

**Física Experimental IV - 9ª aula**  
**<http://www.dfn.if.usp.br/~suaide/>**

***Alexandre Suaide***

Ed. Oscar Sala

sala 246

ramal 7072

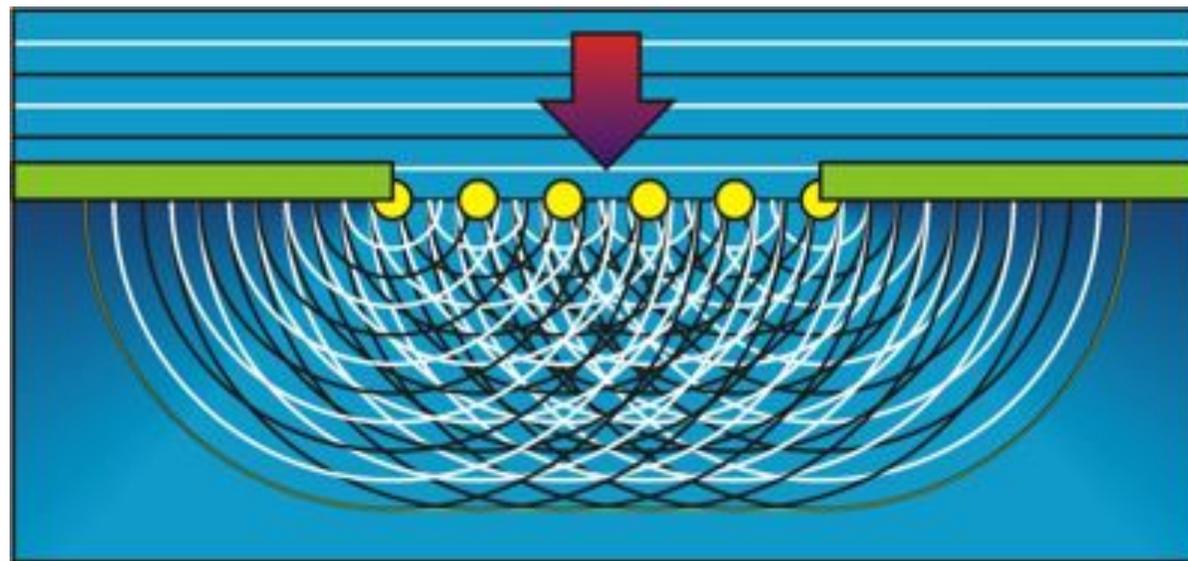
# Experiência II

## Óptica Geométrica e Física

- Objetivos – Estudar alguns fenômenos de óptica física e geométrica
  - Estudo de lentes simples, sistemas de lentes e construção de imagens
  - Interferência e difração
  - Computador óptico
    - Análise de Fourier bi-dimensional
    - Processamento de imagens

# Explicando o fenômeno de difração

- Princípio de Huygens-Fresnel
  - Cada ponto de uma frente de onda (não obstruído) funciona como uma fonte emissora puntiforme esférica
  - A onda resultante consiste da superposição de todas as ondas esférica, levando em consideração a fase entre elas



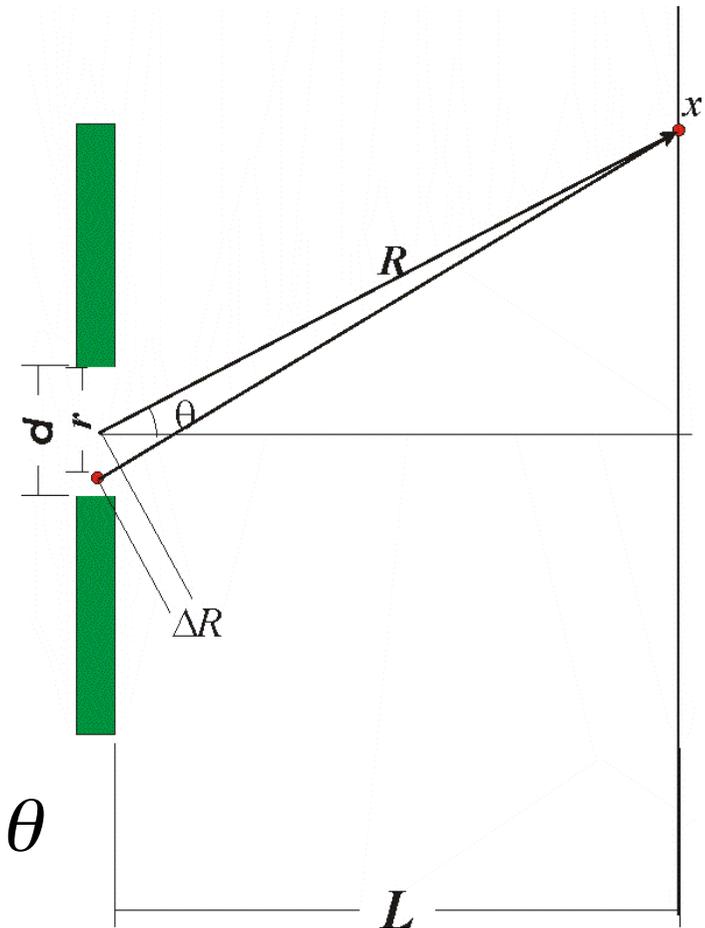
# O estudo de uma fenda simples

- O campo elétrico total é, neste caso

$$\vec{E}(x) = \int_{-d/2}^{d/2} \vec{E}(r) dr$$

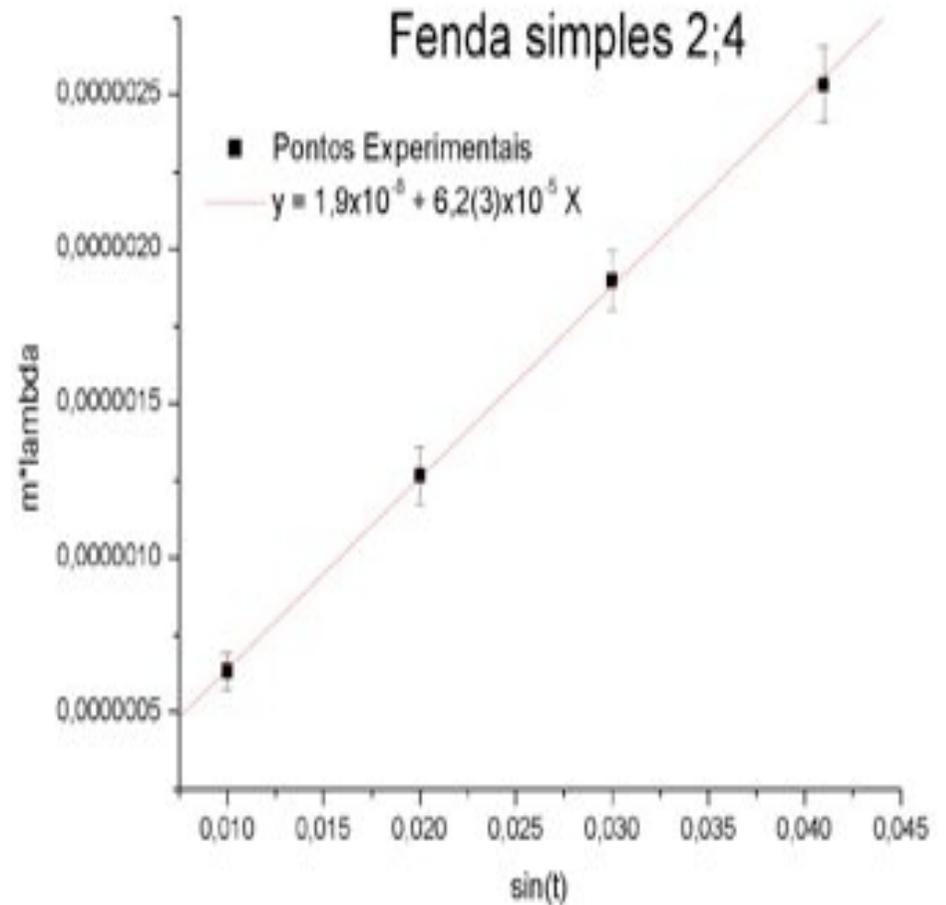
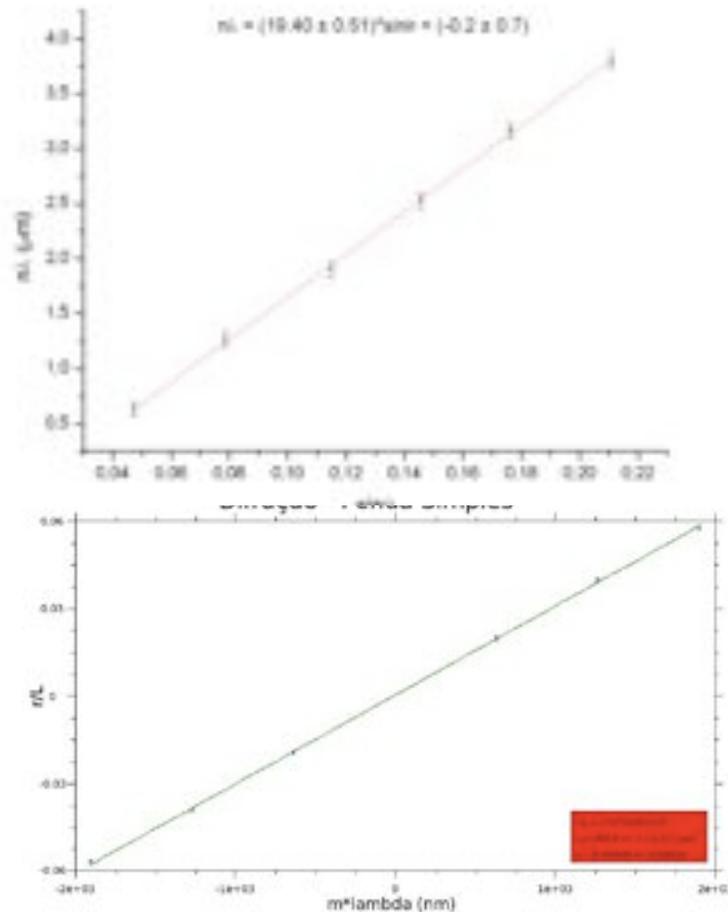
- A intensidade luminosa é proporcional ao campo elétrico ao quadrado. Assim, podemos escrever que, para grandes distâncias ( $L \gg d$ )
  - Região de Fraunhofer

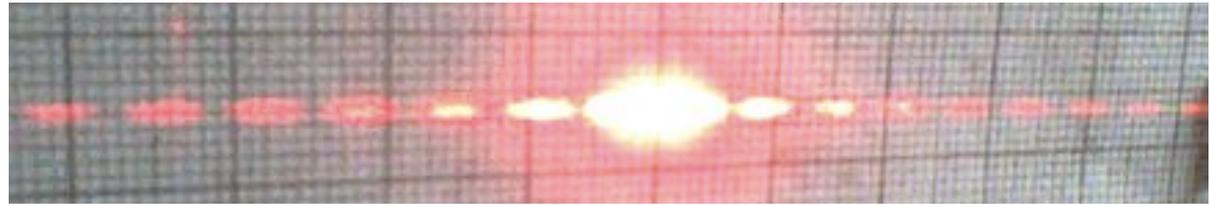
$$I = I_0 \left( \frac{\sin \beta}{\beta} \right)^2 \quad \text{com} \quad \beta = \pi \frac{d}{\lambda} \sin \theta$$





# Fenda Simples $d \sin \theta = \pm n\lambda$





# Fenda Simples $d \sin \theta = \pm n \lambda$

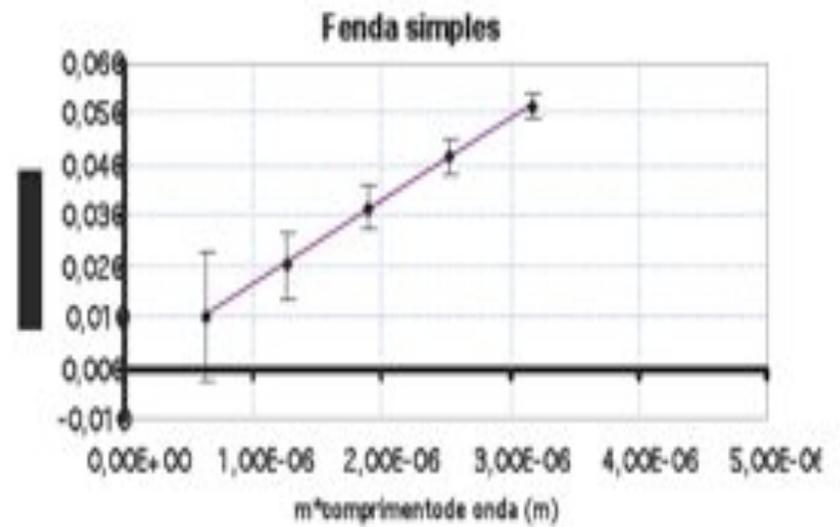
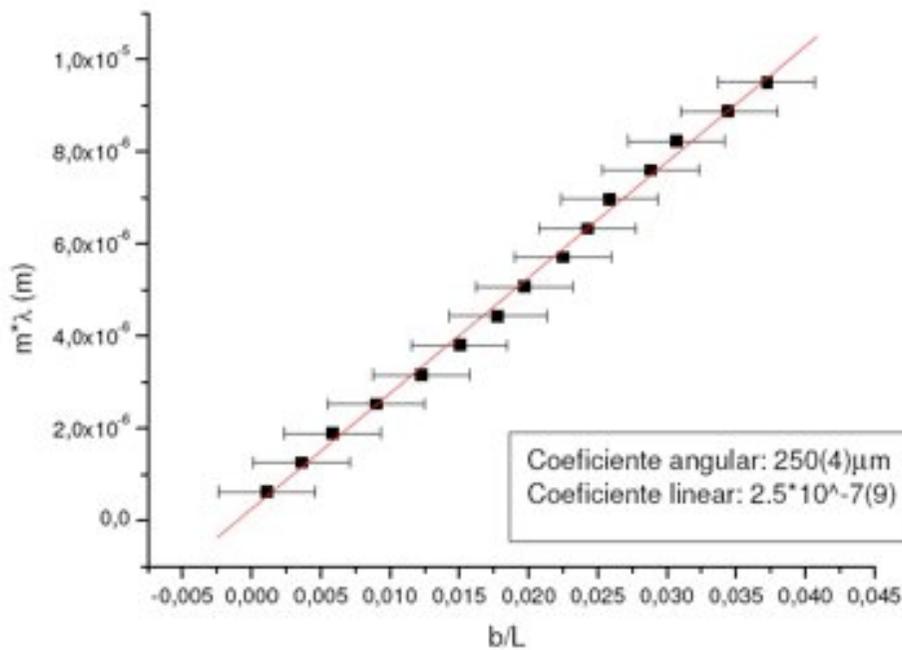
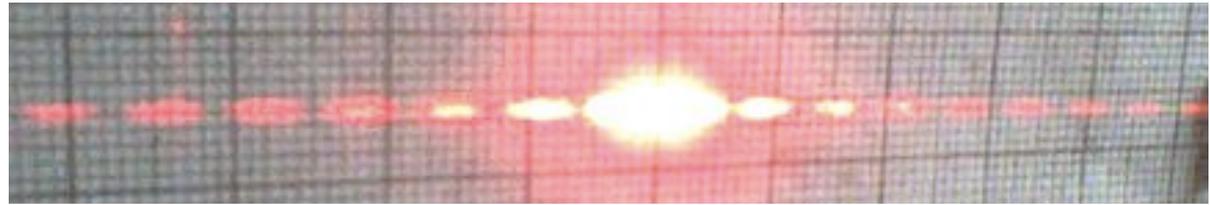
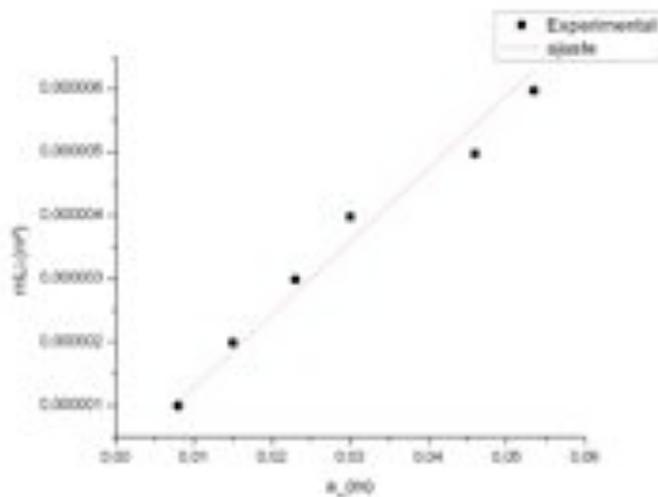


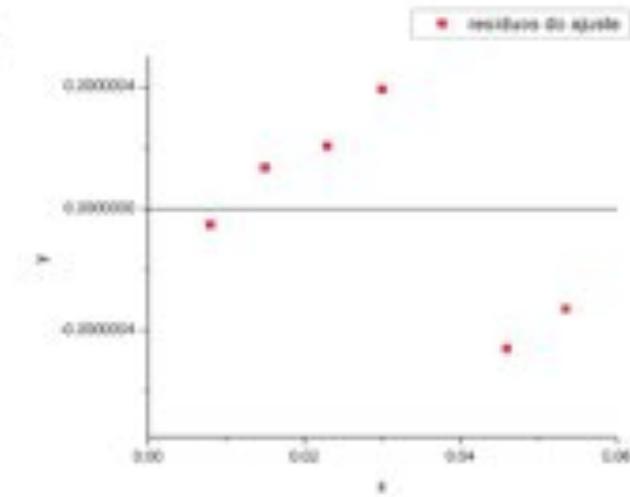
Gráfico 1. Relação entre  $\sin \theta$  e  $(m \lambda)$  para a fenda simples.



# Fenda Simples $d \sin \theta = \pm n\lambda$



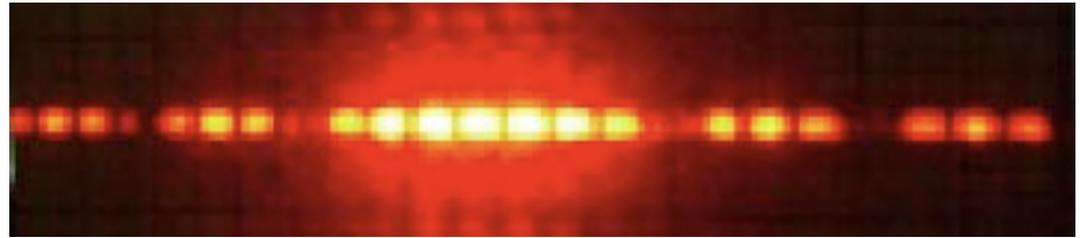
(a) Ajuste.



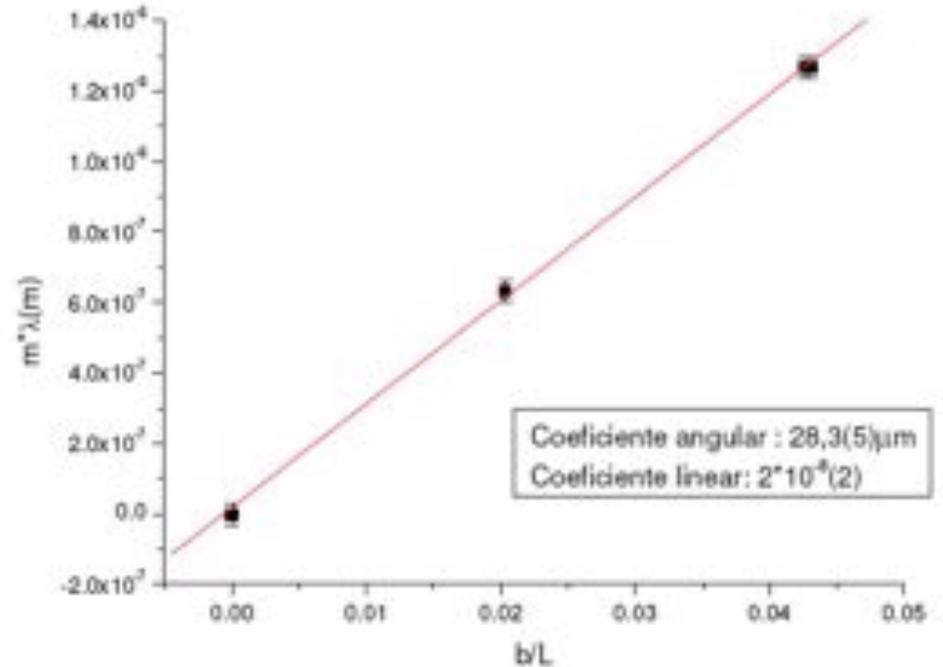
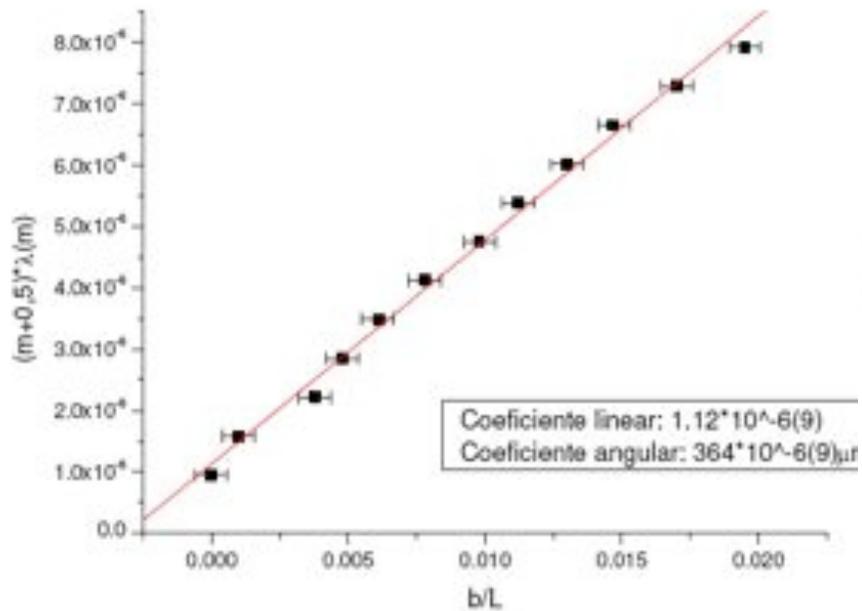
(b) Resíduos.

Os resíduos distribuem-se de forma mais ou menos aleatória em torno do zero, indicando uma boa adequação do ajuste. O coeficiente angular da reta corresponde à largura da fenda

# Fenda dupla



$$a \sin \theta = (m + 0,5)\lambda = ab / L$$



# Fenda dupla

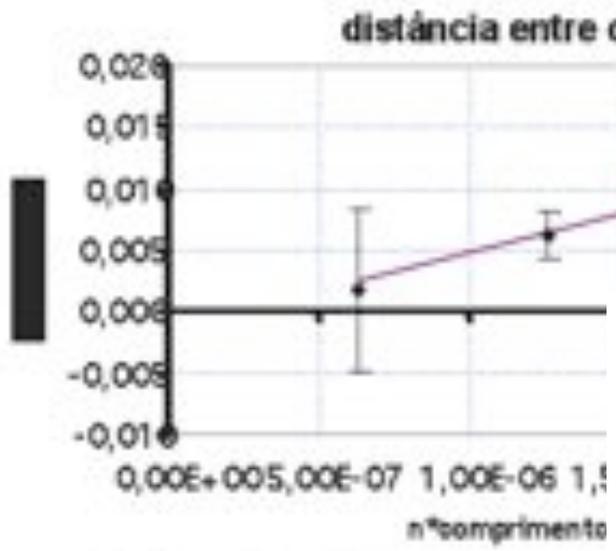
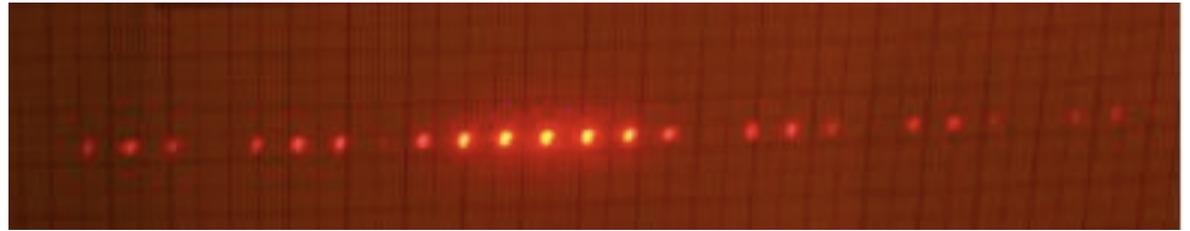


Gráfico 4- Relação entre  $\text{sen}\theta$

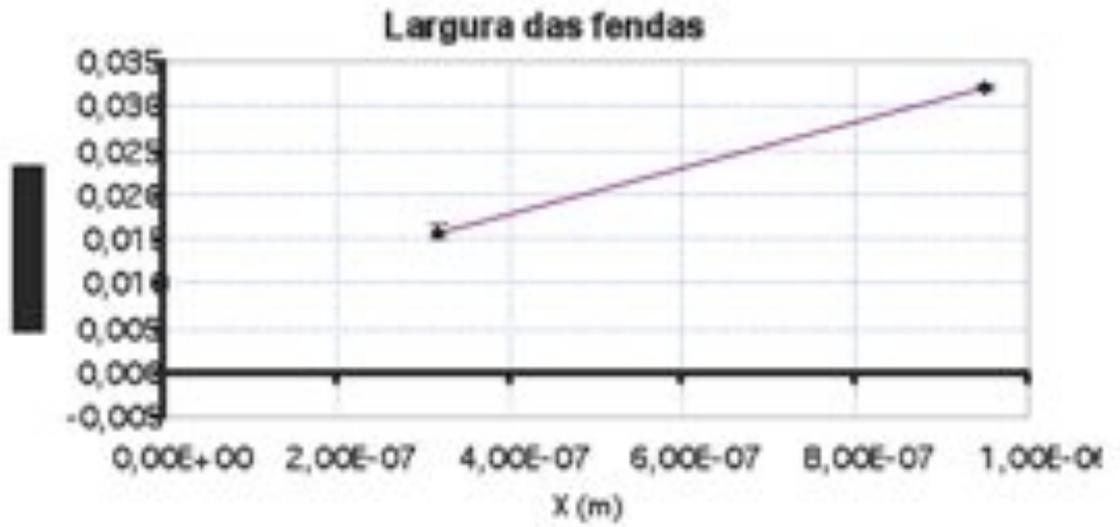
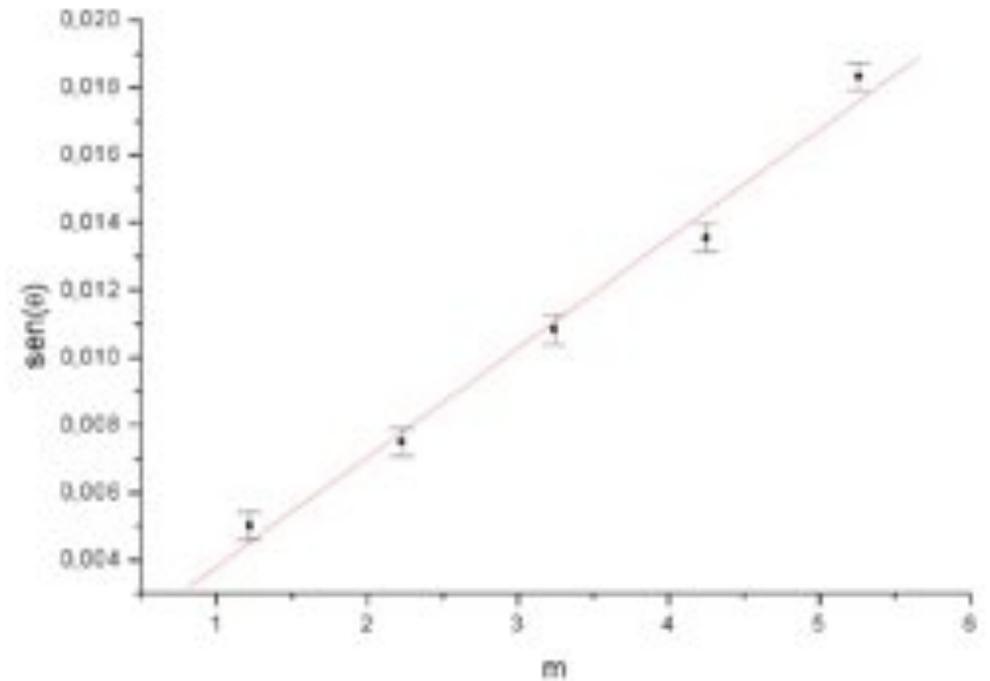
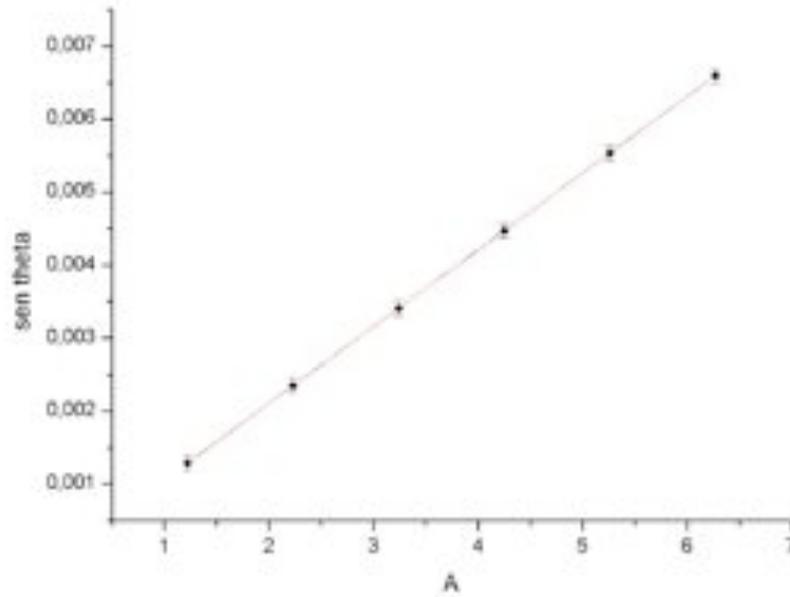
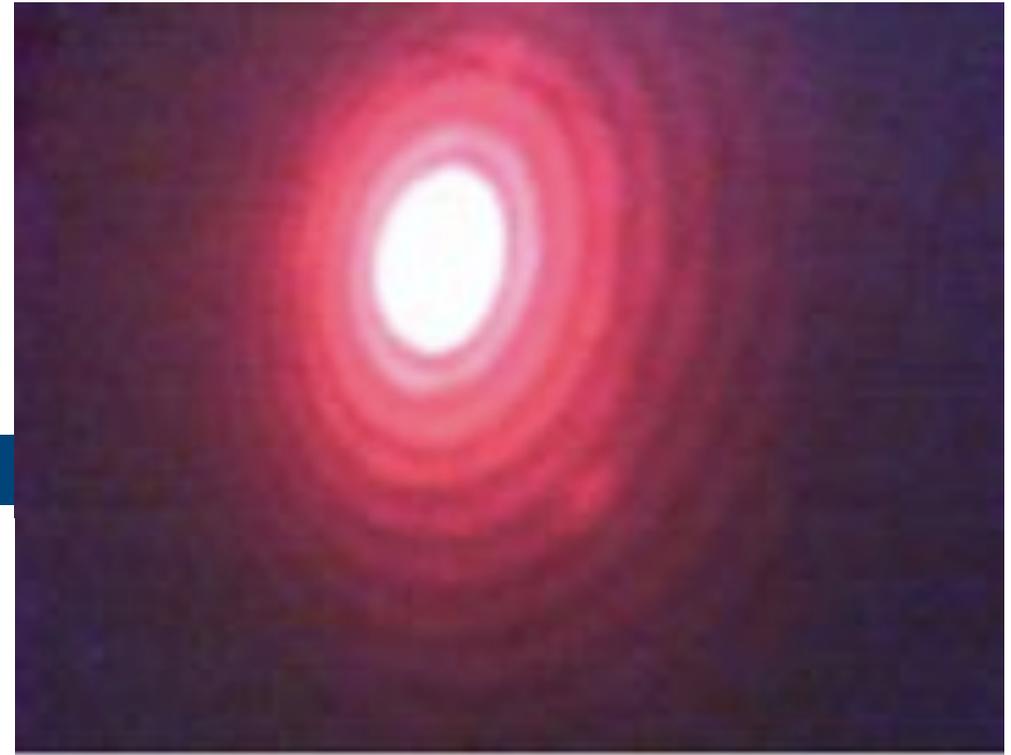
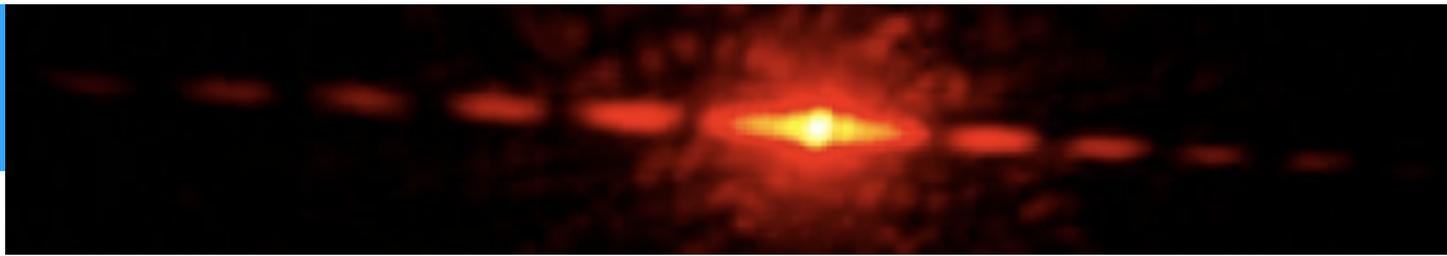


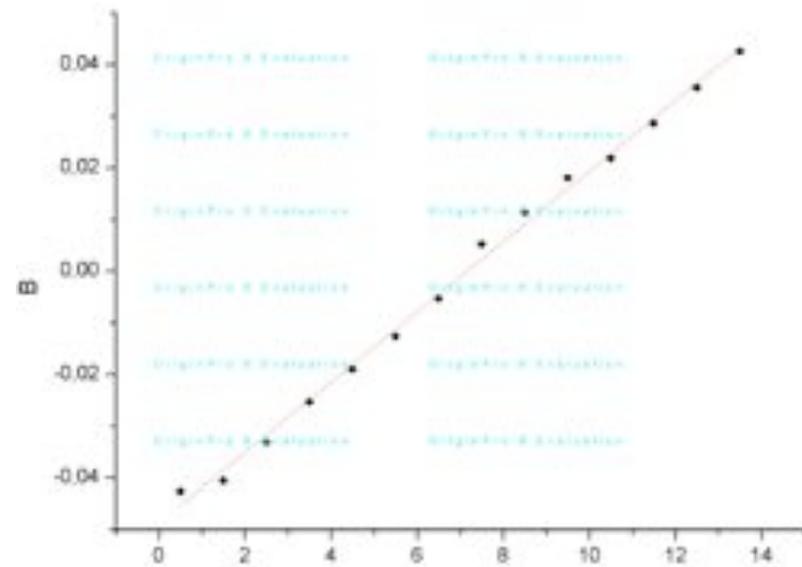
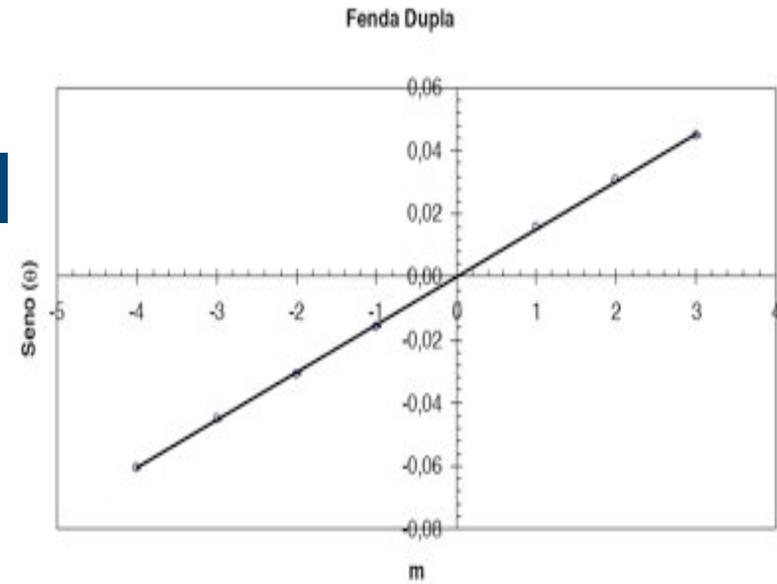
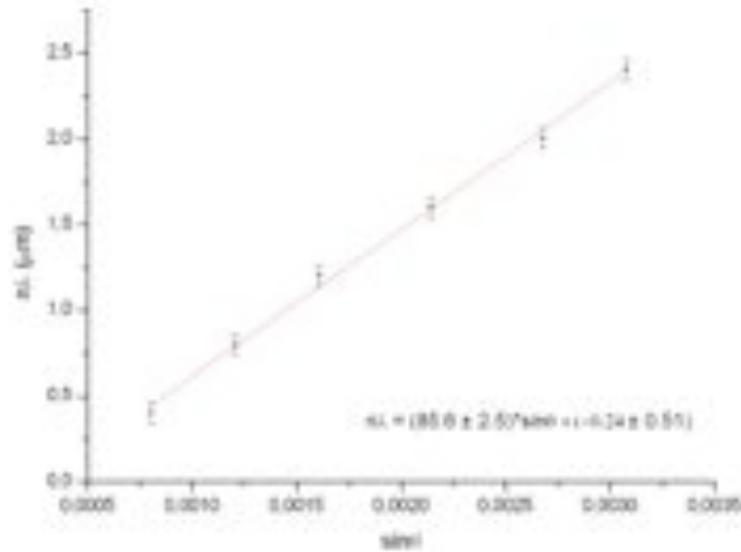
Gráfico 5- Relação entre  $\text{sen}\theta$  e  $X = \{ (2n+1) \cdot \lambda/2 \}$  para a fenda dupla

# Orifício circular





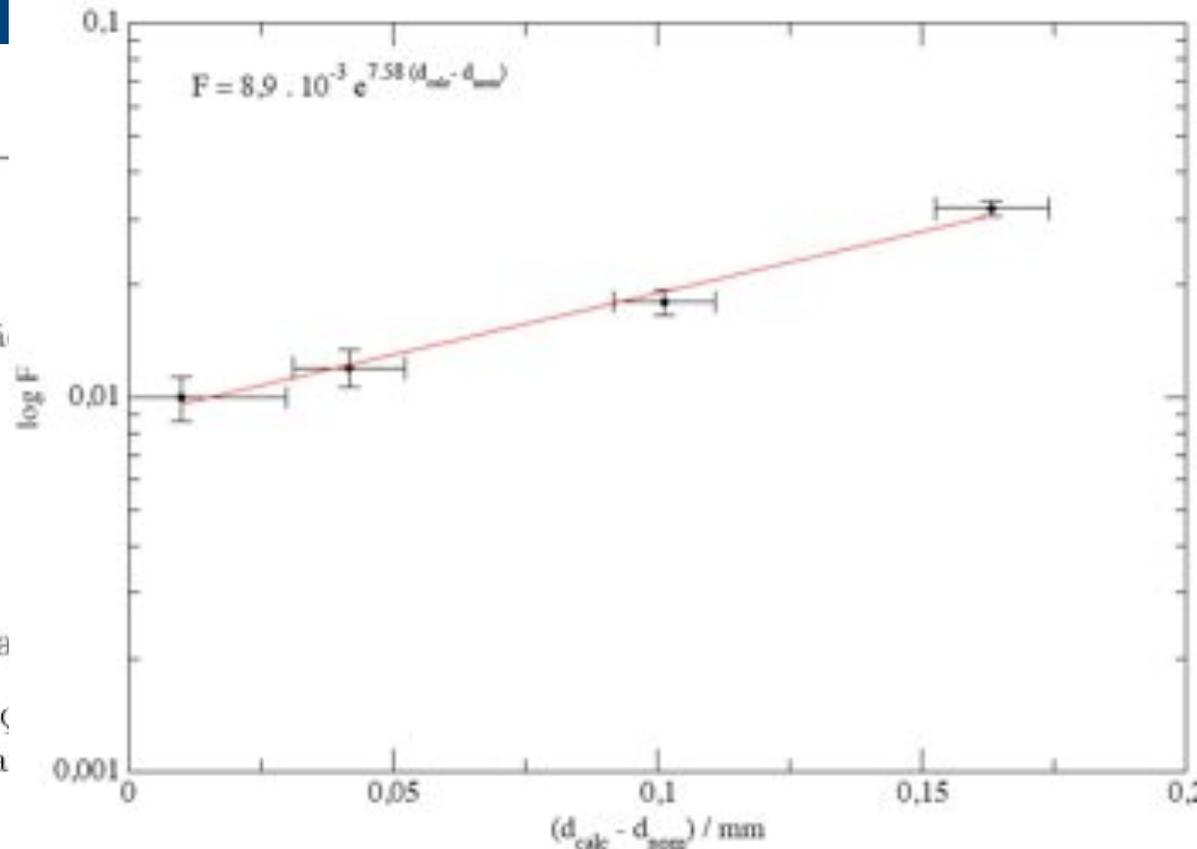
# Fio de cabelo



Se  $F \sim 1$ , a difração é considerada de Fresnel;  
 se  $F \ll 1$ , a difração é considerada de Fraunhofer.

# Número de Fresnel

$$F = \frac{d^2}{\lambda L}$$



Fenda simples  
 Fenda circular  
 Fio de cabelo  
 Fenda dupla

Tabela 1: Comparação

Andre Suaide, Lab

Se  $F \sim 1$ , a difração é considerada de Fresnel; se  $F \ll 1$ , a difração é considerada de Fraunhofer. Calculou-se o número de Fresnel para cada caso estudado. Para cada caso, a aproximação é considerada válida.

Contudo, o erro sistemático indicado anteriormente pode estar relacionado a esta aproximação, visto que quanto maior o valor de  $F$ , maior a diferença entre o valor calculado e o nominal (gráfico 4). A princípio não há modelo que relacione as grandezas entre si, mas este resultado sugere que o fenômeno seja investigado.

## Princípio de Heisenberg

Vale notar que o fenômeno estudado neste experimento é uma evidência clara do princípio da incerteza de Heisenberg. Uma vez que a fenda tem dimensões muito pequenas quando comparada com as distâncias envolvidas no problema, sabemos com alta precisão na direção horizontal, por onde a luz passou. Assim, não podemos dizer muito a respeito de seu momento. A precisão alta da posição da luz faz com que a direção de seu momento seja muito imprecisa e há esse espalhamento na direção horizontal. Afinal, pelo princípio de Heisenberg temos:

$$\Delta x \Delta p = \frac{\hbar}{2} \quad (3)$$

Assim, na direção perpendicular à propagação da luz temos bom conhecimento de onde a luz passou, porém tem-se pouco conhecimento da direção dela e assim o laser abre um leque horizontal muito maior do que comparado a figura formada quando a fenda é muito maior.

$$\Delta x = d \text{ (tamanho da fenda)} \quad p = \hbar k \Rightarrow \hbar = \frac{p}{k}$$
$$\left. \begin{array}{l} \Delta x \Delta p > \hbar/2 \\ d \Delta p > p/2k \\ k = 2\pi/\lambda \end{array} \right\} d \frac{\Delta p}{p} > \lambda/4\pi \Rightarrow d \sin \theta > \lambda/4\pi$$

# Generalizando a difração de Fraunhofer

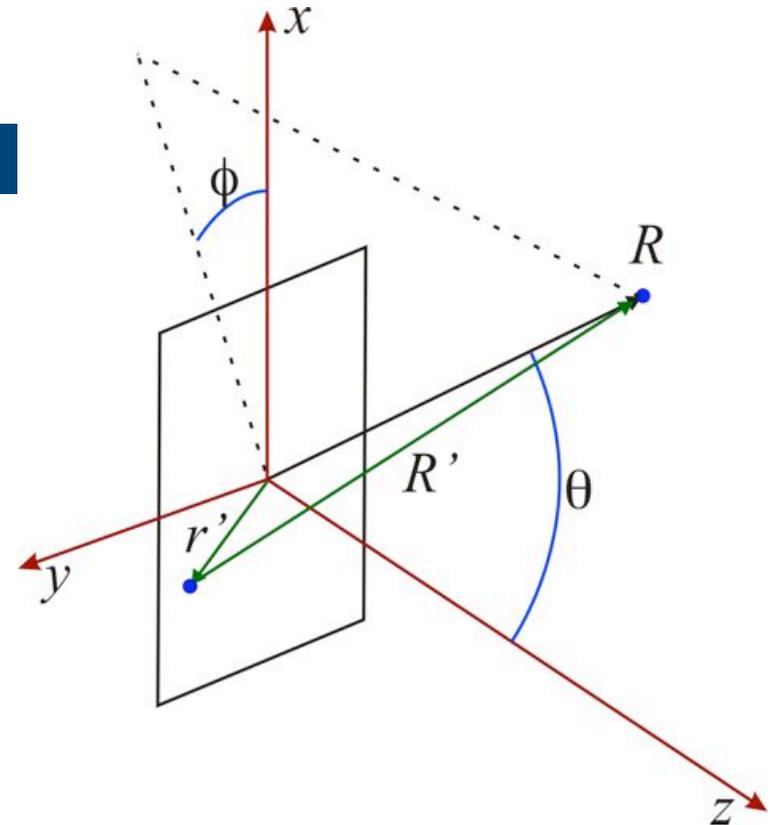
- Formalismo complexo para campo elétrico

$$\hat{E} = E_0 e^{j(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)}$$

por simplicidade

$$\hat{E} = E_0 e^{j\vec{k} \cdot \vec{r}}$$

- Qual o campo elétrico no ponto R?



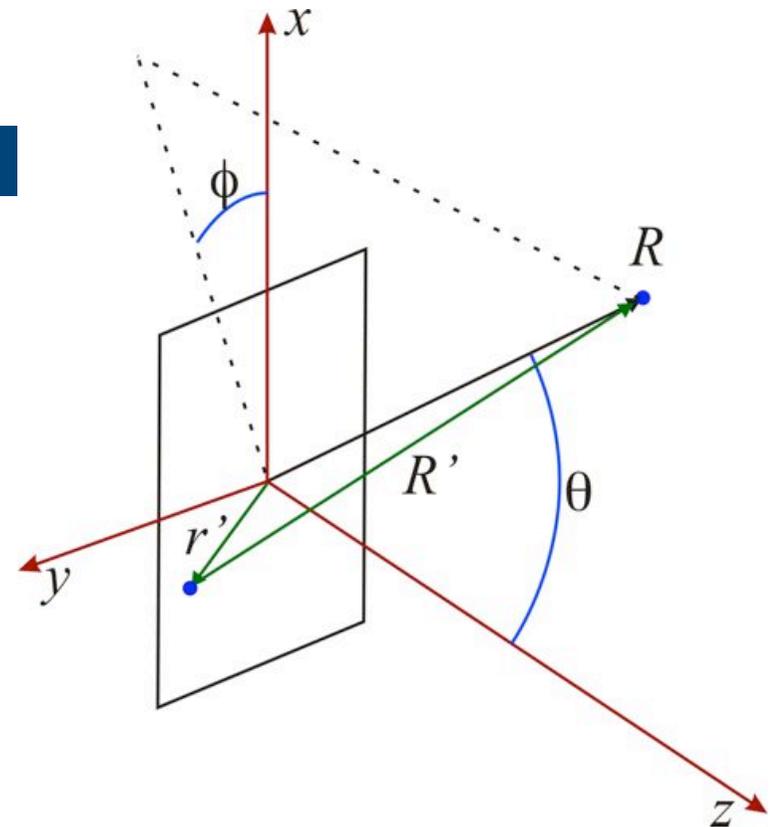
# Generalizando a difração de Fraunhofer

- Na posição R, o campo devido ao ponto em  $r'$  vale:

$$\hat{E}_{r'}(\vec{R}) = \frac{E_0(r')}{R'} e^{j\vec{k} \cdot \vec{R}'}$$

- O campo total é dado por:

$$\hat{E}(\vec{R}) = \int \frac{E_0(r')}{R'} e^{j\vec{k} \cdot \vec{R}'} dx dy$$



# Generalizando a difração de Fraunhofer

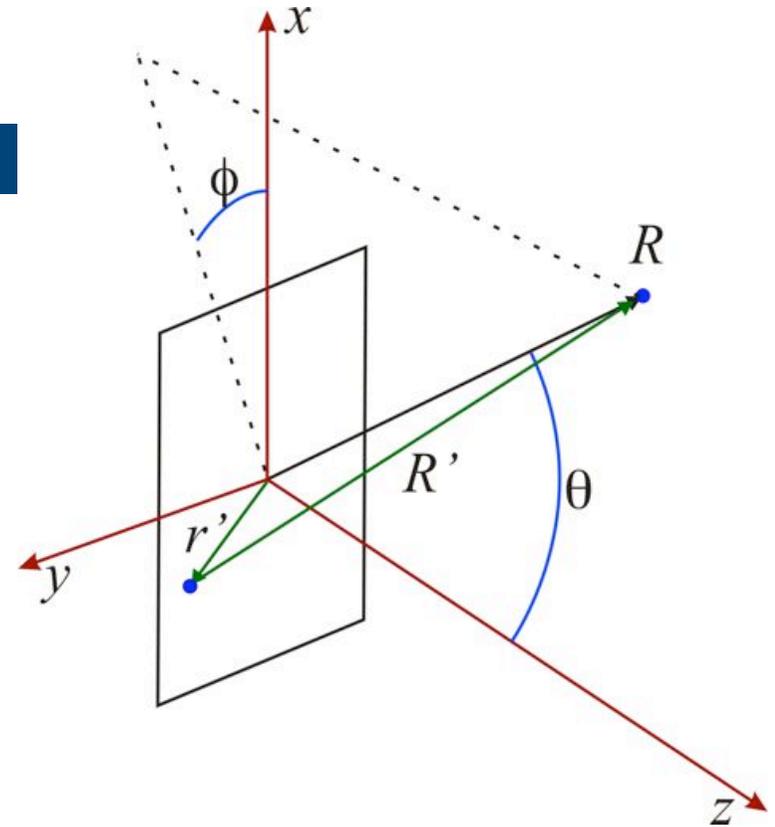
- Mas sabemos que

$$\vec{k} = k\hat{r} \quad \vec{R}' = \vec{R} - \vec{r} = R\hat{r} - \vec{r}'$$

- Assim:

$$\hat{E}(\vec{R}) = \int \frac{E_0(r')}{R'} e^{j(kR - \vec{k} \cdot \vec{r}')} dx dy$$

$$\hat{E}(\vec{R}) = e^{jkR} \int \frac{E_0(r')}{R'} e^{-j\vec{k} \cdot \vec{r}'} dx dy$$



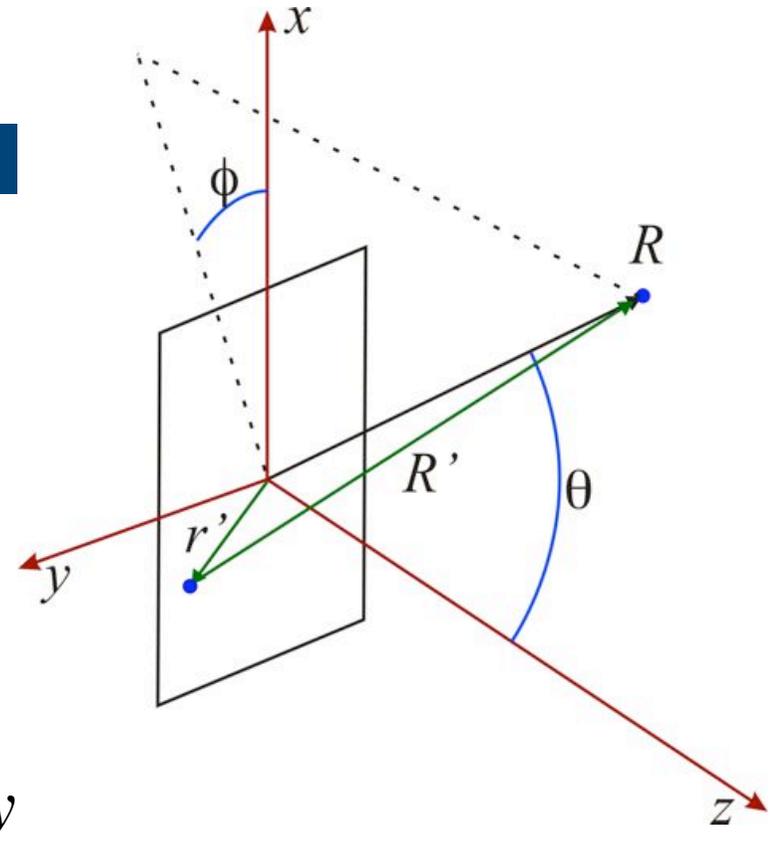
# Generalizando a difração de Fraunhofer

- Na condição de Fraunhofer

$$R' = R \text{ (módulo)}$$

- Assim:

$$\hat{E}(\vec{R}) = \frac{e^{jkR}}{R} \int E_0(r') e^{-j\vec{k} \cdot \vec{r}'} dx dy$$



# Generalizando a difração de Fraunhofer

- Quem é  $\vec{k} \cdot \vec{r}'$  ?

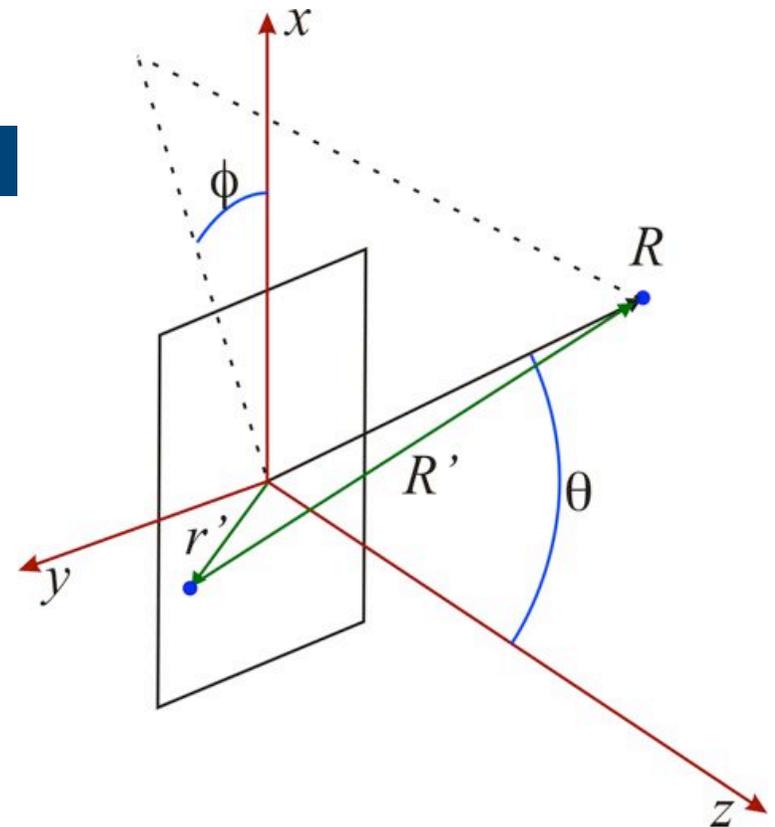
$$\vec{r}' = x\hat{x} + y\hat{y}$$

$$\vec{k} = k\hat{r} = (k \sin \theta \cos \phi)\hat{x} + (k \sin \theta \sin \phi)\hat{y} + (k \cos \theta)\hat{z}$$

- Assim:

$$\vec{k} \cdot \vec{r}' = k \sin \theta \cos \phi x + k \sin \theta \sin \phi y$$

- Definindo  $\begin{cases} k_x = k \sin \theta \cos \phi \\ k_y = k \sin \theta \sin \phi \end{cases}$



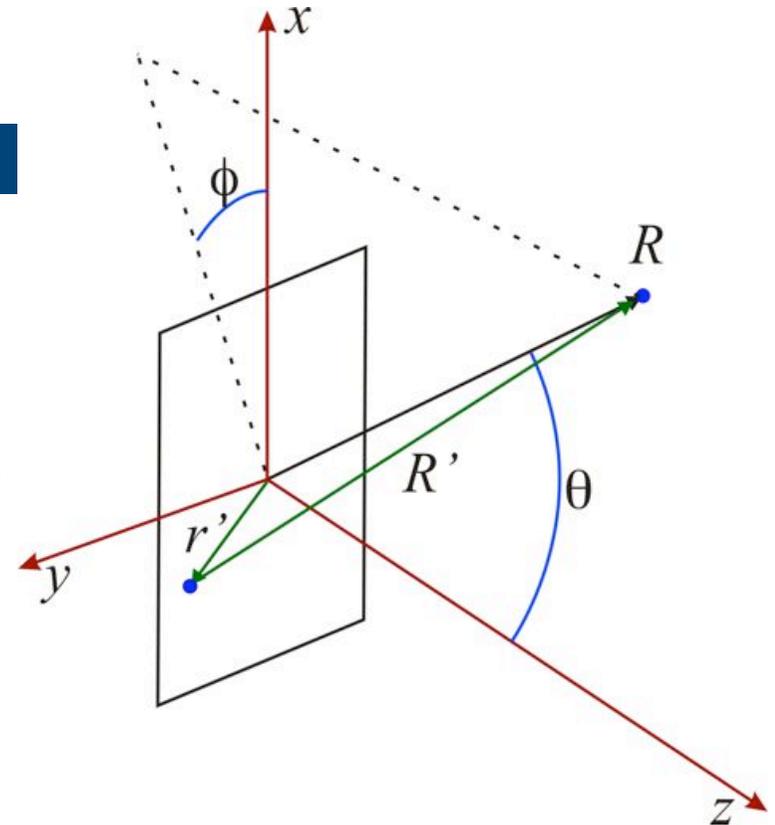
# Generalizando a difração de Fraunhofer

- A expressão para o campo

$$\hat{E}(\vec{R}) = \frac{e^{jkR}}{R} \int E_0(r') e^{-j\vec{k} \cdot \vec{r}'} dx dy$$

- Torna-se:

$$\hat{E}(\vec{R}) = \frac{e^{jkR}}{R} \int E_0(x, y) e^{-j(k_x x + k_y y)} dx dy$$

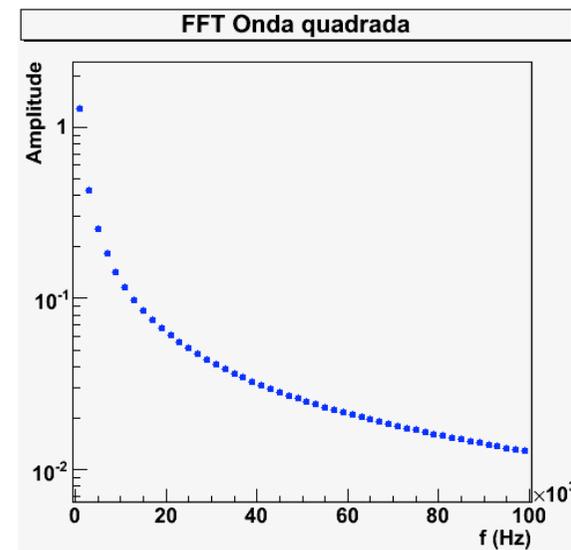
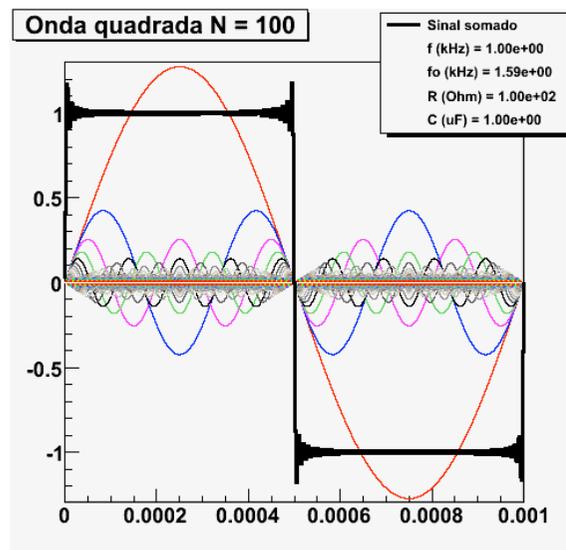


# Lembrando: Séries de Fourier

- Aula 2 – Série de Fourier em uma dimensão

$$f(x) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{jnx} \quad c_n = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) e^{-jnx} dx$$

- Transformada de Fourier



# Lembrando: Séries de Fourier

- Transformada de Fourier em 2D

$$f(x, y) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} c_{nm} e^{j(nx+my)}$$

$$c_{nm} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x, y) e^{-j(nx+my)} dx dy$$

- No caso da difração de Fraunhofer

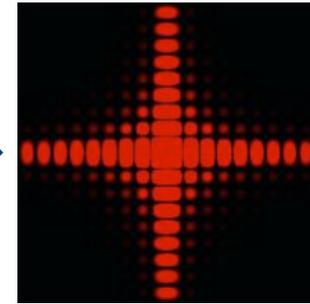
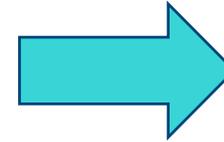
$$\hat{E}(\vec{R}) = \frac{e^{jkR}}{R} \int E_0(x, y) e^{-j(k_x x + k_y y)} dx dy$$

# Difração e transformada de Fourier

- A figura de difração está relacionada à transformada de Fourier do objeto iluminado

$$\hat{E}(\vec{R}) = \frac{e^{jkR}}{R} \int E_0(x,y) e^{-j(k_x x + k_y y)} dx dy$$

A transformada de Fourier se dá no campo elétrico. Contudo, medimos intensidade luminosa, que é proporcional a  $E^2$ .



## Freqüências espaciais

- A intensidade luminosa em uma dada posição está relacionada às componentes da T.F. para cada freqüência espacial

$$\hat{E}(\vec{R}) \rightarrow E(R_x, R_y) \rightarrow E(k_x, k_y)$$

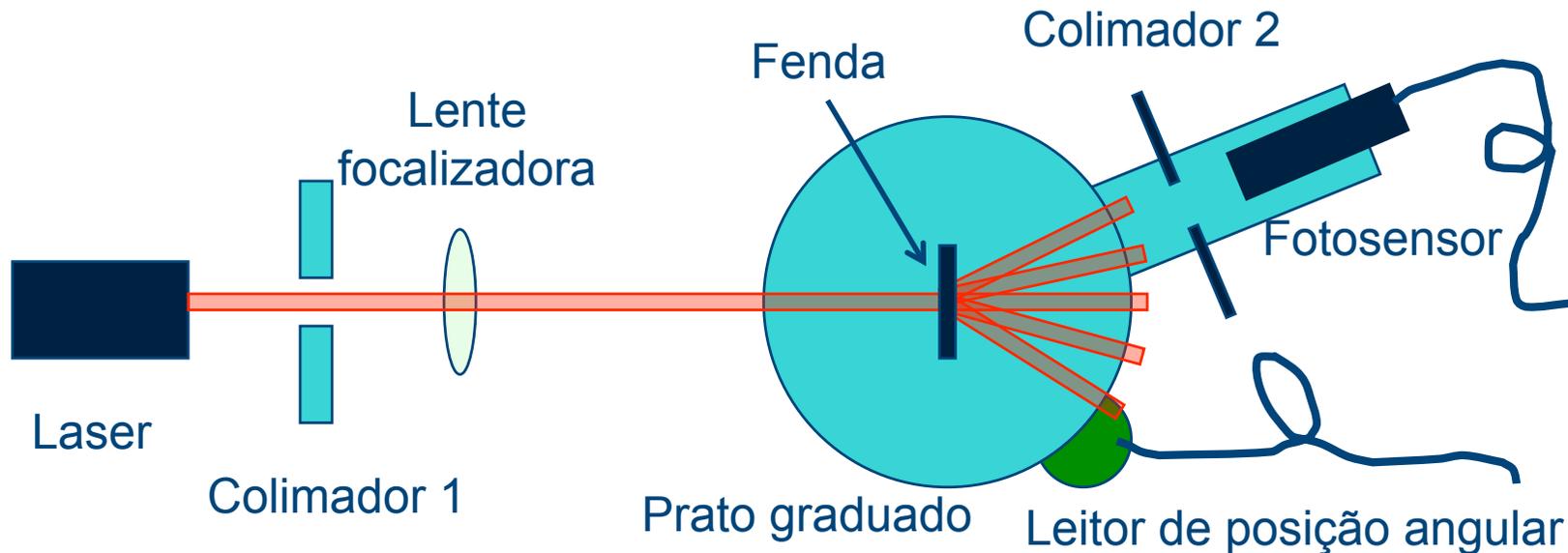
$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \begin{cases} k_x = k \sin \theta \cos \phi \\ k_y = k \sin \theta \sin \phi \end{cases}$$

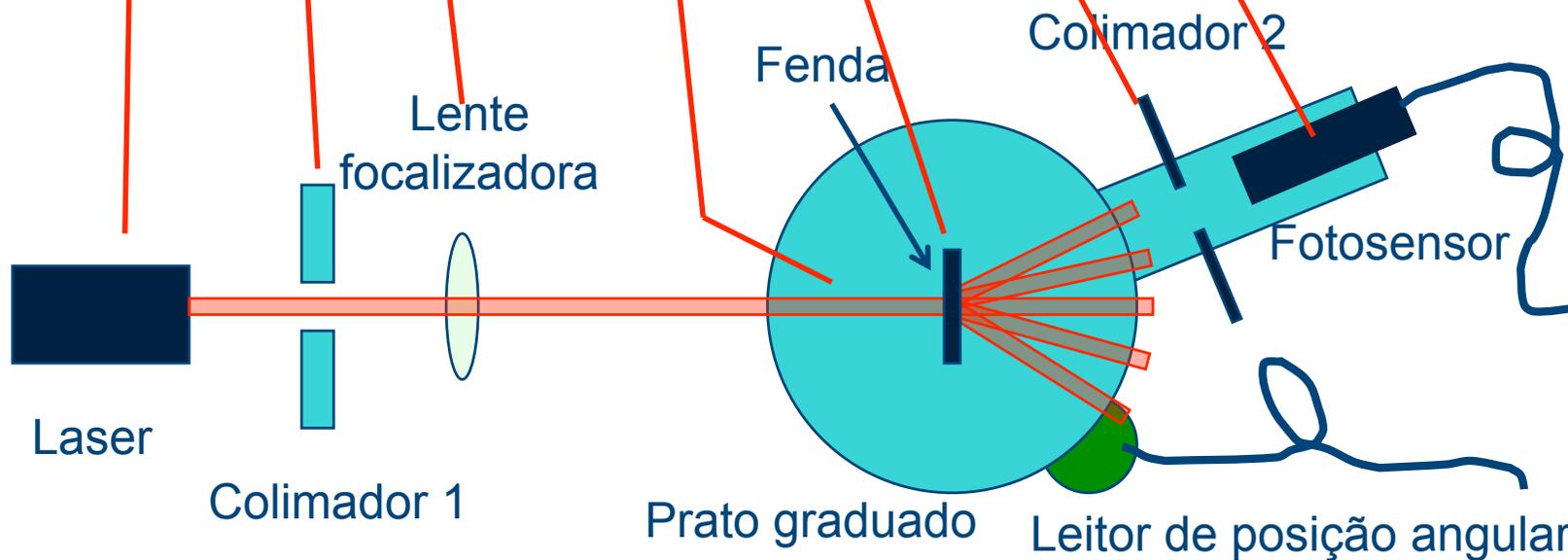
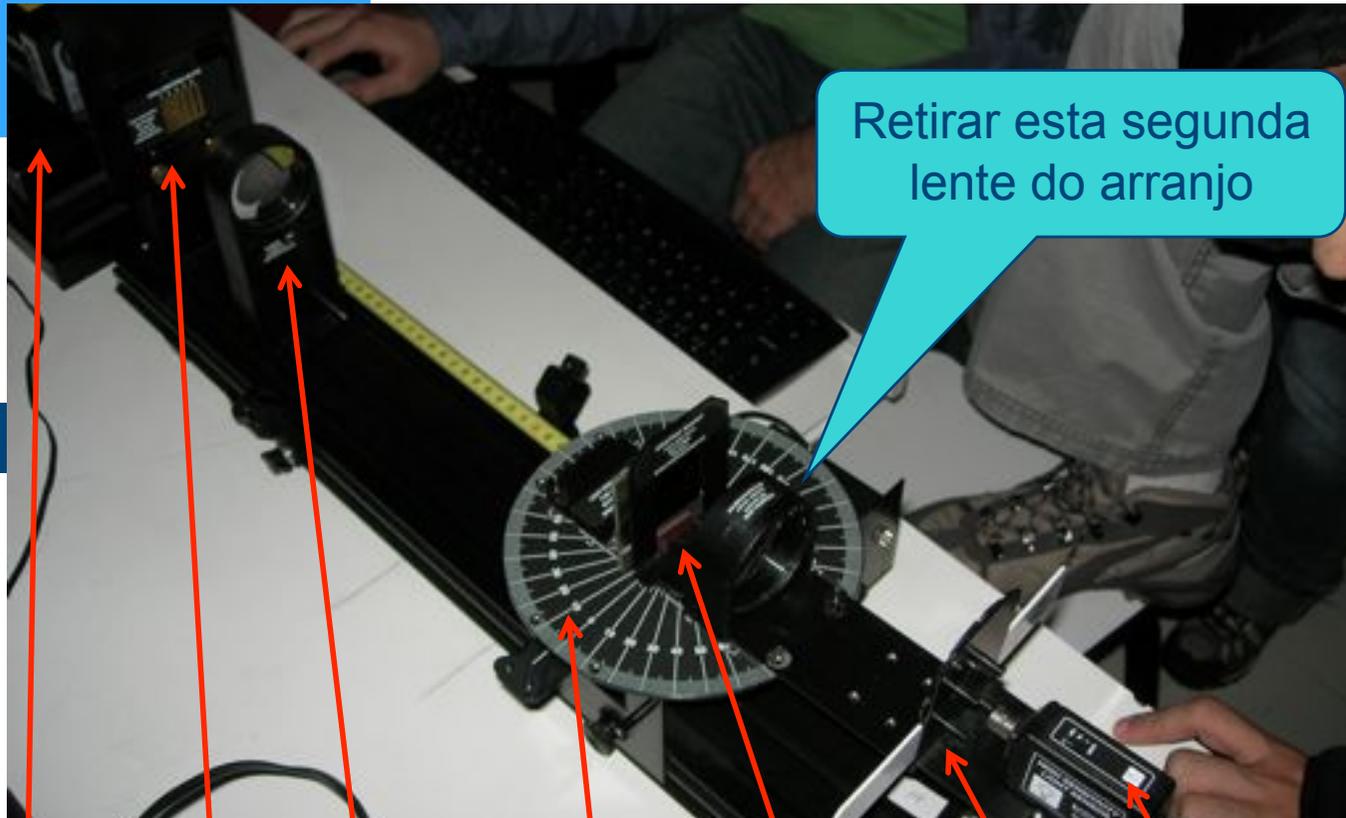
# Objetivos

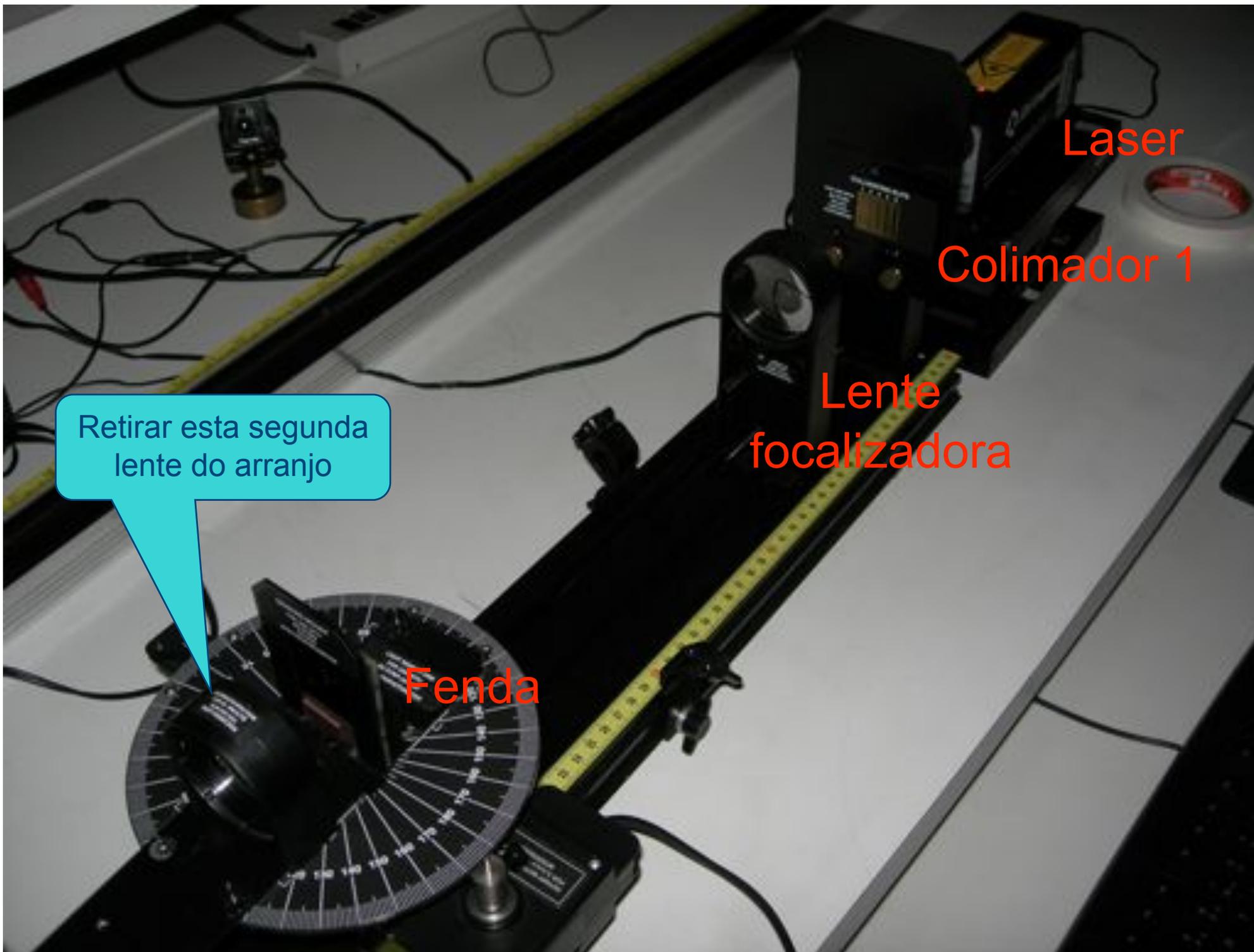
- Estudar, quantitativamente, a figura de difração de uma fenda simples
  - Medir as intensidades para cada ângulo
  - Comparar com previsão teórica
    - Ajuste de  $X^2_{\text{red}}$  para obter a dimensão (d) da fenda
    - Mostrar que a figura de difração é a transformada de Fourier da fenda
      - Lembre-se que a transformada de Fourier é no campo elétrico e que medimos intensidade, ou seja, o quadrado do campo elétrico

# Arranjo experimental

- Espectrofotômetro e datastudio
  - O espectrofotômetro consiste de um arranjo contendo um fotosensor (para medir intensidade) e um sensor de rotação para medir ângulo







Laser

Colimador 1

Lente focalizadora

Fenda

Retirar esta segunda lente do arranjo

Fotosensor

Colimador 2

Retirar esta segunda lente do arranjo

Fendas

Mover devagar, sem  
fazer força  
1-2 graus/segundo

Movimento manual

Leitor de posição

A fenda escolhida  
deve estar bem  
centralizada no  
prato para garantir a  
correta medida  
angular

Fotosensor

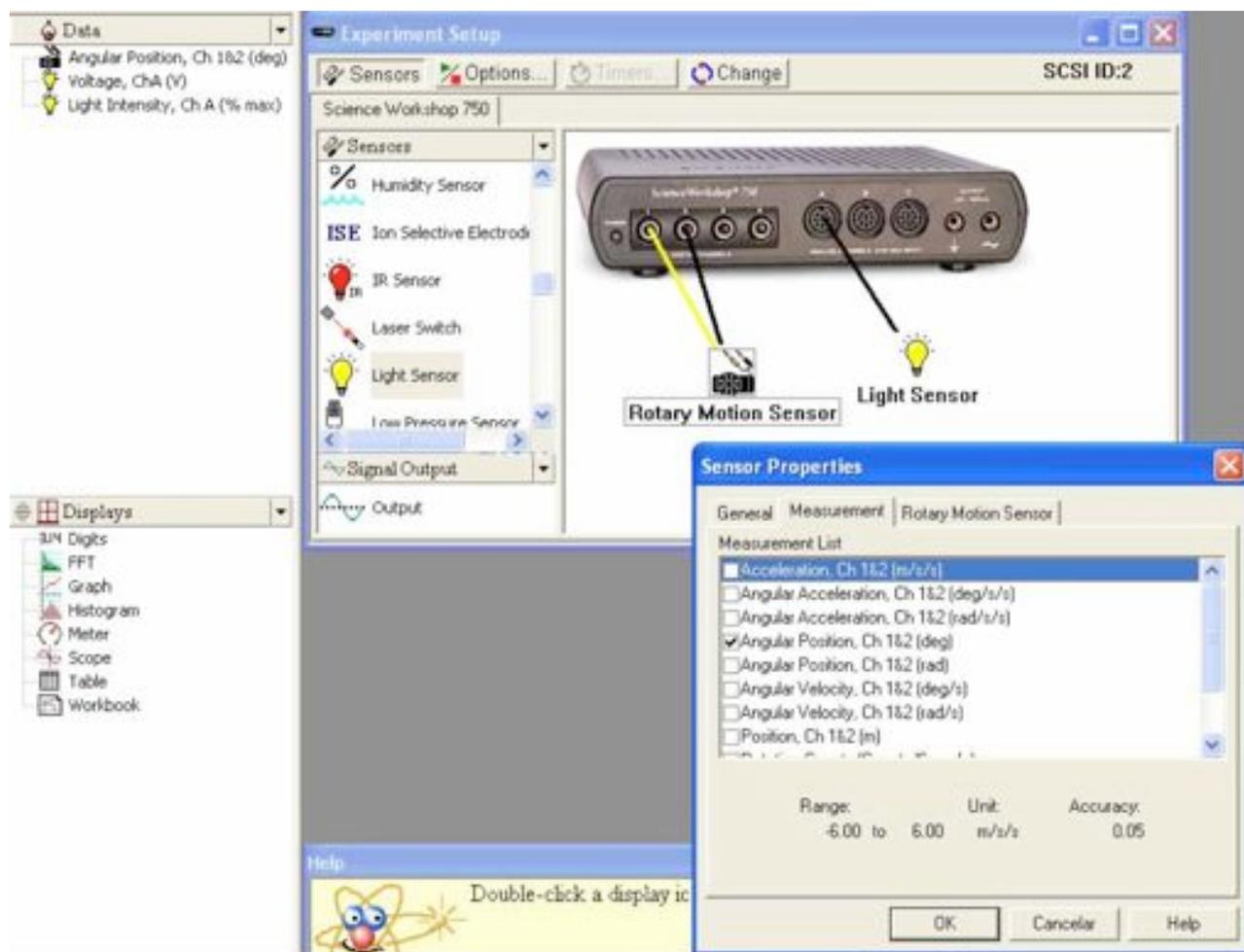
Colimador 2

A largura da abertura do colimador 2 define a precisão angular na qual a medida é feita. Quanto menor a abertura, maior é a precisão angular

# Procedimento experimental

- Selecionar as fendas colimadoras corretas. O Colimador 1 deve ser o mais aberto possível. A fenda colimadora 2 deve ser a mais estreita para garantir a melhor resolução na medida.
- Remover a lente (caso esta esteja presente) entre o suporte do slide e o fotosensor.
- Alinhar o laser com o fotosensor.
- Fixar o slide com o conjunto de fendas no respectivo suporte. A fenda escolhida deve estar bem centralizada.
- Ajustar a lente que fica entre o primeira fenda colimadora e o suporte do slide de modo a garantir o melhor foco possível sobre o slide de fendas.
- Para a fenda simples e duplas quanto maior a abertura da fenda, maior a intensidade da figura de difração e/ou interferência.

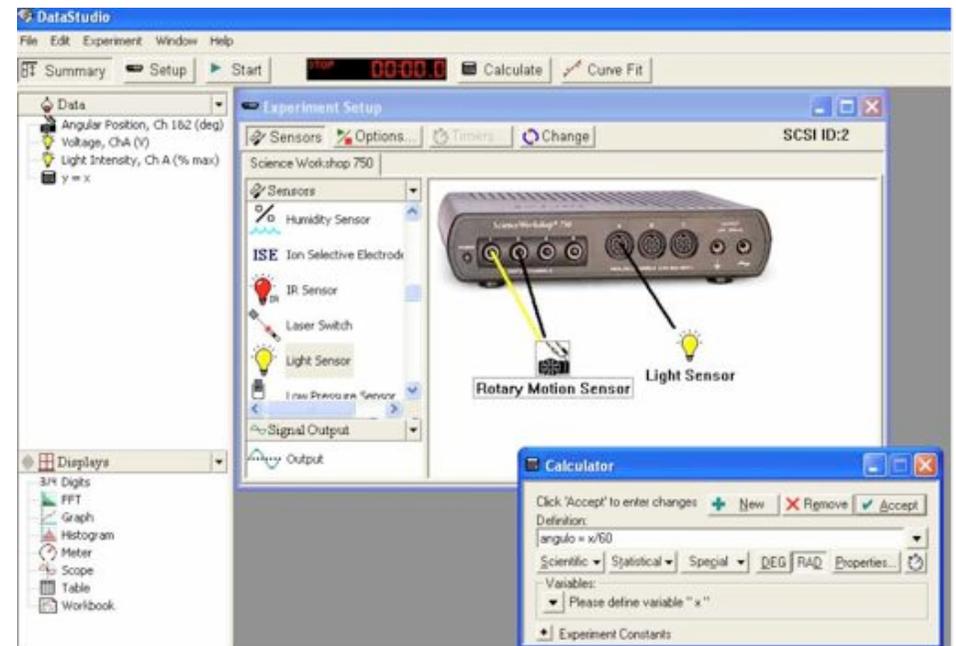
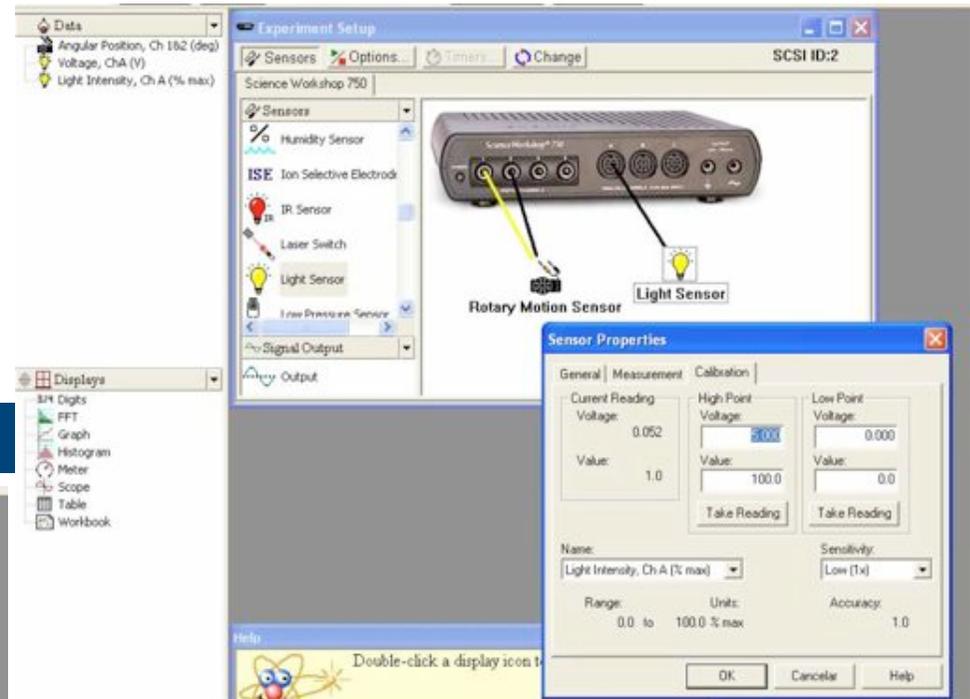
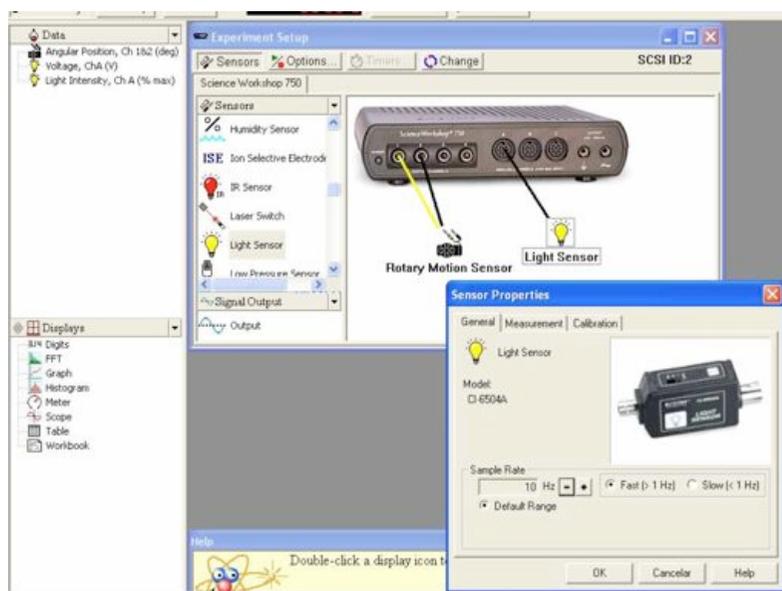
# Procedimento experimental Sobre o datastudio



# Propriedades do sensor e cálculo do ângulo

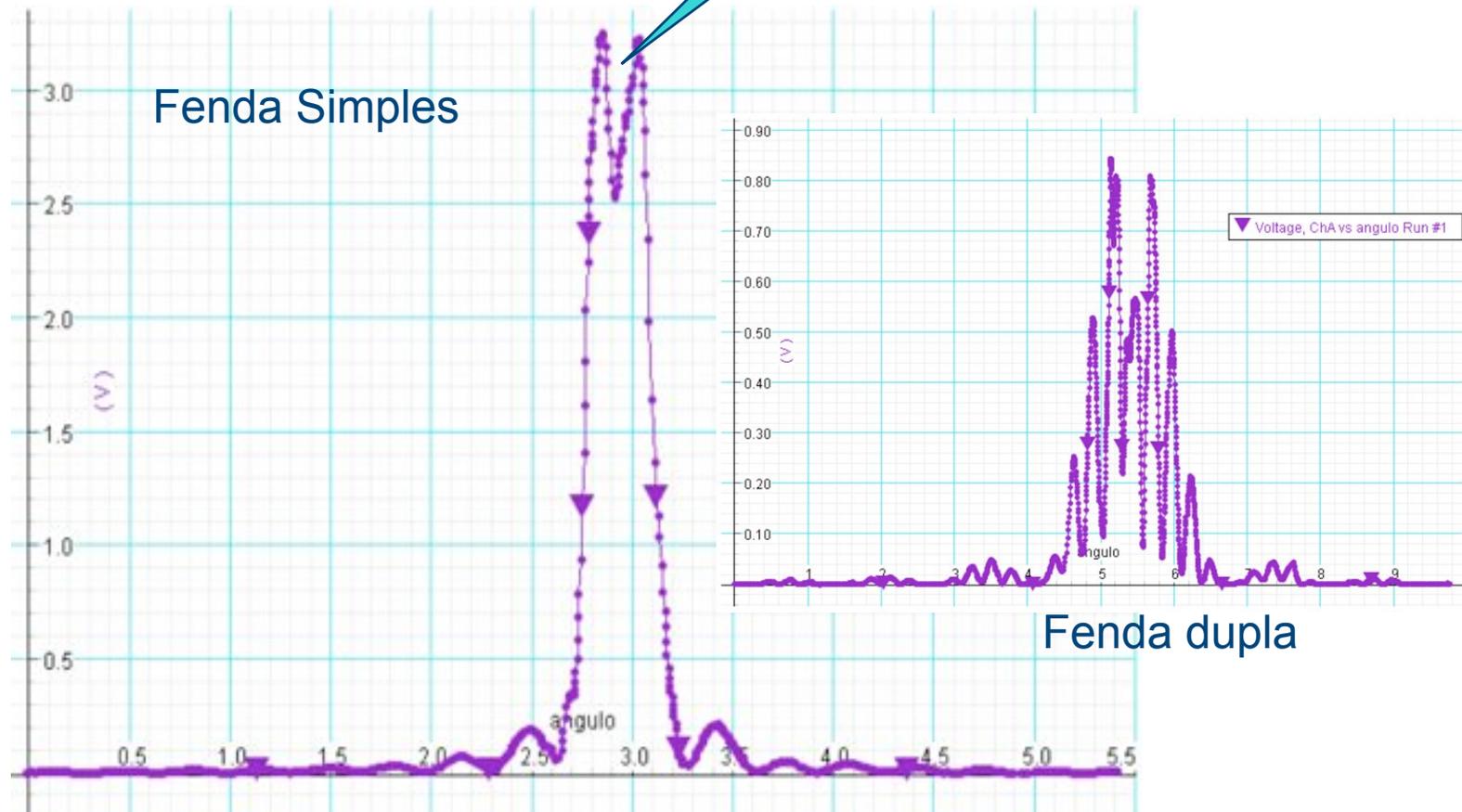
Alexandre Suaide, LabFlex (2008)

32



# Dados

Este vale é devido àquela lente que deve ser retirada do arranjo



# Cuidados experimentais

- Calibração da medida de ângulo
  - Verifique que o máximo de intensidade esteja em zero graus
    - Alinhamento do sistema óptico
    - Se não estiver, aplicar correções aos dados
  - Verifique a calibração
    - A leitura de  $\pm 45^\circ$  no datastudio corresponde, de fato, a  $\pm 45^\circ$  no prato graduado?
    - Se não for, aplique uma correção (escala) às leituras angulares

# Atividades da semana

- Utilizar o espectrofotômetro da PASCO para medir o espectro de difração de *uma fenda simples*.
  - A partir deste espectro, fazer uma análise de  $X^2_{\text{red}}$  entre os dados e a curva teórica para obter o tamanho da fenda.
    - A curva teórica descreve bem os dados? Há alguma discrepância? Descreva os resultados.
  - Compare as intensidades dos máximos com a transformada de Fourier de uma fenda quadrada.
    - Lembre-se que a TF é no campo elétrico.