



# FÍSICA EXPERIMENTAL IV

## AULA 2

[HTTP://WWW.IF.USP.BR/SUAIDE/](http://www.if.usp.br/suaide/)

*Alexandre Suaide*

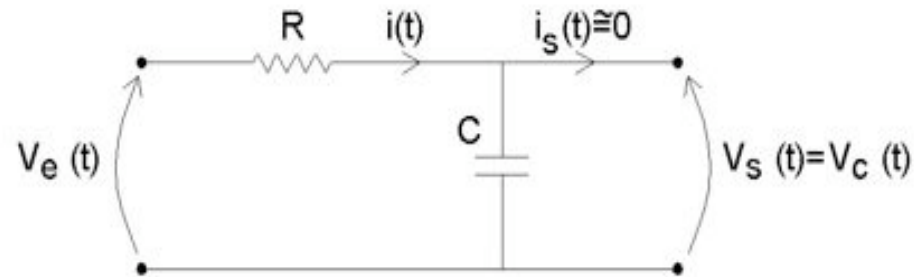
Ed. Oscar Sala

sala 246

ramal 7072

# AULA ANTERIOR: GANHO RC

$$\hat{G} = \frac{\hat{V}_S}{\hat{V}_e} = G_0 e^{j\phi_G}$$



○ Sendo:

$$\omega_C = \frac{1}{RC}$$

$$G_0 = \frac{V_S^0}{V_e^0} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_C}\right)^2}}$$

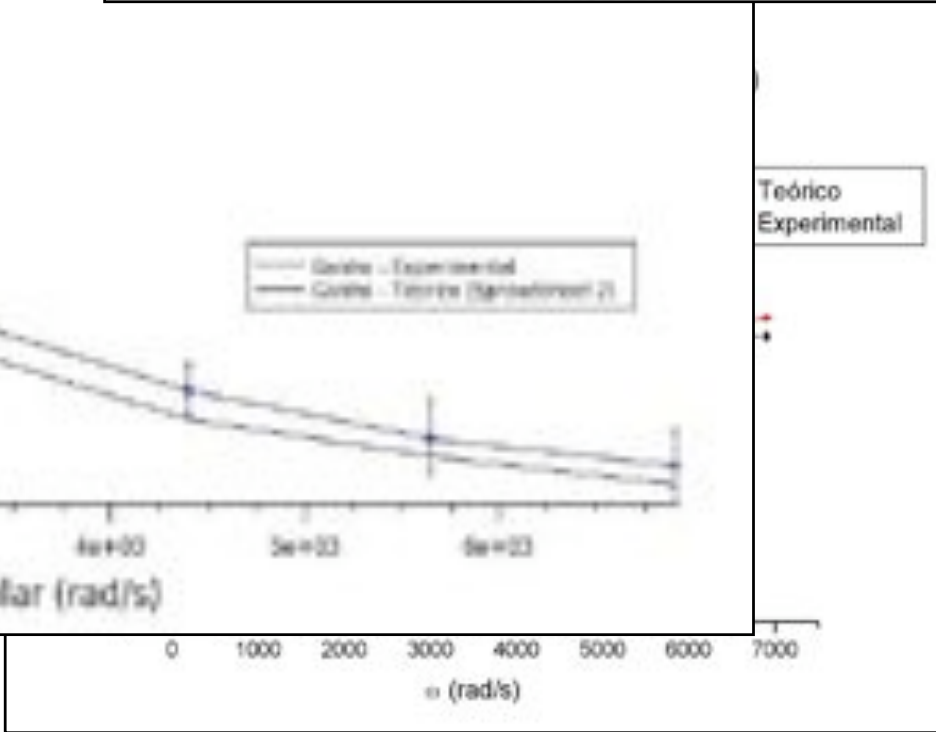
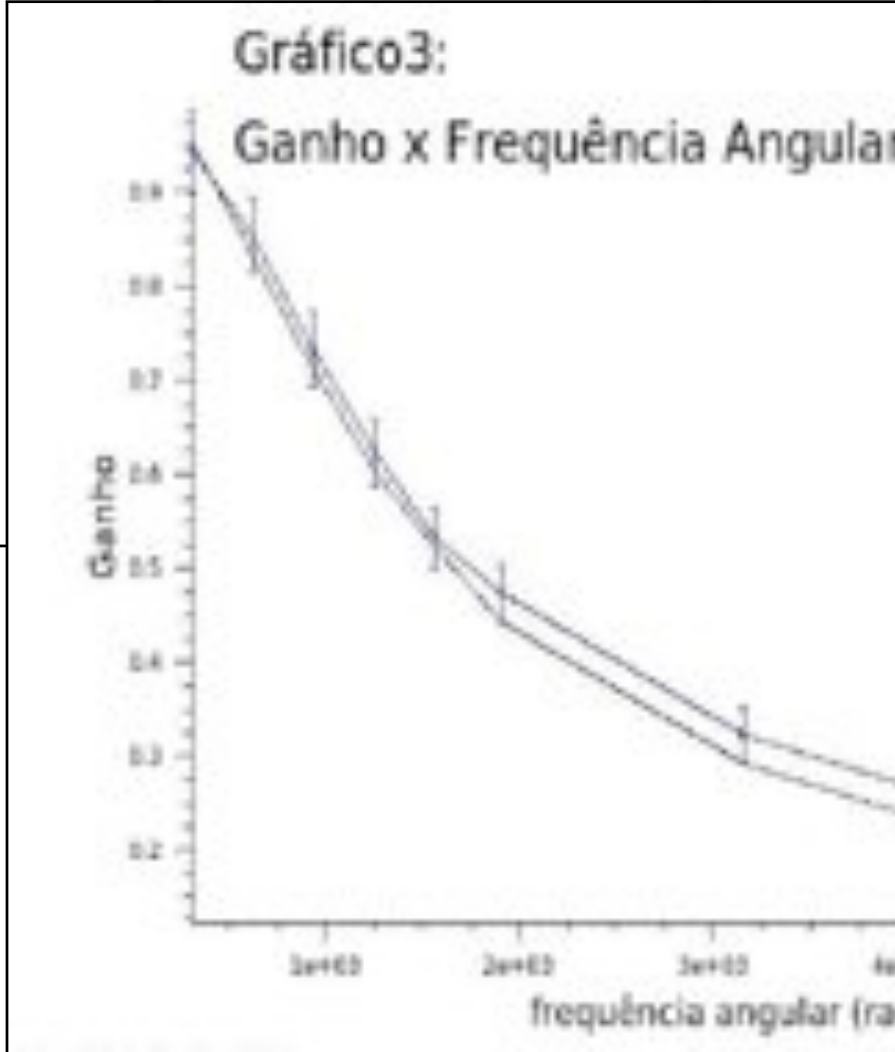
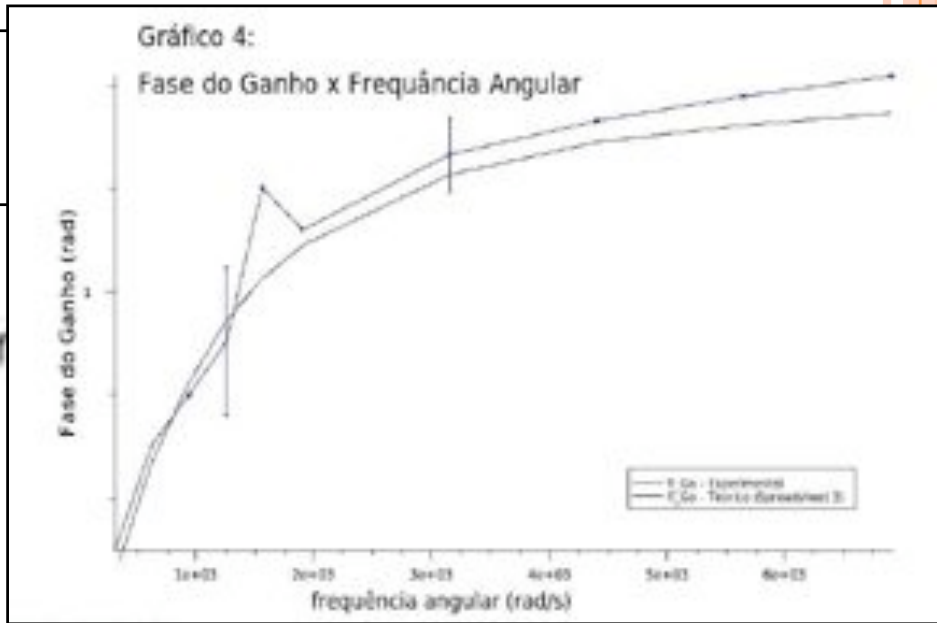
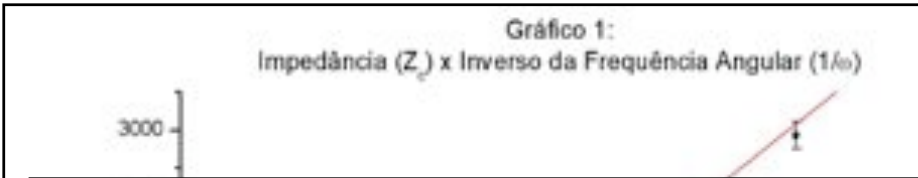
$$\phi_G = \omega \cdot \Delta T_{S-e} = \arctan\left(-\frac{\omega}{\omega_C}\right)$$





Teoricam  
os valore  
dados pe

## CASO 1



CASO 2

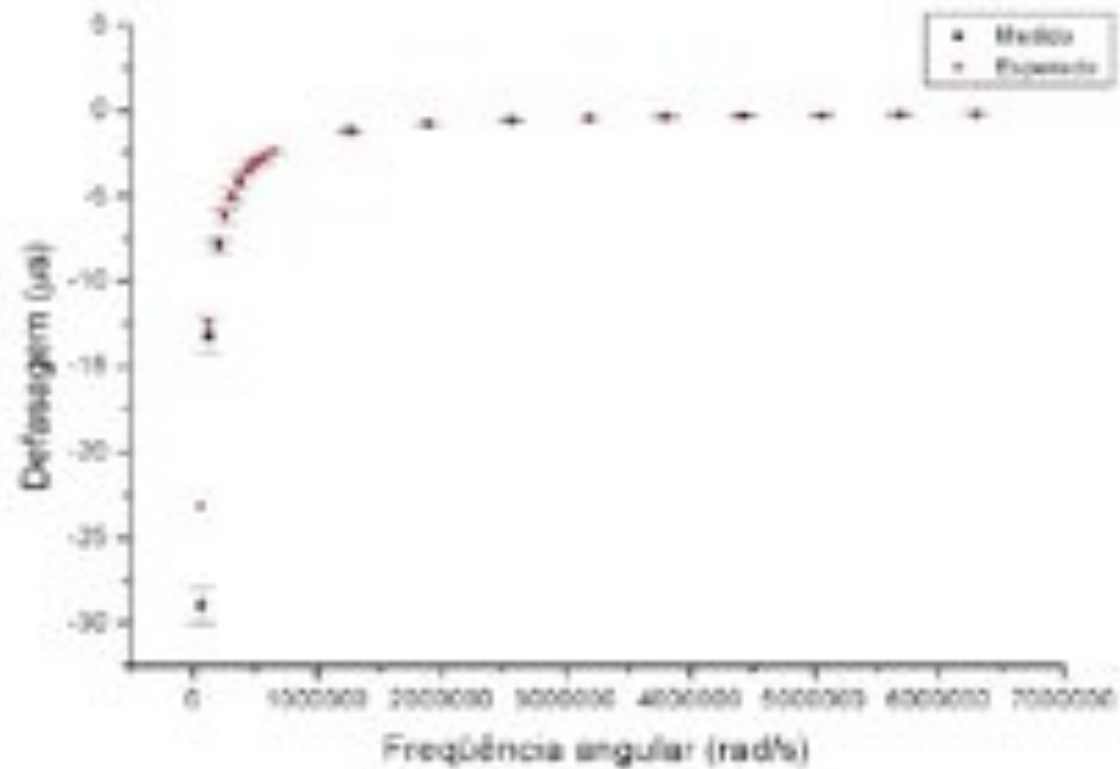
Resistência de  $10,3(10)\Omega$ .

## 2 Gráfico do ganho

$$\omega_c = (103 \pm 10) \times 10^3 \text{ rad/s}$$

## 3 Gráfico da defasagem

Como a fase do resistor de malha, então a fase entre  $V_s$  e  $V_d$  é igual a do capacitor.



CASO 3

R = ?

Zc por w em escala logaritmica

Ganho por frequência angular

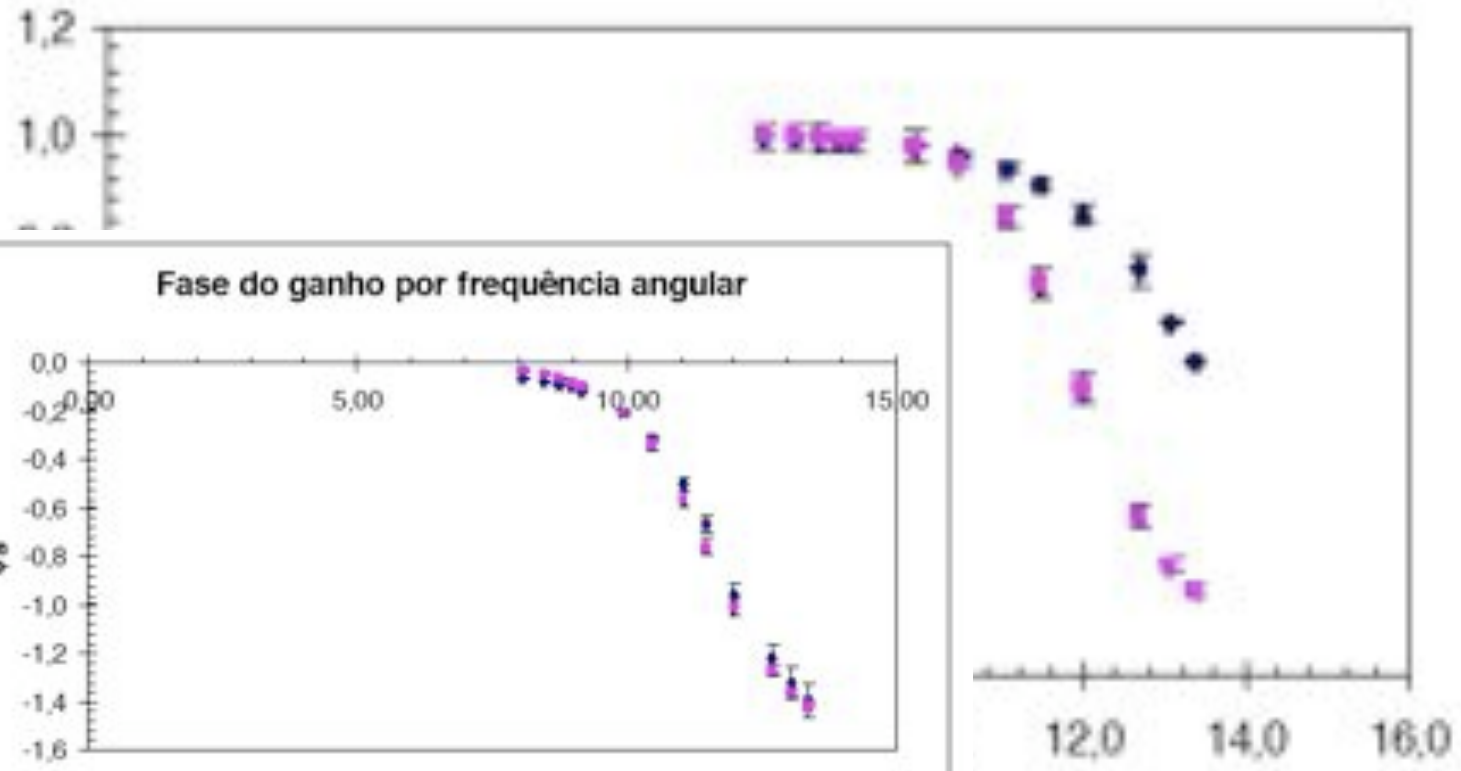


Gráfico 4: Gráfico da fase do ganho em função do logaritmo natural da frequência angular.

Gráfico 5: Gráfico do ganho em função do logaritmo natural da frequência angular.

CASO 4

perceber que eles concordam para valores de frequência baixos, mas que para valores mais altos a compatibilidade não é verificada.

C = 1 micro-F

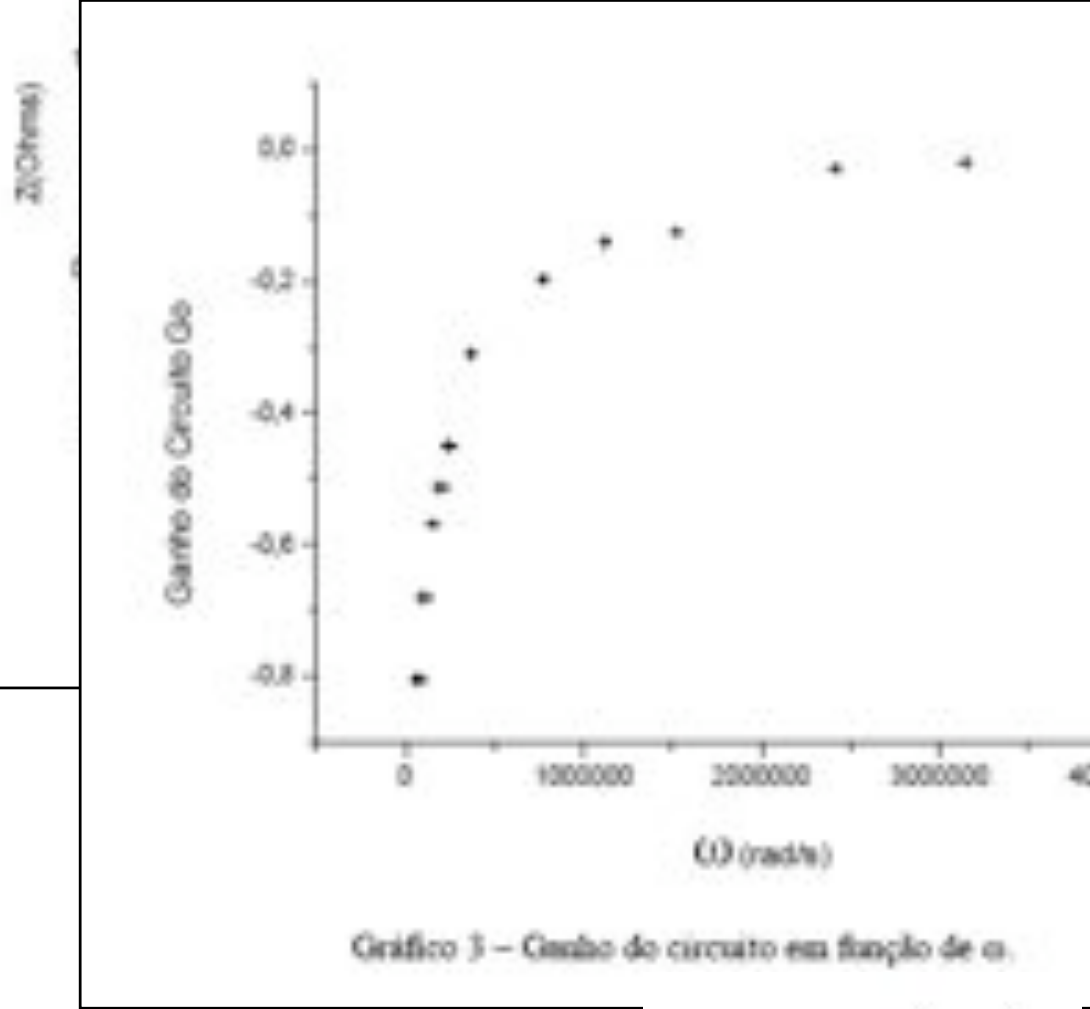
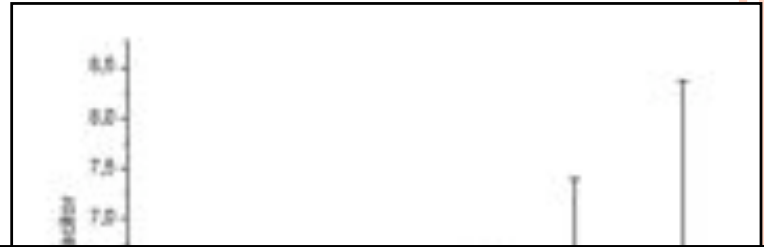
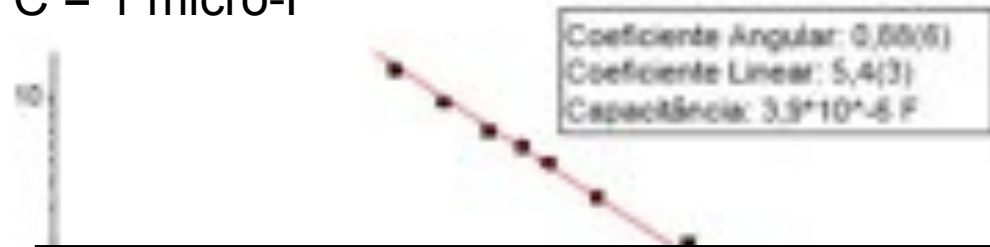


Gráfico 3 – Ganho do circuito em função de  $\omega$ .

O gráfico abaixo pode ser ajustado por meio da equação 3, abaixo.

$$G_0 = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_C}\right)^2}}$$

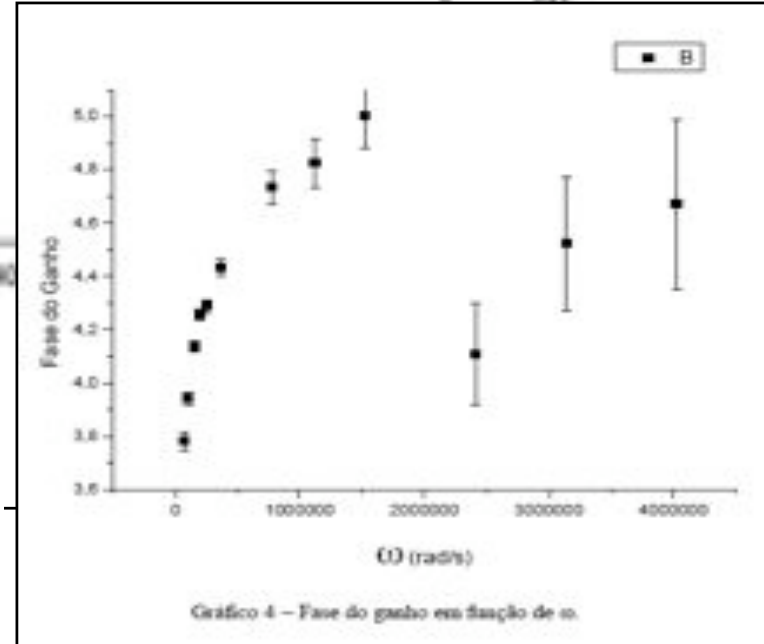
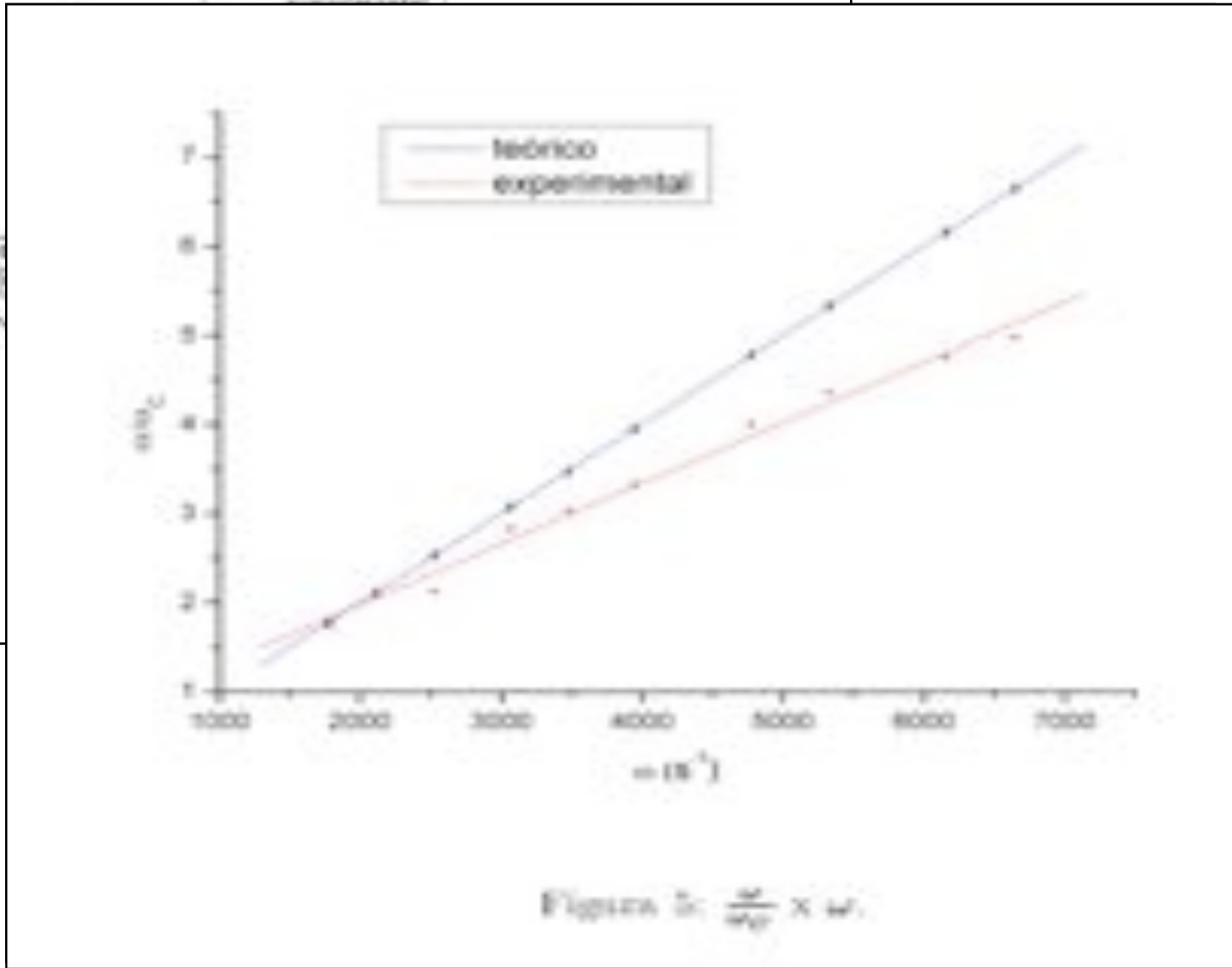


Gráfico 4 – Fase do ganho em função de  $\omega$ .

### CASO 5

$$\phi_G = \arctan\left(\frac{\omega}{\omega_C}\right)$$



## CASO 6





# CIRCUITO INTEGRADOR

- Então:

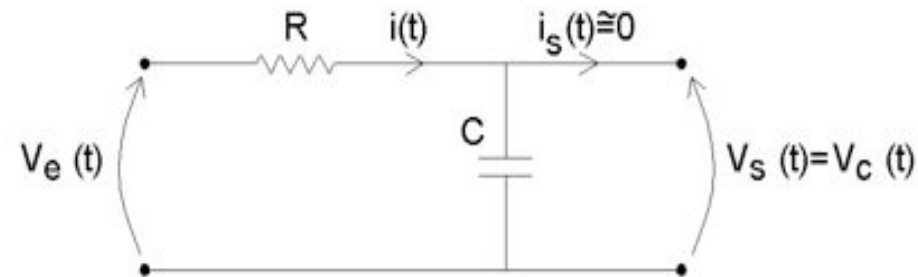
$$\hat{G} = \frac{\hat{V}_s}{\hat{V}_e} = \frac{1}{j\omega RC}$$

- Ou ainda:

$$\hat{V}_s = \frac{1}{j\omega RC} \hat{V}_e$$

- Temos que:

$$\hat{V}_s = \frac{1}{RC} \int \hat{V}_e dt$$



- Lembrando que:  $\hat{V}_e = V_e e^{j\omega t}$

- E que:  $\int \hat{V}_e dt = \frac{1}{j\omega} V_e e^{j\omega t} = \frac{1}{j\omega} \hat{V}_e$

No limite que  $\omega \gg \omega_c$  o circuito acima funciona como integrador da tensão de entrada

$$\frac{dV_s}{dt} = \frac{V_e}{RC}$$

equação 5

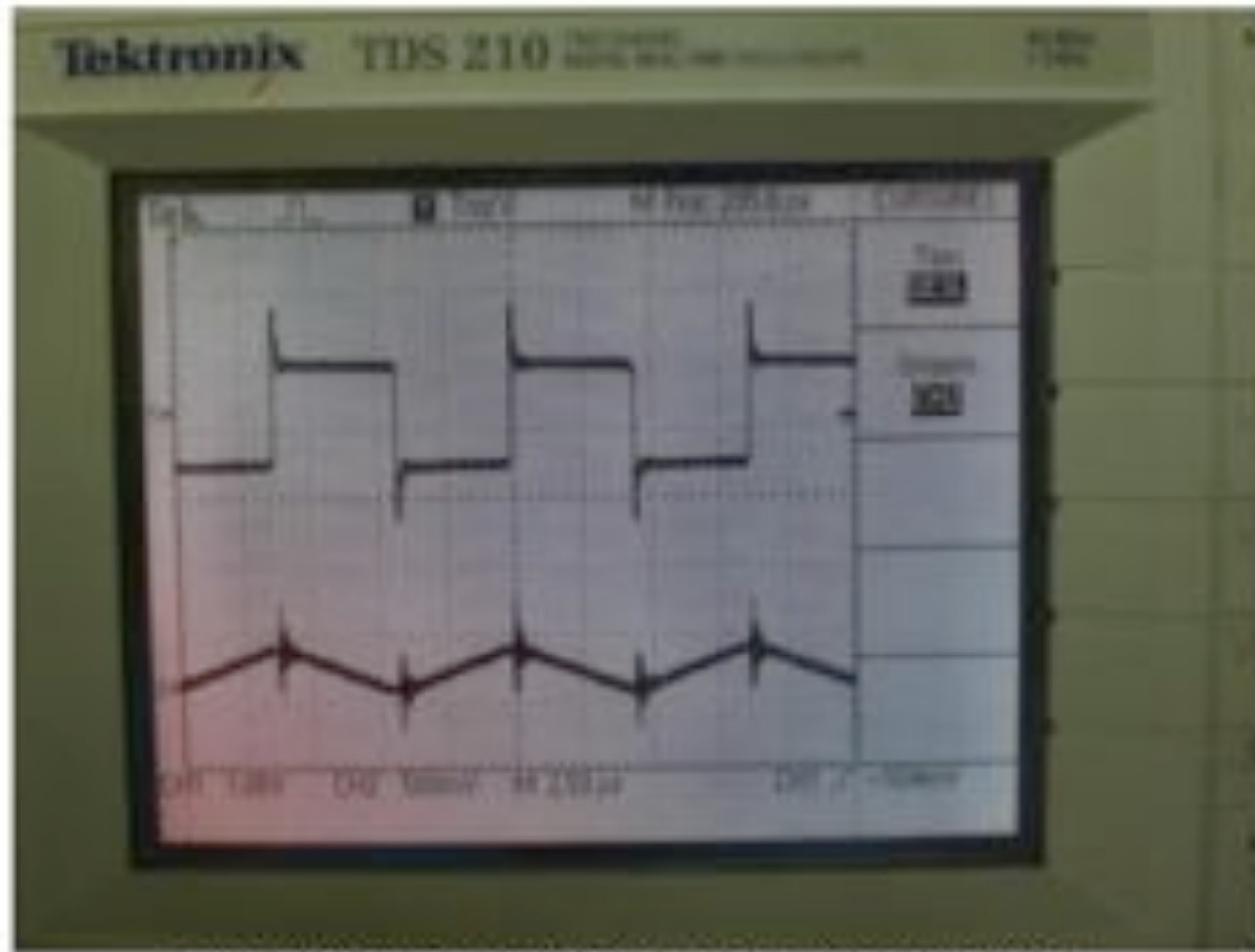


Figura 2: foto da tela do osciloscópio utilizando ondas quadradas.

Onde  $V_s$  é a tensão de saída,  $R$  é a resistência, que é  $10\Omega$ ,  $C$  é a capacitância, que é  $1\mu F$  e  $V_e$  é a tensão de entrada. O valor da derivada da tensão de entrada é  $(9,1 \pm 0,1) \times 10^4 V/s$  e o valor de  $V_e/(RC) = (10,4 \pm 0,5) \times 10^4 V/(\Omega F)$ . O valor da tensão de entrada é o valor de tensão do canal 1 menos o valor de tensão do canal 2

# MOTIVAÇÃO

- A medida do Ganho  $\times f$  do circuito RC, semana passada, foi bastante cansativa
  - Ajustar frequência
  - Medir  $V_e$
  - Medir  $V_c$
  - Repetir procedimento para cada frequência
  - Pelo menos 1 hora de tomada de dados
- Que tal fazer a mesma medida com apenas 1 frequência em 5 minutos?
  - Fundamentos teóricos e novos métodos de análise

# SÉRIES DE FOURIER

- Joseph Fourier, paper submetido em 1807
  - Referees: Lagrange, Laplace, Malus e Legendre
  - Funções trigonométricas podem ser combinadas de tal forma a representar qualquer função matemática

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_n (a_n \cos(nx) + b_n \sin(nx))$$

- As constantes  $a_n$  e  $b_n$  podem ser obtidas a partir de

$$a_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos(nx) dx$$

$$b_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \sin(nx) dx$$

# SÉRIES DE FOURIER

- Hoje em dia, usamos formalismos mais abrangentes

$$f(x) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{jnx}$$

Use a fórmula de Euler e substitua na expressão anterior

$$e^{jx} = \cos x + j \sin x$$

- Com:

$$c_n = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) e^{-jnx} dx$$

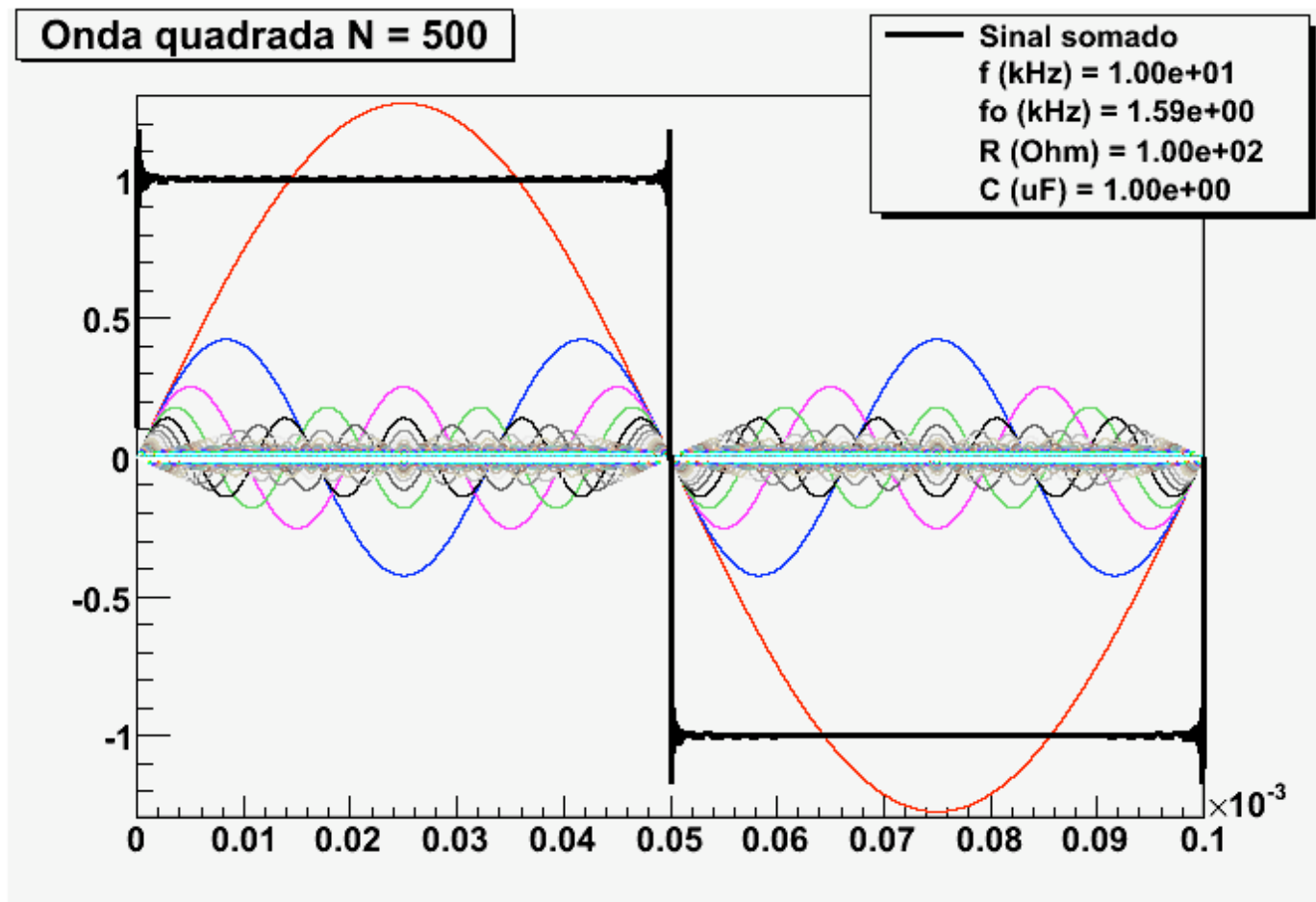
- As constantes  $a_n$  e  $b_n$  da expressão tradicional podem ser obtidas como:

$$a_n = c_n + c_{-n}, \text{ com } n = 0, 1, 2, \dots$$

$$b_n = j(c_n - c_{-n}), \text{ com } n = 0, 1, 2, \dots$$

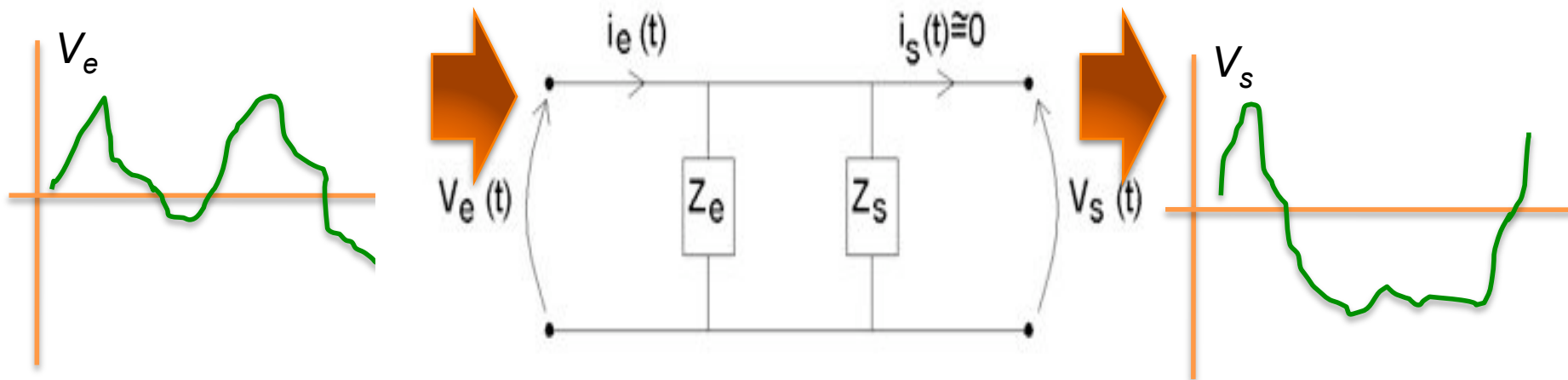
# EXEMPLO: ONDA QUADRADA

$$V(t) = V_0 \left[ \frac{4}{\pi} \sin(\omega t) + \frac{4}{3\pi} \sin(3\omega t) + \frac{4}{5\pi} \sin(5\omega t) + \dots \right]$$



# SÉRIES DE FOURIER

- Circuitos podem causar distorções em sinais elétricos



$$V_e = \begin{bmatrix} V_1^s \sin(\omega_1 t) + \\ V_1^c \cos(\omega_1 t) + \\ V_2^s \sin(\omega_2 t) + \\ V_2^c \cos(\omega_2 t) + \\ \dots + \\ V_N^s \sin(\omega_N t) + \\ V_N^c \cos(\omega_N t) \end{bmatrix}$$

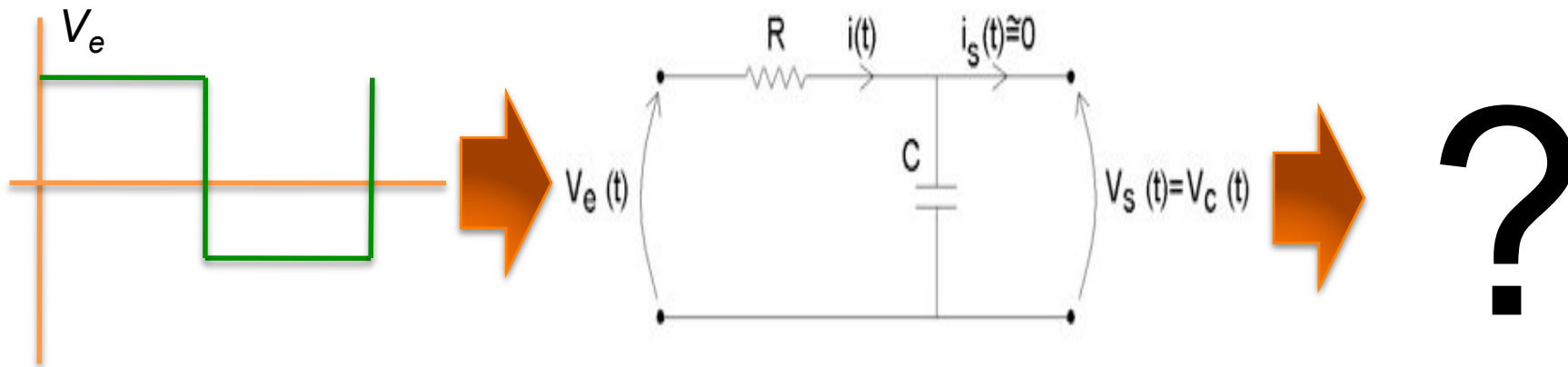
$$G_i = G(\omega_i, R, C, \dots)$$

$$\phi_i = \phi(\omega_i, R, C, \dots)$$

$$V_e = \begin{bmatrix} G_1 \cdot V_1^s \sin(\omega_1 t + \phi_1) + \\ G_1 \cdot V_1^c \cos(\omega_1 t + \phi_1) + \\ G_2 \cdot V_2^s \sin(\omega_2 t + \phi_2) + \\ G_2 \cdot V_2^c \cos(\omega_2 t + \phi_2) + \\ \dots + \\ G_N \cdot V_N^s \sin(\omega_N t + \phi_N) + \\ G_N \cdot V_N^c \cos(\omega_N t + \phi_N) \end{bmatrix}$$

# SÉRIES DE FOURIER

- O que acontece com uma onda quadrada em um filtro RC?



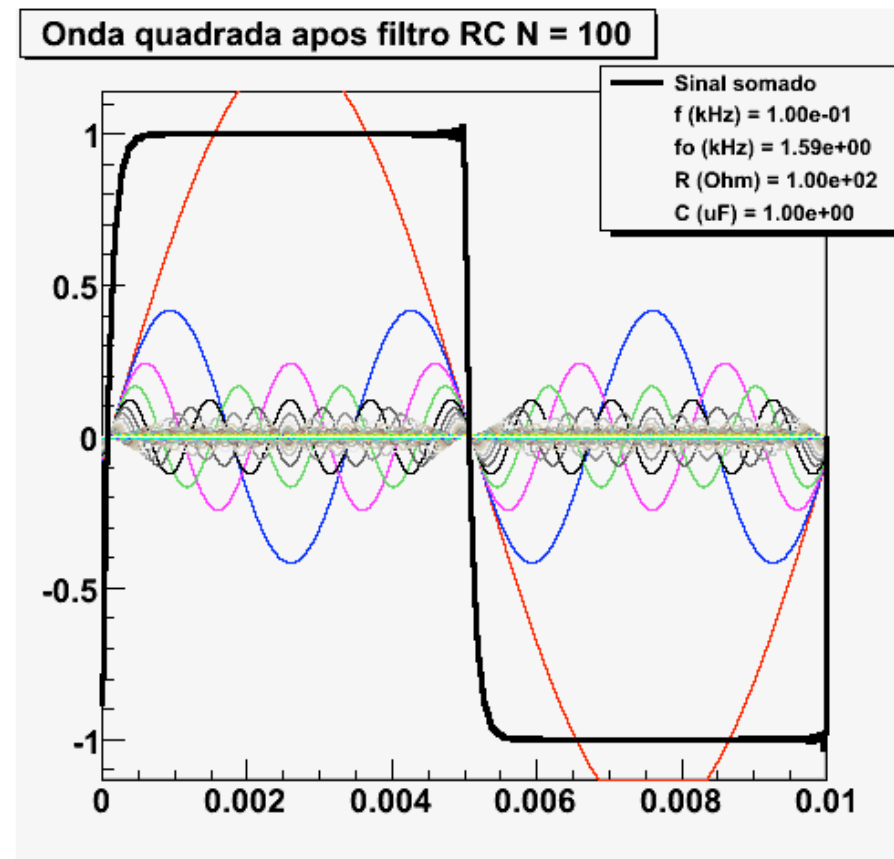
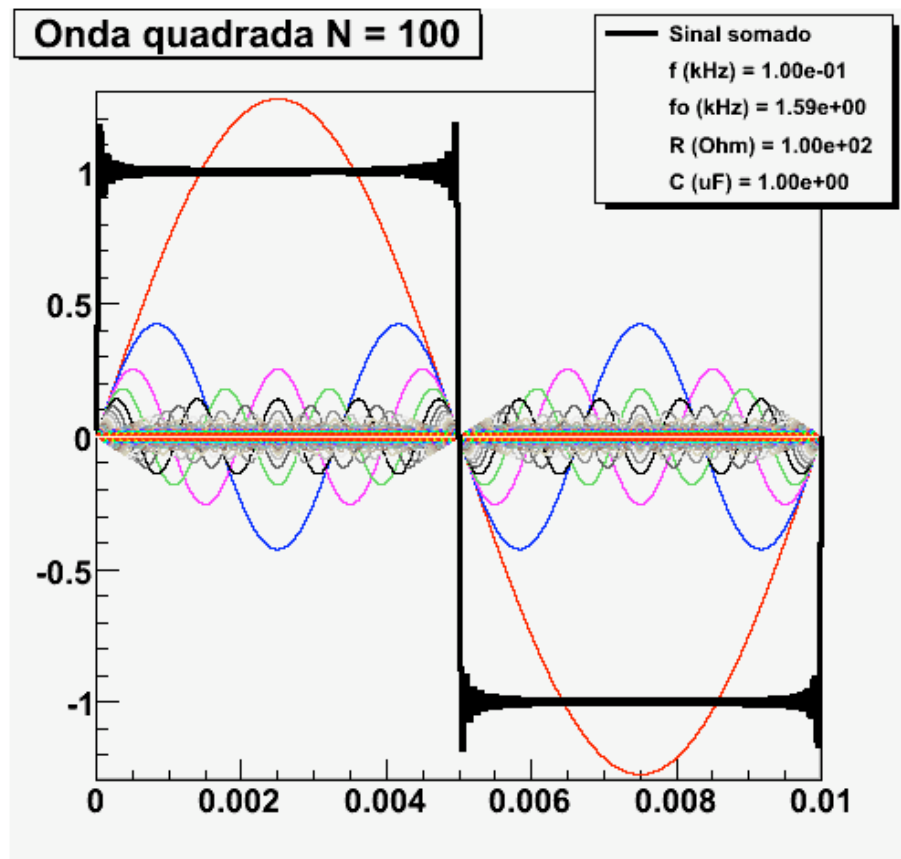
$$V_e = V_0 \left[ \begin{array}{l} \frac{4}{\pi} \sin(\omega t) + \\ \frac{4}{3\pi} \sin(3\omega t) + \\ \frac{4}{5\pi} \sin(5\omega t) + \dots \end{array} \right] \rightarrow G(\omega) = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2}} \rightarrow V_s = V_0 \left[ \begin{array}{l} G_\omega \cdot \frac{4}{\pi} \sin(\omega t + \phi_\omega) + \\ G_{3\omega} \cdot \frac{4}{3\pi} \sin(3\omega t + \phi_{3\omega}) + \\ G_{5\omega} \cdot \frac{4}{5\pi} \sin(5\omega t + \phi_{5\omega}) + \dots \end{array} \right]$$

$$\phi(\omega) = \arctan\left(-\frac{\omega}{\omega_c}\right)$$



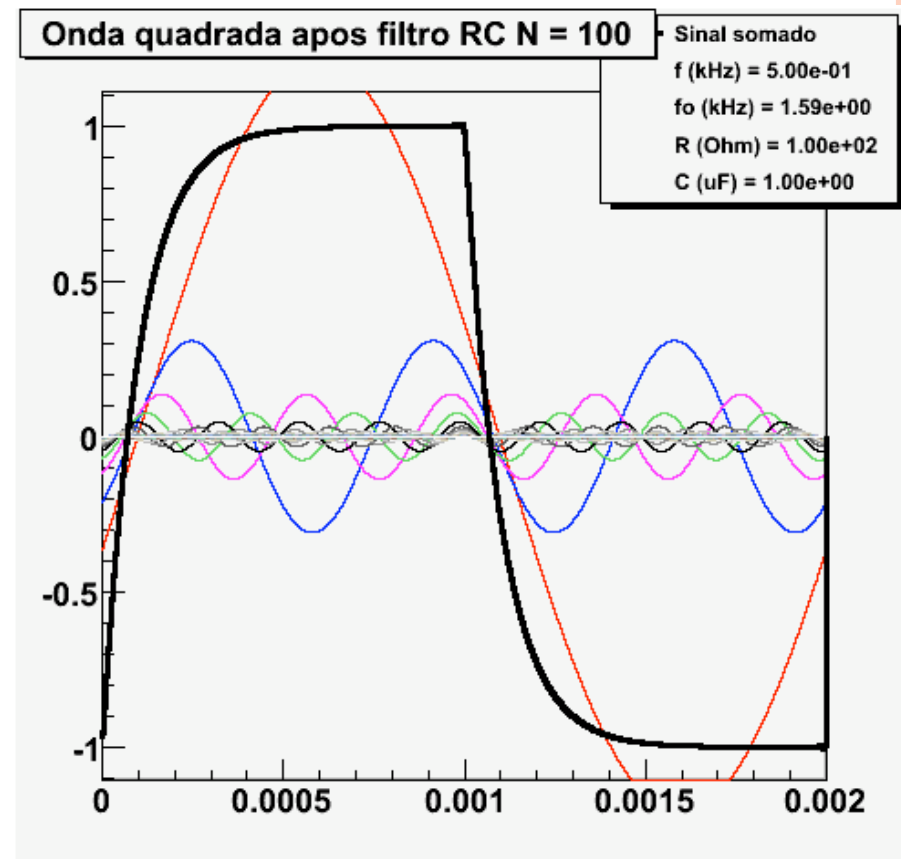
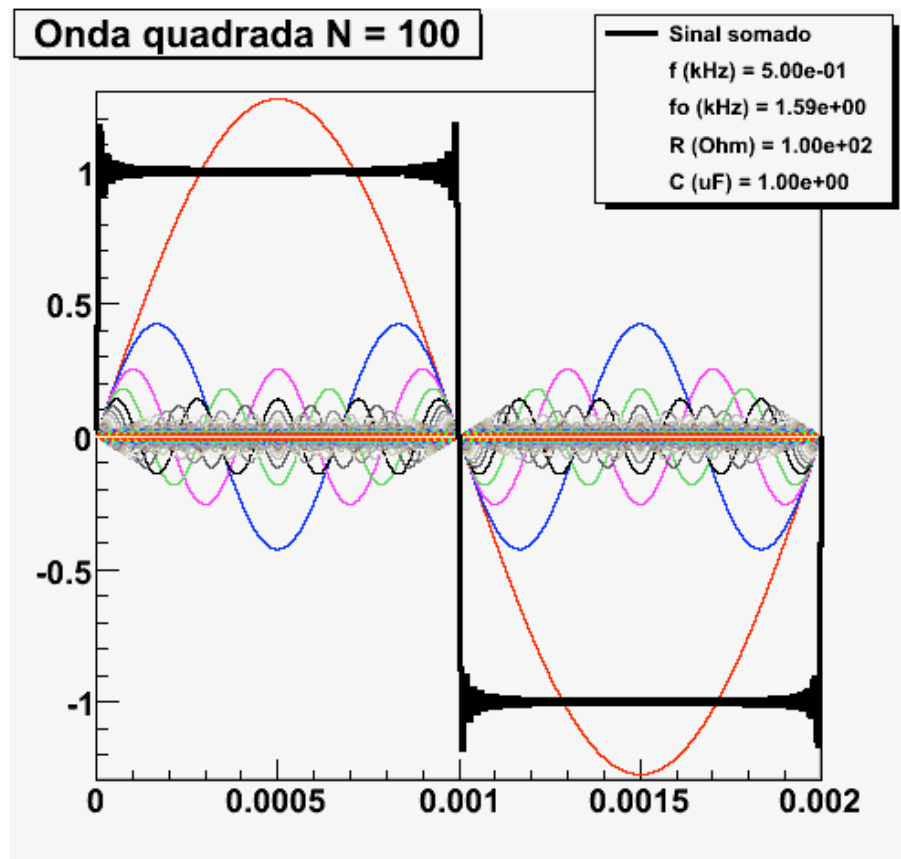
# FILTRO RC ( $R = 1 \Omega$ , $C = 1 \mu\text{F}$ ) $\rightarrow F_C \sim 1.5 \text{ kHz}$

$$f_{\text{sinial}} = 100 \text{ Hz}$$



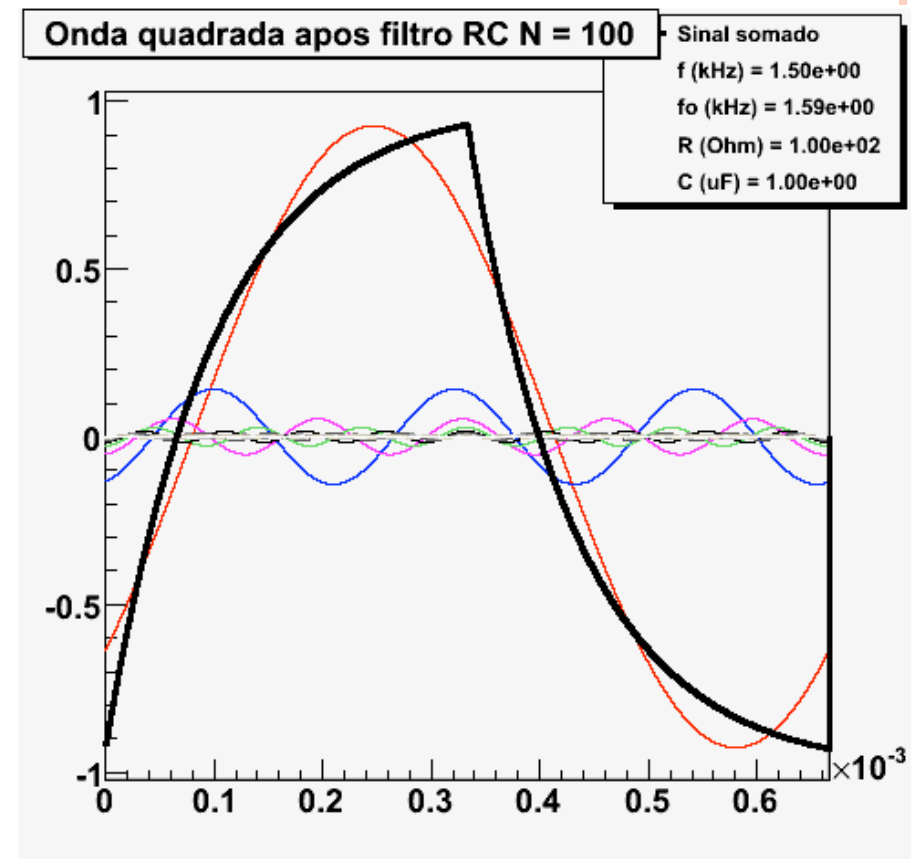
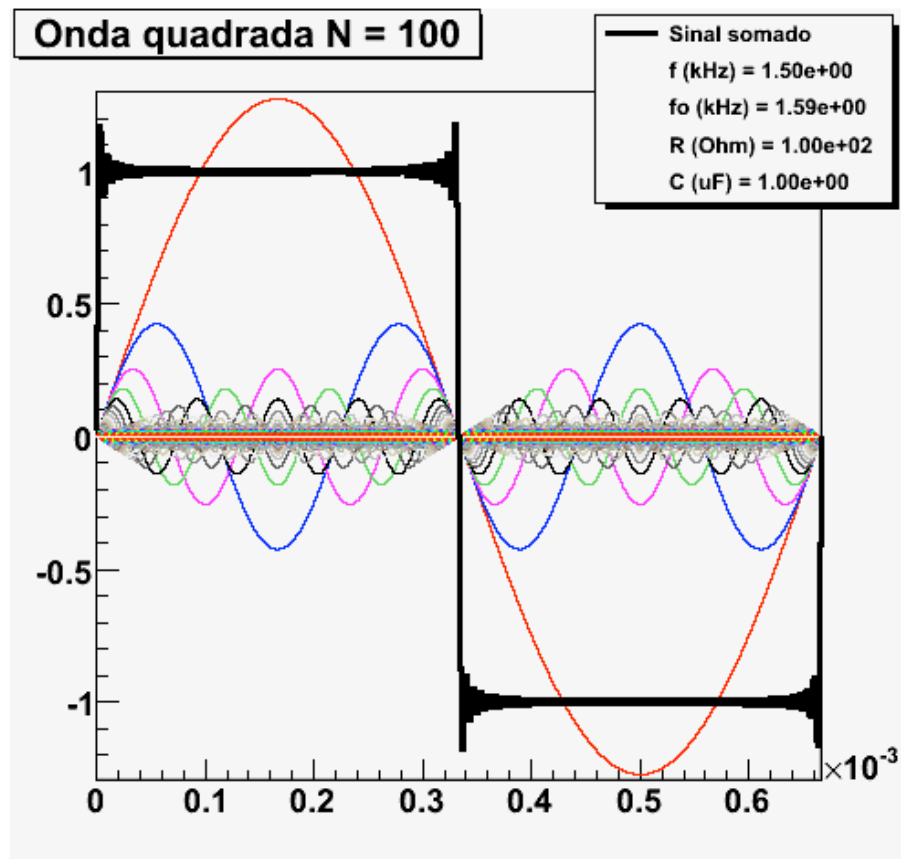
FILTRO RC ( $R = 1 \Omega$ ,  $C = 1 \mu\text{F}$ )  $\rightarrow F_C \sim 1.5 \text{ kHz}$

$$f_{\text{sinal}} = 500 \text{ Hz}$$



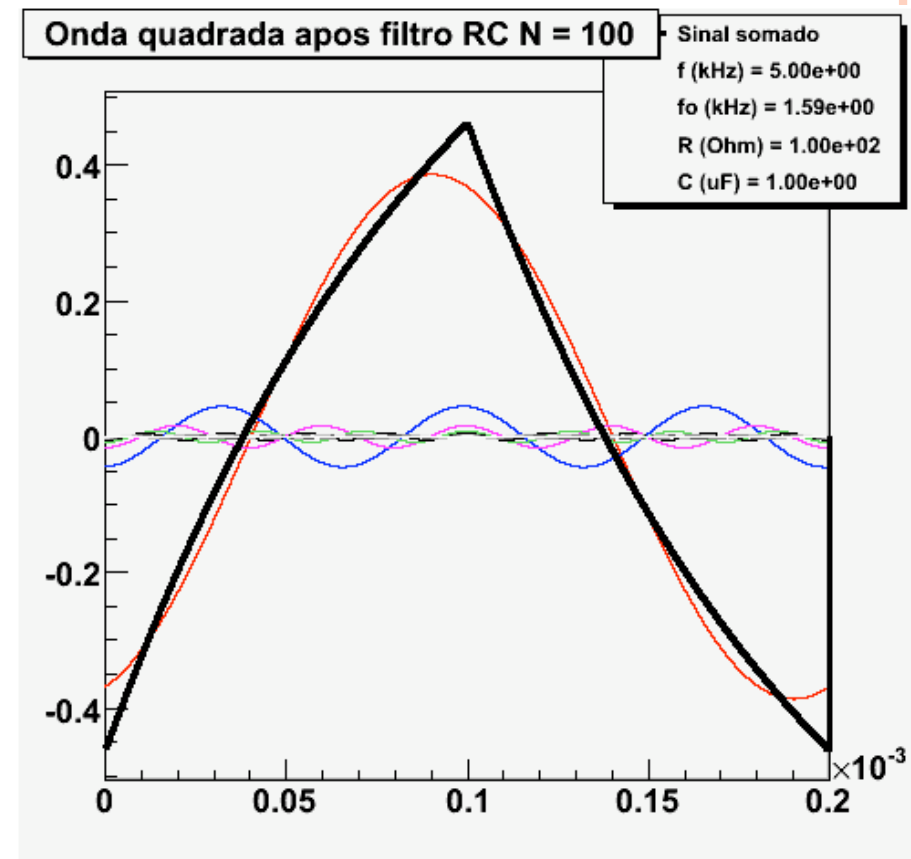
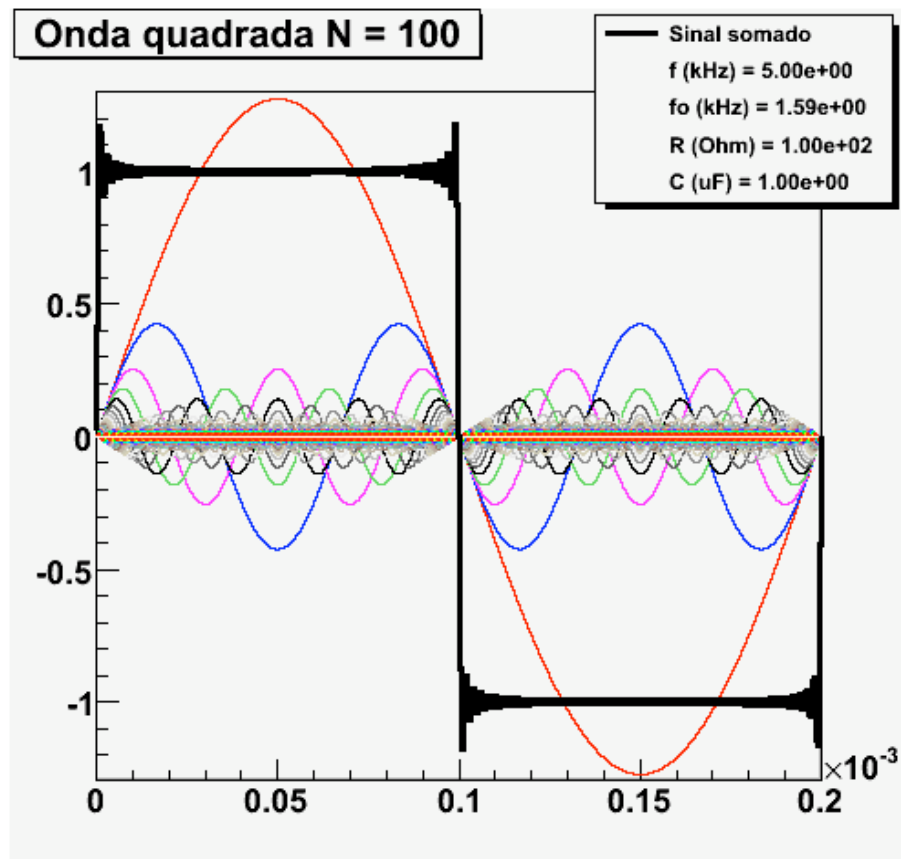
# FILTRO RC ( $R = 1 \Omega$ , $C = 1 \mu\text{F}$ ) $\rightarrow F_C \sim 1.5 \text{ kHz}$

$$f_{\text{sinal}} = 1500 \text{ Hz}$$



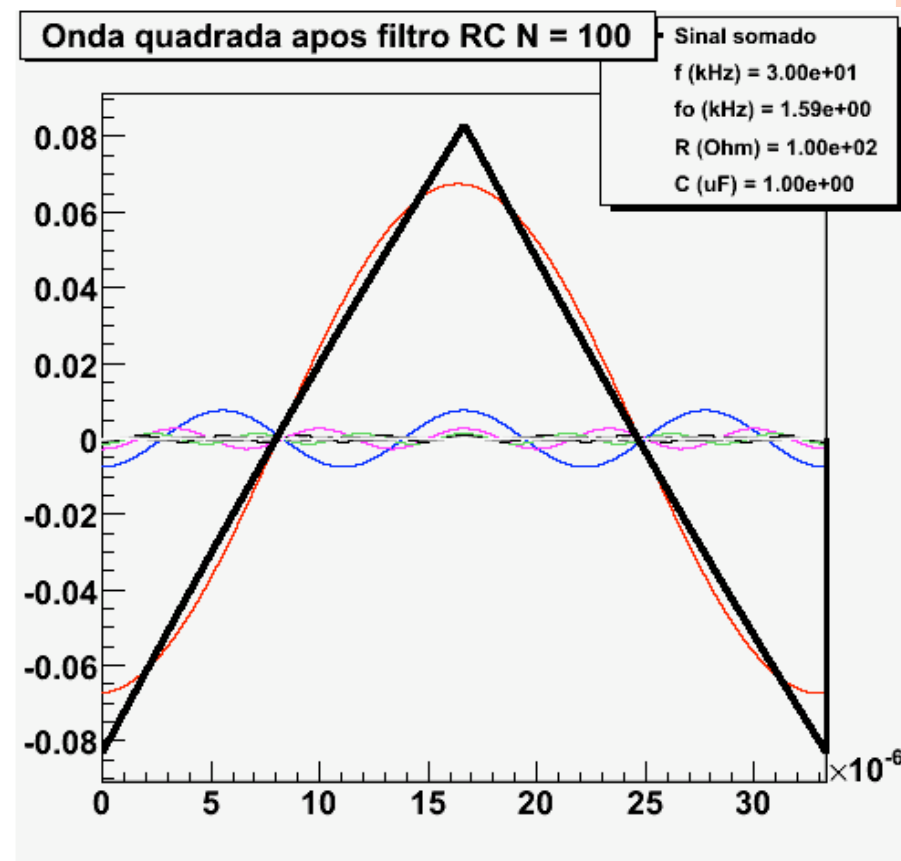
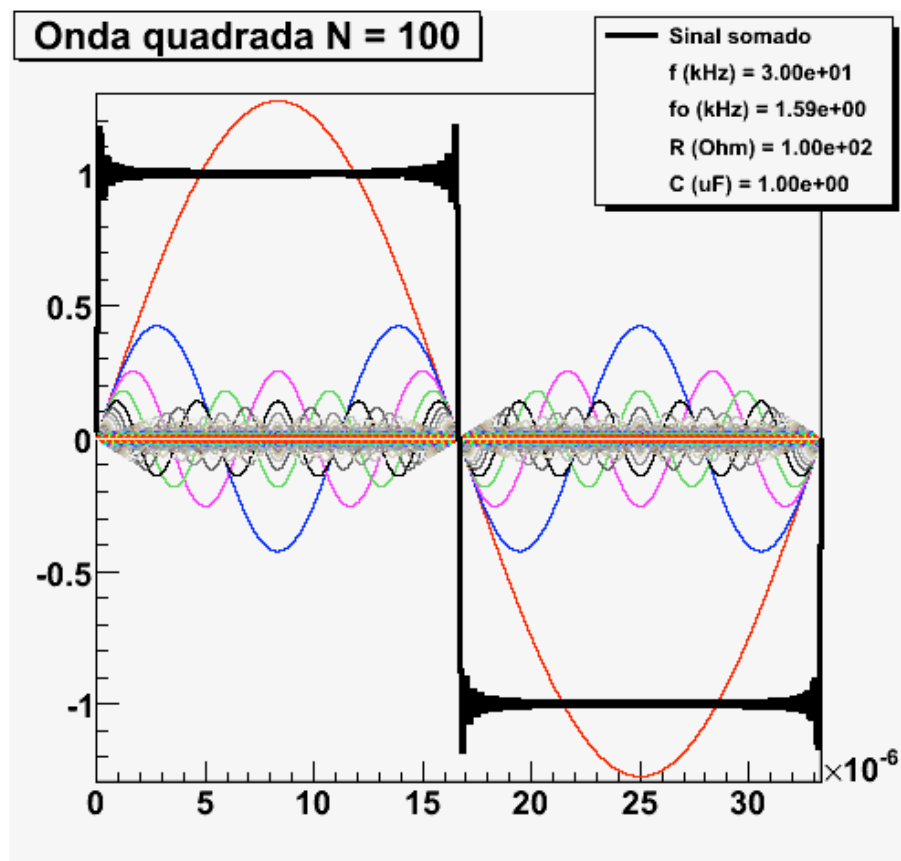
# FILTRO RC ( $R = 1 \Omega$ , $C = 1 \mu\text{F}$ ) $\rightarrow F_C \sim 1.5 \text{ kHz}$

$$f_{\text{sinial}} = 5 \text{ kHz}$$



# FILTRO RC ( $R = 1 \Omega$ , $C = 1 \mu\text{F}$ ) $\rightarrow F_C \sim 1.5 \text{ kHz}$

$$f_{\text{sinal}} = 30 \text{ kHz}$$

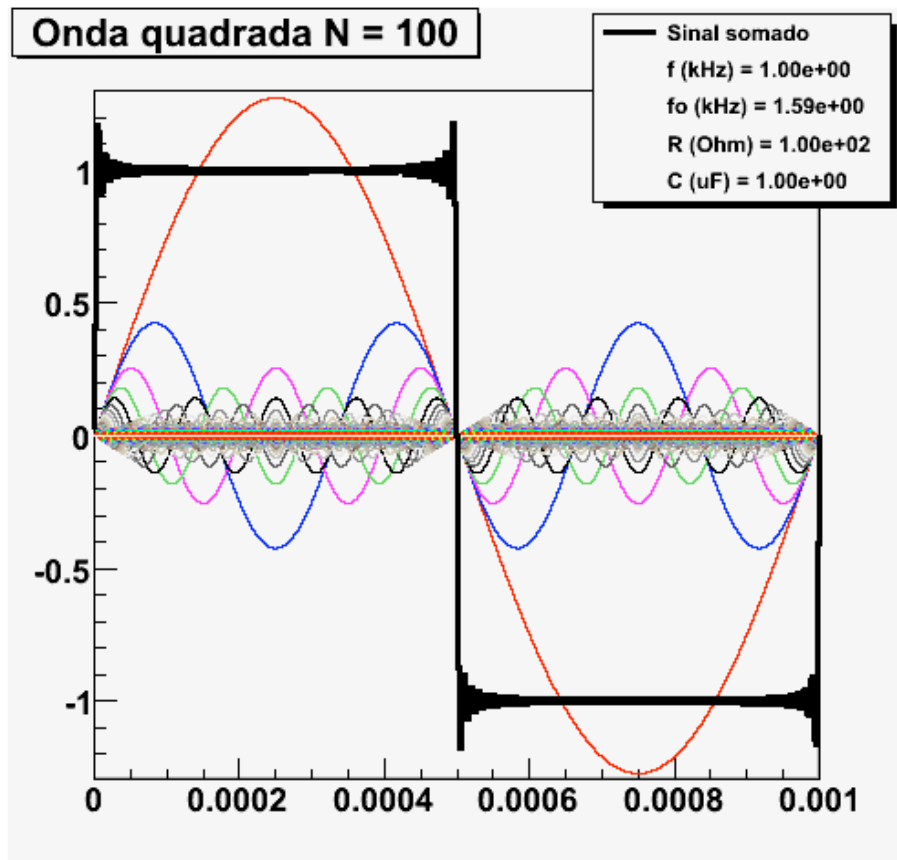


# COMO ANALISAR AS FREQUÊNCIAS DE UM SINAL

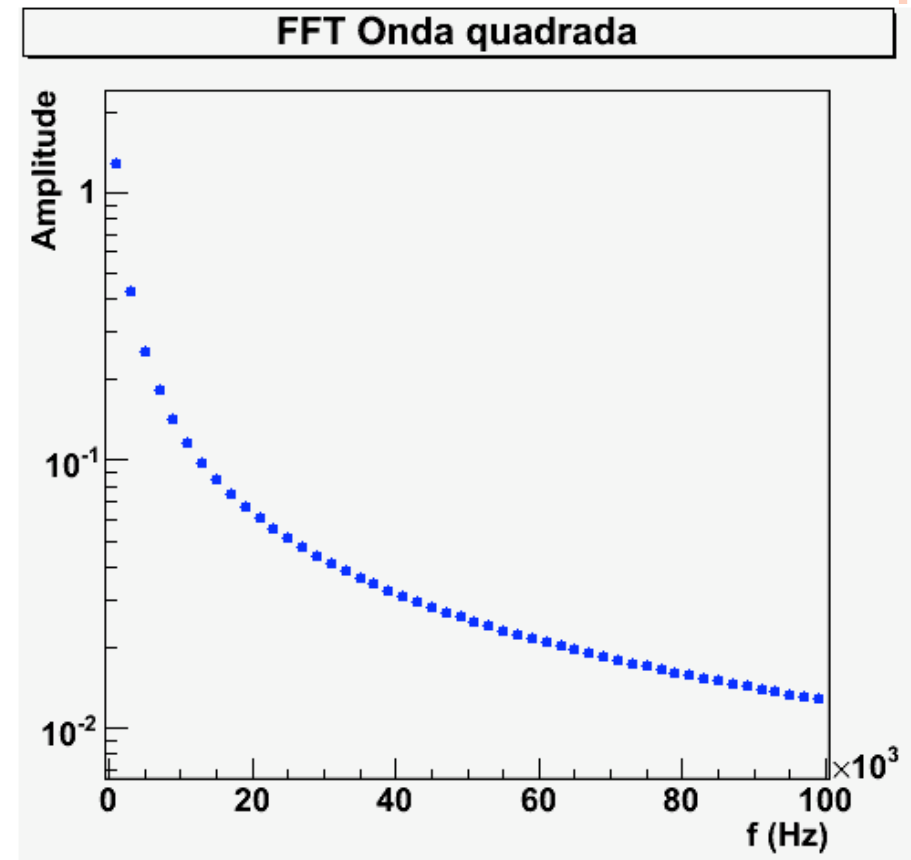
- **Análise de Fourier ou transformada de Fourier**
  - É um gráfico no qual o eixo-X representa a frequência da componente de Fourier e o eixo-Y mostra a amplitude daquela componente
  - Deste modo pode-se ver claramente qual a contribuição de cada harmônica para o sinal final e podemos projetar os circuitos com o mínimo de interferência
  - Abre inúmeras possibilidades para tratamento de sinais e imagens.
- **Métodos numéricos de obtenção para sinais discretos**
  - FFT → Fast Fourier Transform

# EXEMPLO: ONDA QUADRADA

SINAL



Transformada de Fourier  
Espectro de amplitude

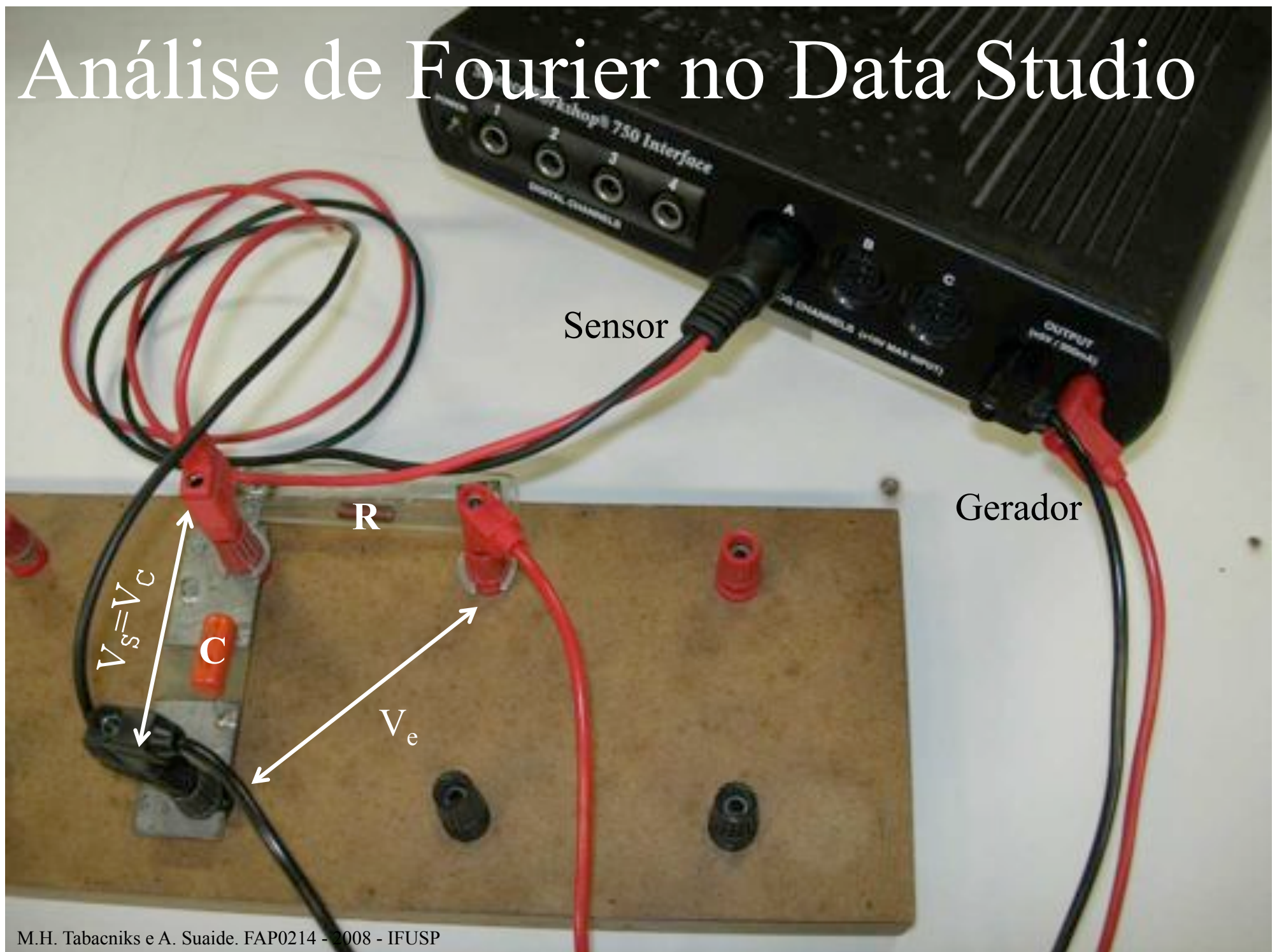


# OBJETIVOS DA SEMANA

- Fazer análise de Fourier experimental de uma onda quadrada
  - Comparar a transformada de Fourier da onda com o esperado teoricamente
  - Obter a curva de ganho de um RC através da transformada de Fourier



# Análise de Fourier no Data Studio



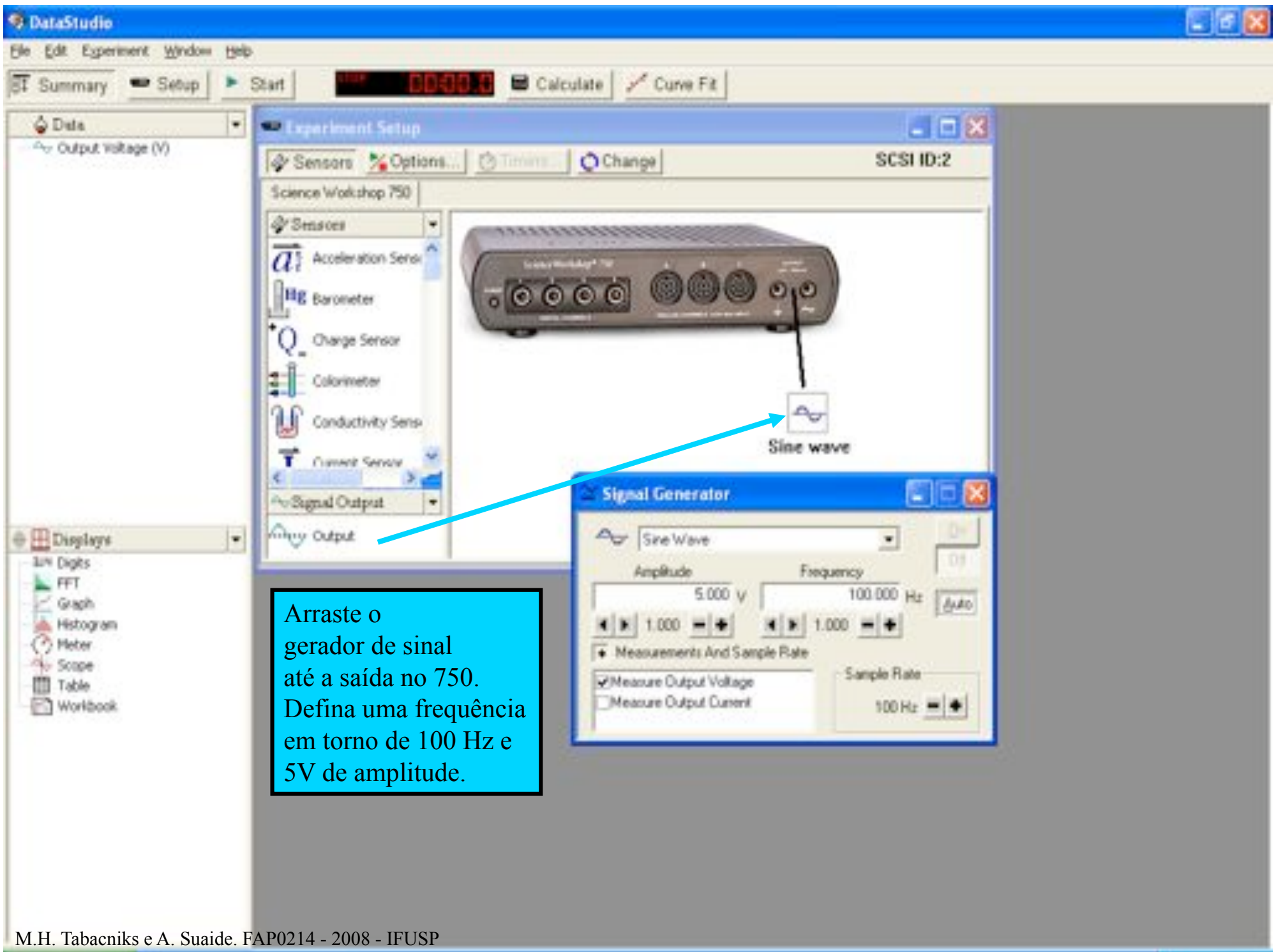
Ligue seu osciloscópio para controlar se a saída do 750 é de fato o que foi selecionado via software.

1) Ligue a interface PASCO 750 na tomada. Veja o LED power on.


2) Conecte um adaptador para pino banana na entrada A, B ou C.

3) Conecte um par de fios com pino banana na saída *output*.





Arraste o gerador de sinal até a saída no 750. Defina uma frequência em torno de 100 Hz e 5V de amplitude.



Conecte a saída “*output*” da interface PASCO à placa de conectores. Ligue um osciloscópio aos terminais de saída para verificar se o sinal gerado pela interface PASCO é o que foi programado.

Arraste um *Voltage Sensor* até a entrada A. Defina suas propriedades (eventualmente com um duplo click)

The screenshot displays the DataStudio software interface. At the top, there are menu options like 'File', 'Edit', 'Experiment', 'Window', and 'Help', along with buttons for 'Calculate' and 'Curve Fit'. A central window titled 'SCSI ID:2' shows a hardware device with several ports. A 'Voltage Sensor' icon is being dragged from a sidebar on the left to one of the ports. Below this, a 'Sensor Properties' dialog box is open, showing the 'Voltage Sensor' configuration. The 'General' tab is active, displaying the model 'CI-6503', a sensitivity of 'Low (1e)', and a sample rate of '10000 Hz'. The 'Measurement' tab is also visible. To the right, a 'Signal Generator' window is open, showing a 'Sine Wave' configuration with an amplitude of '5.000 V' and a frequency of '100.000 Hz'. The Windows taskbar at the bottom shows the 'Iniciar' button and several open applications, including 'DataStudio' and 'Serviço de...'. The system tray on the right shows the date and time as '10:48'.

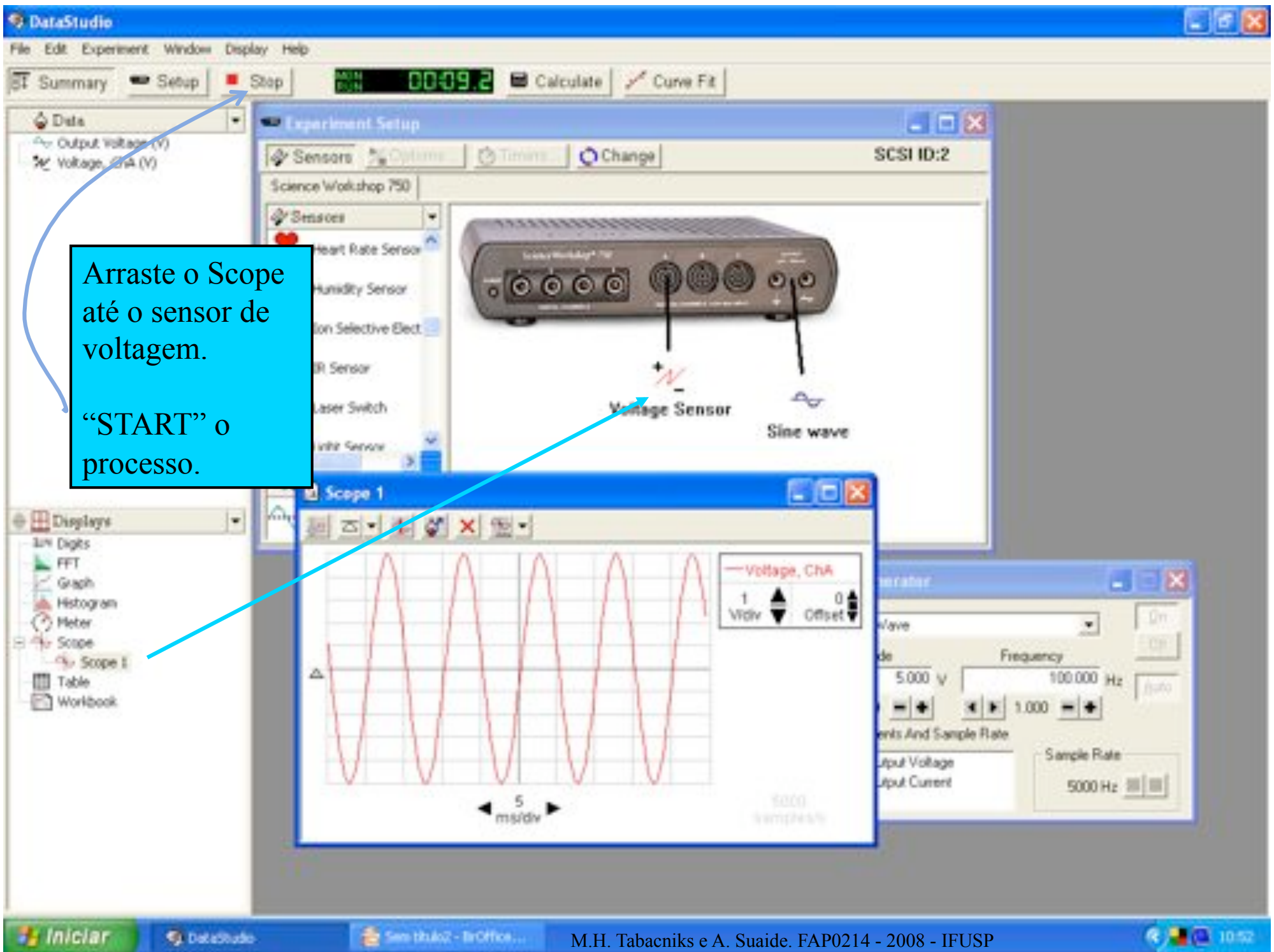


As conexões físicas do 750 foram feitas.

As conexões virtuais do 750 foram feitas. Definindo a saída como um gerador senoidal e a entrada como um sensor de voltagem.

Falta medir: Isto é, definir qual “instrumento de medida” deverá ser ligado ao sensor de voltagem...





Arraste o Scope até o sensor de voltagem.

“START” o processo.

DataStudio

File Edit Experiment Window Display Help

Summary Setup Stop 00:57.9 Calculate Curve Fit

Data

- Output voltage (V)
- Voltage, ChA (V)


Experiment Setup

Sensors Options Timers Change SCSI ID:2

Science Workshop 750

Sensors

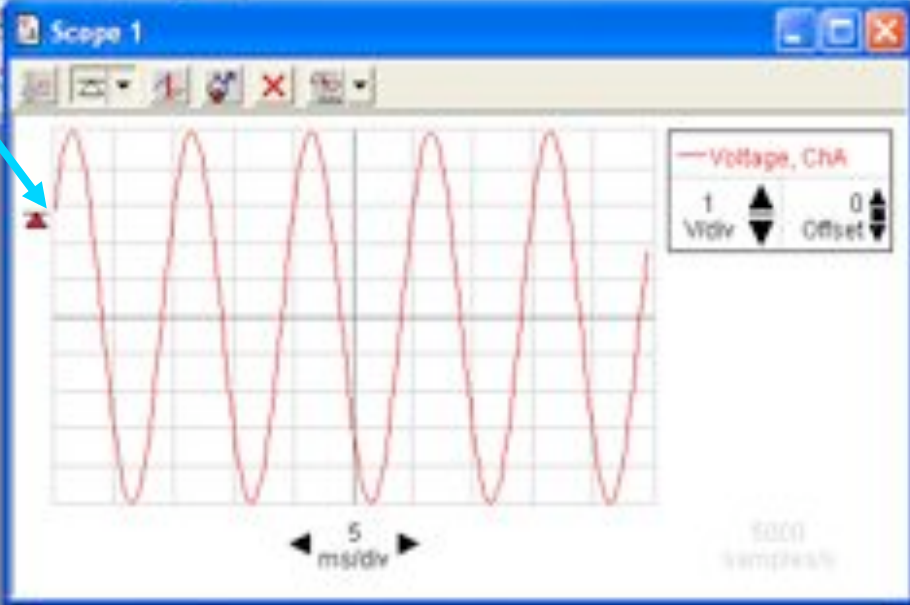
- Heart Rate Sensor
- Humidity Sensor
- Ion Selective Elect.
- IR Sensor
- Laser Switch
- Light Sensor



Voltage Sensor

Sine wave

Scope 1



— Voltage, ChA

1 Volv 0 Offset

5 ms/div

5000 samples

Generator

wave

5.000 V Frequency 100.000 Hz

1.000

Output Voltage Sample Rate

5000 Hz

Displays

- Digits
- FFT
- Graph
- Histogram
- Meter
- Scope
- Scope II
- Table
- Workbook

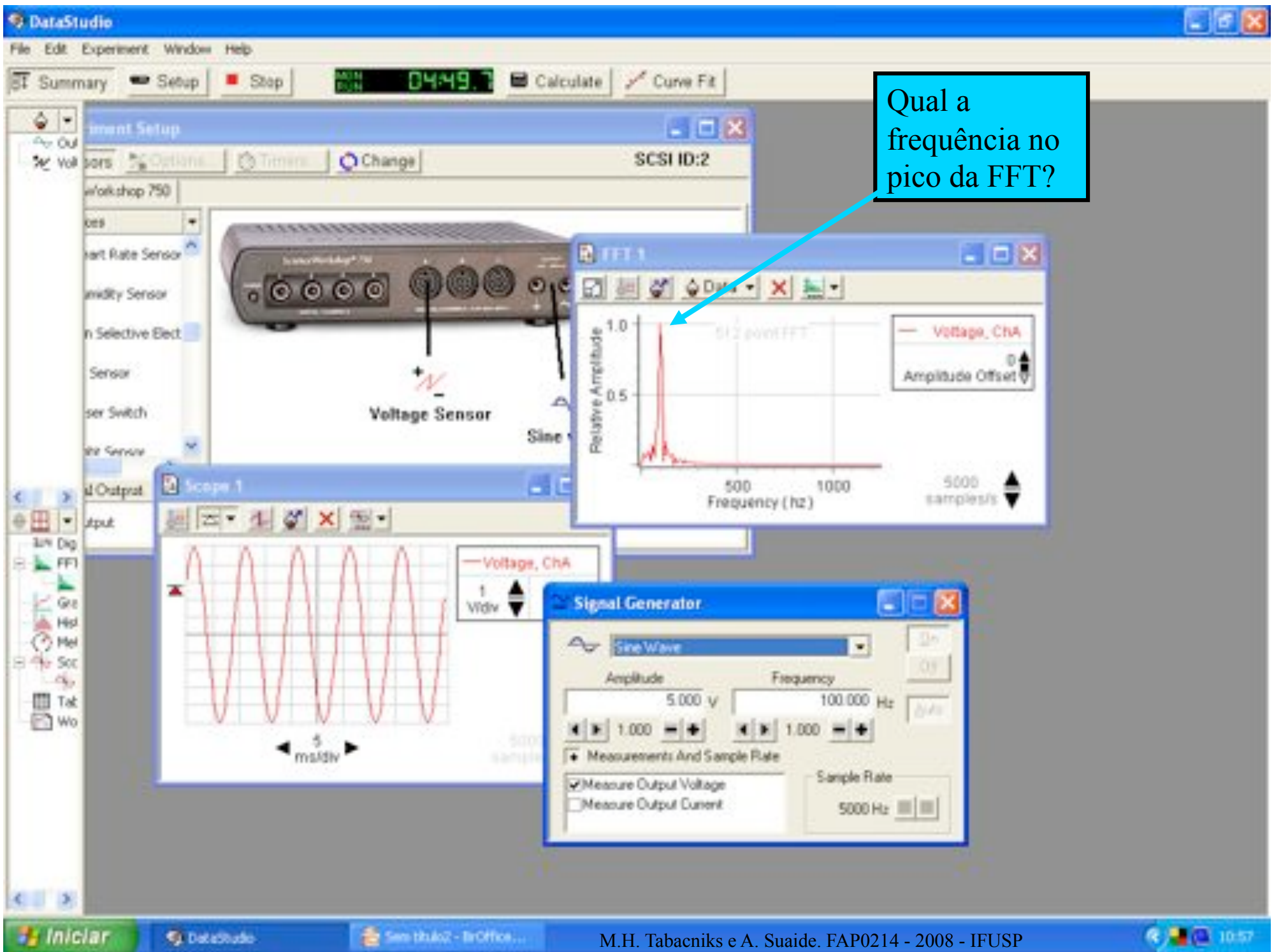
Se quiser, desloque o Trigger para estabilizar a imagem.



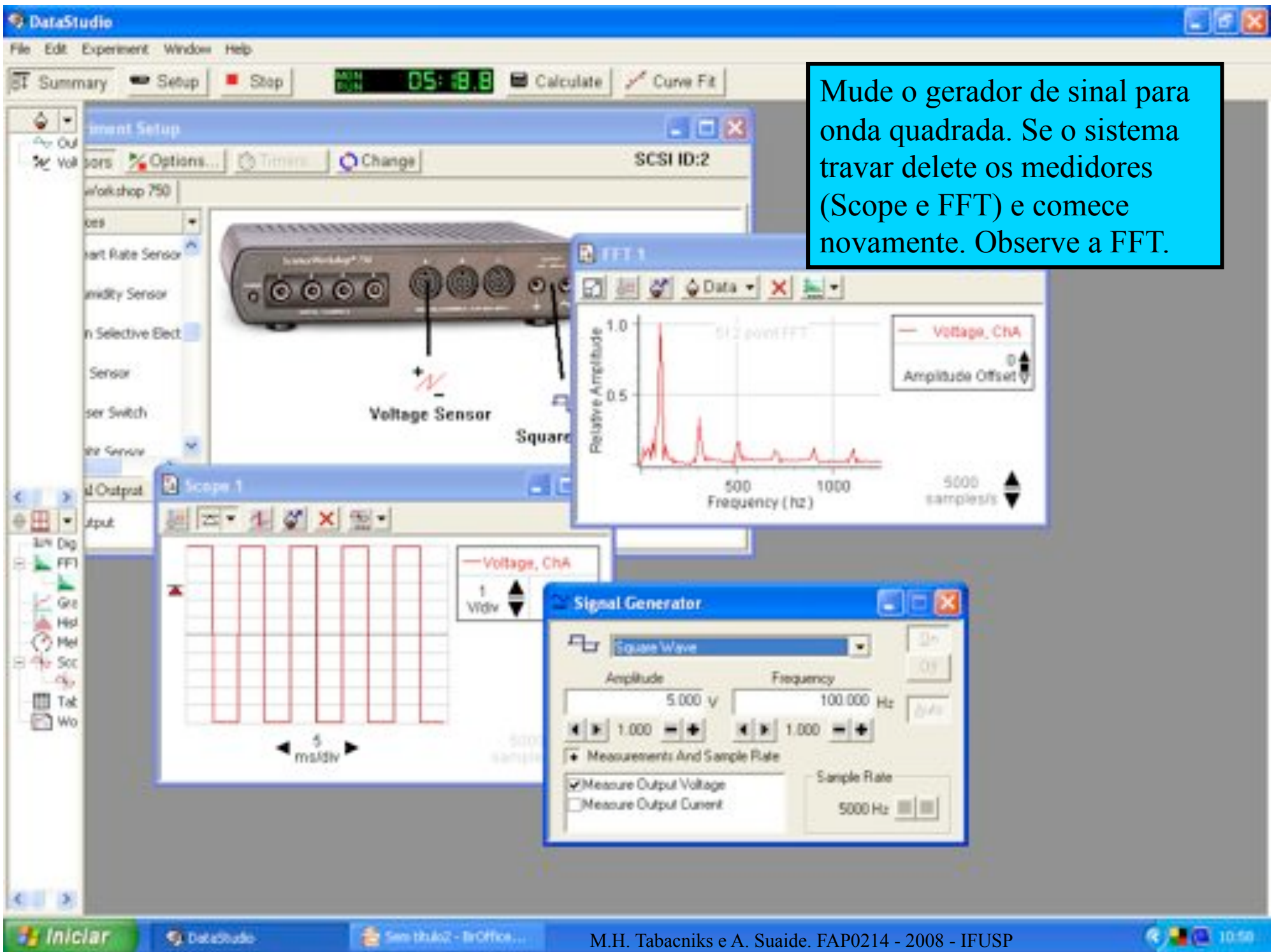
The screenshot displays the DataStudio software interface. At the top, the menu bar includes File, Edit, Experiment, Window, Display, and Help. Below the menu bar, there are buttons for Summary, Setup, Stop, a digital display showing 02:23.4, Calculate, and Curve Fit. The main workspace is divided into several panels:

- Left Panel:** Contains 'Data' (Output voltage (V), Voltage, ChA (V)), 'Displays' (Digits, FFT, Graph, Histogram, Meter, Scope, Scope 1, Table, Workbook), and 'Experiment Setup'.
- Experiment Setup Panel:** Shows a Science Workshop 750 interface with a 'Voltage Sensor' connected to a 'Sine wave' source. A blue arrow points from the 'FFT' icon in the Displays panel to the 'Voltage Sensor' in the Experiment Setup panel.
- Scope 1 Panel:** Displays a red sine wave on a grid. The legend indicates 'Voltage, ChA' with a scale of 1 V/div and an offset of 0.
- Signal Generator Panel:** Shows settings for a sine wave, including Frequency (100,000 Hz) and Sample Rate (5,000 Hz).

Arraste o FFT até o sensor de voltagem.

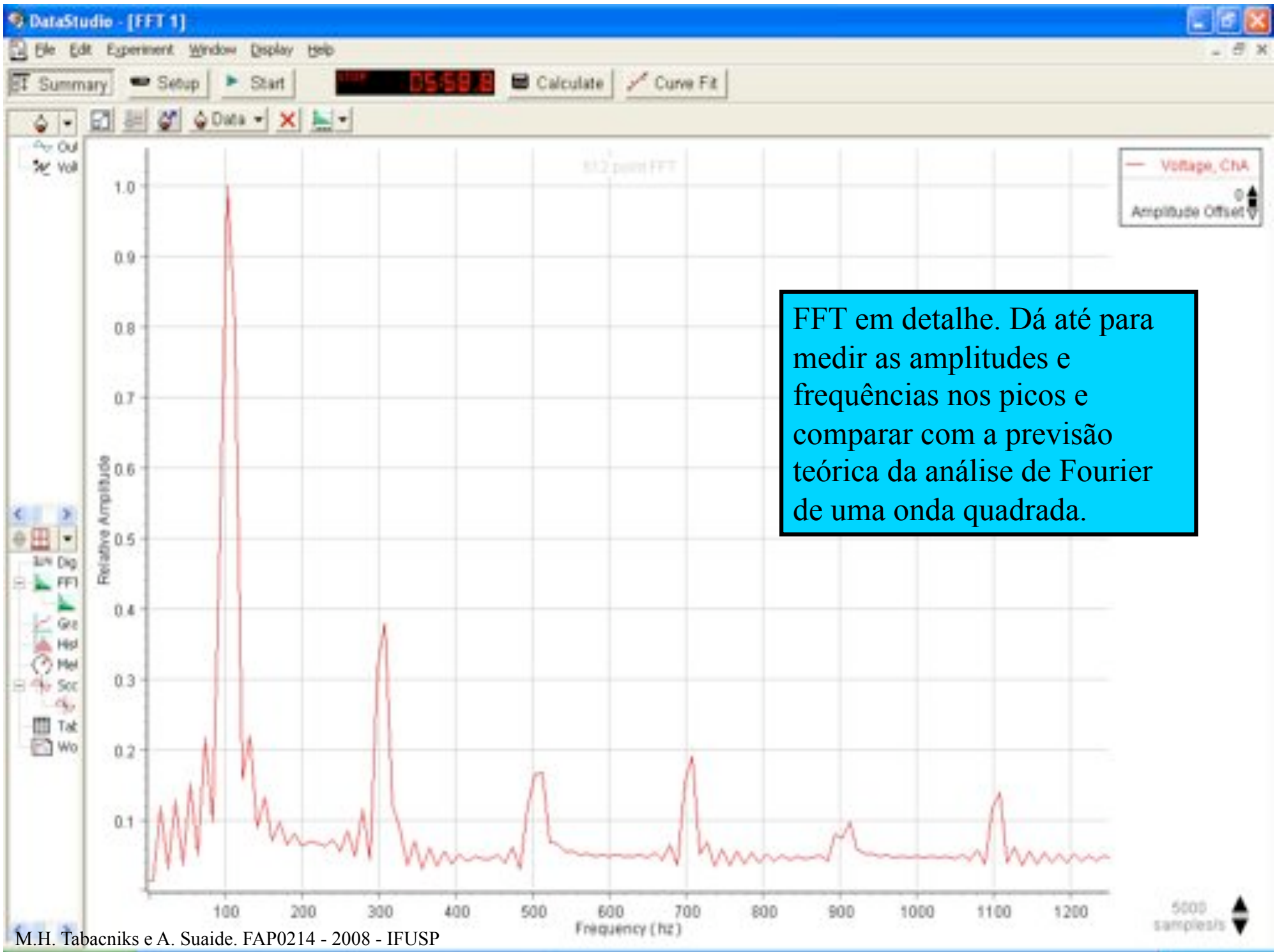


Qual a frequência no pico da FFT?



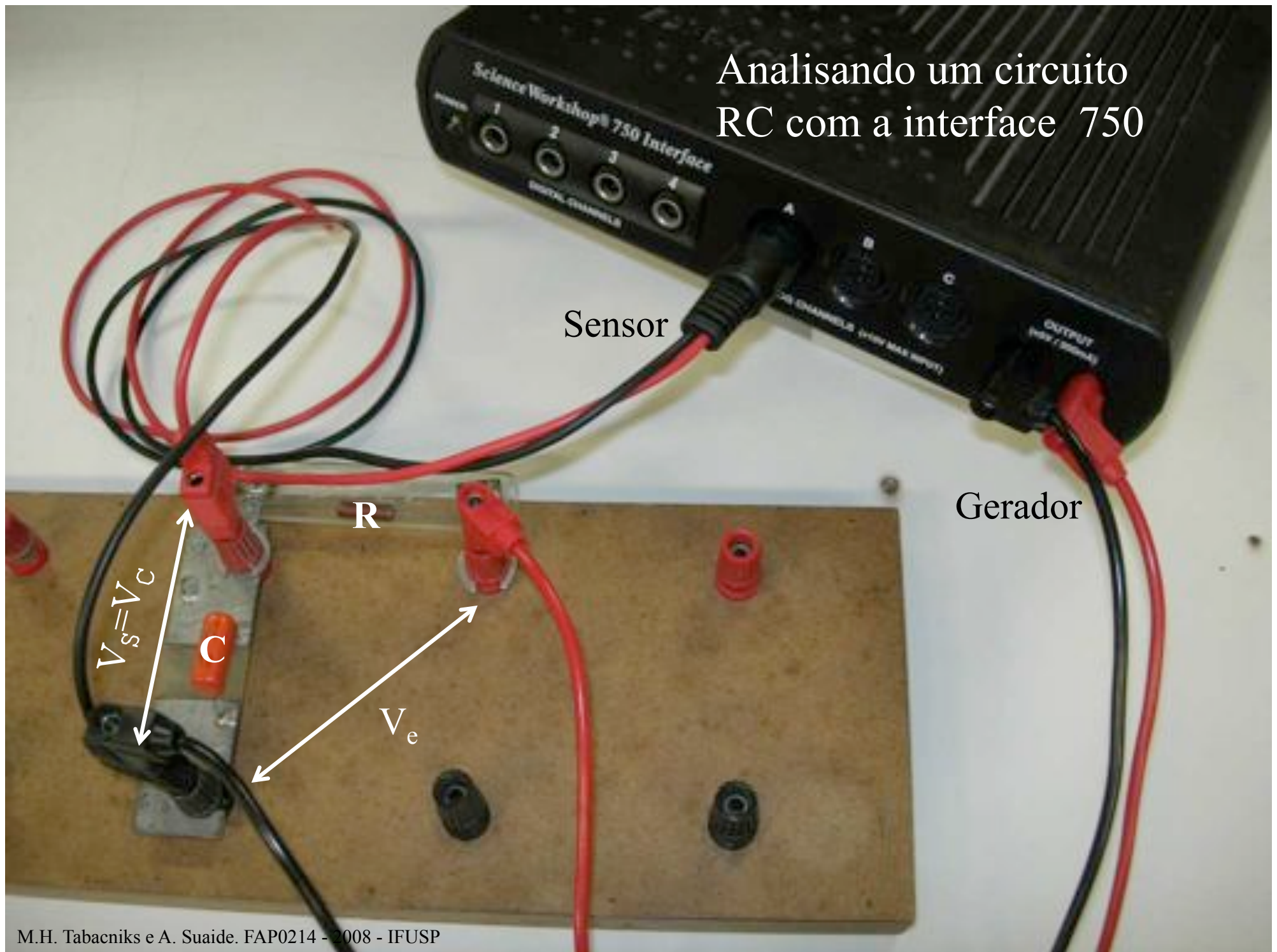
Mude o gerador de sinal para onda quadrada. Se o sistema travar delete os medidores (Scope e FFT) e comece novamente. Observe a FFT.

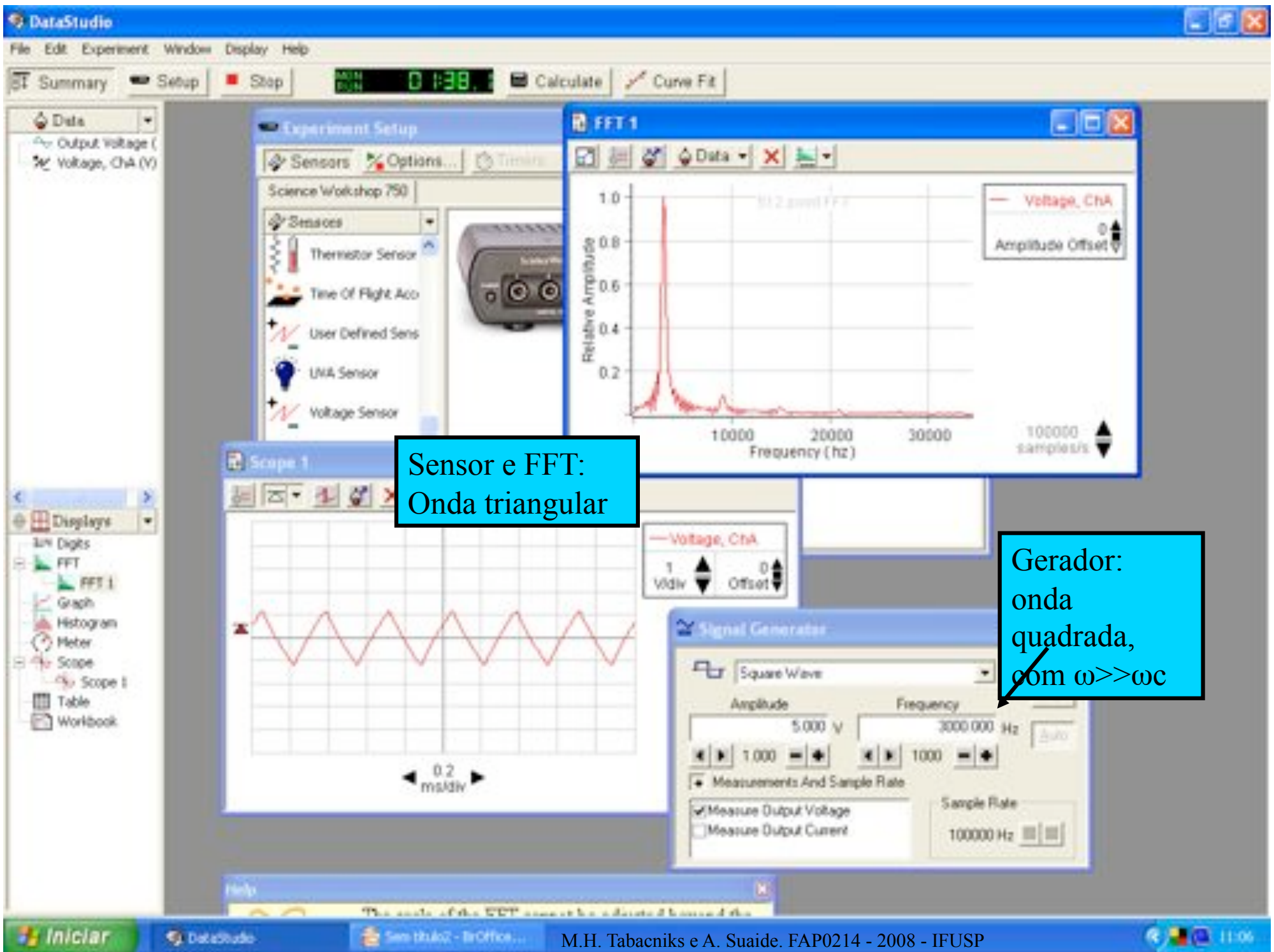




FFT em detalhe. Dá até para medir as amplitudes e frequências nos picos e comparar com a previsão teórica da análise de Fourier de uma onda quadrada.

# Analisando um circuito RC com a interface 750





Sensor e FFT:  
Onda triangular

Gerador:  
onda quadrada,  
com  $\omega \gg \omega_c$

# ATIVIDADES DA SEMANA

- Continuar o que ficou de lado...
- Obter a FFT de uma onda quadrada.
  - Obter as amplitudes das frequências que compõem o sinal e comparar quantitativamente com previsão teórica
    - Gráfico de  $A_f \times f$ .
  - Ao mesmo tempo, obter a FFT do sinal no capacitor
    - Obter as amplitudes das frequências que compõem o sinal
    - Gráfico de  $A_f \times f$ .
- Com as duas FFT (entrada e capacitor) obter a curva de ganho do circuito RC e comparar com previsão teórica
  - DICA: Para uma boa curva, escolha a frequência da onda quadrada como sendo  $\sim 1/3$  de  $f_c$ . Explique porque no relatório.
    - Gráfico de  $G \times f$ , comparando com dados anteriores e teoria.

