Física Experimental IV - 6ª aula
http://www.dfn.if.usp.br/~suaide/

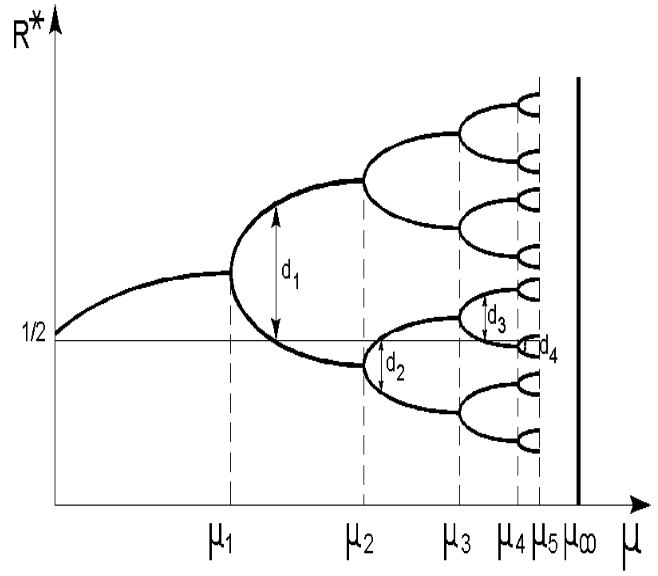
Alexandre Suaide
Ed. Oscar Sala
sala 246
ramal 7072

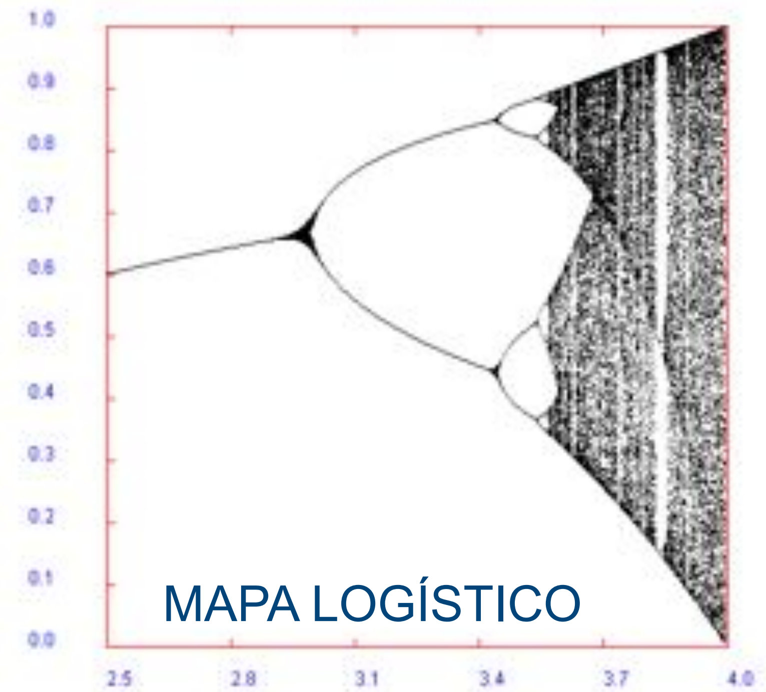
Como se chega ao caos?

- Bifurcações de período
  - Rota mais comum para o caos (**cenário de Feigenbaum**)
  - Duplicação dos atratores

$$\lim_{n\to\infty} = \frac{(\mu_n - \mu_{n-1})}{(\mu_{n+1} - \mu_n)} = \delta$$

$$\delta = 4{,}66920160910299 09....$$

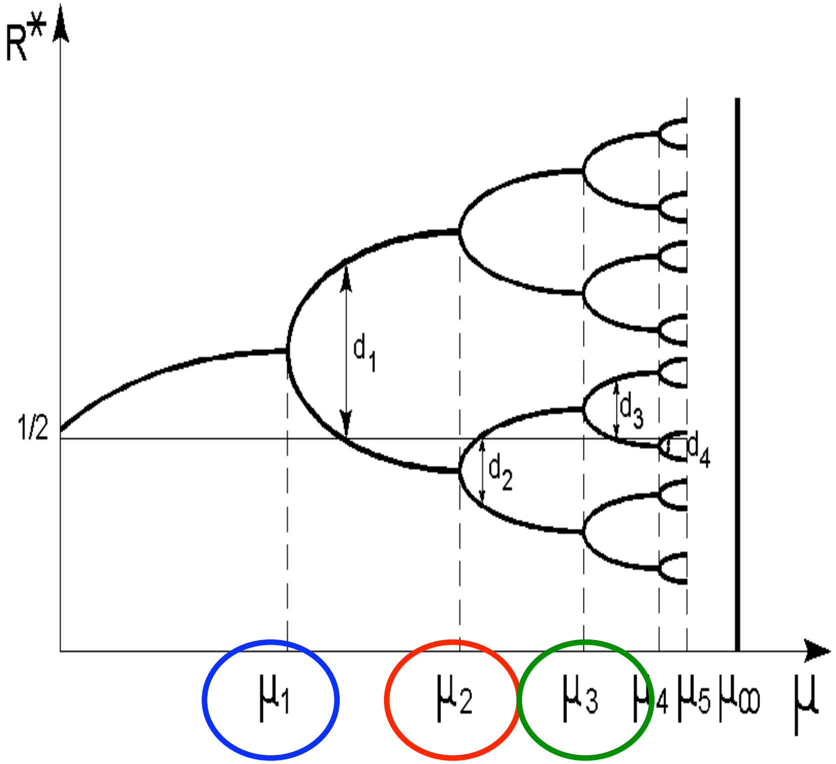


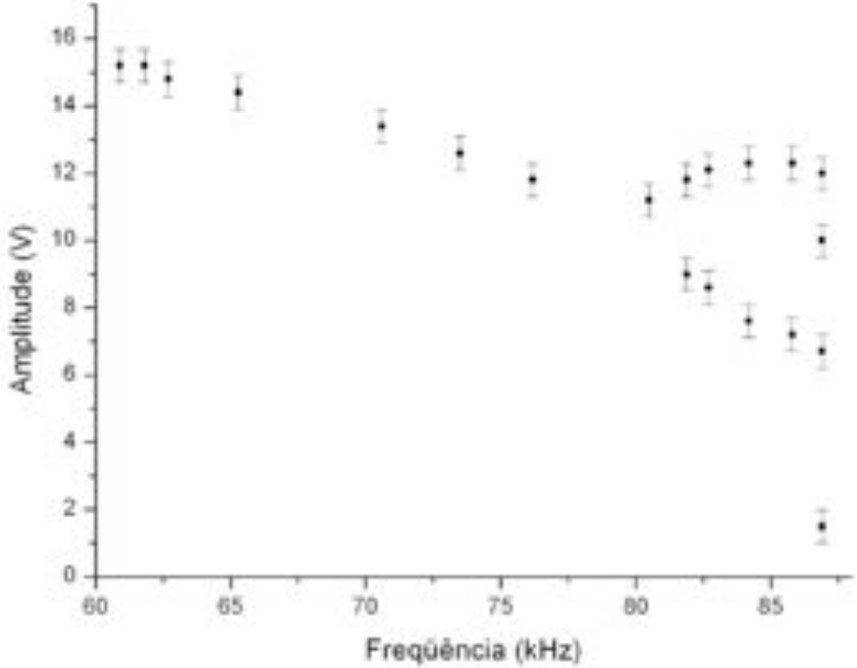


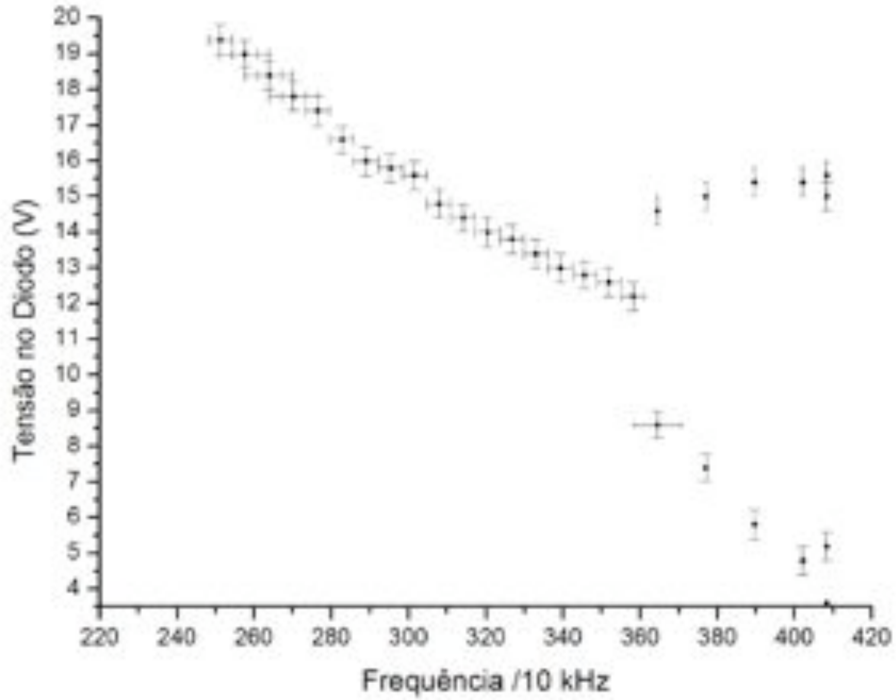
Detalhe

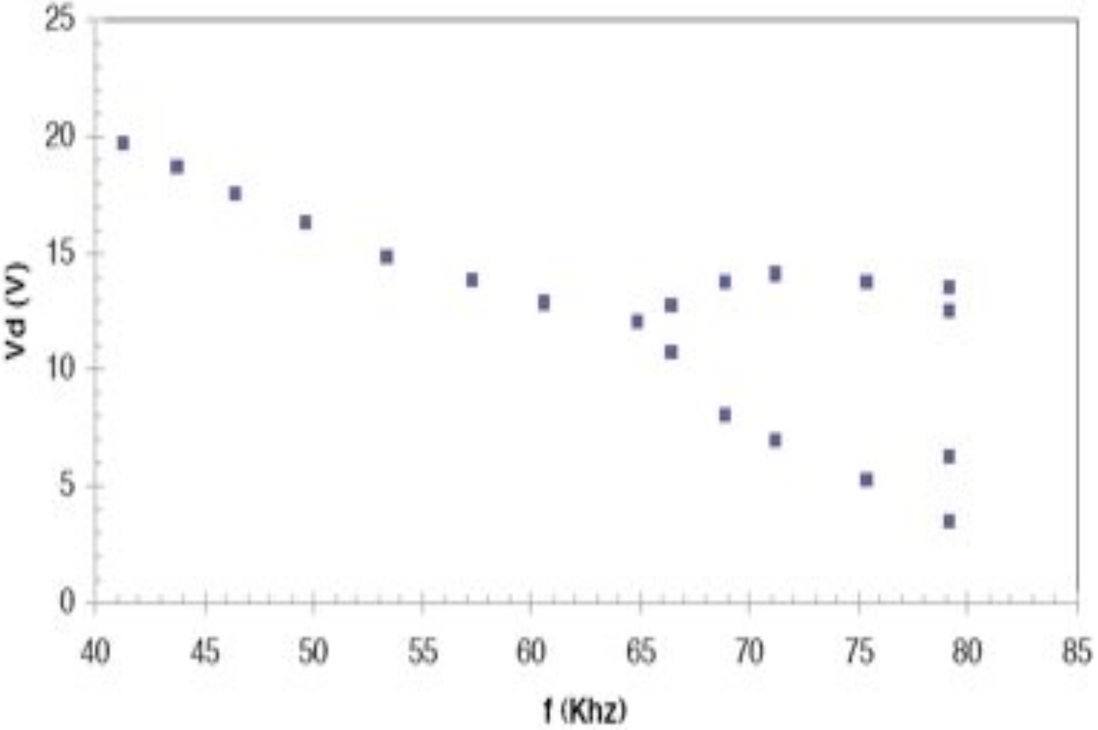
- Precisa de pelo menos três bifurcações bem definidas

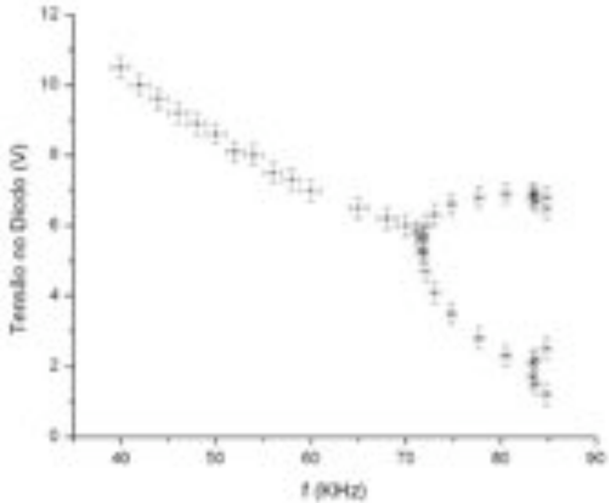
$$\frac{(\mu_n - \mu_{n-1})}{(\mu_{n+1} - \mu_n)} = \delta$$

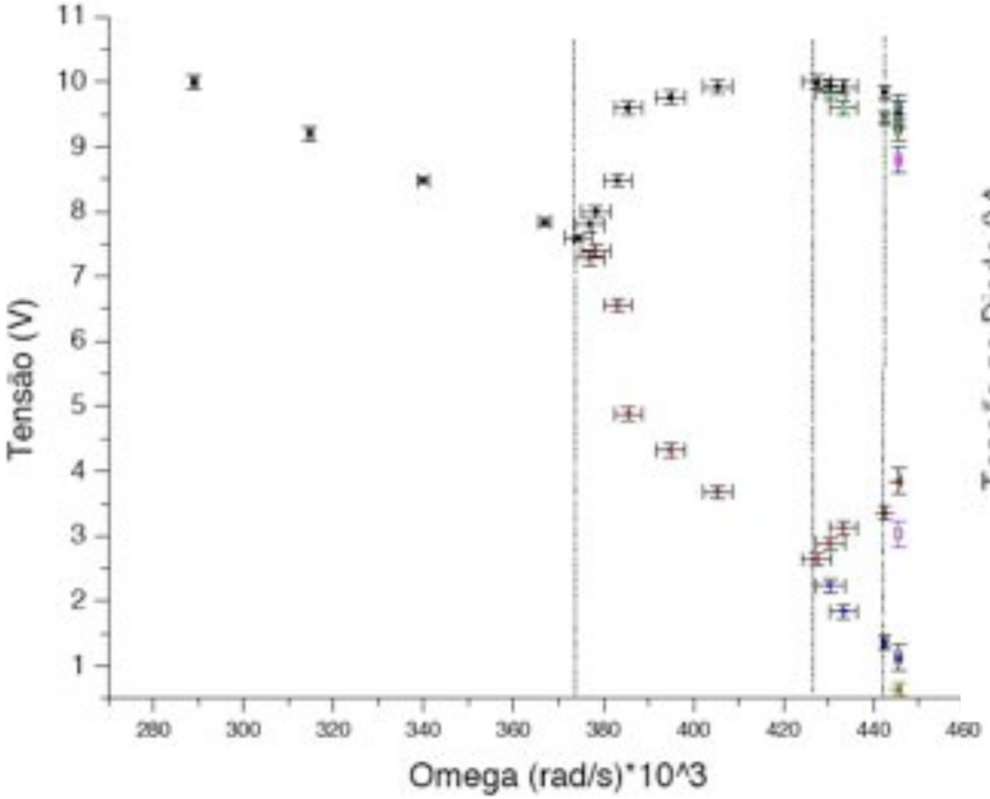


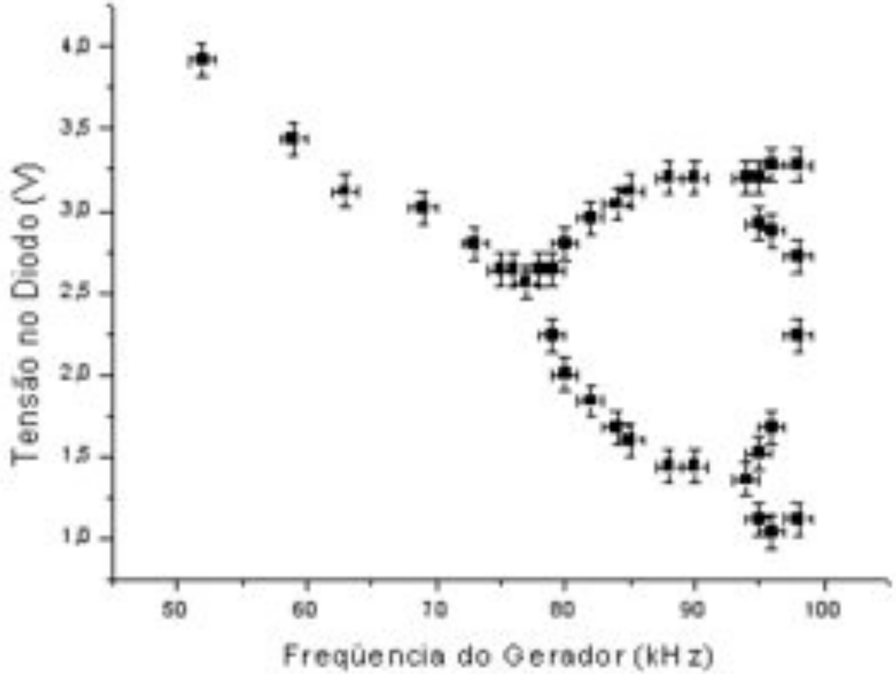

Amplitude (V)
0
2
4
6
8
10
12
14
16
60
65
70
75
80
85
Freqüência (kHz)

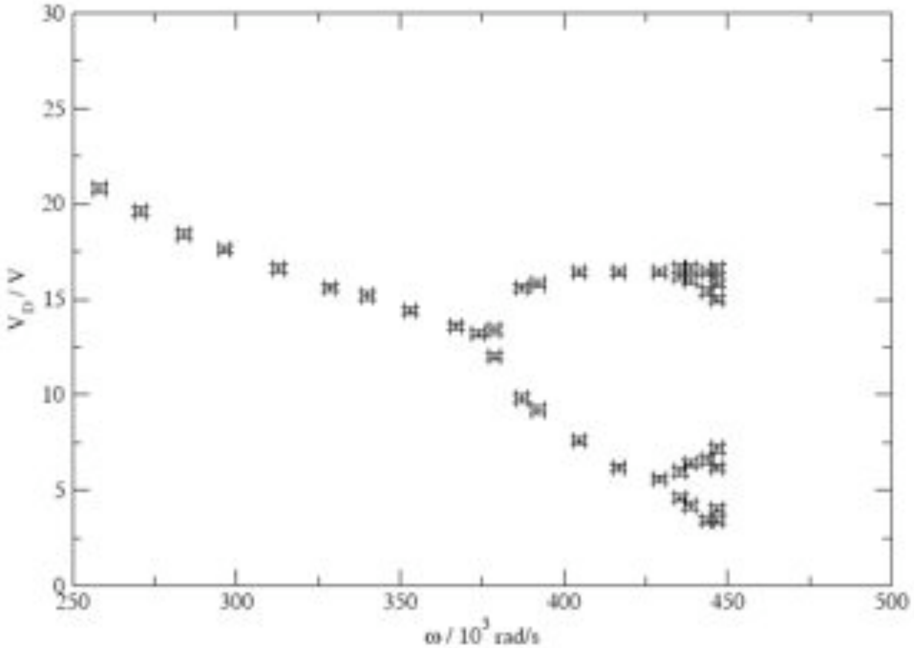

Tensão no Diodo (V)
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
220
240
260
280
300
320
340
360
380
400
420
Frequência /10 kHz

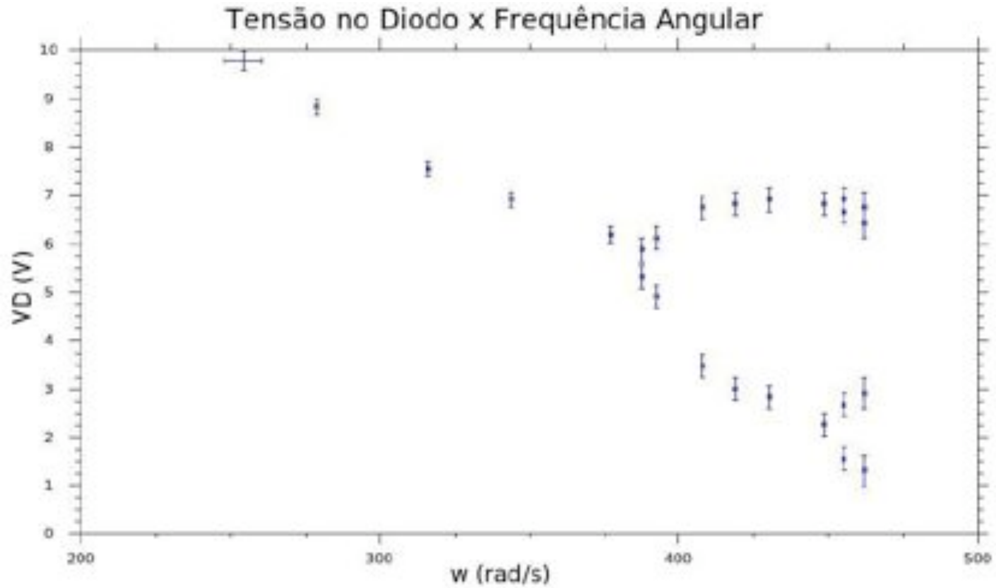

Vd (V)
0
5
10
15
20
25
40
45
50
55
60
65
70
75
80
85
f (Khz)


Tensão no Diodo (V)
0
2
4
6
8
10
12
40
50
60
70
80
90
f (KHz)


Tensão (V)
Omega (rad/s)*10^3


Tensão no Diodo (V)
Freqüencia do Gerador (kHz)


V_D / V
ω / 10^3 rad/s


Tensão no Diodo x Frequência Angular
VD (V)
w (rad/s)

Relatório

- Dia 25/abril
- Em grupo
- No MÁXIMO 10 páginas

Experiência II
Óptica Geométrica e Física

- Objetivos – Estudar alguns fenômenos de óptica física e geométrica
  - Estudo de lentes simples, sistemas de lentes e construção de imagens
  - Interferência e difração
  - Computador óptico
    - Análise de Fourier bi-dimensional
    - Processamento de imagens

O que é óptica geométrica?

- Luz é uma onda eletromagnética, assim todos os fenômenos ondulatórios se aplicam
  - Interferência, difração, etc.
- Contudo, os efeitos ondulatórios se fazem mais evidentes quando o sistema possui dimensões compatíveis com os comprimentos de onda envolvidos
- A óptica geométrica é uma aproximação para sistemas cujas dimensões são muito maiores que os comprimentos de onda da luz

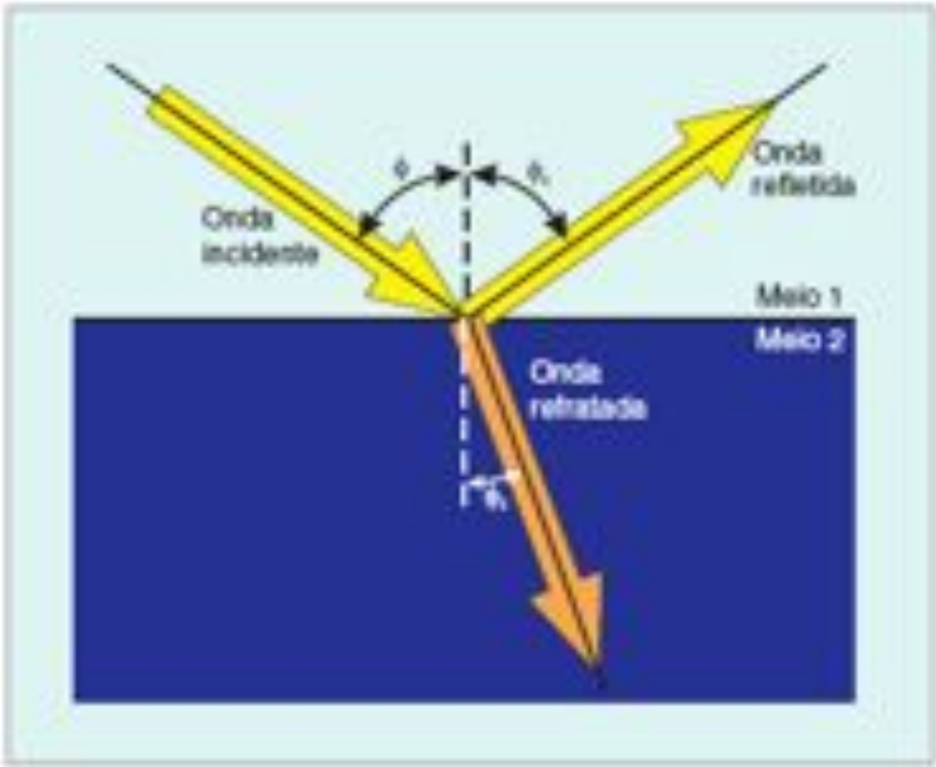
O que é óptica geométrica?

- Os comprimentos de onda típicos da luz visível estão entre 400 a 700 nm.
  – Sistemas macroscópicos simples, do dia a dia, neste caso, possuem dimensões tais que $\lambda/d < 10^{-3}$, ou seja, os efeitos ondulatórios são muito pequenos
- Neste caso, a óptica geométrica é aquela onde:
  – Podemos aproximar a luz por raios luminosos que se propagam de forma retilínea de um ponto a outro e os fenômenos ondulatórios podem ser desprezados.

Propagação de um raio luminoso em uma superfície

- O que acontece quando um raio luminoso atinge uma superfície entre meios de propriedades ópticas diferentes?
  - Reflexão e refração
  - Índice de refração: razão entre a velocidade da luz no vácuo e no meio

$$n = \frac{c}{v}$$

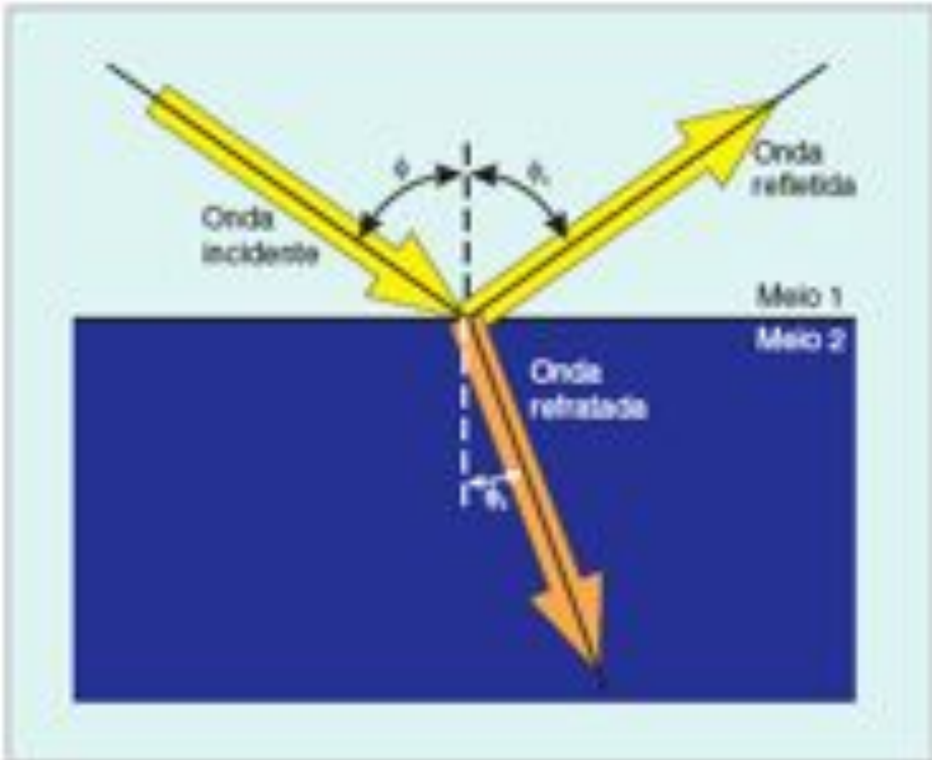


Refração em um meio

- A raio luminoso refratado em uma superfície muda de direção de acordo com a lei de Snell

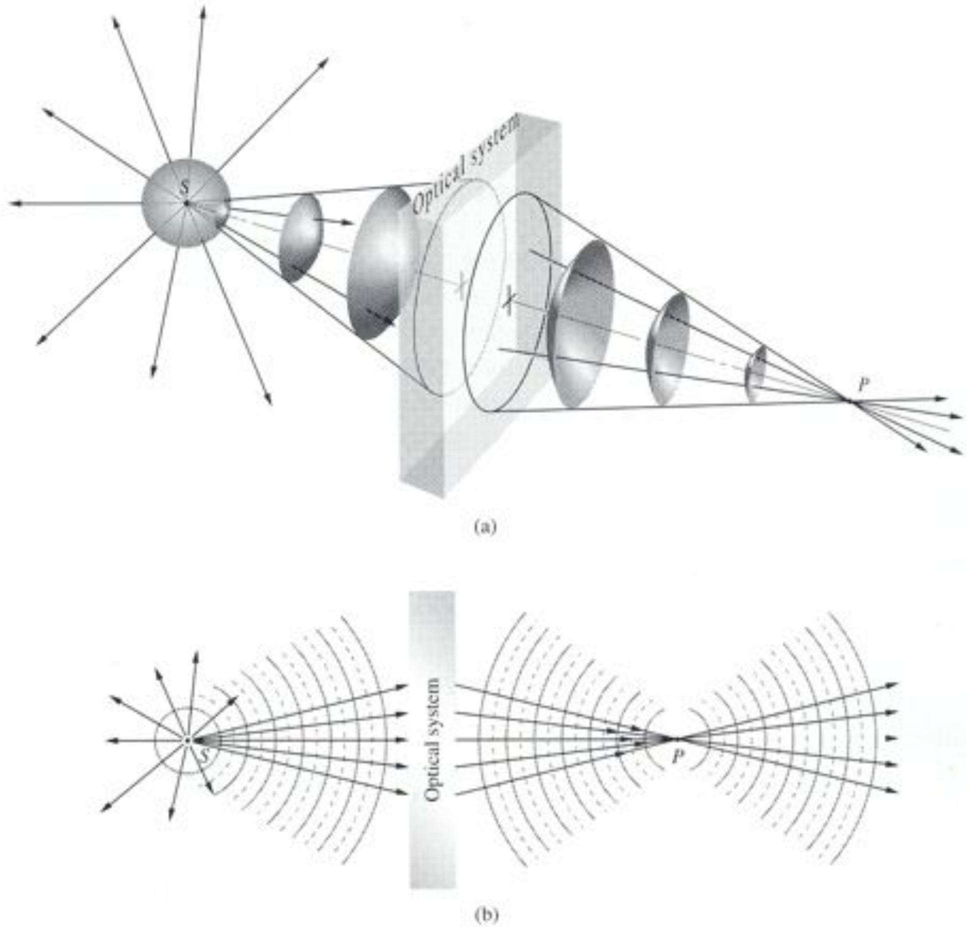
$$n_1 \sin \phi_1 = n_2 \sin \phi_2$$

- Princípio básico para a construção de lentes



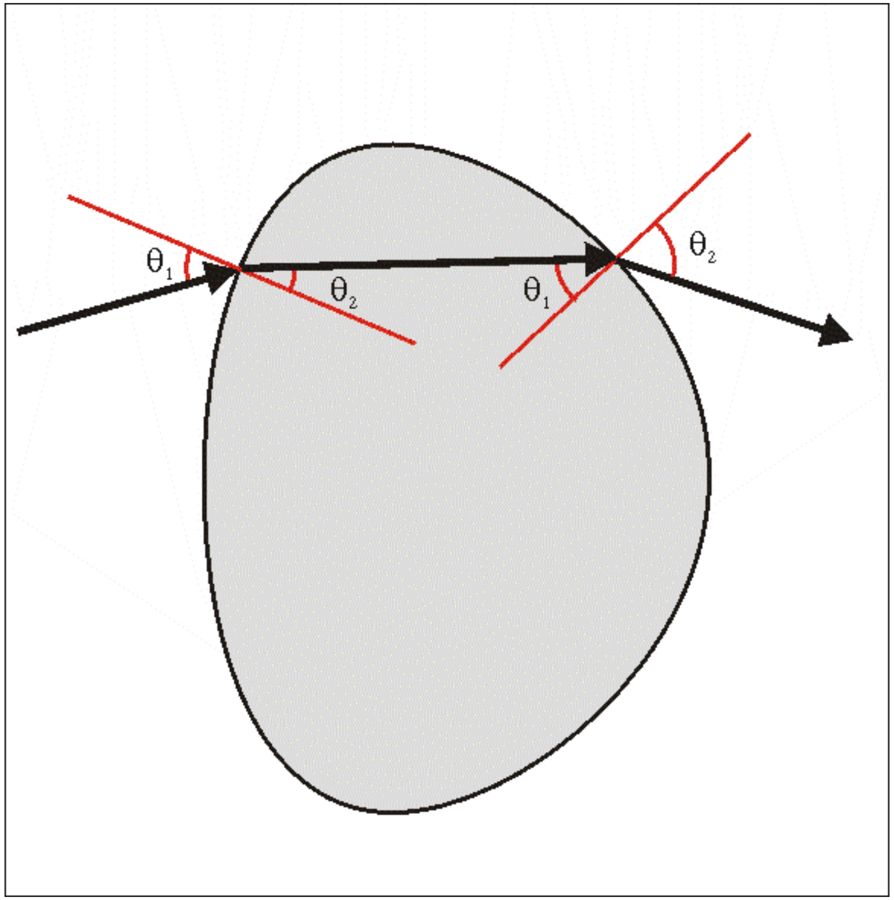
Lentes

- Sistema refrator imerso em um meio.
- O índice de refração da lente é diferente do meio e o seu formato é construído de forma a alterar a direção dos raios luminosos incidentes



Lentes: funcionamento

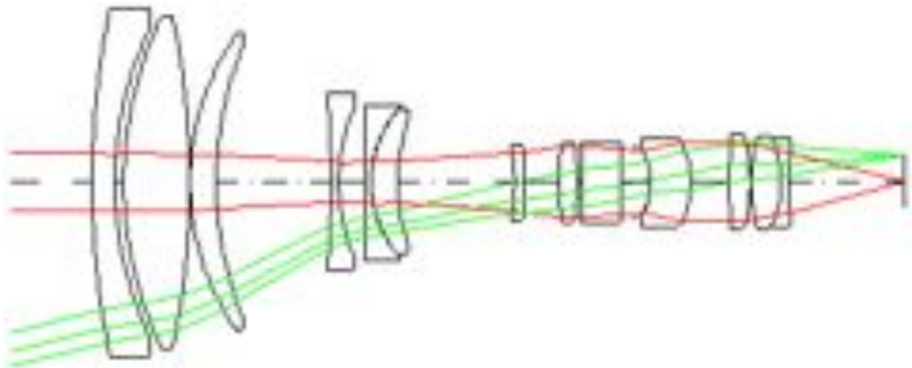
- Luz incide em uma superfície
- Ocorre refração nesta superfície
- A luz se propaga para a segunda superfície
- Ocorre nova refração



Alexandre Suaide, LabFlex (2008)

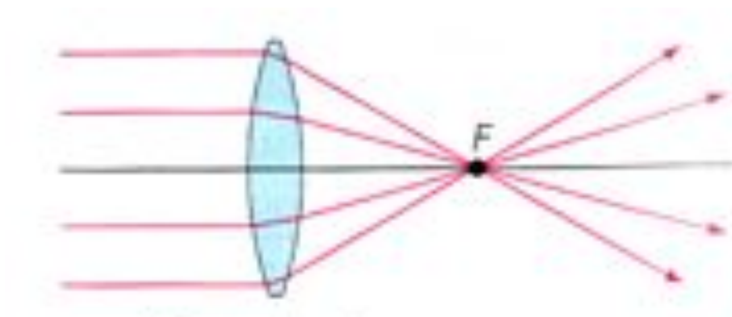
Tipos de lentes: quanto à complexidade

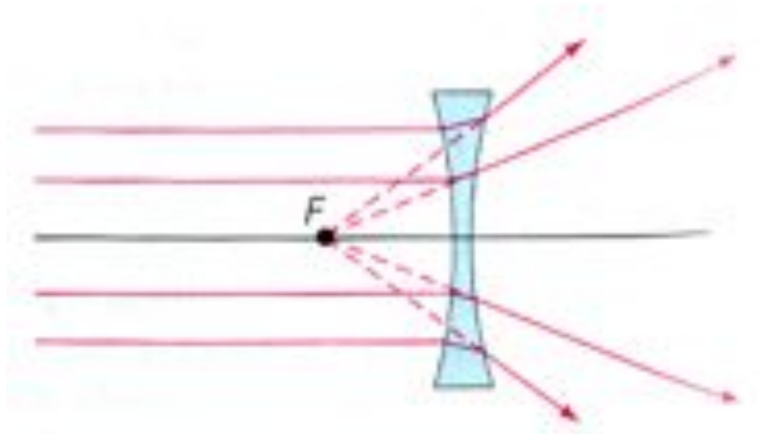
- Lentes podem ser simples ou complexas
  - Lentes simples são aquelas onde há somente 1 elemento óptico
  - Lentes complexas possuem mais de um elemento óptico



Tipos de lentes: quanto à convergência dos raios

- Lentes podem ser convergentes ou divergentes
  - Convergentes (positivas) aproximam os raios luminosos
  - Divergentes (negativas) afastam os raios luminosos



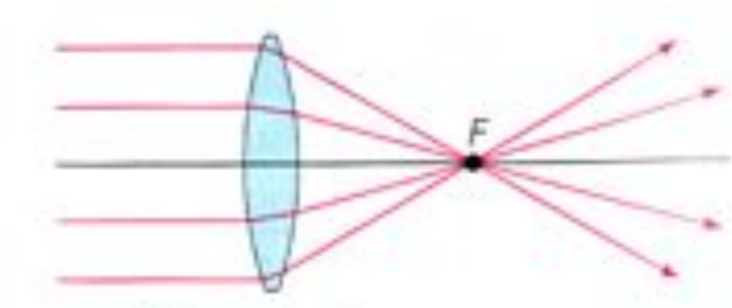


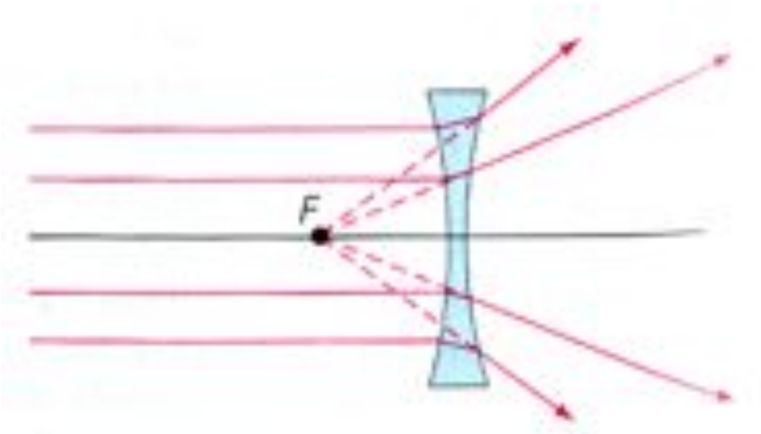
Tipos de lentes: quanto às dimensões da lente

- Lentes podem ser delgadas os espessas
  - Lentes delgadas são aquelas que as suas dimensões não importam, ou seja, não importa onde o raio de luz atinge a lente, o efeito será sempre o mesmo.
  - Lentes espessas são aquelas que as dimensões e posição de incidência dos raios são importantes
- Lentes delgadas são muito mais simples de fazer previsões.

Lentes delgadas: algumas definições

- Toda lente delgada é caracterizada por uma distância focal, única e independente da face que o raio luminoso atinge a lente
- A distância focal (f) é a distância entre o centro da lente e o ponto no qual todos os raios luminosos incidentes paralelo ao eixo da lente convergem (ou divergem)
  - Lentes convergentes: $f > 0$
  - Divergentes: $f < 0$





Objetivos da semana

- Medir, com a maior precisão possível, a distância focal de duas lentes a sua escolha
  - Uma lente convergente e outra divergente!

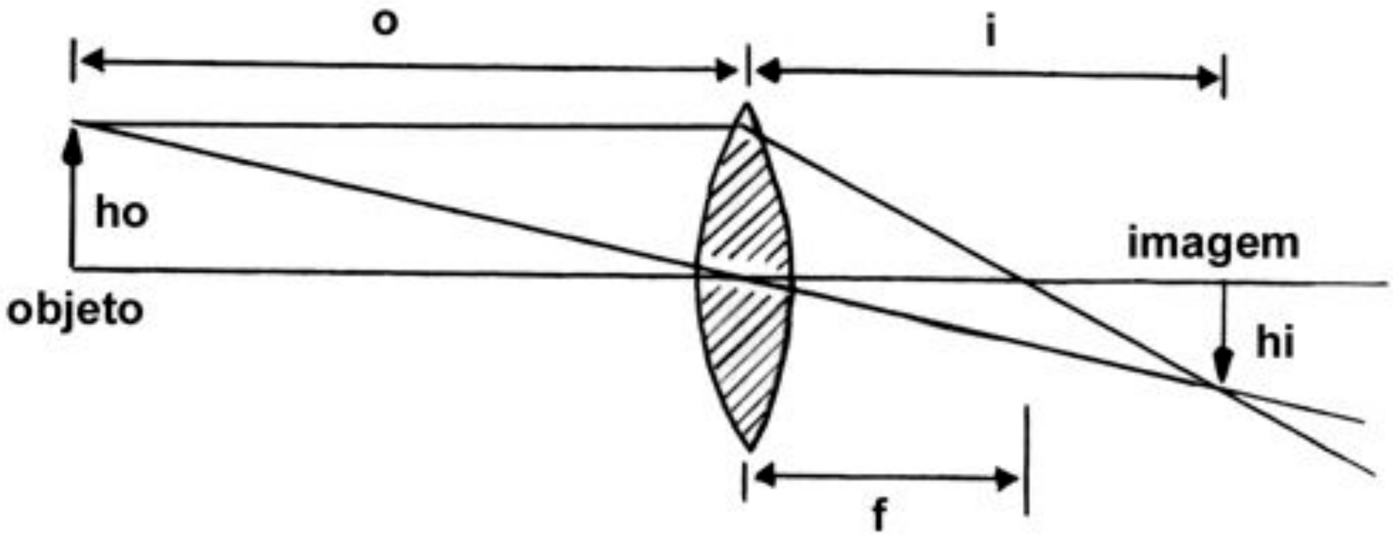
- Com base na análise dos dados, quantifique se a aproximação de lente delgada pode ser utilizada. Discuta os resultados.

- Como fazer isto?
  - Background teórico e definições, planejando um experimento.

Lentes delgadas: algu
definições

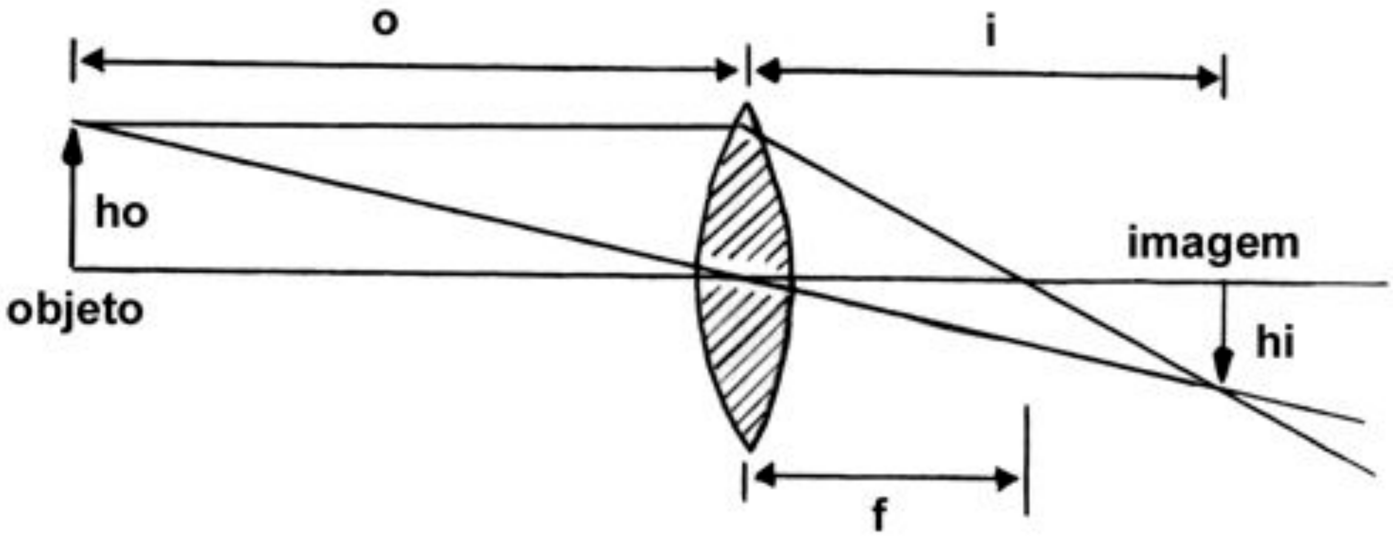
Se objeto e imagem estão em lados opostos, ambos têm o mesmo sinal (positivo). Se estão no mesmo lado, um é negativo em relação ao outro

- Objeto e imagem de uma lente
- Distância objeto (o) é a distância entre a posição do objeto e o centro da lente
- Distância imagem (i) é a distância entre a posição da imagem e o centro da lente



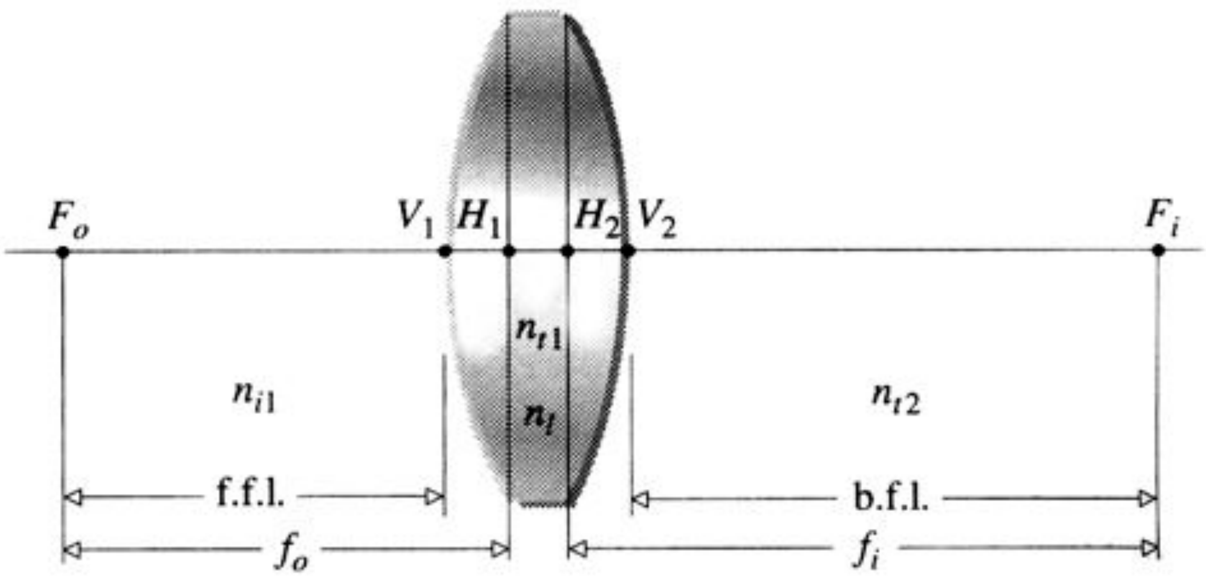
Lentes delgadas: algumas definições

- Objeto e imagem de uma lente
- Tamanho do objeto (ho)
- Tamanho da imagem (hi)
- Magnificação de uma lente $m = hi/ho = i/o$



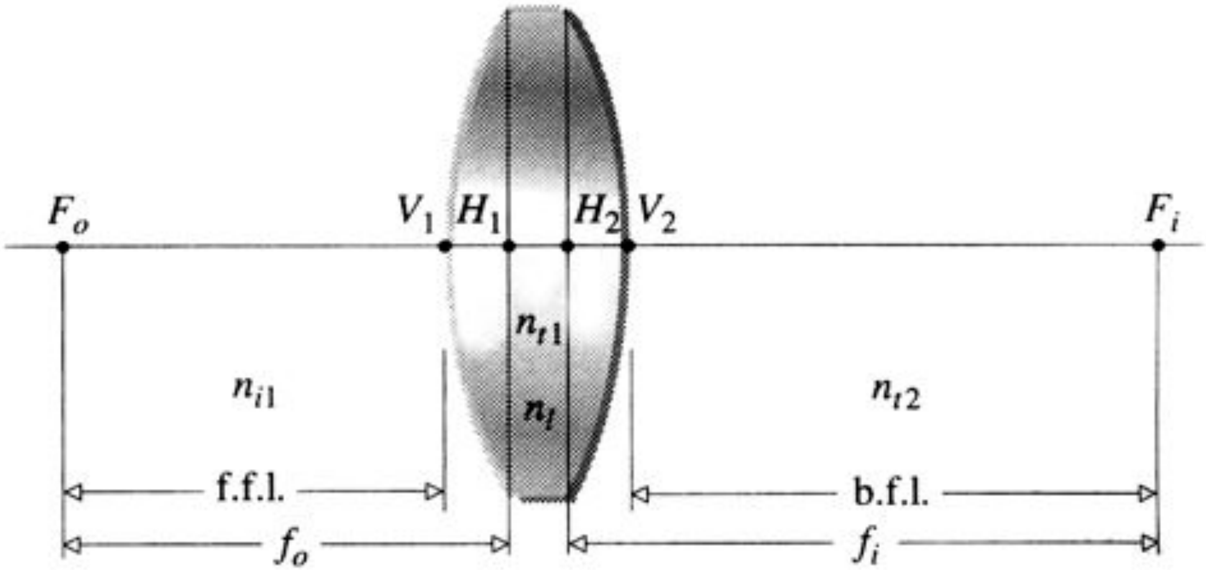
Lentes espessas: algumas definições

- Na lente espessa muitas aproximações adotadas para lente delgada não são validas. Neste caso, tanto a espessura como a forma da superfície da lente são importantes para estabelecer as relações entre objeto e imagem.



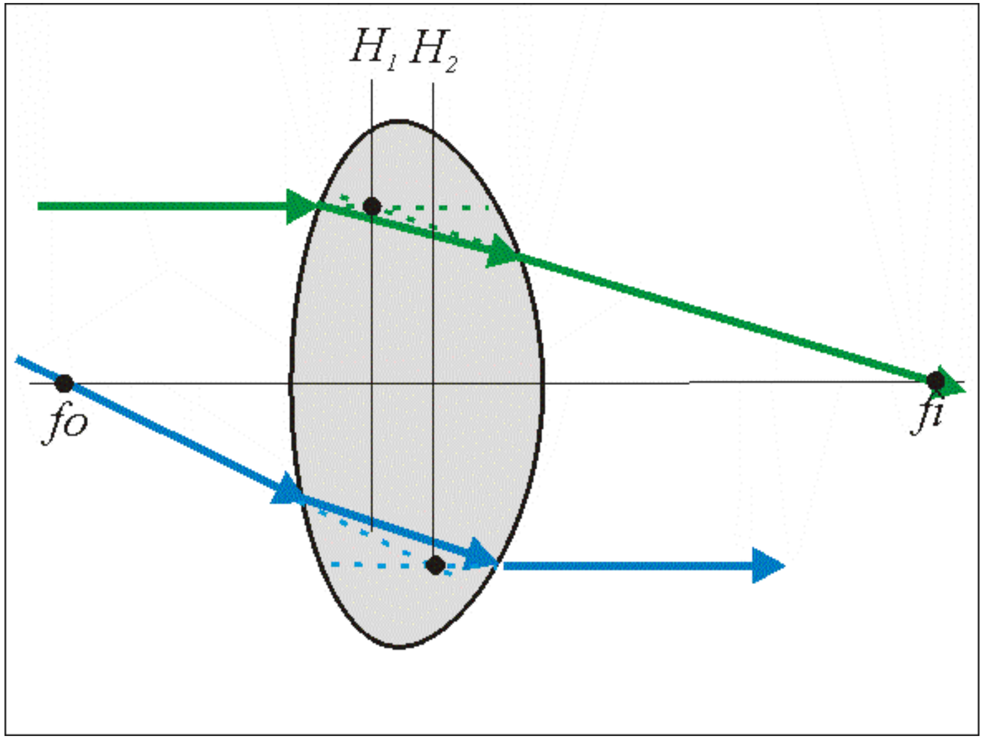
Lentes espessas: algumas definições

- As distâncias focais dependem do lado da lente. Costuma-se ter duas distâncias focais, fo, ou foco objeto; e fi, ou foco imagem.
- Estas distâncias são obtidas a partir dos planos principais da lente (H_1 e H_2)



Lentes espessas: planos principais

- A determinação dos planos principais corresponde ao cruzamento das extrapolações dos raios paralelos que convergem para o foco da lente. Isso é feito para os dois focos da lente (*fo* e *fi*)



Como calcular a trajetória de raios luminosos em um sistema óptico?

- O cálculo das trajetórias de raios luminosos é bastante complexo e trabalhoso
- Necessita-se saber os ângulos de incidência em cada uma das superfícies, os respectivos índices de refração e as distâncias/formas das superfícies
- Uma técnica utilizada para estes cálculos é o método matricial

Como calcular a trajetória de raios luminosos em um sistema óptico?

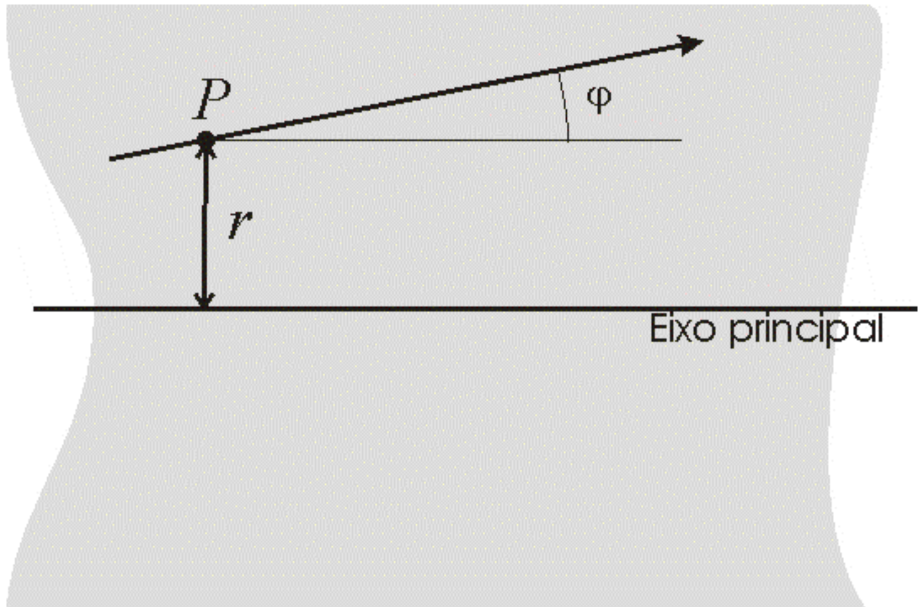
- Para aplicar o método matricial nos moldes que iremos discutir, é necessário que os raios luminosos sejam paraxiais
- Um raio paraxial é aquele que os raios incidem na lente em ângulos pequenos, de tal modo que:

$$\cos\phi \sim 1 \qquad\qquad \sin\phi \sim \phi$$

  – Razoável para $\varphi < 10^{o}$

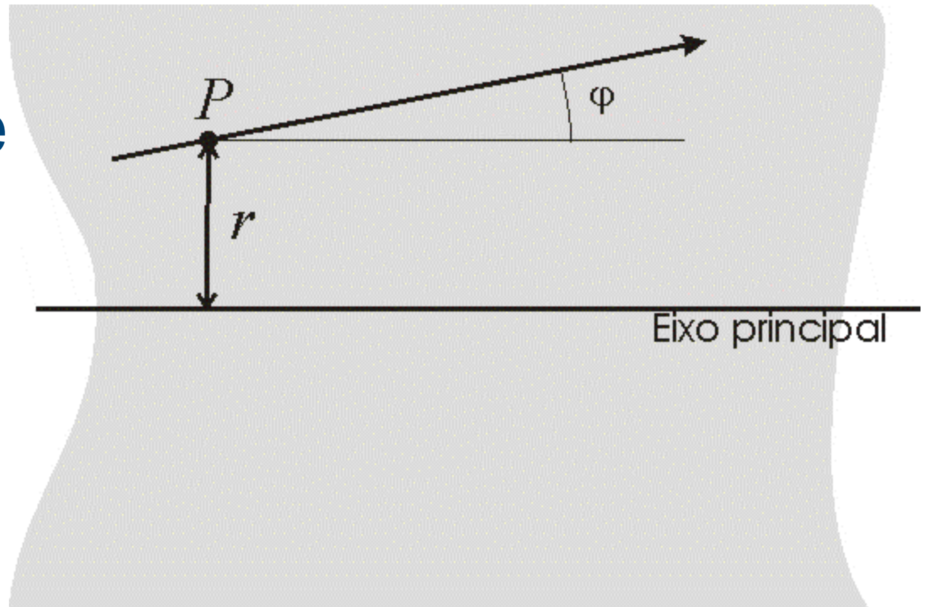
O método matricial

- Seja um raio luminoso R em um meio óptico qualquer. Podemos caracterizar, em qualquer ponto P, este raio luminoso pela distância ao eixo óptico principal e o ângulo com este eixo



O método matricial

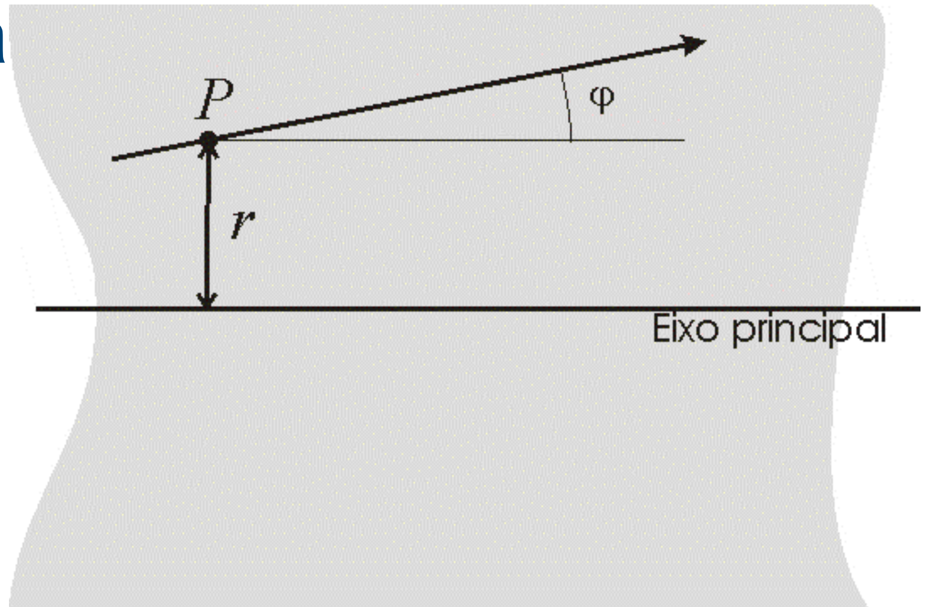
- O método matricial estabelece uma transformação entre de um ponto P_1 para outro ponto P_2 de um meio através de uma matriz de transformação M



$$P_2 = M \cdot P_1$$

O método matricial

- Os pontos P_1 e P_2 dependem da distância (r_1 e r_2) e dos ângulos (φ_1 e φ_2) através de:

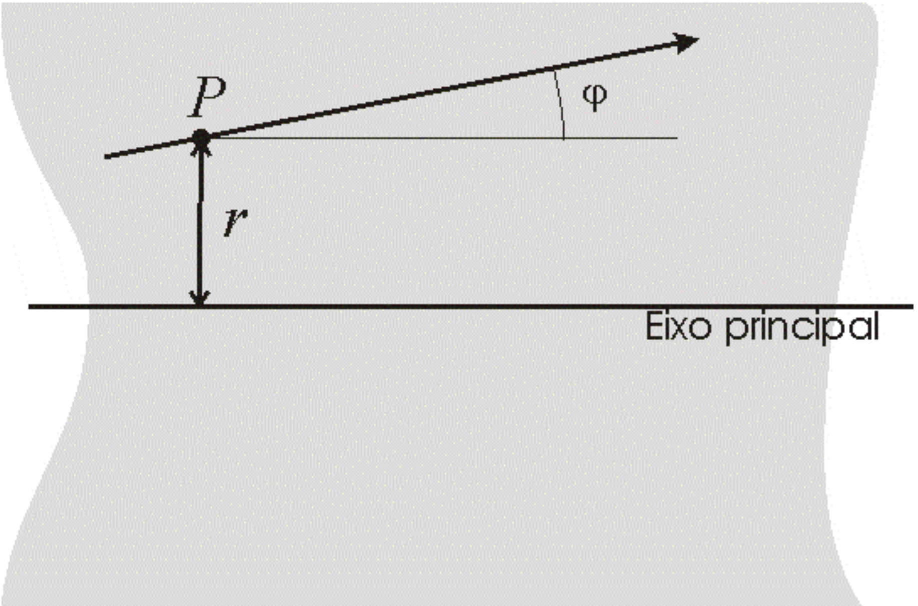


$$P_i = \begin{pmatrix} r_i \\ \varphi_i \end{pmatrix}$$

O método matricial

- A matriz de transformação é dada por:

$$M = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}$$



O método matricial

- Assim, a transformação de um ponto P_1 para outro ponto P_2 em um meio pode ser escrita como

$$P_2 = M \cdot P_1$$

$$\begin{pmatrix} r_2 \\ \varphi_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} r_1 \\ \varphi_1 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{array}{l} r_2 = Ar_1 + B\varphi_1 \\ \varphi_2 = Cr_1 + D\varphi_1 \end{array}$$

O método matricial

- A transformação inversa é feita através do inverso da matriz de transformação, ou seja:

$$P_1 = M^{-1} \cdot P_2$$

  – Devido à reversibilidade de um raio luminoso, toda matriz de transformação, neste método, tem que ser inversível.

O método matricial

- O determinante de uma matriz de transformação tem que ser unitário, ou seja

$$\det(M) = 1$$

  - Isto é conseqüência do teorema de Liouville que diz que a área de um feixe luminoso é conservada no espaço de fase

Propagadores em vários meios diferentes

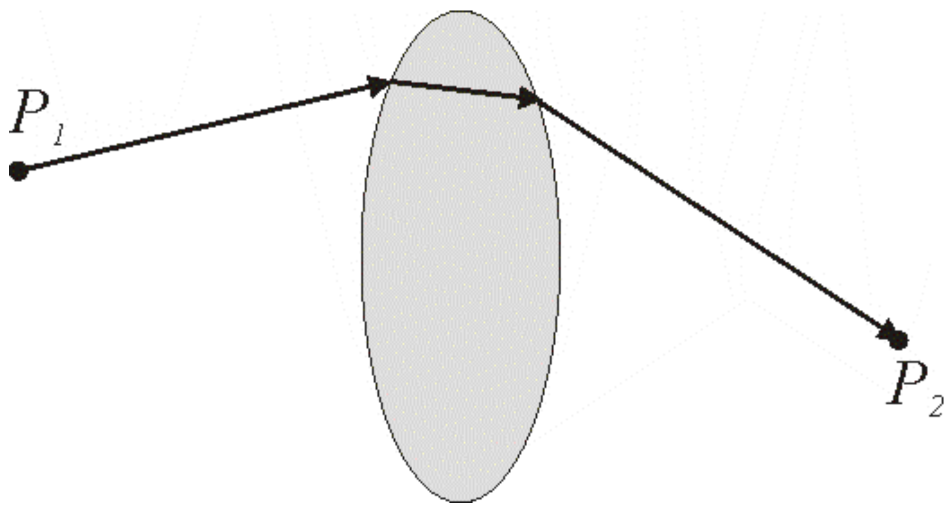
- A vantagem do método matricial é poder escrever a propagação de um raio luminoso por matrizes independentes para cada meio envolvido e combiná-las.
- Seja, por exemplo, uma propagação do ponto P_1 para P_2 que passa por vários meios distintos. A transformação, neste caso, é:

$$P_2 = M_n \cdot M_{n-1} \cdot \ldots \cdot M_2 \cdot M_1 \cdot P_1$$

Exemplo: lente simples

- A transformação do ponto P_1 para P_2 é dada por:

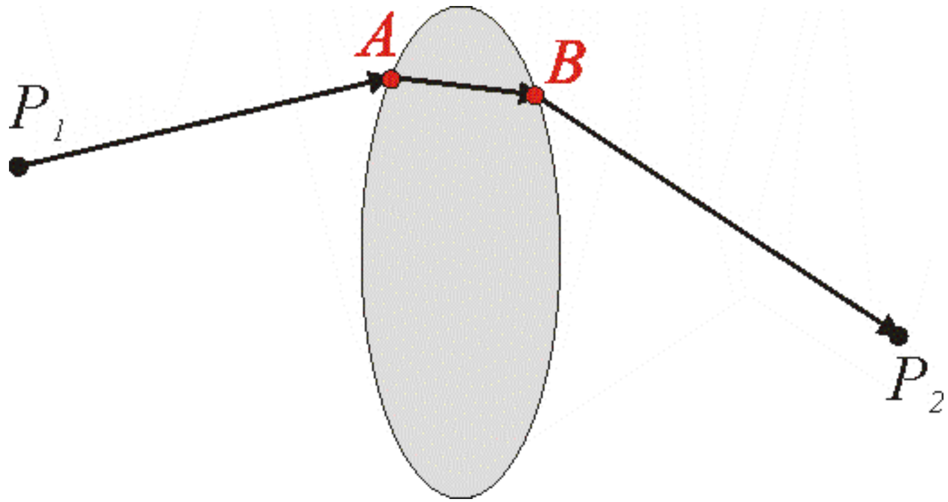
$$P_2 = M_{P_1 \to P_2} \cdot P_1$$



Exemplo: lente simples

- A matriz de transformação M é a composição de três matrizes diferentes:

$$M_{P_1 \to P_2} = M_{B \to P_2} \cdot M_{A \to B} \cdot M_{P_1 \to A}$$



Exemplo: lente simples

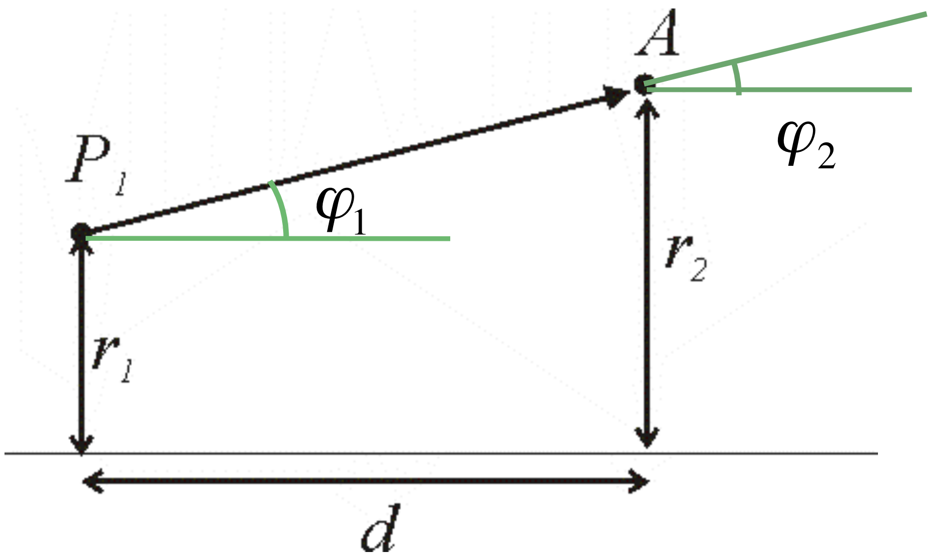
- Como fazer a matriz de propagação de P_1 para A?
  - Propagação em linha reta

$$\varphi_2 = \varphi_1$$

$$r_2 = r_1 + d\tan\varphi_1$$

$$\tan\varphi_1 \sim \varphi_1$$

$$r_2 = r_1 + d\varphi_1$$

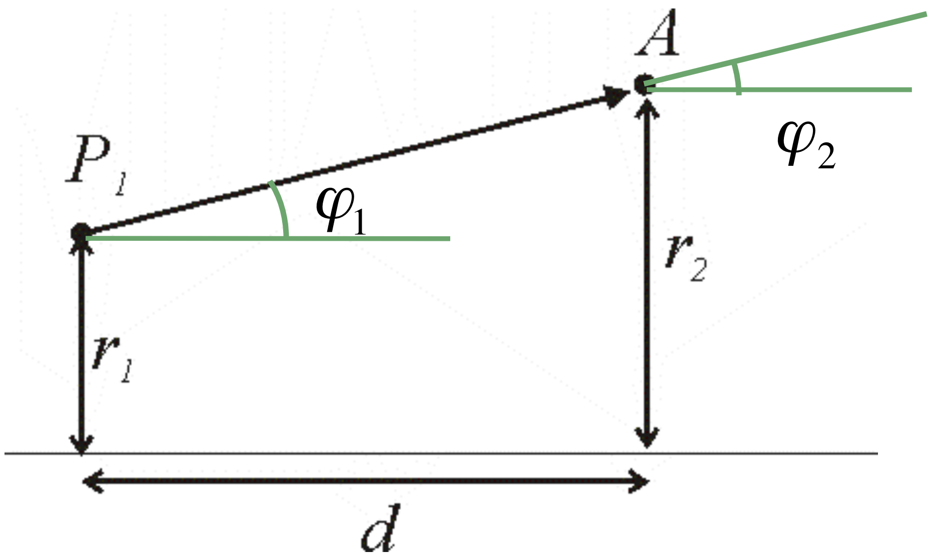


Exemplo: lente simples

- Assim, a partir das equações $\varphi_2 = \varphi_1$ e $r_2 = r_1 + d\varphi_1$ podemos escrever:

$$\begin{pmatrix} r_2 \\ \varphi_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & d \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r_1 \\ \varphi_1 \end{pmatrix}$$

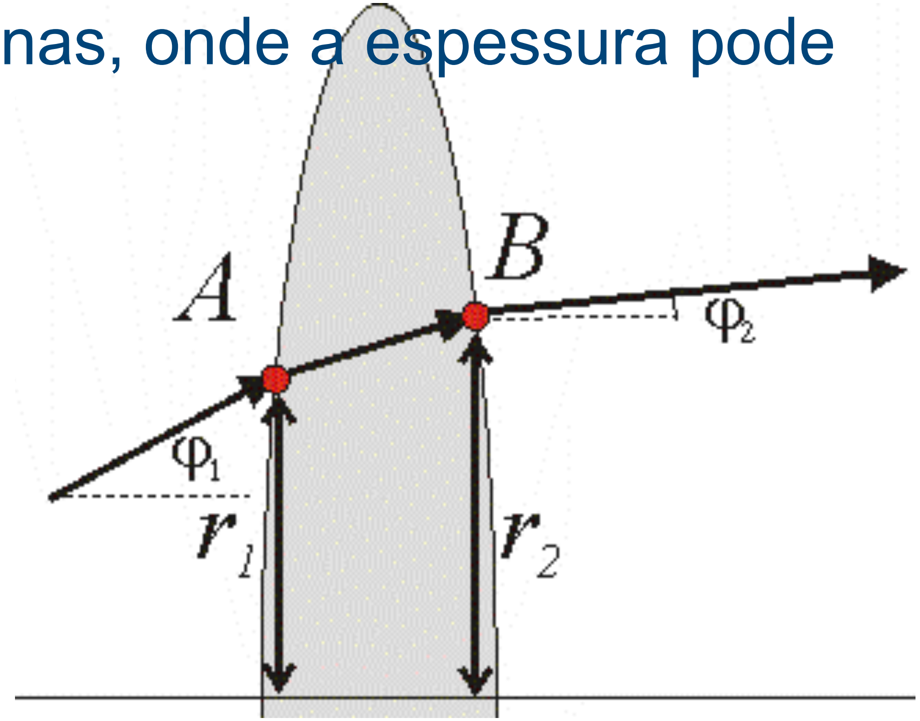
$$M = \begin{pmatrix} 1 & d \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

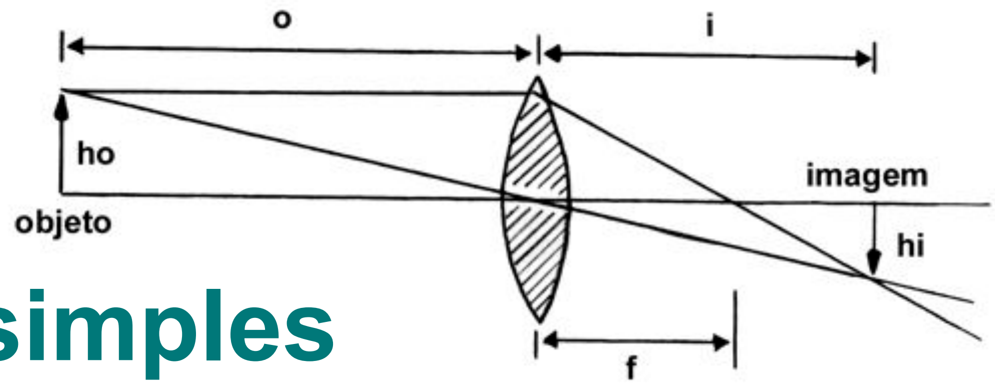


Exemplo: lente simples

- Para a transformação dentro da lente (ver apostila de 2007, em detalhes):
  - Lentes delgadas apenas, onde a espessura pode ser desprezada

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1/f & 1 \end{pmatrix}$$





Exemplo: lente simples

- Assim, a transformação completa para uma lente simples, delgada vale:

$$\begin{pmatrix} r_2 \\ \varphi_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & i \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1/f & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & o \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r_1 \\ \varphi_1 \end{pmatrix}$$

Transformação Saída da lente (B) até O ponto imagem (i)

Transformação Dentro da lente

Transformação Ponto objeto (o) até a lente (A)

Alexandre Suaide, LabFlex (2008)

Exemplo: lente simples

- Assim, a transformação completa para uma lente simples, delgada vale:

$$\begin{pmatrix} r_2 \\ \varphi_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 - \dfrac{i}{f} & o - \dfrac{io}{f} + i \\ -\dfrac{1}{f} & 1 - \dfrac{o}{f} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r_1 \\ \varphi_1 \end{pmatrix}$$

Exemplo: lente simples

$$\begin{pmatrix} r_2 \\ \varphi_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 - \frac{i}{f} & o - \frac{io}{f} + i \\ -\frac{1}{f} & 1 - \frac{o}{f} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r_1 \\ \varphi_1 \end{pmatrix}$$

- Ou seja

$$r_2 = \left(1 - \frac{i}{f}\right) r_1 + \left(o - \frac{io}{f} + i\right) \varphi_1$$

$$\varphi_2 = -\frac{1}{f} r_1 + \left(1 - \frac{o}{f}\right) \varphi_1$$

Exemplo: lente simples

- Ou seja

$$r_2 = \left(1 - \frac{i}{f}\right) r_1 + \left(o - \frac{io}{f} + i\right) \varphi_1$$

- Em uma lente delgada, qualquer raio saindo de r_1 deve chegar a r_2, independente de φ_1, ou seja, o segundo termo da expressão acima tem que ser nulo

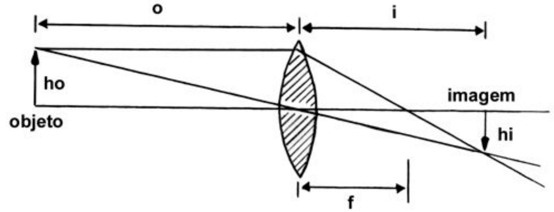
Exemplo: lente simples

- Ou seja

$$\left(o - \frac{io}{f} + i\right)\varphi_1 = 0 \qquad \boxed{\frac{1}{f} = \frac{1}{i} + \frac{1}{o}}$$

- Equação de Gauss para lentes delgadas

- O método matricial é muito útil para resolver associação de lentes e lentes espessas (ver apostila)



$$M_{\text{delgada}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1/f & 1 \end{pmatrix}$$

so da lente espessa...

P_i é a potência da superfície i,

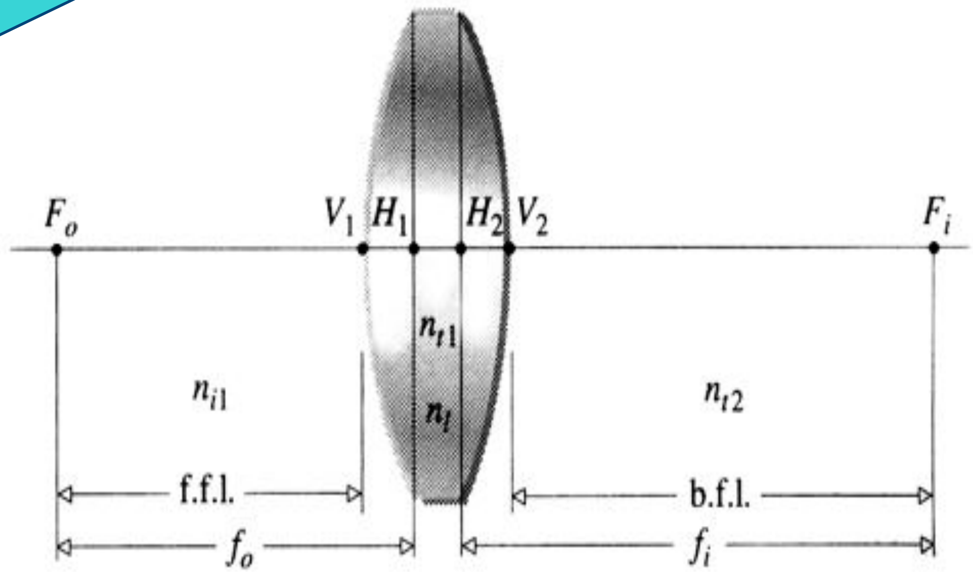
$$P_i = \frac{n-1}{R_i}$$

caso, a matriz de propagação é mais
exa, porém pode ser demonstrada (ver
ap stila de 2007) e

t é a espessura da lente

$$M = \begin{pmatrix} 1 - \frac{tP_1}{n} & \frac{t}{n} \\ \frac{t}{n}P_1P_2 - P_1 - P_2 & 1 - \frac{tP_2}{n} \end{pmatrix}$$

$-1/f$ fornece o foco médio da lente



Alexandre Suaide, LabFlex

No caso da lente espessa...

- Uma conseqüência desta matriz de transformação é que:

$$\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) + \frac{(n-1)^2}{n}\frac{t}{R_1 R_2}$$

- Denominada equação do fabricante de lentes

Alexandre Suaide, LabFlex (2008)

No caso da lente espessa...

- Caso a espessura seja desprezível (lentes delgadas), podemos fazer que

$$\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) + \cancel{\frac{(n-1)^2}{n}\frac{t}{R_1 R_2}} \rightarrow 0$$

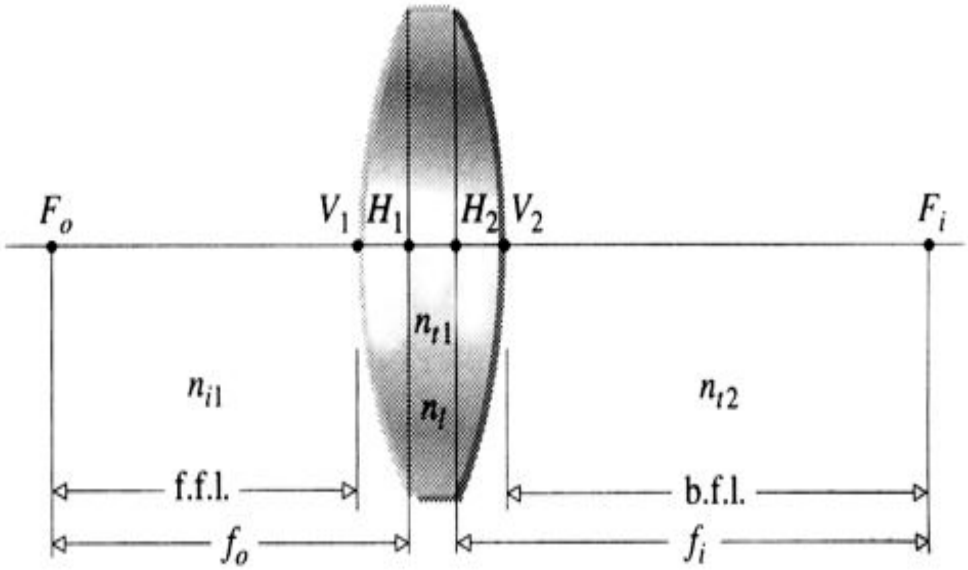
$$\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$$

No caso da lente espessa...

- E que os planos principais da lente são dados por:

$$H_1 = \frac{t}{n\left(1 + \frac{P_1}{P_2} - t\frac{P_1}{n}\right)}$$

$$H_2 = \frac{t}{n\left(1 + \frac{P_2}{P_1} - t\frac{P_2}{n}\right)}$$



Objetivos da semana

- Medir, com a maior precisão possível, a distância focal de duas lentes a sua escolha
  - Uma lente convergente e outra divergente!
    - f ~ 5, 10 e 20 cm
    - Dica: Para a divergente, deve-se fazer associação com uma convergente.
  - Anote as lentes utilizadas

- Com base na análise dos dados, quantifique se a aproximação de lente delgada pode ser utilizada. Discuta os resultados.
  - Dica: observe as equações que relacionam foco com dimensões da lente

- Na síntese, descreva brevemente o método e procedimentos adotados.

Objetivos da semana

- Materiais a disposição:
  - Bancada óptica milimetrada
  - Lentes diversas
  - Objetos luminosos
  - Anteparos
  - Lasers, etc.