

Introdução às Medidas em Física

3ª Aula

<http://dfn.if.usp.br/~suaide/>

Alexandre Suaide

Ed. Oscar Sala

sala 246

ramal 7072

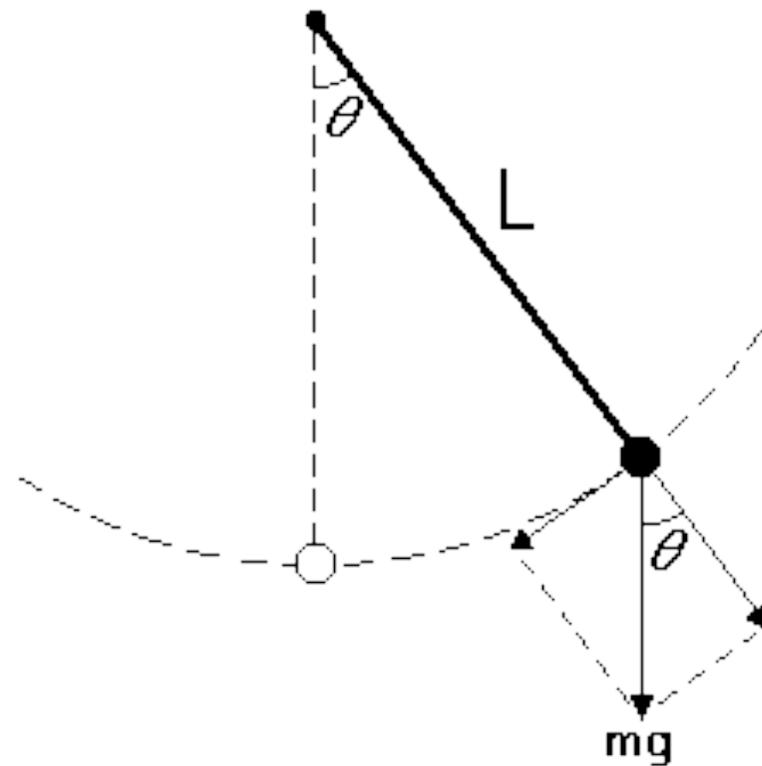
Objetivos

- Medidas de tempo
 - Pêndulo simples (parte I)
- Noções de estatística
 - Média e desvio padrão
 - Incerteza de um valor médio
 - Análise gráfica: histogramas

Medidas de tempo: pêndulo simples

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$

Período não depende da massa nem da amplitude de oscilação (estudos de Galileu)



Medindo intervalos de tempo...

- Medir um intervalo de tempo significa medir um intervalo entre dois instantes diferentes
 - 1 evento define um instante no tempo
 - Para determinar o instante no qual 1 evento ocorre:
 - $T=0$ – ocorre o evento
 - O evento deve ser processado (eletronicamente ou visualmente)
 - Uma resposta deve ser enviada ao instrumento de medida (por exemplo, pressionar o botão do cronometro)
 - $T=\Delta T$ – o evento é registrado
 - ΔT pode ser negativo!
 - O experimentador se adianta para disparar o cronometro 😊

Determinando o intervalo de tempo a partir de dois instantes

- Quer-se medir o intervalo de tempo
- Porém, os tempos de cada evento são registrados em instantes diferentes àqueles onde ocorreram os eventos.
- Os valores de X_0 e X_1 podem ser positivos (sinal é registrado após a ocorrência do evento) ou negativo (sinal é registrado antes da ocorrência do evento)

$$T = t_{evento1} - t_{evento0}$$

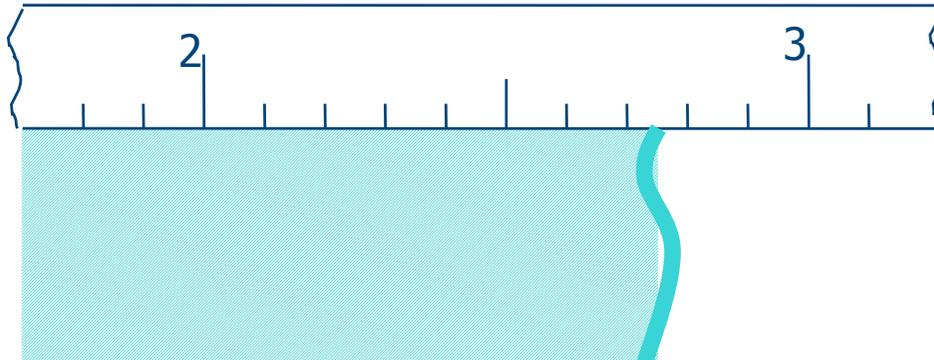
$$t_{evento0}^{medido} = t_{evento0} + \Delta T_0$$

$$t_{evento1}^{medido} = t_{evento1} + \Delta T_1$$

$$\begin{aligned} T^{medido} &= T + (\Delta T_1 - \Delta T_0) \\ &= T + \Delta T \end{aligned}$$

$$T_{medido} = T + \Delta T$$

- ΔT corresponde à flutuação, ou incerteza na medida de tempo.
 - Como determinar?
 - Pode ser muito maior que a incerteza instrumental!
- Similar ao problema da mesa



Análise estatística de dados

- Quando flutuações de medidas têm origem aleatória (ou quase) pode-se fazer análises estatísticas.
 - Ex: As irregularidades da mesa
 - A flutuação no disparo de um cronômetro
- Nesse caso, pode-se separar as incertezas instrumentais dessas de caráter aleatório, denominadas incertezas estatísticas.

Como fazer uma análise estatística

- Suponha que você repita um determinado experimento várias vezes, utilizando sempre o mesmo instrumento e procedimento de medida
 - Cada medida efetuada apresenta um resultado diferente devido ao caráter aleatório das flutuações experimentais (imperfeição da mesa, tempo de reação para disparar o cronômetro)
 - A análise desse conjunto de medidas permite determinar um resultado mais confiável, bem como estimar uma incerteza mais realista.

Conceitos importantes

- Média de um conjunto de medidas
- Desvio padrão de um conjunto de medidas
 - Grandeza que caracteriza a amplitude as flutuações estatísticas observadas. É também a incerteza estatística associada a uma única medida efetuada.
- Incerteza do valor médio
 - Também denominado “desvio padrão da média”, é a incerteza estatística do valor médio obtido.
- Ver apostila de erros, capítulo 4.

Média

- Se forem realizadas n medidas de uma mesma grandeza, e cada uma delas possuir a mesma incerteza, a média de um conjunto de medidas é dada pela média aritmética simples, ou seja:

Assim como cada medida é, por definição, diferente do valor verdadeiro de uma grandeza, o valor médio também não corresponde ao valor verdadeiro de uma grandeza. Quanto maior o número de medições, mais precisa é a medida do valor médio.

$$\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n}$$

se $n \rightarrow \infty$, $\bar{y} \rightarrow \bar{y}_{verd}$

Desvio médio de um conjunto de medidas

- O desvio é definido como a diferença entre a medida e o valor médio verdadeiro:

$$d_i = y_i - \bar{y}_{verd}$$

- O desvio médio tende a zero:

$$\bar{d} = \frac{\sum_{i=1}^n d_i}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y}_{verd})}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n} - \frac{n\bar{y}_{verd}}{n} = \bar{y} - \bar{y}_{verd} \rightarrow 0$$

- Então, o desvio não fornece informação relevante

Desvio padrão

- Utiliza-se o desvio quadrático

$$d_i^2 = (y_i - \bar{y}_{verd})^2$$

- O desvio padrão (σ), ou desvio quadrático médio de uma medida é dado por:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n d_i^2} \sim \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}$$

Qual o significado do desvio padrão?

- Pode-se entender como sendo a “distância” média que qualquer medida tem em relação ao valor médio.
- O desvio padrão é o correspondente à incerteza estatística de uma única medida realizada. Cada medida, além da incerteza instrumental, possui uma incerteza estatística dada pelo desvio padrão.

Qual a incerteza estatística do valor médio?

- De um conjunto de medidas, obtemos o seu valor médio
- Agora suponha que possamos repetir esse conjunto de medidas k vezes e, em cada caso, obtem-se um valor médio

$$\bar{y}_1, \bar{y}_2, \bar{y}_3, \bar{y}_4, \dots, \bar{y}_k$$

- O desvio padrão dos valores médios corresponde à incerteza estatística de cada valor médio da amostra

Qual a incerteza estatística do valor médio?

- Desvio padrão dos valores médios

$$\sigma_M = \sqrt{\frac{1}{k} \sum_{i=1}^k (\bar{y}_i - \bar{y}_{verd})^2}$$

- Substituindo a expressão para o valor médio na expressão acima, pode-se deduzir que o desvio padrão do valor médio vale:

$$\sigma_M = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

Incerteza estatística
do valor médio de
uma medida

Atividades: Medida do período de oscilação de um pêndulo

- Teste a sua resposta em relação ao cronômetro
 - Qual o menor tempo que você consegue medir com o cronômetro?
- Utilizando um cronômetro, cada aluno deve medir o intervalo de tempo para 5 períodos de oscilação do pêndulo posicionado na frente da sala de aula
 - Note que um período de oscilação corresponde a um vai-e-volta do pêndulo
 - Porque 5 períodos e não apenas 1?
- A medida deve ser realizada 5 vezes.
 - Assim, o número total de medidas será 5 x número de alunos em sala.

Atividades: Calcular média, desvio padrão e desvio padrão da média

- Média

$$\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n}$$

- Desvio padrão

$$\sigma \sim \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}$$

- Desvio padrão da média

$$\sigma_M = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

É suficiente conhecer somente a média e o desvio padrão?

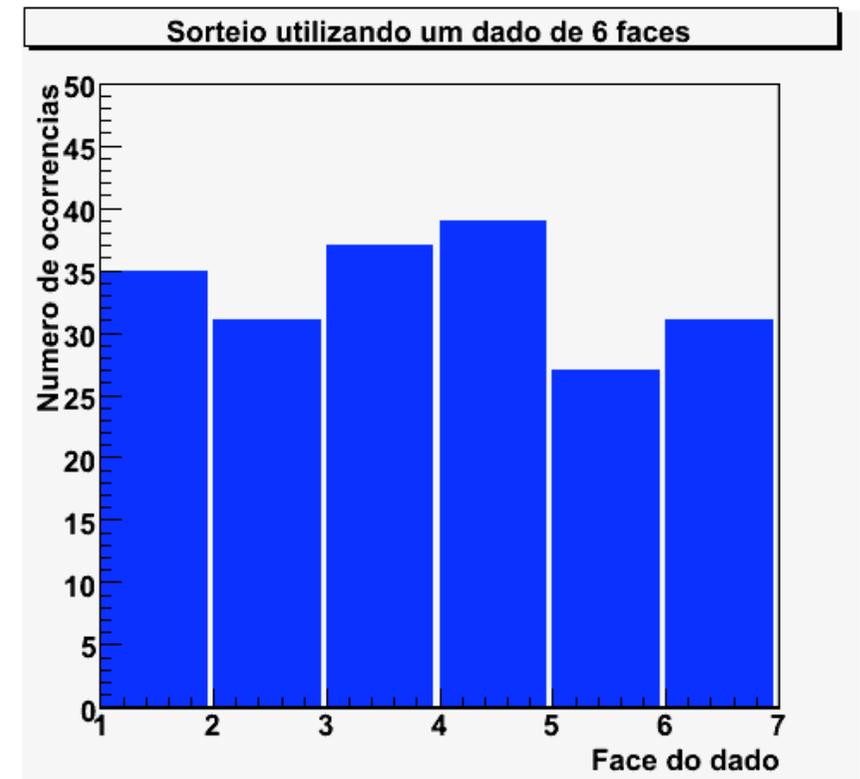
- Como os dados se distribuem em relação ao seu valor médio? Conhecer essa distribuição é importante?
- Exemplo: Joga-se um dado de 6 faces 200 vezes e obtém-se o número de ocorrências para cada uma das faces:
 - 1 = 35; 2 = 31; 3 = 37; 4 = 39; 5 = 27; 6 = 31
 - Qual a probabilidade de sortear o número 1? E o número 4?
 - $P(1) = 35/200 = 17.5\%$; $P(4) = 39/200 = 19.5\%$

Distribuição dos dados

- Saber avaliar a distribuição estatística dos dados é tão importante quanto obter a média e desvio padrão.
 - No caso dos dados, a distribuição tende a ser uniforme, ou seja, todos os valores têm igual probabilidade de ocorrerem.
 - E no pêndulo?
 - Qual a probabilidade de realizar uma medida e obter um certo valor para o período de oscilação do pêndulo?

Histogramas

- Histogramas são gráficos nos quais pode-se visualizar a distribuição dos dados obtidos
- No eixo-x coloca-se intervalos de ocorrência das medidas efetuadas
- No eixo-y coloca-se uma variável cuja amplitude reflita a probabilidade de realizar essa medida em um determinado intervalo de resultados (canais)



Tipos de histogramas

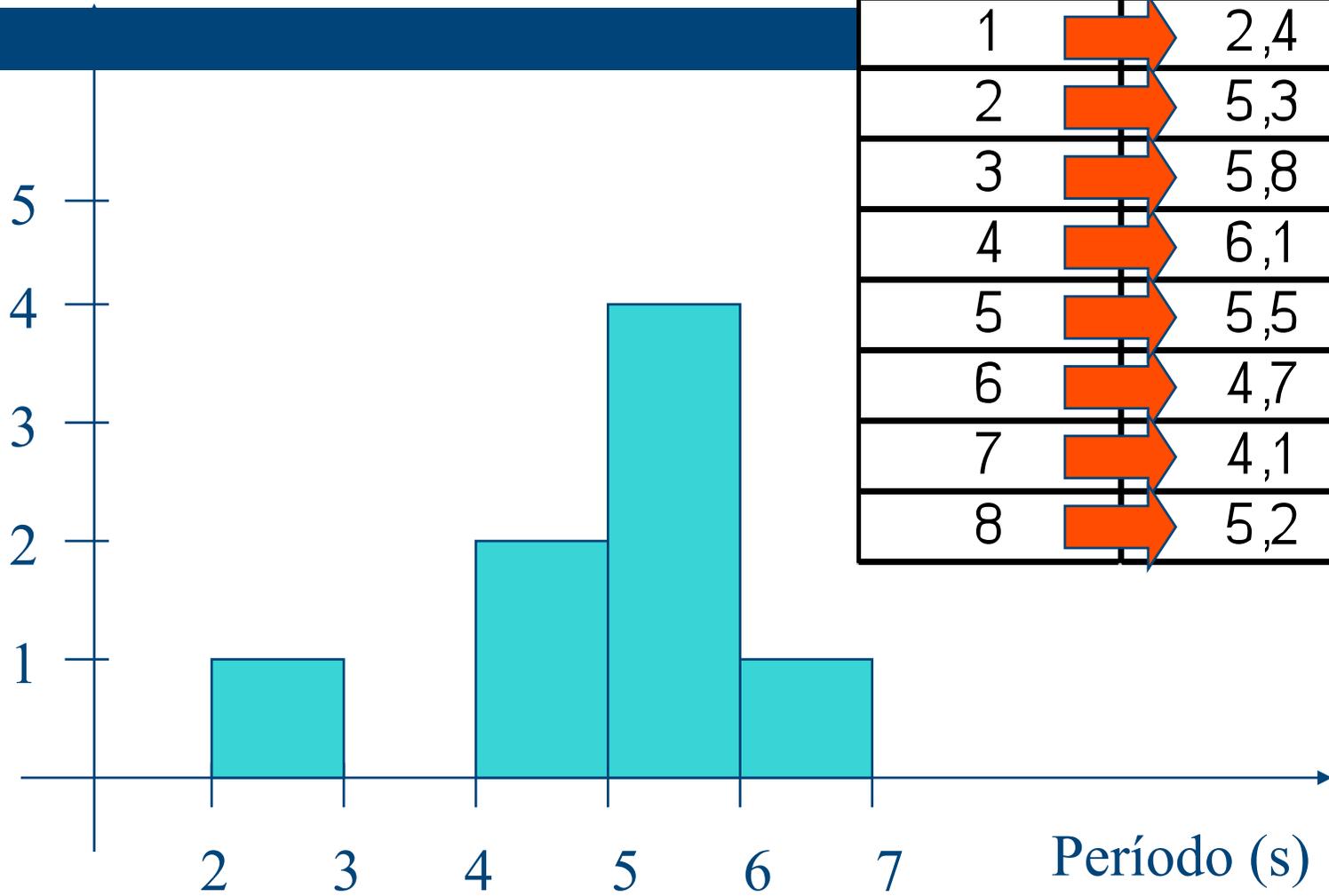
- Número de ocorrências
 - Simplesmente conta-se o número de ocorrências em cada intervalo (canal) para um determinado evento.
 - Mais simples e rápido de ser obtido
- Probabilidades ou frequências
 - Determina-se a probabilidade de medir um evento em um certo intervalo. A probabilidade é o número de ocorrências no intervalo dividido pelo número total de medidas.
 - O histograma é independente do número de medidas efetuada
- Densidade de probabilidades
 - O valor graficado corresponde à razão entre a probabilidade de ocorrência para um dado intervalo e o tamanho desse intervalo.
 - Muito útil, pois o histograma é totalmente independente da escolha do intervalo e do número de medidas efetuada.

Como fazer um histograma

- Escolher a largura dos canais do histograma
- Escolher o centro de cada canal (tomar cuidado para não sobrar espaços vazios)
- Contar o número de ocorrência para cada canal
- Obter a frequência para cada canal e/ou a densidade de probabilidade
 - Depende do tipo de histograma
- Desenhar o histograma em papel gráfico adequado (milimetrado, em geral)

Exemplo

Número de ocorrências



medida	período (s)
1	2,4
2	5,3
3	5,8
4	6,1
5	5,5
6	4,7
7	4,1
8	5,2

Atividades: histograma dos dados

- Ler a apostila, páginas 49-55
- Com o conjunto de dados obtidos nessa aula, cada grupo deve fazer um histograma de número de ocorrências e apresentá-lo ao professor no término da aula
- Indique o valor médio e o desvio padrão, calculados anteriormente, no seu histograma