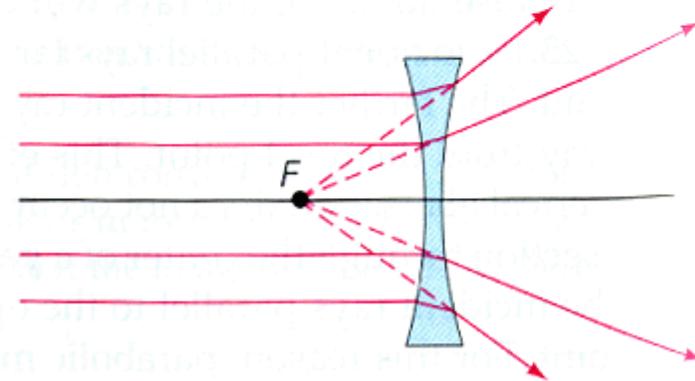
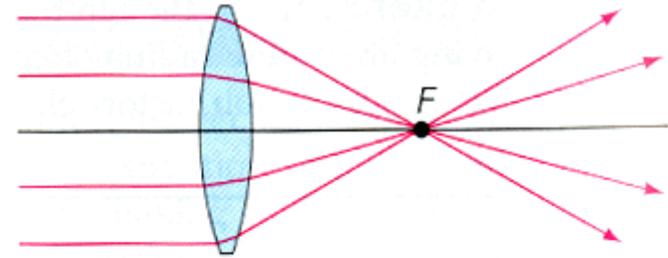


# Tipos de lentes: quanto às dimensões da lente

- Lentes podem ser delgadas ou espessas
  - Lentes delgadas são aquelas que as suas dimensões não importam, ou seja, não importa onde o raio de luz atinge a lente, o efeito será sempre o mesmo.
  - Lentes espessas são aquelas que as dimensões e posição de incidência dos raios são importantes
- Lentes delgadas são muito mais simples de fazer previsões.

# Lentes delgadas: algumas definições

- Toda lente delgada é caracterizada por uma distância focal, única e **independente da face que o raio luminoso atinge a lente**
- A distância focal ( $f$ ) é a distância entre o centro da lente e o ponto no qual todos os raios luminosos incidentes paralelo ao eixo da lente convergem (ou divergem)
  - Lentes convergentes:  $f > 0$
  - Divergentes:  $f < 0$



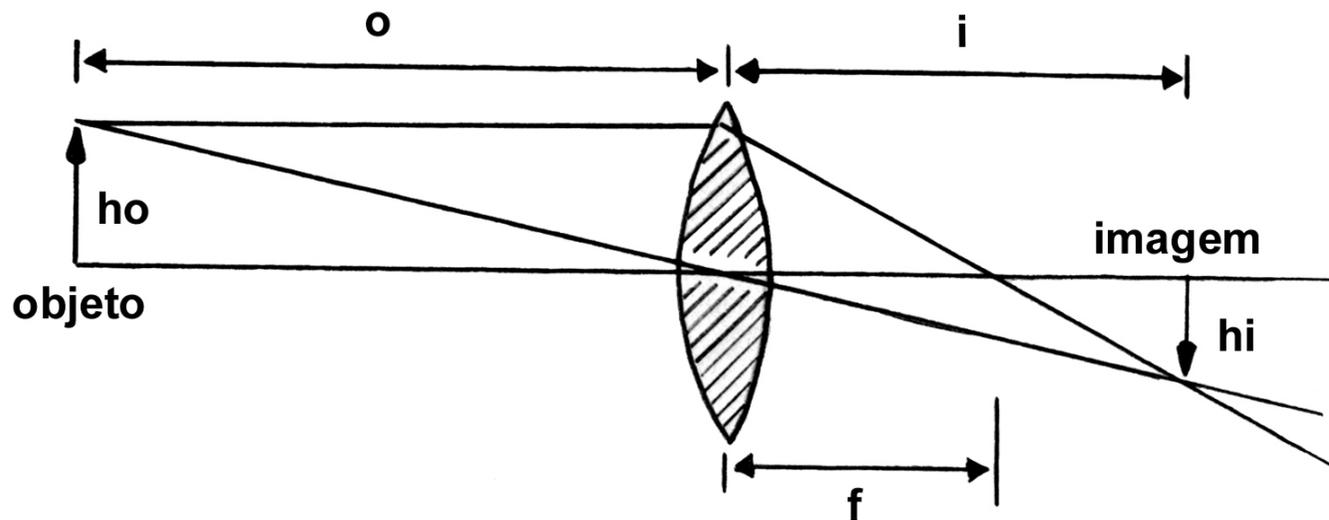
# Objetivos da semana

- Medir, com a maior precisão possível, a distância focal de duas lentes a sua escolha
  - Uma lente convergente e outra divergente!
- Com base na análise dos dados, quantifique se a aproximação de lente delgada pode ser utilizada. Discuta os resultados.
- Como fazer isto?
  - Background teórico e definições, planejando um experimento.

# Lentes delgadas: algumas definições

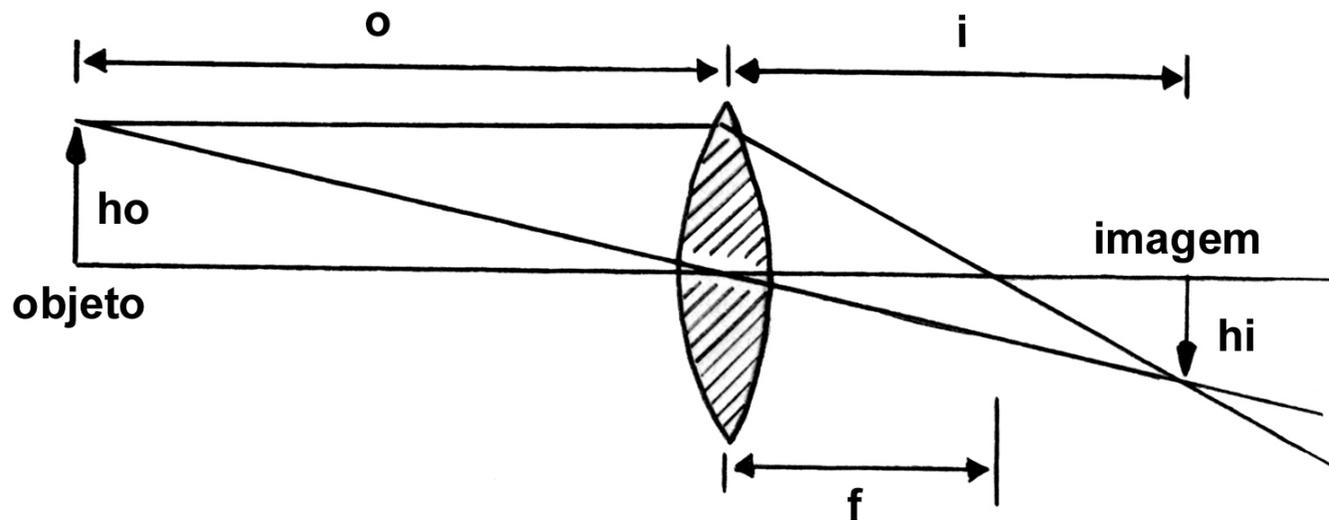
Se objeto e imagem estão em lados opostos, ambos têm o mesmo sinal (positivo). Se estão no mesmo lado, um é negativo em relação ao outro

- Objeto e imagem de uma lente
- Distância objeto ( $o$ ) é a distância entre a posição do objeto e o centro da lente
- Distância imagem ( $i$ ) é a distância entre a posição da imagem e o centro da lente



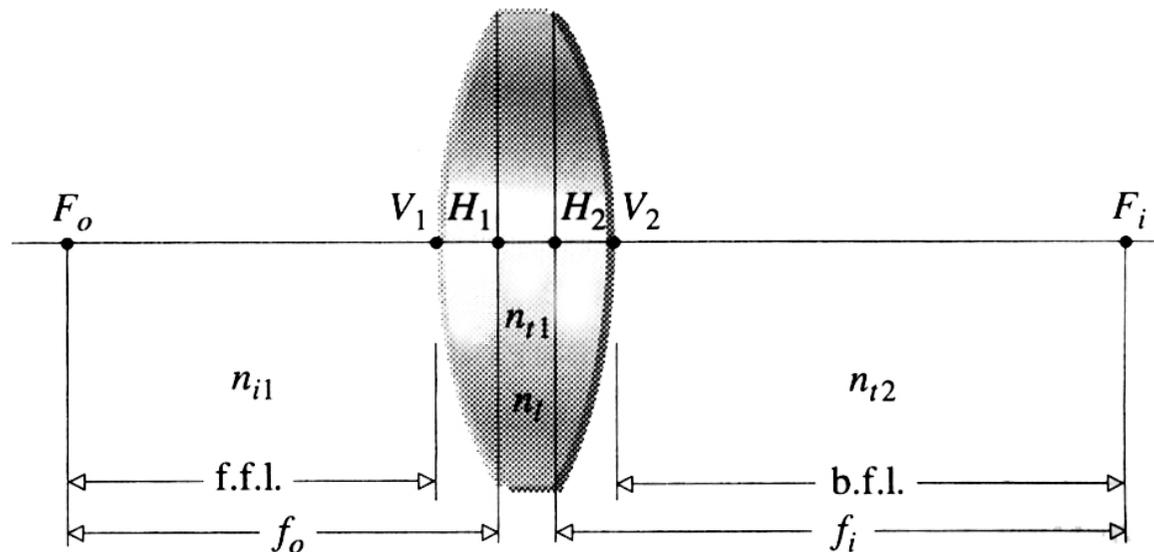
# Lentes delgadas: algumas definições

- Objeto e imagem de uma lente
- Tamanho do objeto ( $h_o$ )
- Tamanho da imagem ( $h_i$ )
- Magnificação de uma lente  $m = h_i/h_o = i/o$



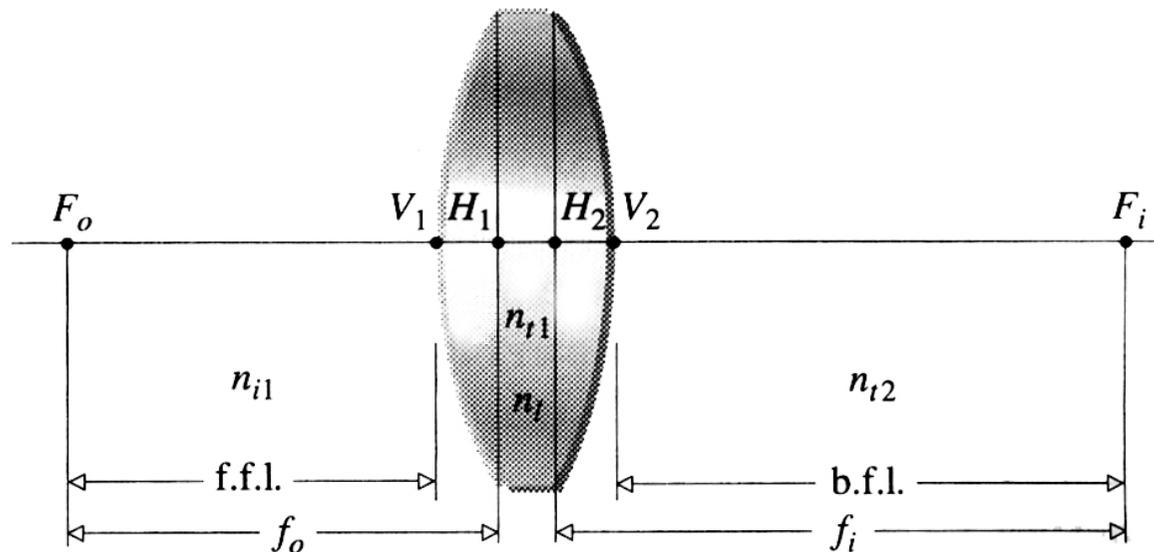
# Lentes espessas: algumas definições

- Na lente espessa muitas aproximações adotadas para lente delgada não são validas. Neste caso, tanto a espessura como a forma da superfície da lente são importantes para estabelecer as relações entre objeto e imagem.



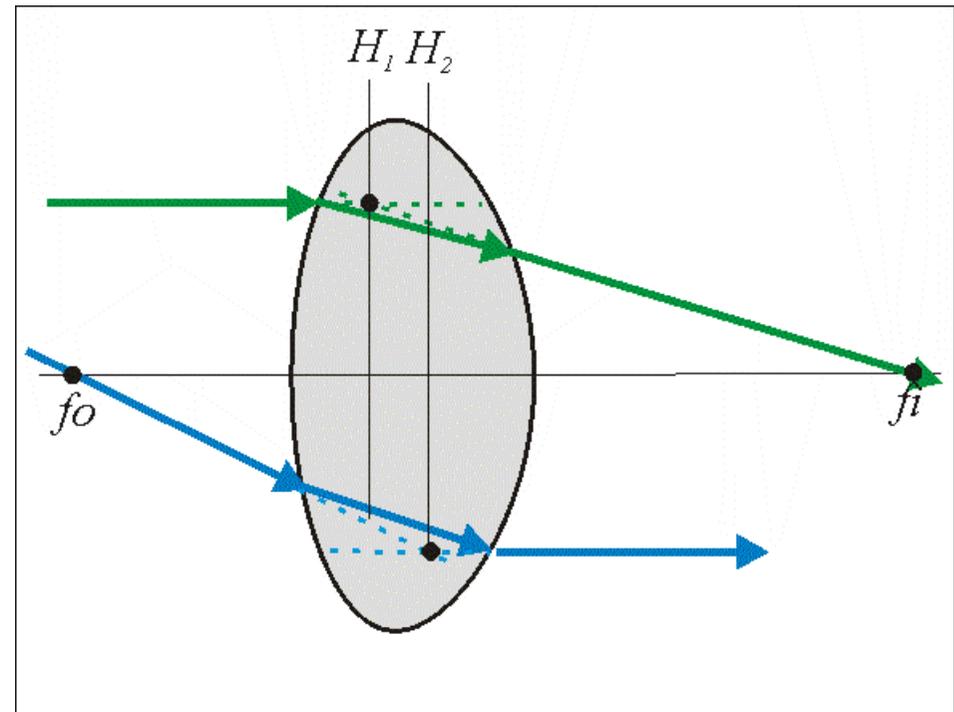
# Lentes espessas: algumas definições

- As distâncias focais dependem do lado da lente. Costuma-se ter duas distâncias focais,  $f_o$ , ou foco objeto; e  $f_i$ , ou foco imagem.
- Estas distâncias são obtidas a partir dos planos principais da lente ( $H_1$  e  $H_2$ )



# Lentes espessas: planos principais

- A determinação dos planos principais corresponde ao cruzamento das extrapolações dos raios paralelos que convergem para o foco da lente. Isso é feito para os dois focos da lente ( $f_o$  e  $f_i$ )



# Como calcular a trajetória de raios luminosos em um sistema óptico?

- O cálculo das trajetórias de raios luminosos é bastante complexo e trabalhoso
- Necessita-se saber os ângulos de incidência em cada uma das superfícies, os respectivos índices de refração e as distâncias/formas das superfícies
- Uma técnica utilizada para estes cálculos é o método matricial

# Como calcular a trajetória de raios luminosos em um sistema óptico?

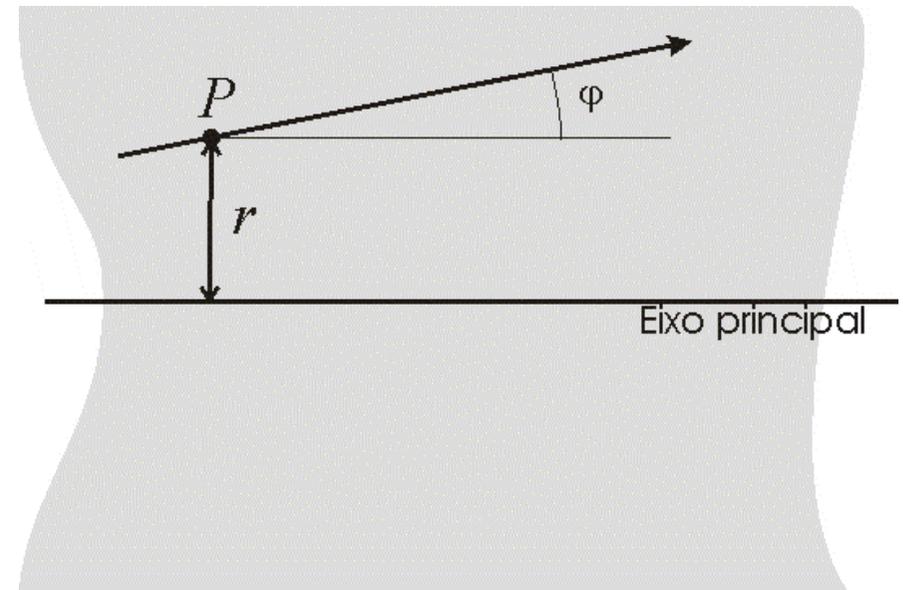
- Para aplicar o método matricial nos moldes que iremos discutir, é necessário que os raios luminosos sejam paraxiais
- Um raio paraxial é aquele que os raios incidem na lente em ângulos pequenos, de tal modo que:

$$\cos \phi \sim 1 \qquad \sin \phi \sim \phi$$

- Razoável para  $\phi < 10^\circ$

# O método matricial

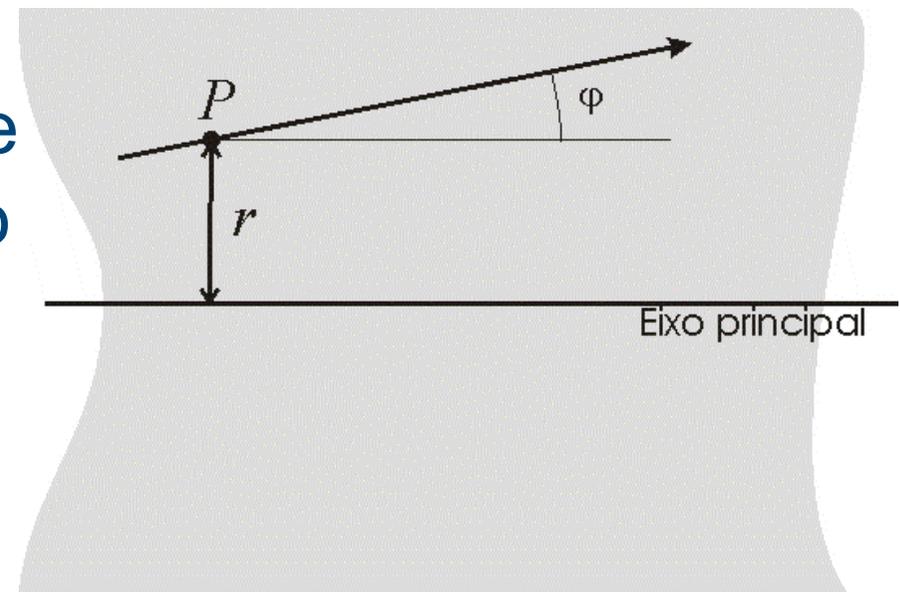
- Seja um raio luminoso  $R$  em um meio óptico qualquer. Podemos caracterizar, em qualquer ponto  $P$ , este raio luminoso pela distância ao eixo óptico principal e o ângulo com este eixo



# O método matricial

- O método matricial estabelece uma transformação entre de um ponto  $P_1$  para outro ponto  $P_2$  de um meio através de uma matriz de transformação  $M$

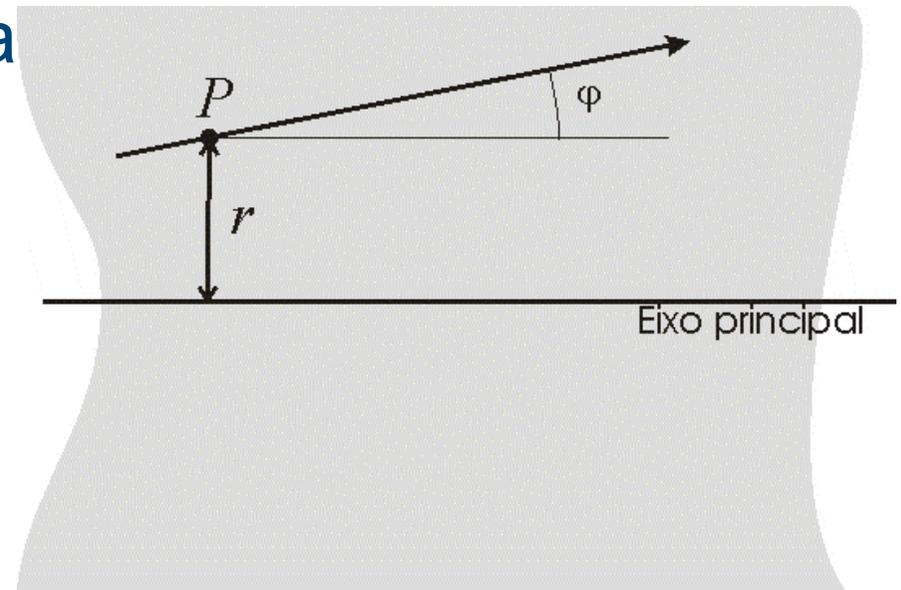
$$P_2 = M \cdot P_1$$



# O método matricial

- Os pontos  $P_1$  e  $P_2$  dependem da distância ( $r_1$  e  $r_2$ ) e dos ângulos ( $\varphi_1$  e  $\varphi_2$ ) através de:

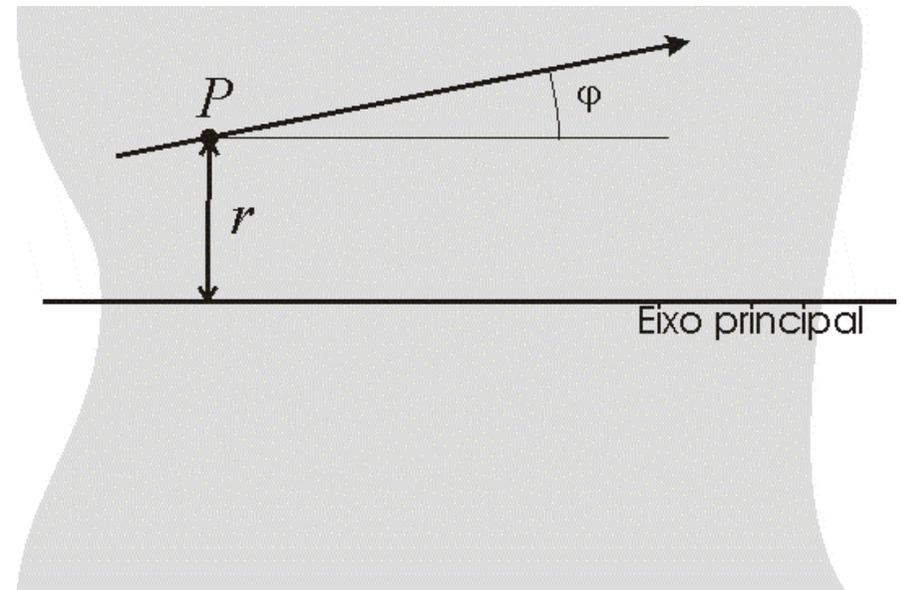
$$P_i = \begin{pmatrix} r_i \\ \varphi_i \end{pmatrix}$$



# O método matricial

- A matriz de transformação é dada por:

$$M = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}$$



# O método matricial

- Assim, a transformação de um ponto  $P_1$  para outro ponto  $P_2$  em um meio pode ser escrita como

$$P_2 = M \cdot P_1$$

$$\begin{pmatrix} r_2 \\ \varphi_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} r_1 \\ \varphi_1 \end{pmatrix} \quad \Rightarrow \quad \begin{aligned} r_2 &= Ar_1 + B\varphi_1 \\ \varphi_2 &= Cr_1 + D\varphi_1 \end{aligned}$$

# O método matricial

- A transformação inversa é feita através do inverso da matriz de transformação, ou seja:

$$P_1 = M^{-1} \cdot P_2$$

- Devido à reversibilidade de um raio luminoso, toda matriz de transformação, neste método, tem que ser inversível.

# O método matricial

- O determinante de uma matriz de transformação tem que ser unitário, ou seja

$$\det(M) = 1$$

- Isto é consequência do teorema de Liouville que diz que a área de um feixe luminoso é conservada no espaço de fase

# Propagadores em vários meios diferentes

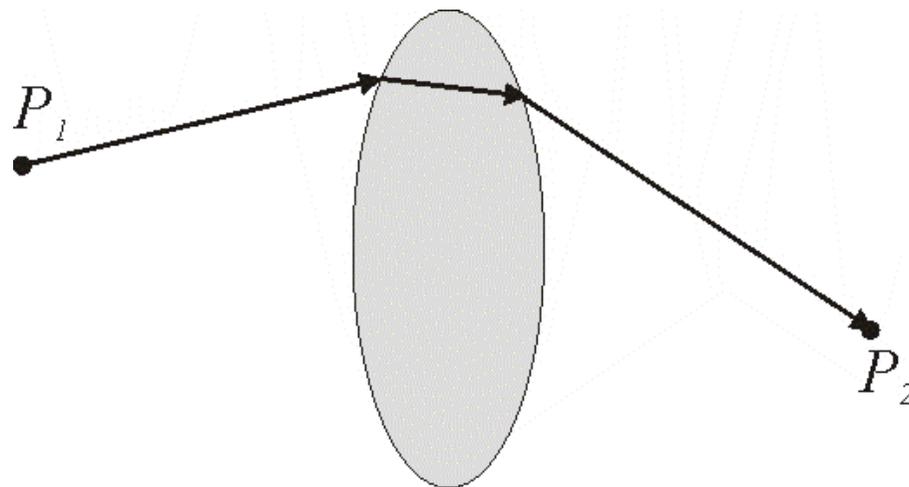
- A vantagem do método matricial é poder escrever a propagação de um raio luminoso por matrizes independentes para cada meio envolvido e combiná-las.
- Seja, por exemplo, uma propagação do ponto  $P_1$  para  $P_2$  que passa por vários meios distintos. A transformação, neste caso, é:

$$P_2 = M_n \cdot M_{n-1} \cdot \dots \cdot M_2 \cdot M_1 \cdot P_1$$

## Exemplo: lente simples

- A transformação do ponto  $P_1$  para  $P_2$  é dada por:

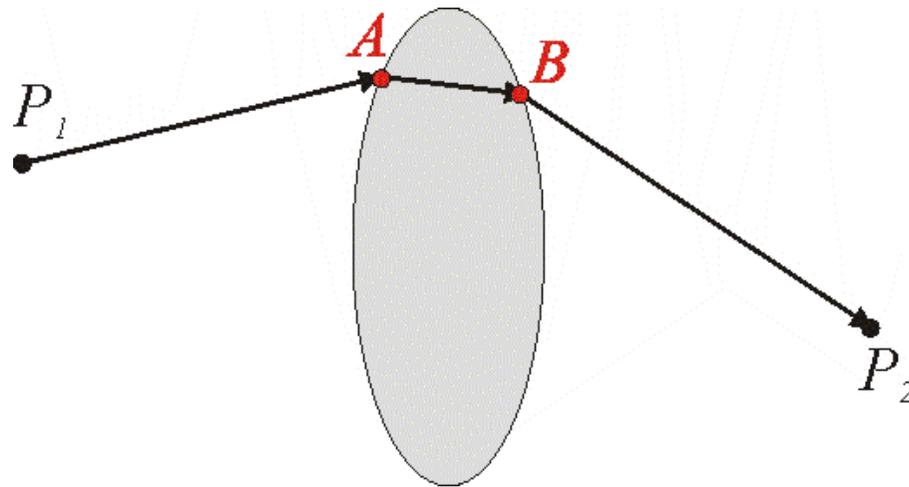
$$P_2 = M_{P_1 \rightarrow P_2} \cdot P_1$$



## Exemplo: lente simples

- A matriz de transformação  $M$  é a composição de três matrizes diferentes:

$$M_{P_1 \rightarrow P_2} = M_{B \rightarrow P_2} \cdot M_{A \rightarrow B} \cdot M_{P_1 \rightarrow A}$$



## Exemplo: lente simples

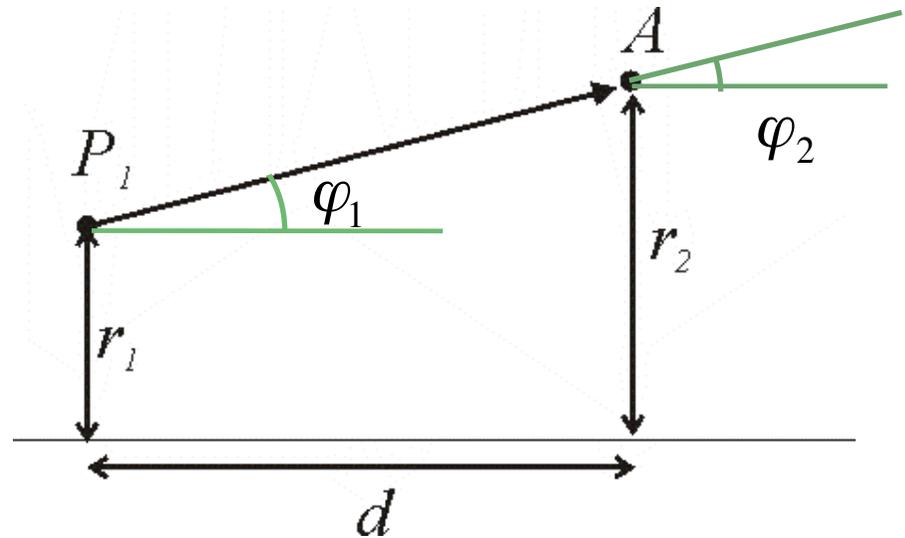
- Como fazer a matriz de propagação de  $P_1$  para  $A$ ?
  - Propagação em linha reta

$$\varphi_2 = \varphi_1$$

$$r_2 = r_1 + d \tan \varphi_1$$

$$\tan \varphi_1 \sim \varphi_1$$

$$r_2 = r_1 + d\varphi_1$$

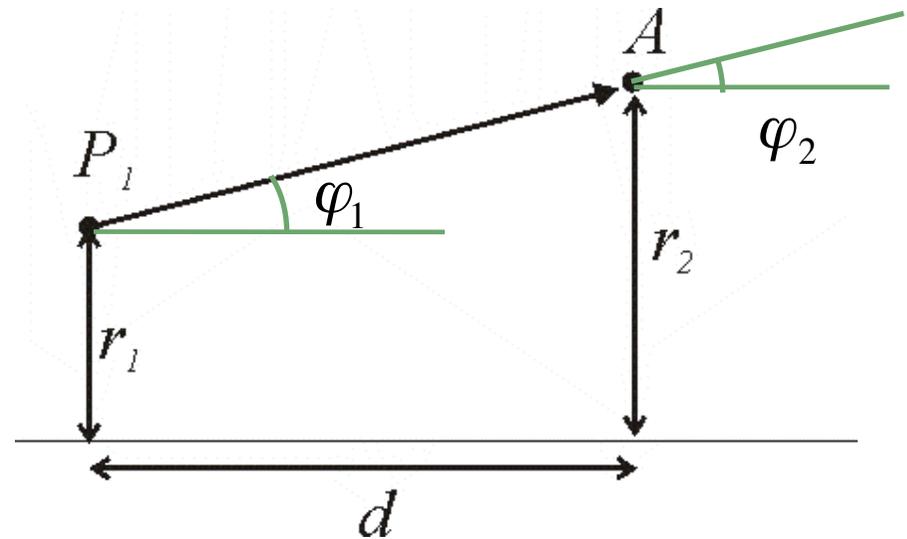


## Exemplo: lente simples

- Assim, a partir das equações  $\varphi_2 = \varphi_1$  e  $r_2 = r_1 + d\varphi_1$  podemos escrever:

$$\begin{pmatrix} r_2 \\ \varphi_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & d \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r_1 \\ \varphi_1 \end{pmatrix}$$

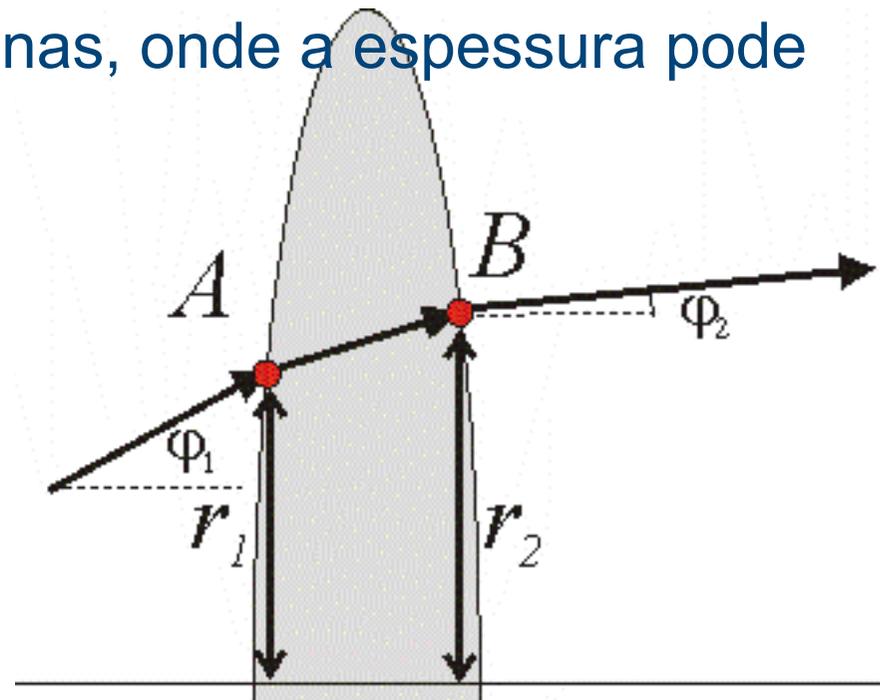
$$M = \begin{pmatrix} 1 & d \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

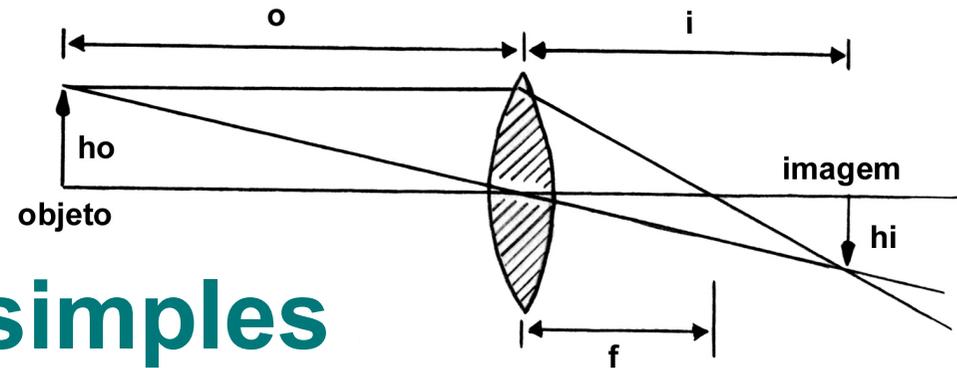


## Exemplo: lente simples

- Para a transformação dentro da lente (ver apostila de 2007, em detalhes):
  - Lentes delgadas apenas, onde a espessura pode ser desprezada

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1/f & 1 \end{pmatrix}$$





## Exemplo: lente simples

- Assim, a transformação completa para uma lente simples, delgada vale:

$$\begin{pmatrix} r_2 \\ \varphi_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & i \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1/f & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & o \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r_1 \\ \varphi_1 \end{pmatrix}$$

Transformação  
Saída da lente ( $B$ ) até  
O ponto imagem ( $i$ )

Transformação  
Dentro da lente

Transformação  
Ponto objeto ( $o$ ) até a  
lente ( $A$ )

## Exemplo: lente simples

- Assim, a transformação completa para uma lente simples, delgada vale:

$$\begin{pmatrix} r_2 \\ \varphi_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 - \frac{i}{f} & o - \frac{io}{f} + i \\ -\frac{1}{f} & 1 - \frac{o}{f} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r_1 \\ \varphi_1 \end{pmatrix}$$

## Exemplo: lente simples

$$\begin{pmatrix} r_2 \\ \varphi_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 - \frac{i}{f} & o - \frac{io}{f} + i \\ -\frac{1}{f} & 1 - \frac{o}{f} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r_1 \\ \varphi_1 \end{pmatrix}$$

- Ou seja

$$r_2 = \left(1 - \frac{i}{f}\right)r_1 + \left(o - \frac{io}{f} + i\right)\varphi_1$$

$$\varphi_2 = -\frac{1}{f}r_1 + \left(1 - \frac{o}{f}\right)\varphi_1$$

## Exemplo: lente simples

- Ou seja

$$r_2 = \left(1 - \frac{i}{f}\right)r_1 + \left(o - \frac{io}{f} + i\right)\varphi_1$$

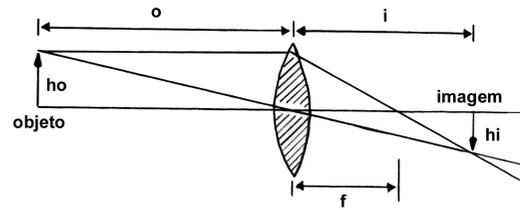
- Em uma lente delgada, qualquer raio saindo de  $r_1$  deve chegar a  $r_2$ , independente de  $\varphi_1$ , ou seja, o segundo termo da expressão acima tem que ser nulo

## Exemplo: lente simples

- Ou seja

$$\left( o - \frac{io}{f} + i \right) \varphi_1 = 0 \quad \boxed{\frac{1}{f} = \frac{1}{i} + \frac{1}{o}}$$

- Equação de Gauss para lentes delgadas
- O método matricial é muito útil para resolver associação de lentes e lentes espessas (ver apostila)



$$M_{\text{delgada}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1/f & 1 \end{pmatrix}$$

## caso da lente espessa...

$P_i$  é a potência da superfície  $i$ ,

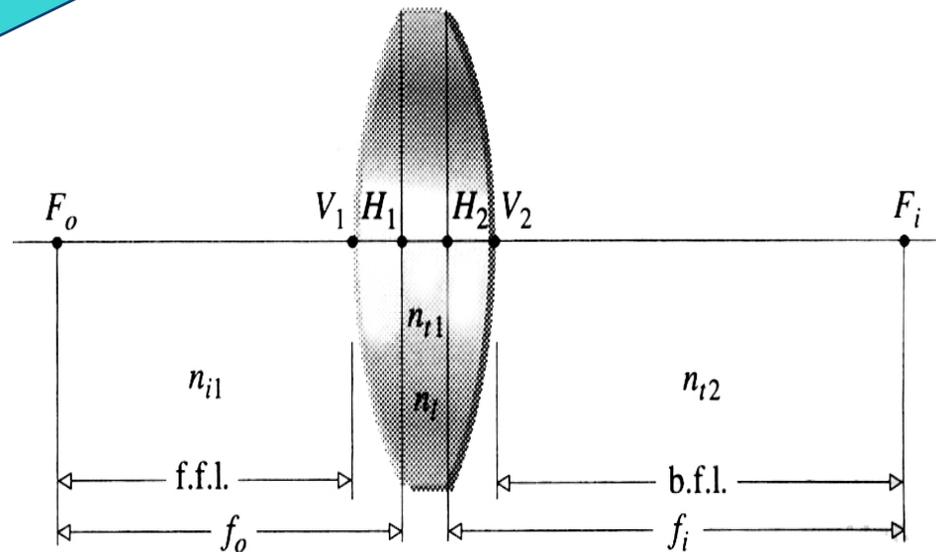
$$P_i = \frac{n - 1}{R_i}$$

caso, a matriz de propagação é mais complexa, porém pode ser demonstrada (ver apostila de 2007) e

$t$  é a espessura da lente

$$M = \begin{pmatrix} 1 - \frac{tP_1}{n} & \frac{t}{n} \\ \frac{t}{n} P_1 P_2 - P_1 - P_2 & 1 - \frac{tP_2}{n} \end{pmatrix}$$

$-1/f$  fornece o foco médio da lente



## No caso da lente espessa...

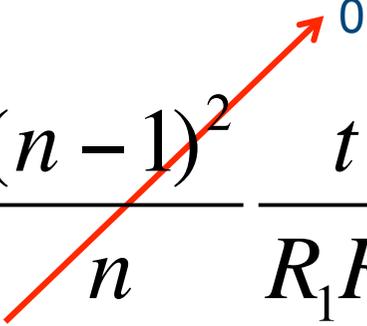
- Uma consequência desta matriz de transformação é que:

$$\frac{1}{f} = (n - 1) \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) + \frac{(n - 1)^2}{n} \frac{t}{R_1 R_2}$$

- Denominada equação do fabricante de lentes

## No caso da lente espessa...

- Caso a espessura seja desprezível (lentes delgadas), podemos fazer que

$$\frac{1}{f} = (n - 1) \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) + \frac{(n - 1)^2}{n} \frac{t}{R_1 R_2}$$


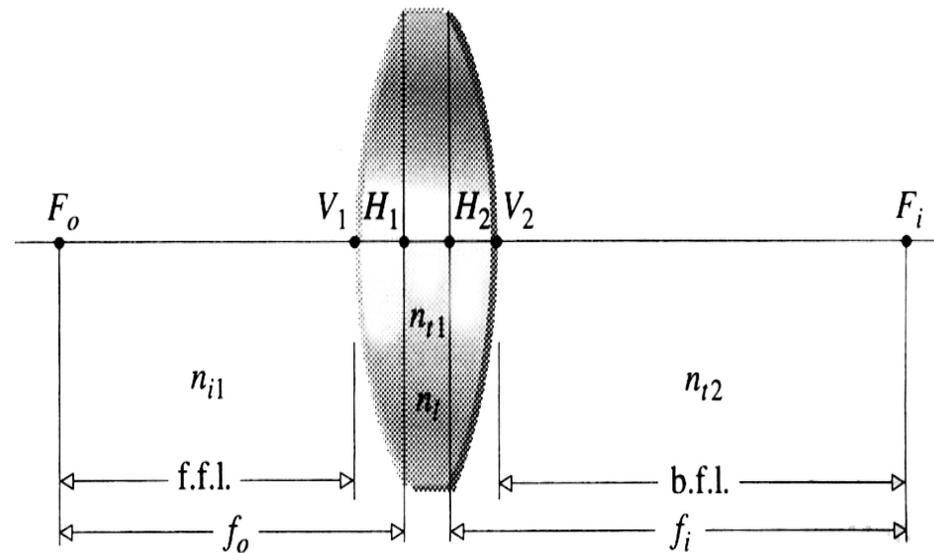
$$\frac{1}{f} = (n - 1) \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

## No caso da lente espessa...

- E que os planos principais da lente são dados por:

$$H_1 = \frac{t}{n \left( 1 + \frac{P_1}{P_2} - t \frac{P_1}{n} \right)}$$

$$H_2 = \frac{t}{n \left( 1 + \frac{P_2}{P_1} - t \frac{P_2}{n} \right)}$$



# Objetivos da semana

- Medir a distância focal de uma lente convergente com a maior precisão possível
  - Justifique o arranjo experimental utilizando simulações com o RayTrace.
- Você pode garantir que a aproximação de lente delgada é válida para esta lente? Quais os critérios utilizados?
  - DICA: observe as equações que relacionam o foco da lente com os seus parâmetros geométricos.
  - Há dispositivos para medidas de raios de curvatura do laboratório. Use com cuidado! Só há um disponível.
- Simule a lente real (lente espessa) no RayTrace.

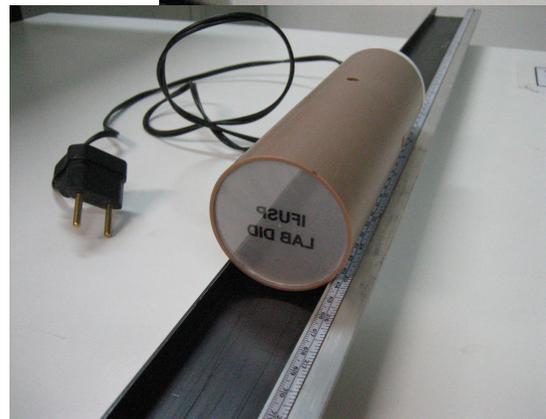
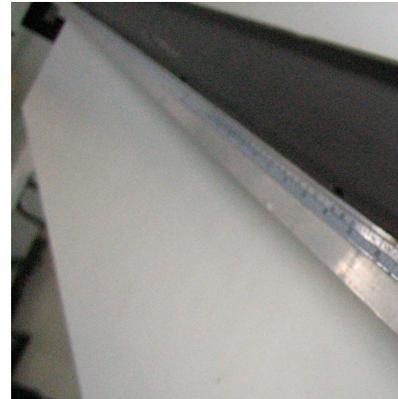
# Objetivos da semana

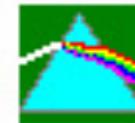
- Medir a distância focal de uma lente divergente com a maior precisão possível
  - Justifique o arranjo experimental utilizando simulações com o RayTrace.
  - DICA: é necessário fazer uma associação com a lente convergente. Porque?
- Qual a distância focal equivalente desta associação de lentes?
  - DICA: Simule no RayTrace e identifique as posições dos planos principais e encontre a distância focal da associação.

# Objetivos da semana

- Materiais a disposição:

- Bancada óptica milimetrada
- Lentes diversas
- Objetos luminosos
- Anteparos
- Lasers, etc.





Raytrace

# Ray Trace

