



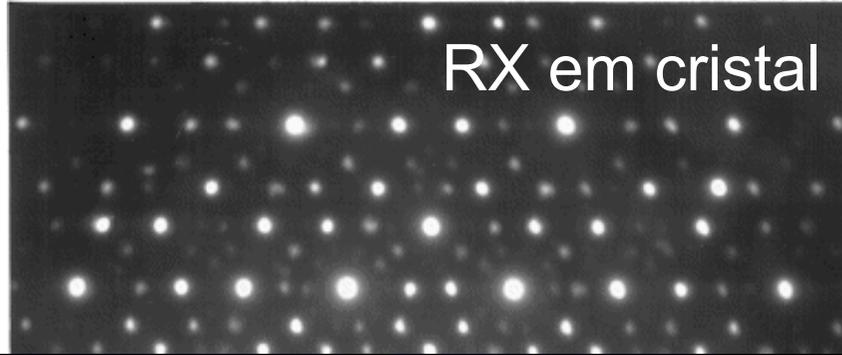
Experimento 2

Ótica ondulatória - difração

Difração na Natureza

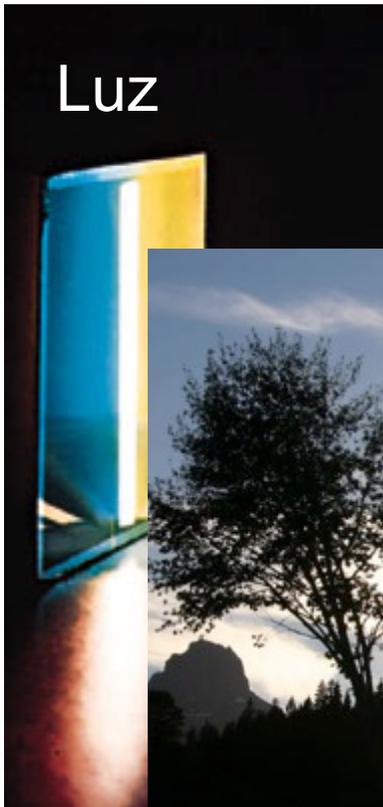
Ondas na água

RX em cristal

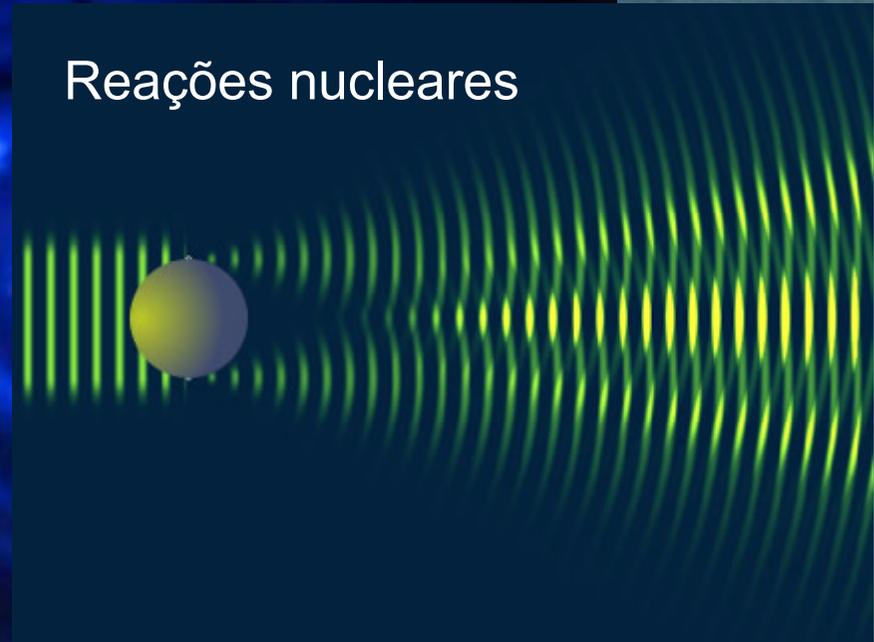


Difração de elétrons em Estruturas microscópicas

Luz

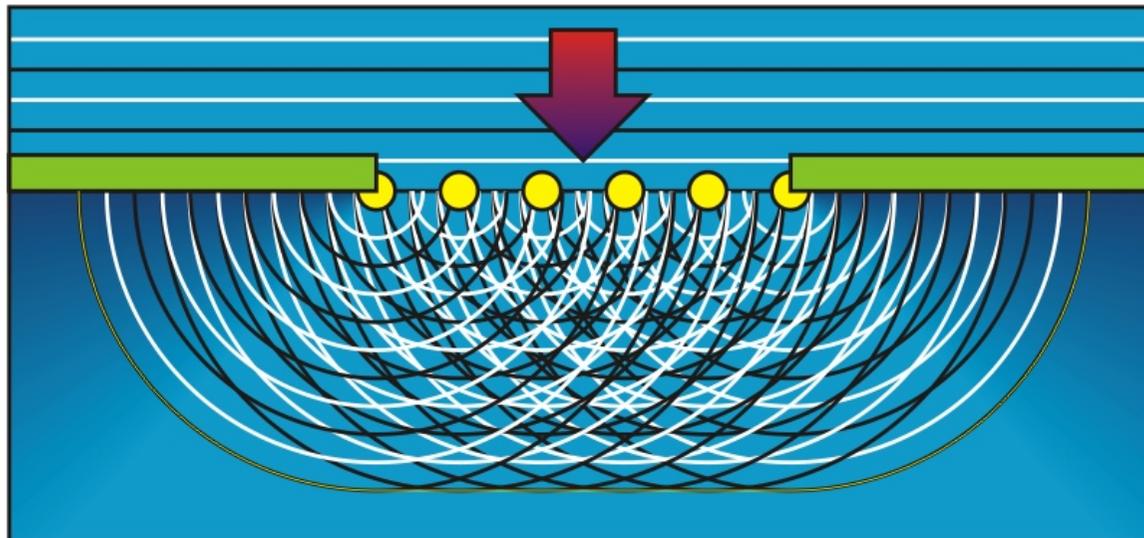


Reações nucleares



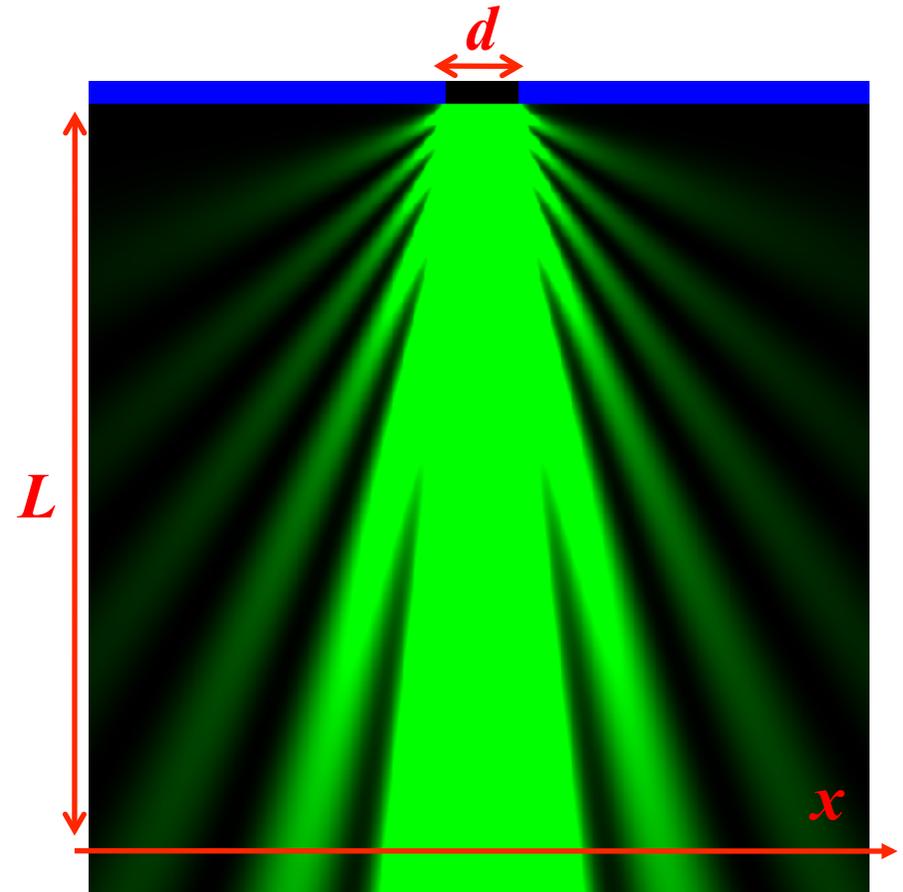
Explicando o fenômeno de difração

- Princípio de Huygens-Fresnel
 - Cada ponto de uma frente de onda (não obstruído) funciona como uma fonte emissora puntiforme esférica
 - A onda resultante consiste da superposição de todas as ondas esféricas, levando em consideração a fase entre elas



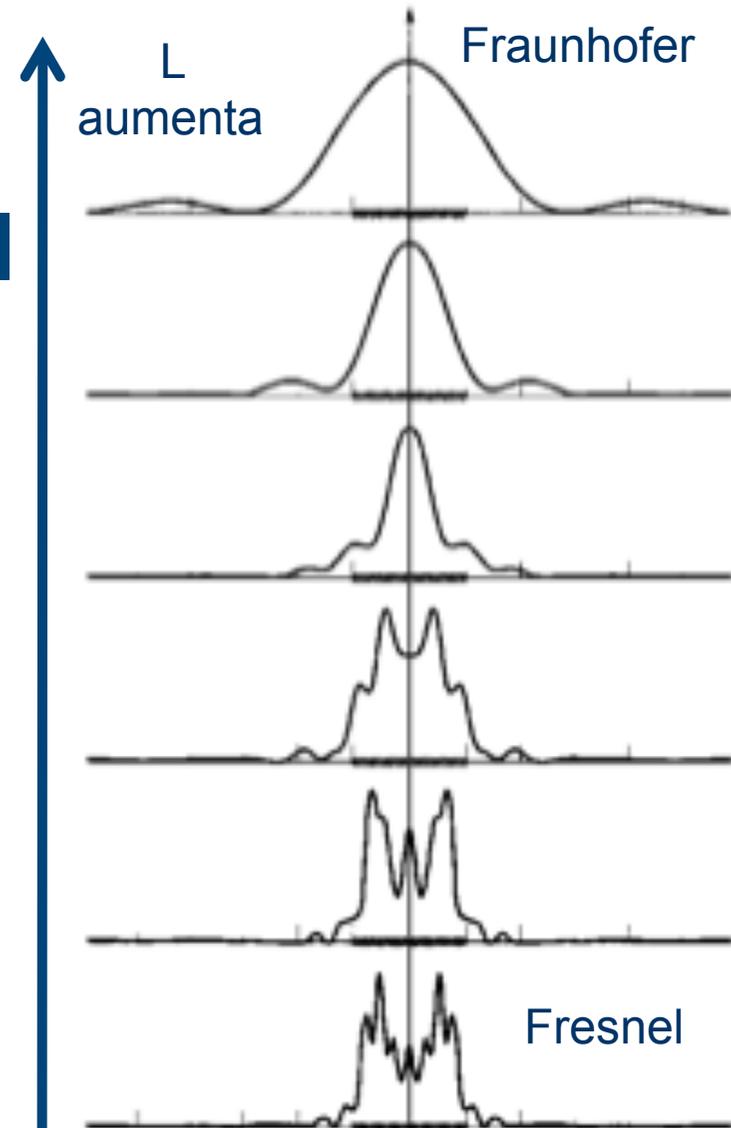
O estudo de uma fenda simples

- Seja uma fenda de largura d , comparável com o comprimento de onda λ .
- Se colocarmos um anteparo a uma distância L , muito maior que d (difração de Fraunhofer), qual é a intensidade luminosa ao longo do eixo x ?



Porque $L \gg d$?

- Dois limites
 - Difração de Fresnel
 - Próximo ao obstáculo
 - Cálculos complexos
 - Efeitos de borda importantes
 - Difração de Fraunhofer
 - Longe do obstáculo
 - Muito mais simples de calcular



Generalizando a difração de Fraunhofer

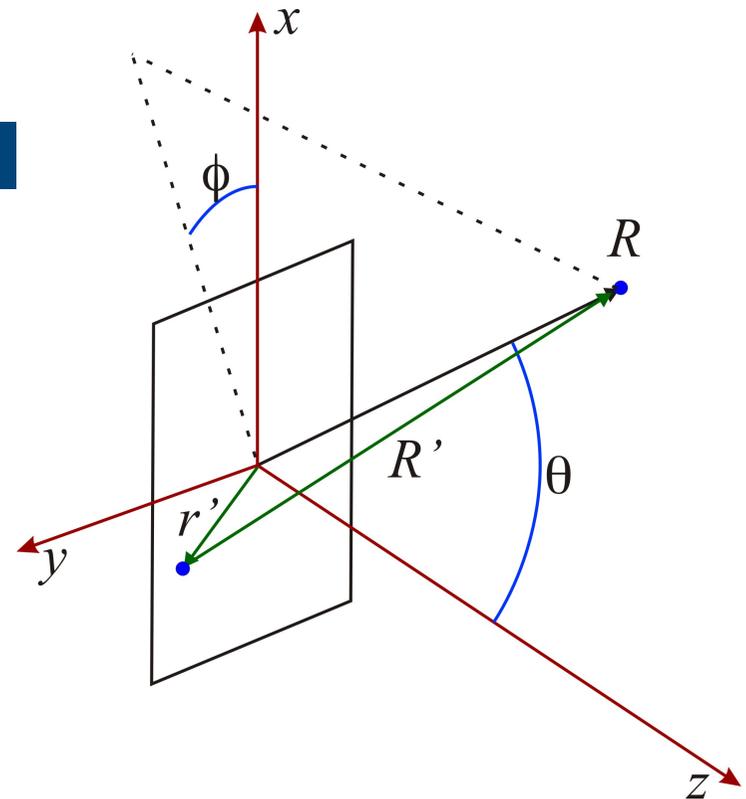
- Campo elétrico incidente no objeto

$$\hat{E} = E_0 e^{j(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)}$$

por simplicidade

$$\hat{E} = E_0 e^{j\vec{k} \cdot \vec{r}}$$

- Qual o campo elétrico no ponto R?



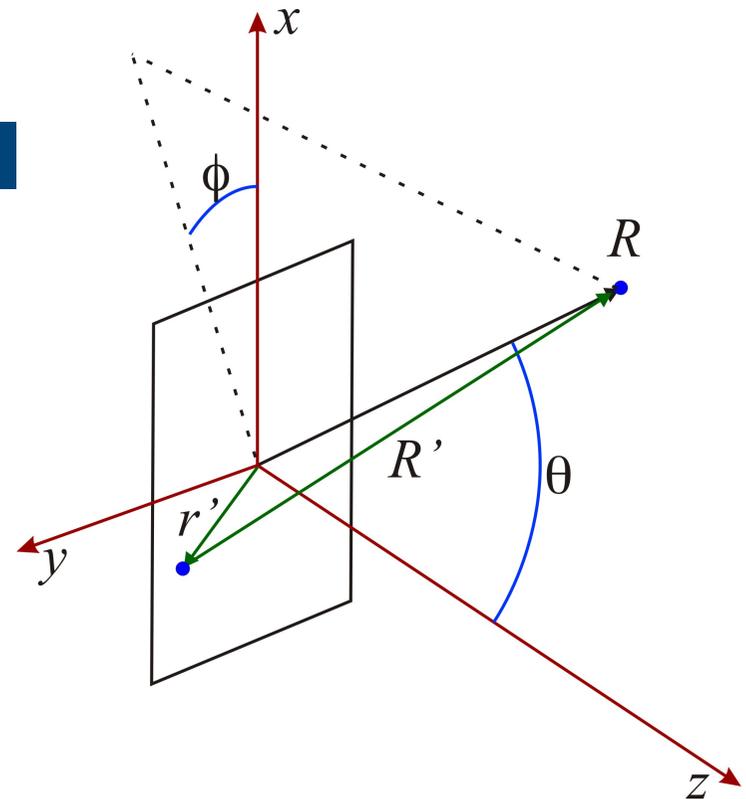
Generalizando a difração de Fraunhofer

- Na posição R , o campo devido ao ponto em r' vale:

$$\hat{E}_{r'}(\vec{R}) = \frac{E_0(r')}{R'} e^{j\vec{k} \cdot \vec{R}'}$$

- O campo total é dado por:

$$\hat{E}(\vec{R}) = \int \frac{E_0(r')}{R'} e^{j\vec{k} \cdot \vec{R}'} dx dy$$



Generalizando a difração de Fraunhofer

- Sabemos que, para grandes distâncias:

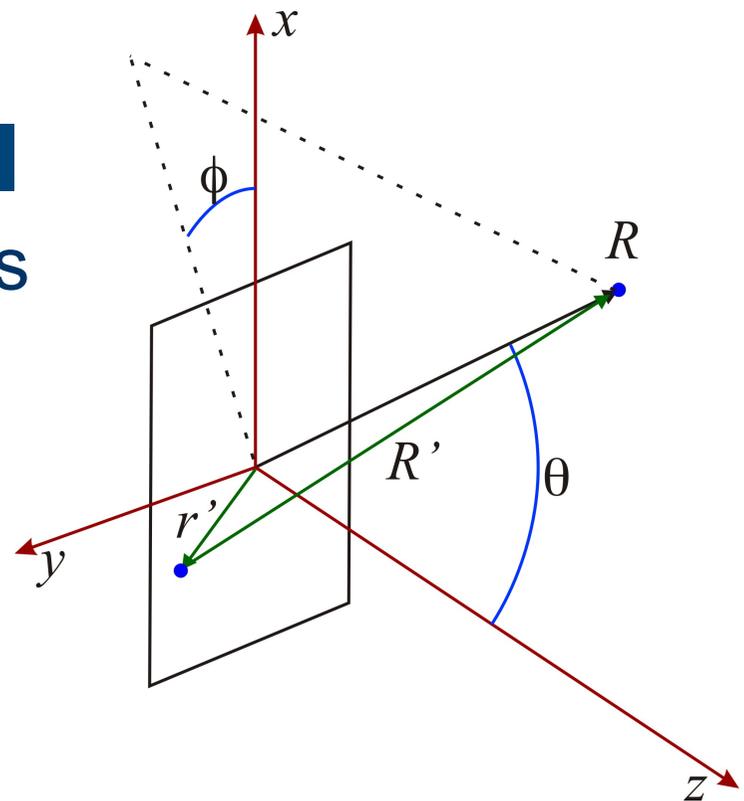
$$\vec{k} = k\hat{r}$$

$$\vec{R}' = \vec{R} - \vec{r} = R\hat{r} - \vec{r}'$$

- Assim:

$$\hat{E}(\vec{R}) = \int \frac{E_0(\vec{r}')}{R'} e^{j(kR - \vec{k} \cdot \vec{r}')} dx dy$$

$$\hat{E}(\vec{R}) = e^{jkR} \int \frac{E_0(\vec{r}')}{R'} e^{-j\vec{k} \cdot \vec{r}'} dx dy$$



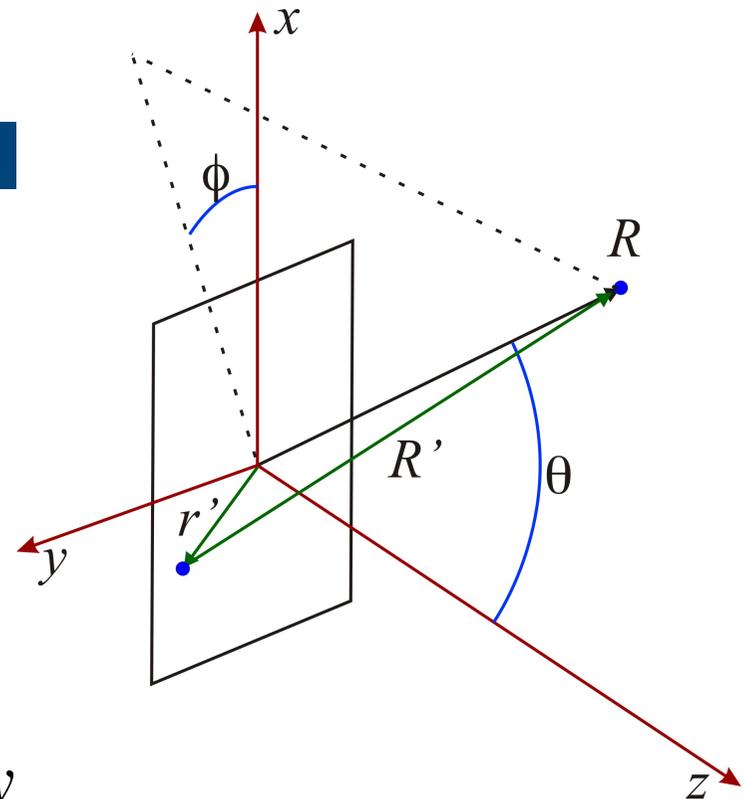
Generalizando a difração de Fraunhofer

- Na condição de Fraunhofer

$$R' = R \text{ (módulo)}$$

- Assim:

$$\hat{E}(\vec{R}) = \frac{e^{jkR}}{R} \int E_0(r') e^{-j\vec{k} \cdot \vec{r}'} dx dy$$



Generalizando a difração de Fraunhofer

- Quem é $\vec{k} \cdot \vec{r}'$?

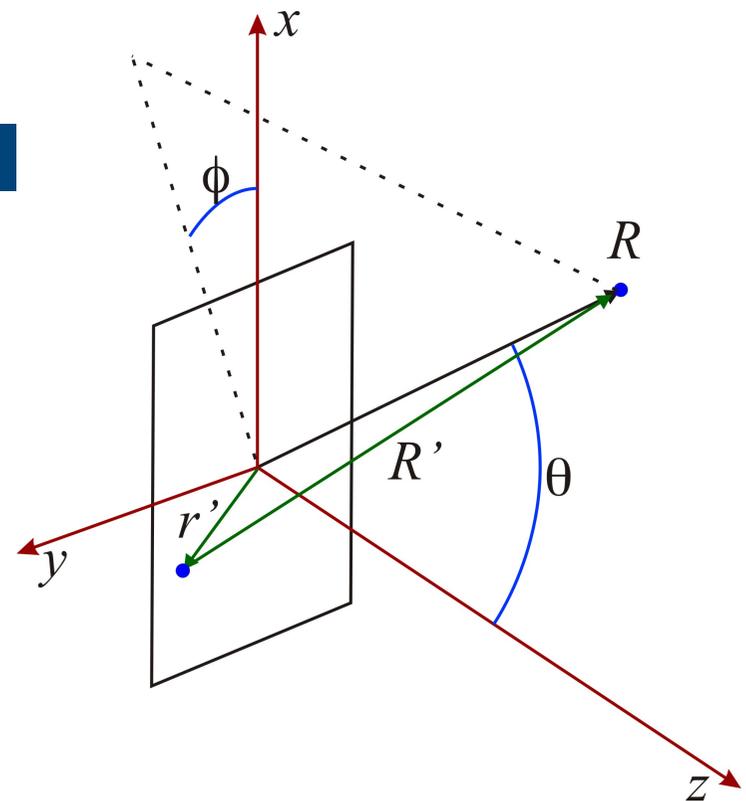
$$\vec{r}' = x\hat{x} + y\hat{y}$$

$$\vec{k} = k\hat{r} = (k \sin \theta \cos \phi)\hat{x} + (k \sin \theta \sin \phi)\hat{y} + (k \cos \theta)\hat{z}$$

- Assim:

$$\vec{k} \cdot \vec{r}' = k \sin \theta \cos \phi x + k \sin \theta \sin \phi y$$

- Definindo $\begin{cases} k_x = k \sin \theta \cos \phi \\ k_y = k \sin \theta \sin \phi \end{cases} \Rightarrow \vec{k} \cdot \vec{r}' = k_x x + k_y y$



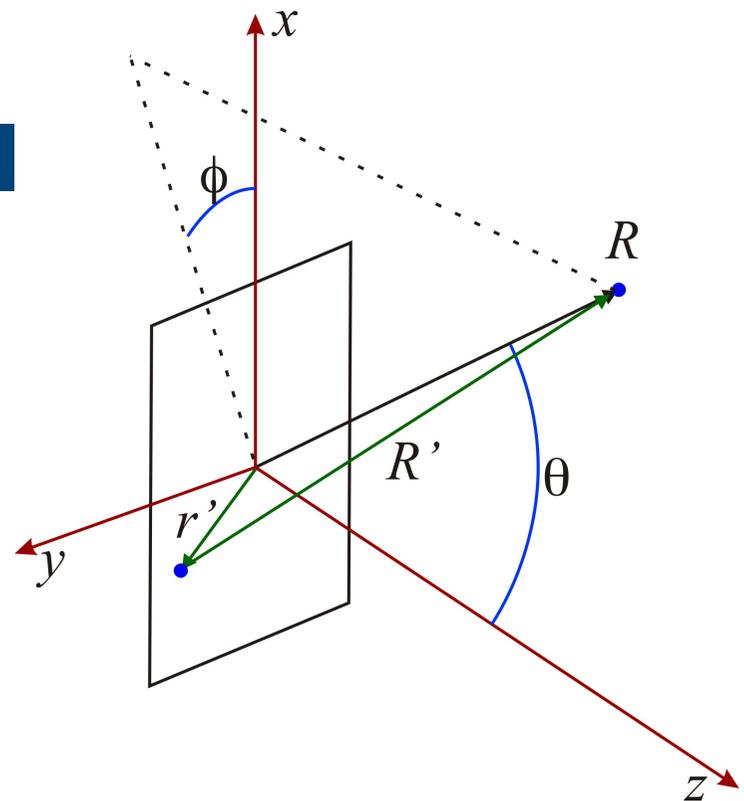
Generalizando a difração de Fraunhofer

- A expressão para o campo

$$\hat{E}(\vec{R}) = \frac{e^{jkR}}{R} \int E_0(r') e^{-j\vec{k} \cdot \vec{r}'} dx dy$$

- Torna-se:

$$\hat{E}(\vec{R}) = \frac{e^{jkR}}{R} \int E_0(x, y) e^{-j(k_x x + k_y y)} dx dy$$



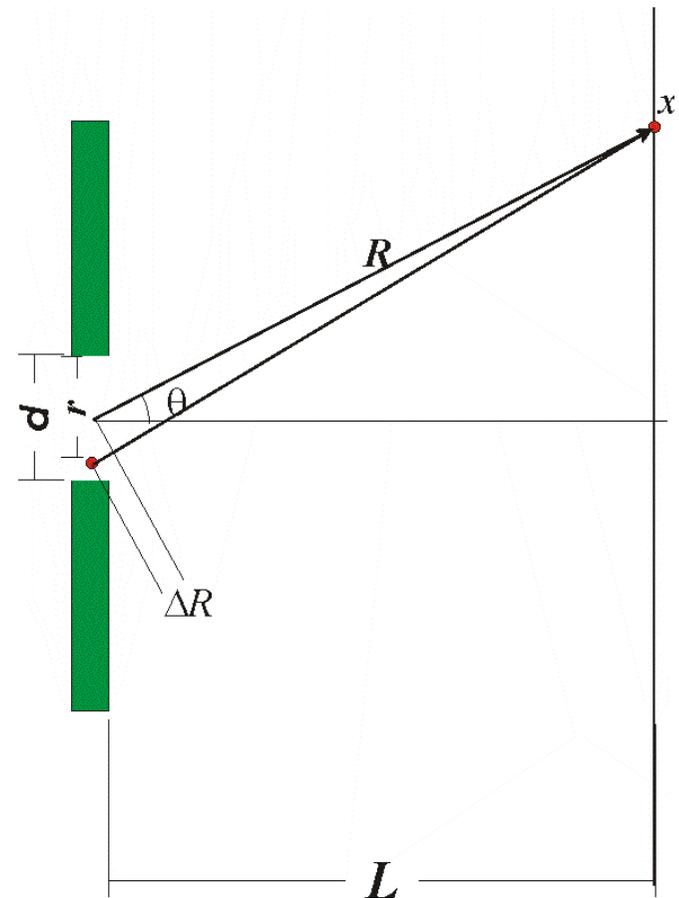
O estudo de uma fenda simples em 1D

- O problema em 2D se resume a uma dimensão:

$$\phi = 0 \Rightarrow \begin{cases} k_x = k \sin \theta \cos \phi = k \sin \theta \\ k_y = k \sin \theta \sin \phi = 0 \end{cases}$$

- O campo elétrico em um ponto x qualquer, distante da fenda vale:

$$\begin{aligned} \hat{E}(\vec{R}) &= \frac{e^{jkR}}{R} \int_{-d/2}^{d/2} E_0 e^{-jk_x x} dx \\ &= \hat{C} \int_{-d/2}^{d/2} e^{-jk_x x} dx \end{aligned}$$



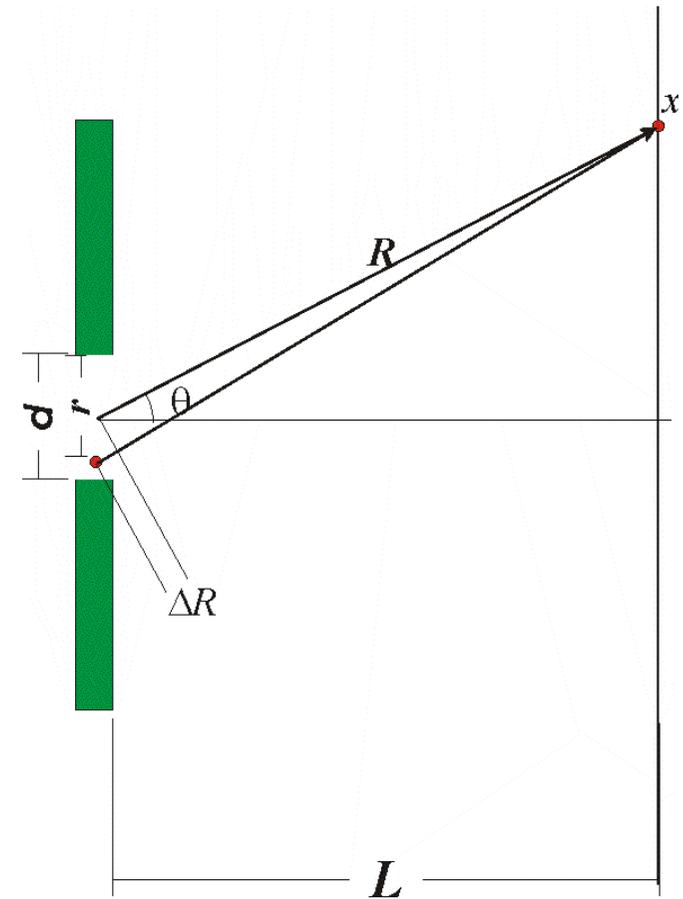
O estudo de uma fenda simples em 1D

- Ou seja

$$\hat{E}(\vec{R}) = \hat{C} \int_{-d/2}^{d/2} e^{-jk_x x} dx$$

- Que resulta em:

$$\hat{E}(\vec{R}) = \frac{\hat{C}}{jk_x} \left(e^{jk_x \frac{d}{2}} - e^{-jk_x \frac{d}{2}} \right)$$



O estudo de uma fenda simples em 1D

- Sabendo que:

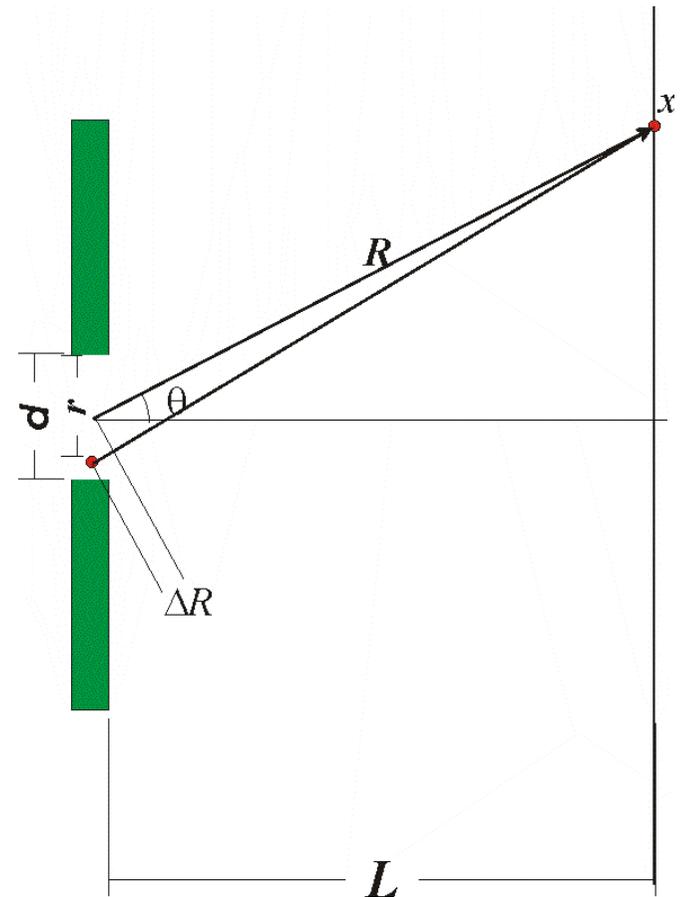
$$\sin \alpha = \frac{1}{2j} (e^{j\alpha} - e^{-j\alpha})$$

- Temos que:

$$\hat{E}(\vec{R}) = \frac{\hat{D}}{k_x} \sin\left(\frac{k_x d}{2}\right)$$

- Lembrando que:

$$k_x = k \sin \theta = \frac{2\pi}{\lambda} \sin \theta$$

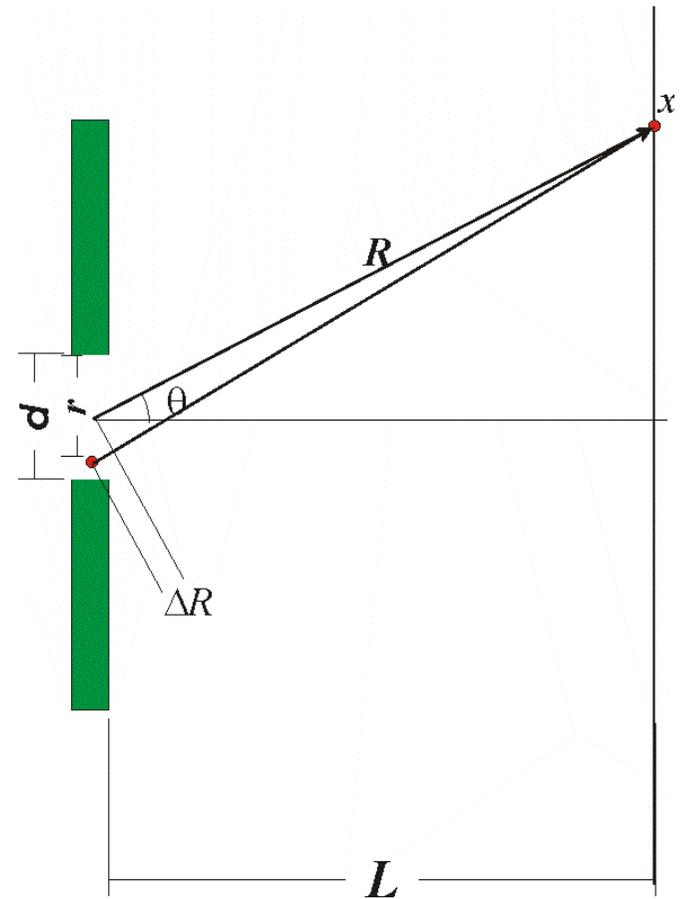


O estudo de uma fenda simples em 1D

- Com um pouco de manipulação, podemos escrever que:

$$\hat{E}(\vec{R}) = \hat{A} \frac{\sin(\beta)}{\beta}$$

$$\text{com } \beta = \frac{\pi d}{\lambda} \sin \theta, \quad \hat{A} = \text{const.}$$

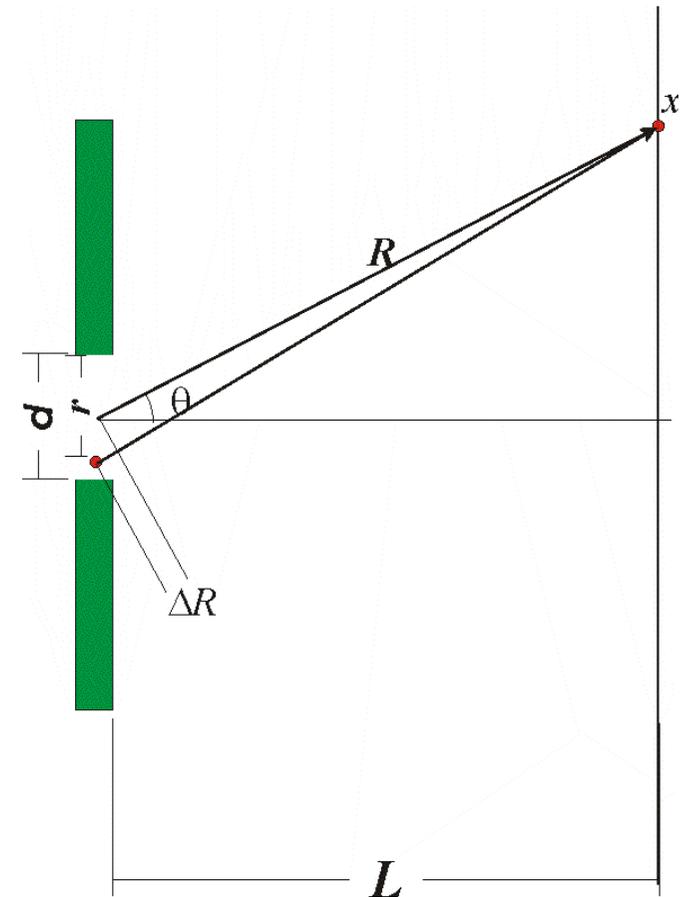


O estudo de uma fenda simples em 1D

- Como a intensidade luminosa é proporcional ao quadrado do campo elétrico temos que:

$$I \propto \hat{E}^2 = I_0 \left(\frac{\sin(\beta)}{\beta} \right)^2$$

$$\text{com } \beta = \frac{\pi d}{\lambda} \sin \theta$$



O estudo de uma fenda simples em 1D

- Variação da intensidade com o ângulo

$$I \propto \hat{E}^2 = I_0 \left(\frac{\sin(\beta)}{\beta} \right)^2$$

- Mínimos secundários $\rightarrow \sin(\beta) = 0$

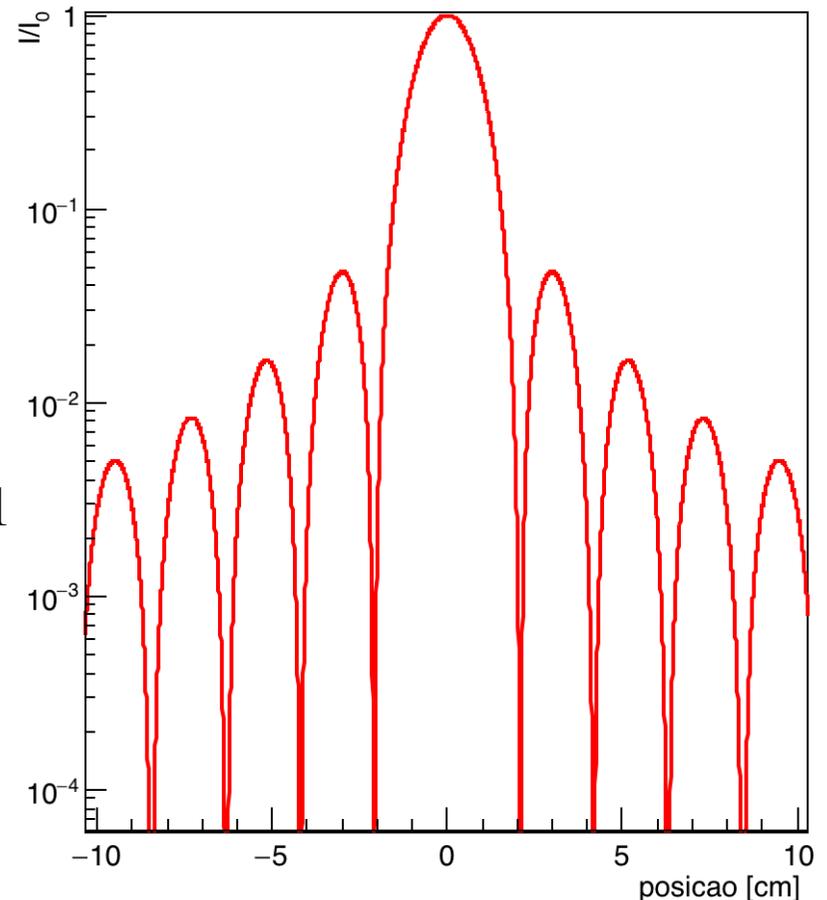
$$\beta = \pi, 2\pi, \dots, n\pi$$

- Máximos secundários $\rightarrow \sin(\beta) \sim \pm 1$

– Aproximação por conta do termo $1/\beta$

- Façam a conta exata.
- Porque $\frac{1}{2}\pi$ não é um máximo?

$$\beta \sim \frac{3}{2}\pi, \frac{5}{2}\pi, \dots, \frac{(2n+1)}{2}\pi$$



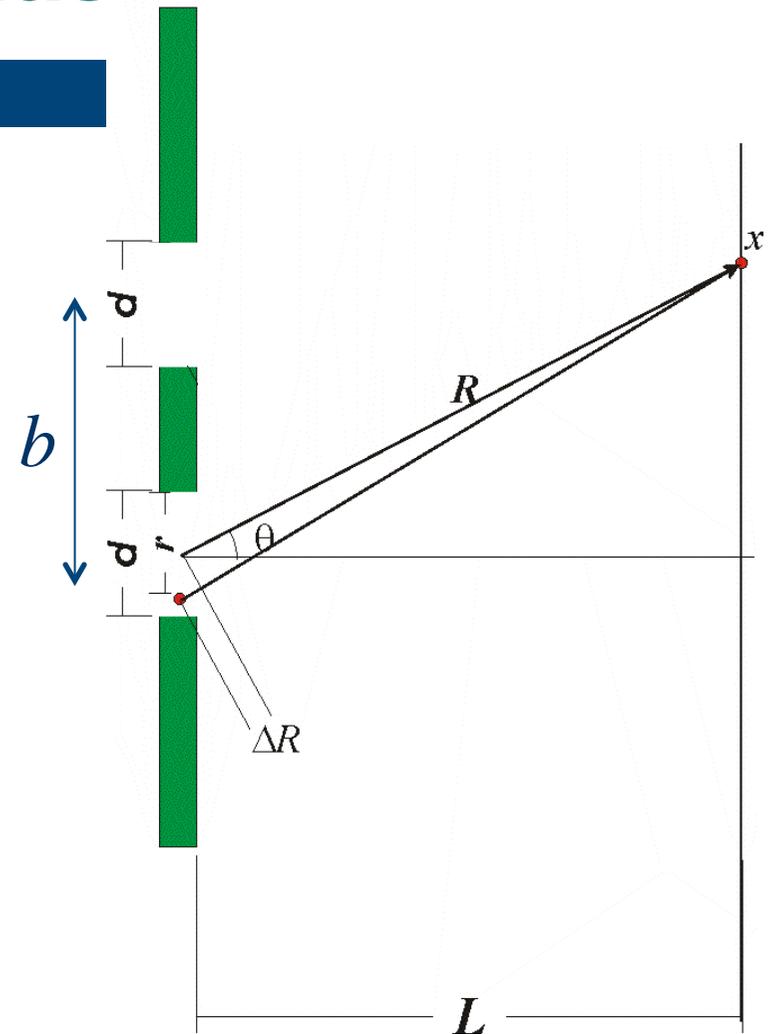
Duas fendas separadas

- Soma sobre duas fendas separadas de b .

$$I \propto \hat{E}^2 = I_0 \underbrace{\left(\frac{\sin(\beta)}{\beta} \right)^2}_{\text{Difração}} \underbrace{\cos^2 \left(\frac{\pi b}{\lambda} \sin \theta \right)}_{\text{Interferência}}$$

$$\text{com } \beta = \frac{\pi d}{\lambda} \sin \theta$$

- Pode-se deduzir as posições dos máximos e mínimos de interferência e difração da mesma forma que para a fenda simples.

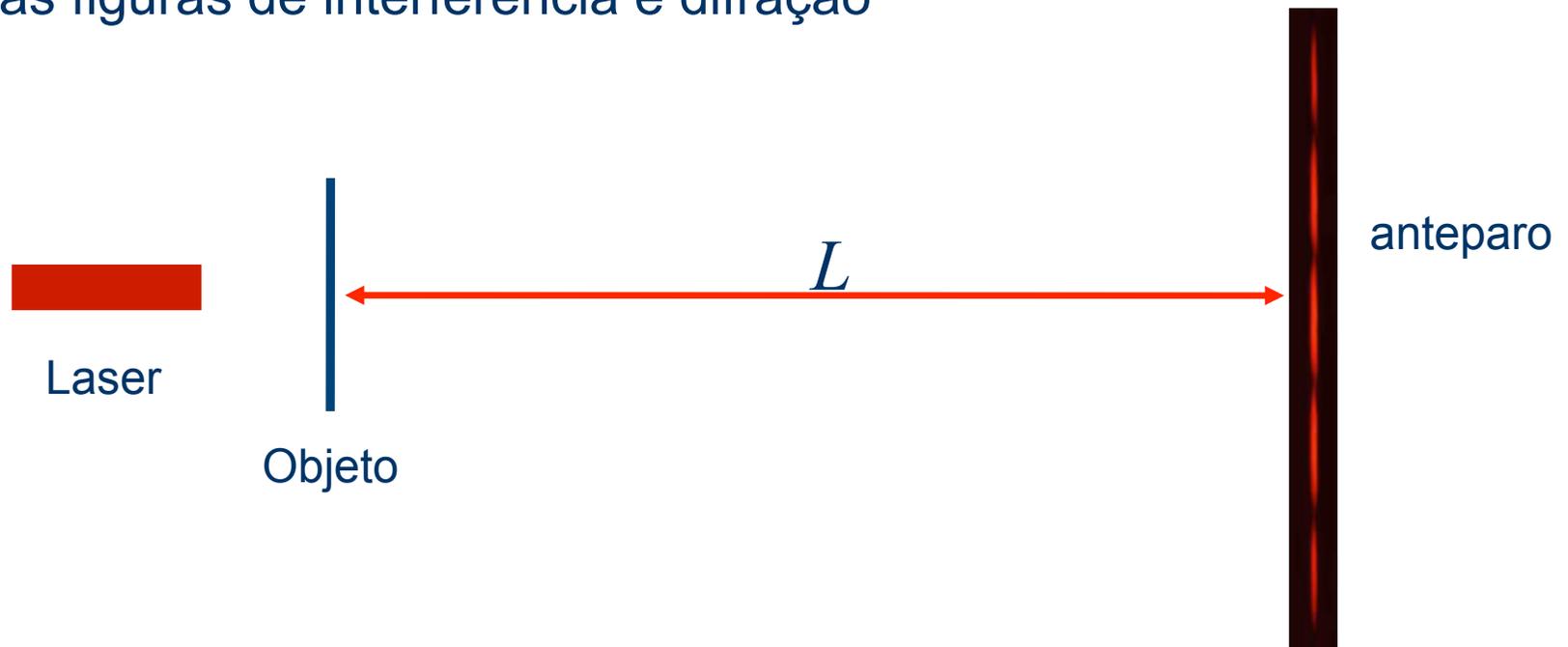


Atividades da semana

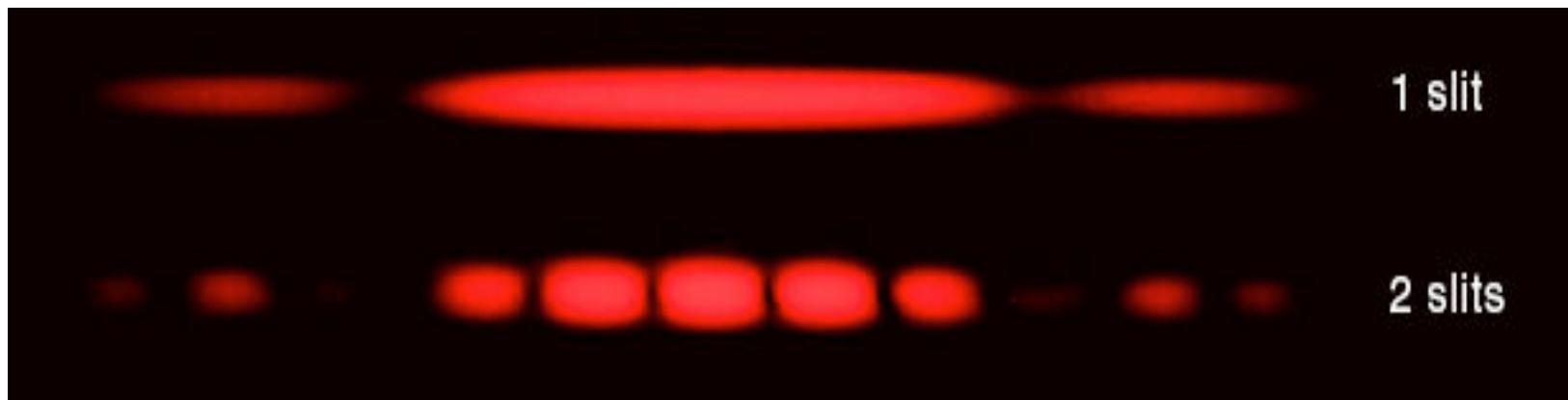
- Estudar, quantitativamente, a figura de difração de uma fenda simples e uma fenda dupla
 - Slide de fendas
 - Anote o número do slide
 - Ver detalhes sobre quais fenda utilizar na tomada de dados

Como obter figuras de difração?

- Montar: laser + objeto + anteparo
- Colocar o anteparo a uma distância conhecida para observar as figuras de interferência e difração



Difração por fenda simples e dupla



Atividades pré-lab

- Estimar a distância para colocar o anteparo da fenda de modo a ser possível medir as posições dos mínimos/máximos de difração de forma confortável
 - Ver detalhes na página da disciplina

Atividades da semana

- Para uma fenda simples e uma fenda dupla no slide
 - **Anote o número do slide!**
- Observe os fenômenos de interferência e difração
- Meça as posições de mínimo de interferência e difração
 - Alguns grupos acham melhor medir os máximos.
- Faça a análise apropriada e determine estas dimensões
 - Compare com os valores nominais

SOMENTE PARA O DIURNO

- Como semana que vem, dia 21, não temos aula, vamos adiantar o planejamento para a próxima semana.
- No caso do noturno, temos aula normalmente, então este assunto será discutido em momento oportuno.

Objetivos da segunda semana

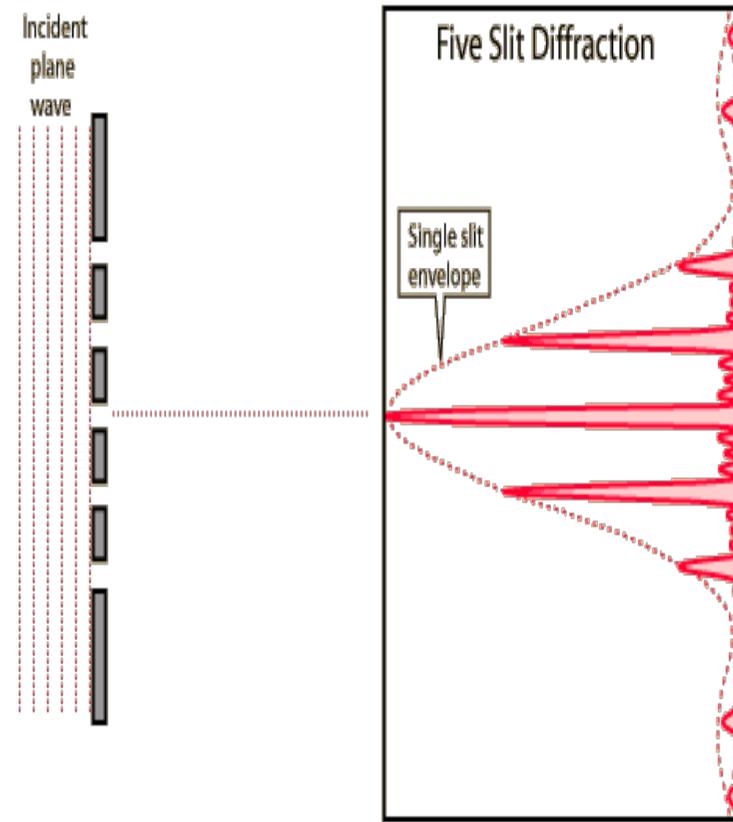
- Estudar a difração do laser em dois sistemas diferentes
 - Rede de difração
 - Extrapolação para muitas fendas do fenômeno de interferência e difração observados na fenda dupla
 - Fio de cabelo
 - Estudar estatisticamente a distribuição dos fios de cabelo da turma

Muitas fendas separadas (rede de difração)

- Na medida em que aumentamos o número de fendas, os máximos ficam bem localizados
- Rede de difração
 - Muitas fendas igualmente espaçadas
 - Máximos em

$$n\lambda = d \sin \theta$$

d = distância entre linhas



O Princípio da complementariedade

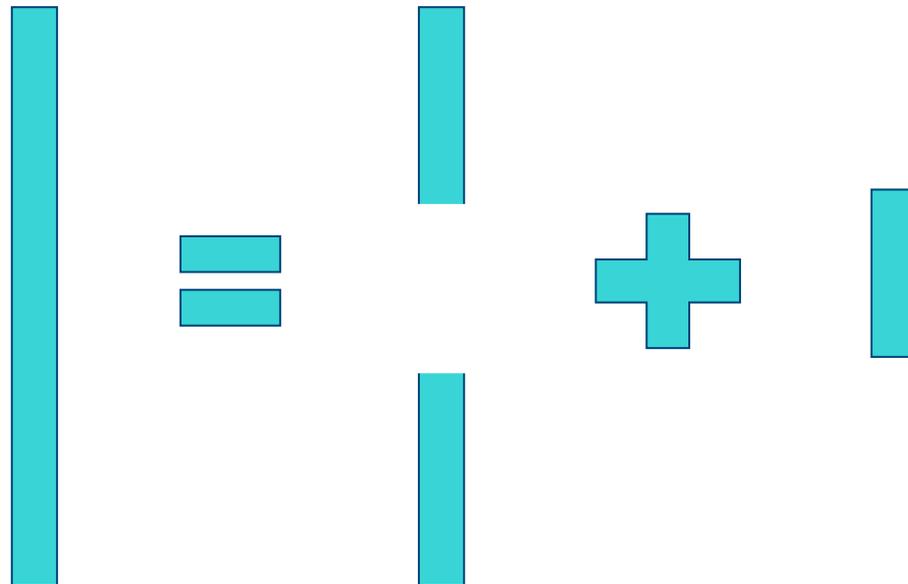
- Anteparo = fenda simples + obstáculo
 - Campo elétrico deve ser nulo após o anteparo

$$\vec{E} = 0 = \vec{E}_{fenda} + \vec{E}_{obst} \rightarrow \vec{E}_{obst} = -\vec{E}_{fenda}$$

- Como intensidade é proporcional ao módulo quadrado do campo elétrico, a figura de difração de um obstáculo complementar à fenda é igual à figura de difração da fenda.

O Princípio da complementariedade

- Figura de difração de um fio de cabelo deve ser idêntica à de uma fenda simples de mesma largura.



Atividades pré-lab para a semana que vem

- Apresentar alguns resultados obtidos da semana 1
- Estimar alguns observáveis para a figura de difração do fio de cabelo humano
- Ver site da disciplina para mais detalhes

Atividades para a semana 2

- Usando a rede de difração no lugar das fendas medir as posições de máximo de interferência e determinar a densidade de fios da rede
- Usando difração em fio de cabelo, determinar, medindo os máximos/mínimos de difração, a espessura do fio de cabelo

Como proceder com o fio de cabelo?

- Cada grupo deve medir a difração do fio de cabelo de todos os integrantes do grupo
 - Se a pessoa não tiver cabelo?
 - Fios de cabelo muito claro ou muito fino podem ser difíceis de medir. Mas não desistam!
- Colocar dados no site para análise estatística
 - É possível observar diversos tipos de fios de cabelo na amostra?