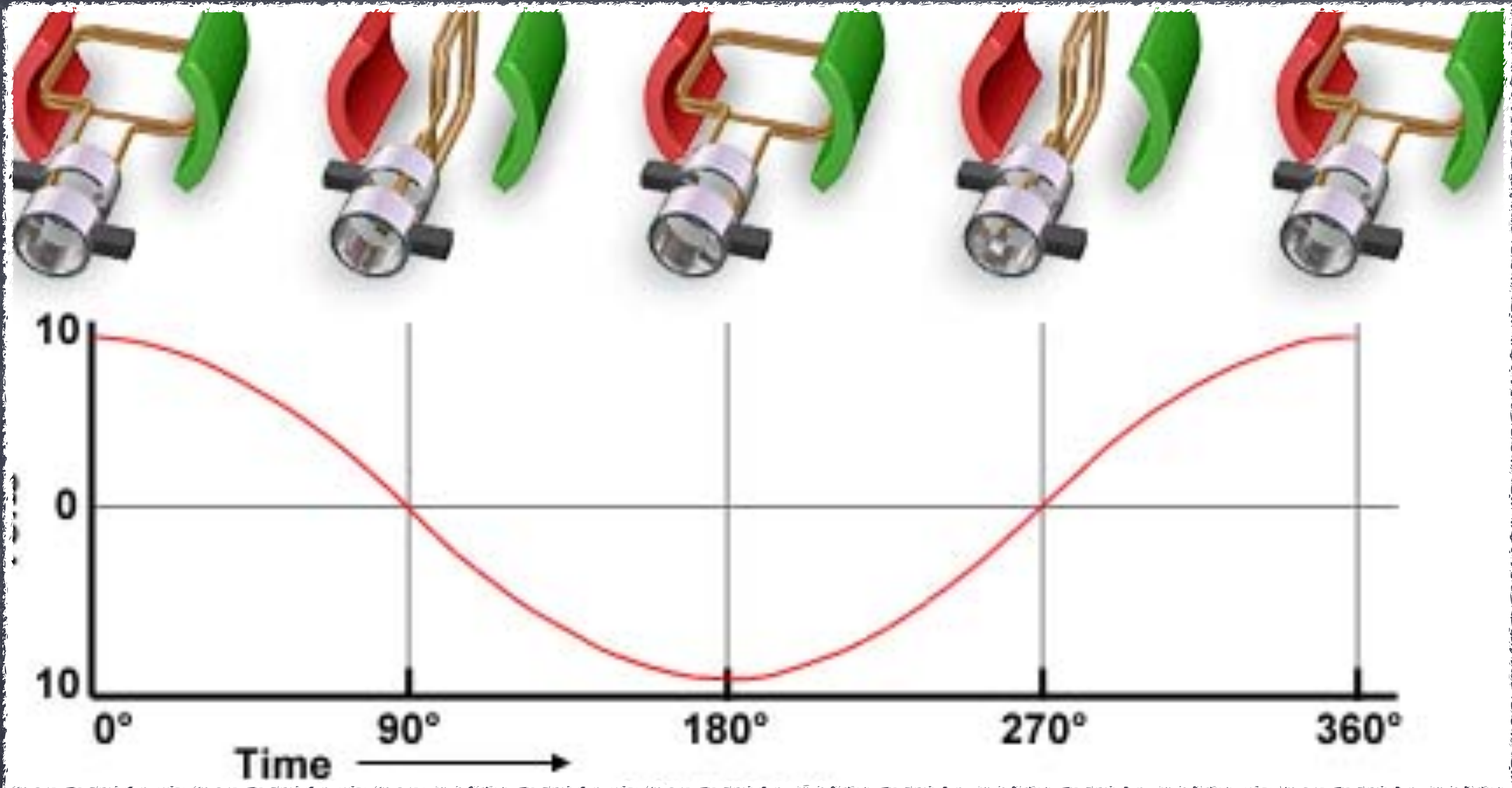
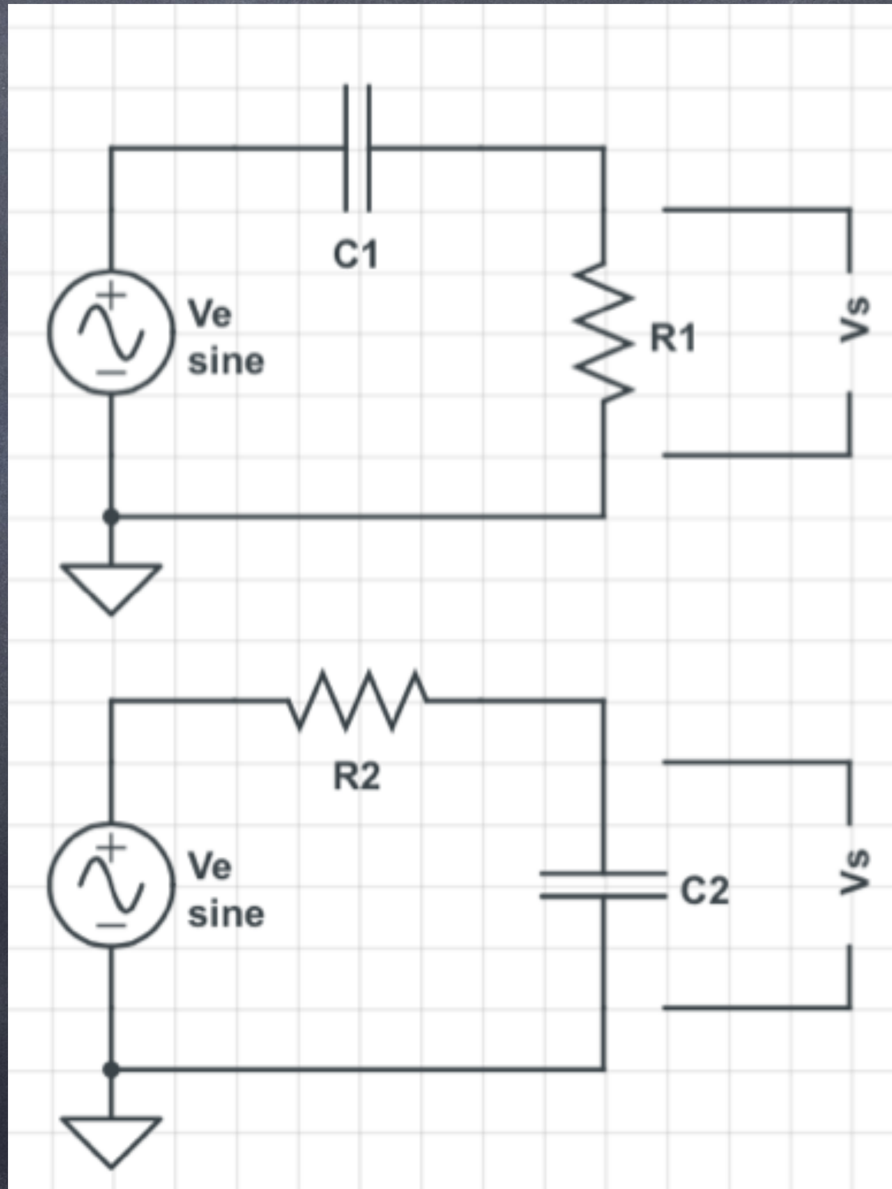


Experimento 1

Filtros e corrente alternada

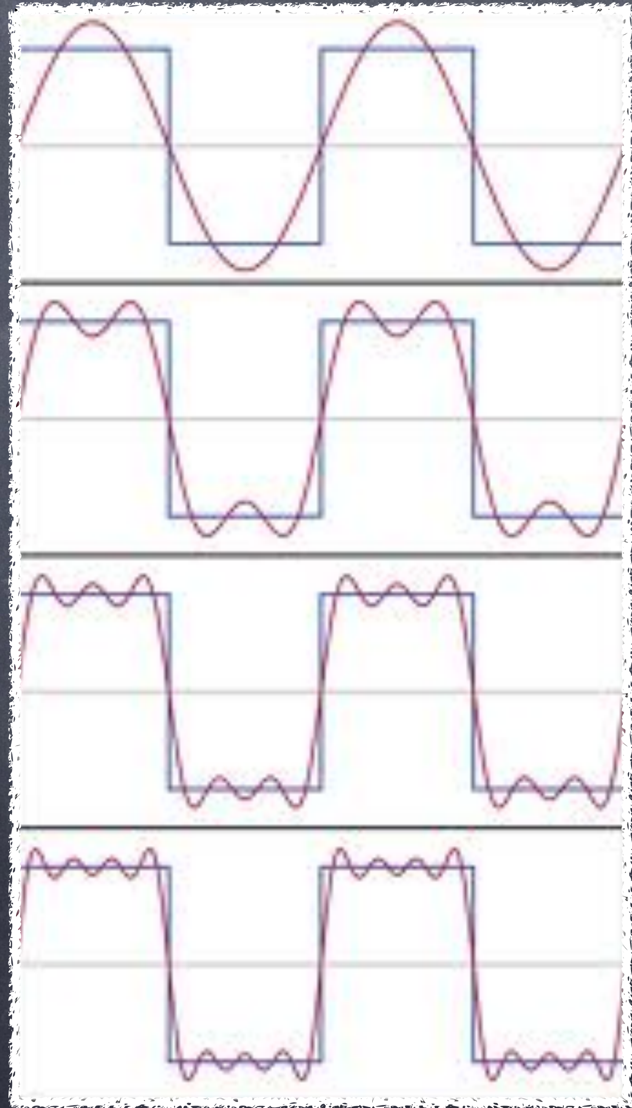
Objetivos

- Construir e estudar filtros de sinais elétricos
    - passa alta
    - passa baixa
    - passa banda
- Como estes filtros modificam sinais não harmônicos

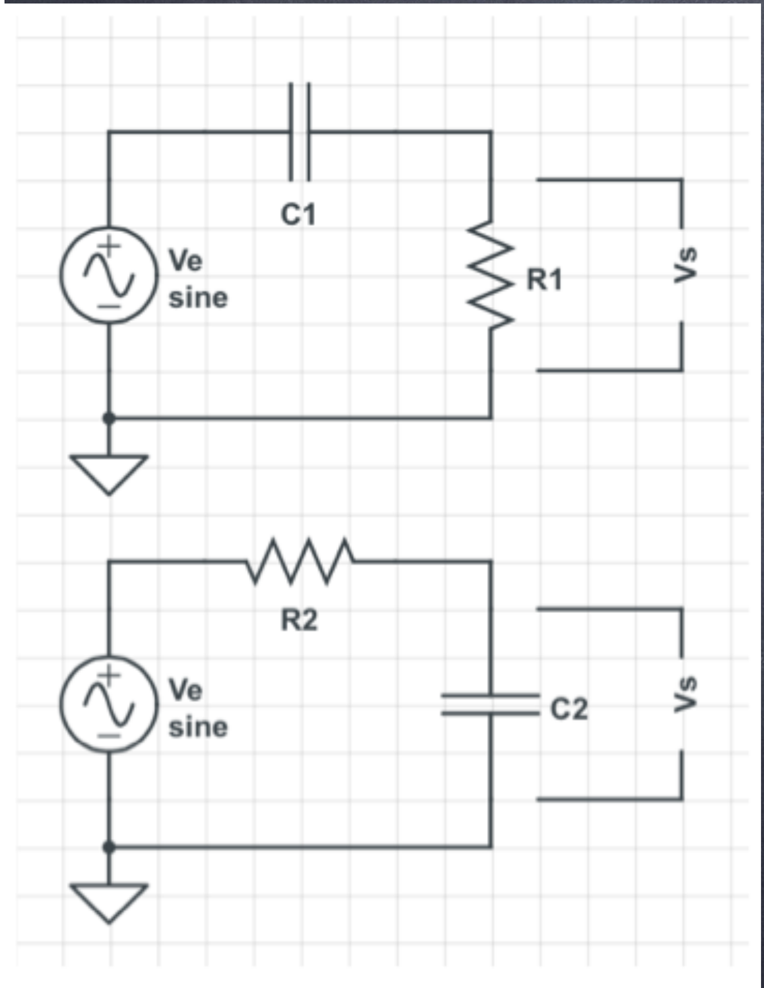


Aula de hoje

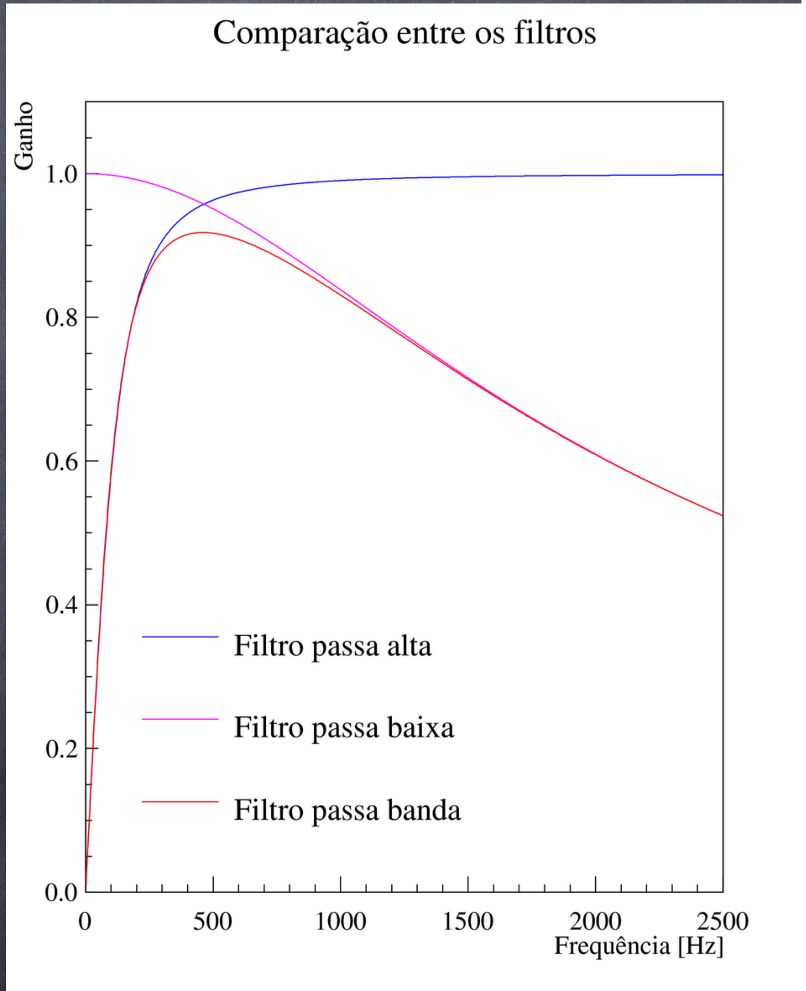
- Revisão e algumas considerações sobre Chi2
- Sinais elétricos não harmônicos - séries de Fourier



Previsões teóricas dos circuitos



$$\hat{G} = \frac{\hat{V}_s}{\hat{V}_e} = Ge^{j\phi}$$



Algumas perguntas importantes

- No planejamento de um experimento
  - Qual o modelo teórico a ser comparado aos dados?
  - Qual região medir?
  - Quantos pontos medir?

Método dos mínimos quadrados

- Pontos experimentais independentes e gaussianos

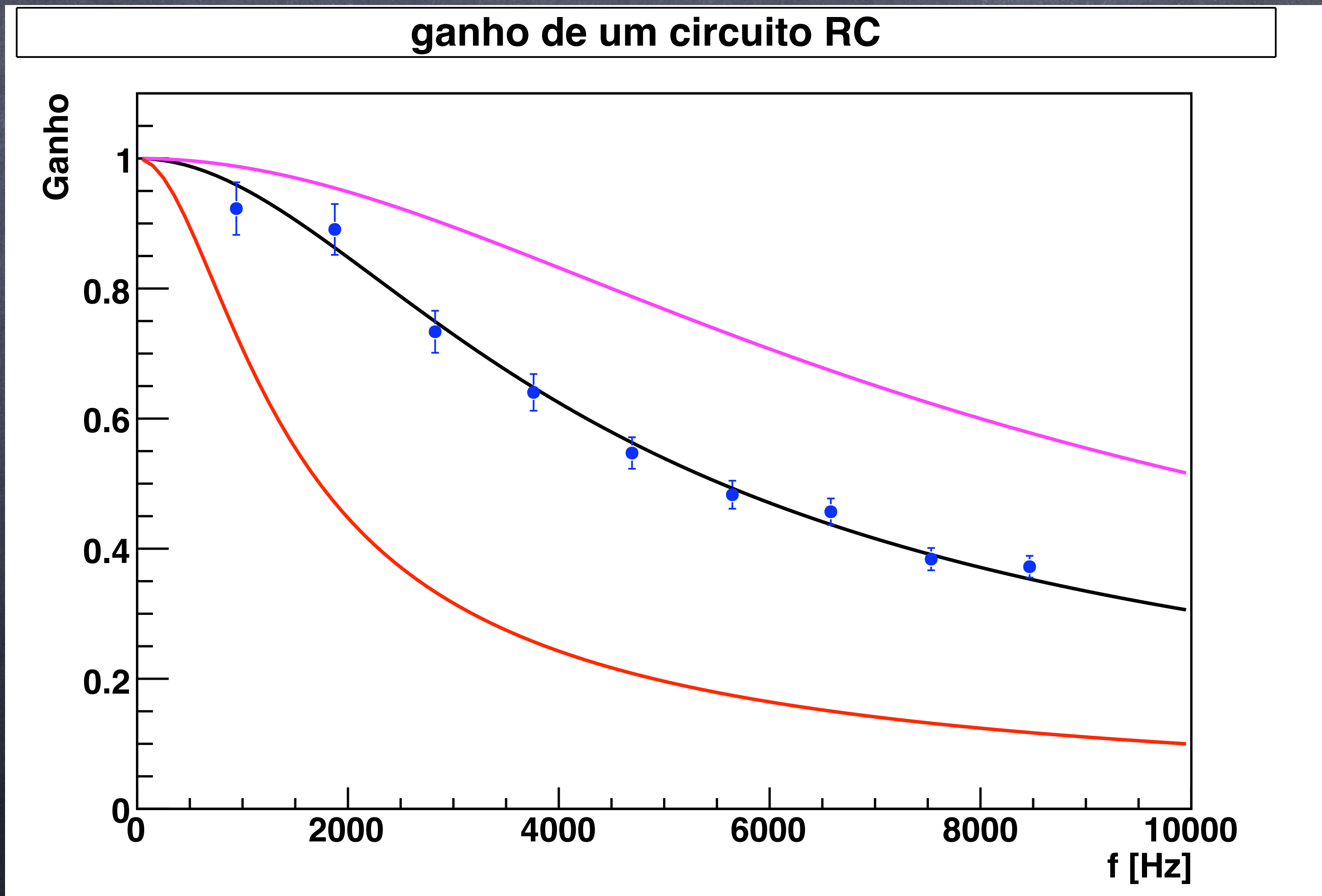
$$P_i \propto e^{-\frac{1}{2}r_i^2} \text{ com } r_i = \frac{y_i - f(x_i)}{\sigma_i}$$

$$P = \prod_i P_i \rightarrow \chi^2 = \sum_i r_i^2 = \sum_i \left(\frac{y_i - f(x_i)}{\sigma_i}\right)^2 \text{ deve ser mínimo}$$

$$\chi^2_{red} = \frac{1}{ndf}\chi^2 = \frac{1}{N-n}\chi^2$$

Fazendo um ajuste de dados

$$\chi^2_{red} = \frac{1}{N-n}\sum_{i}^{N}\left(\frac{y_i - f(x_i)}{\sigma_i}\right)^2$$



Curva de chi2-red tem um mínimo

Cuidado!

Deveríamos olhar o chi2 e não o chi2 reduzido!

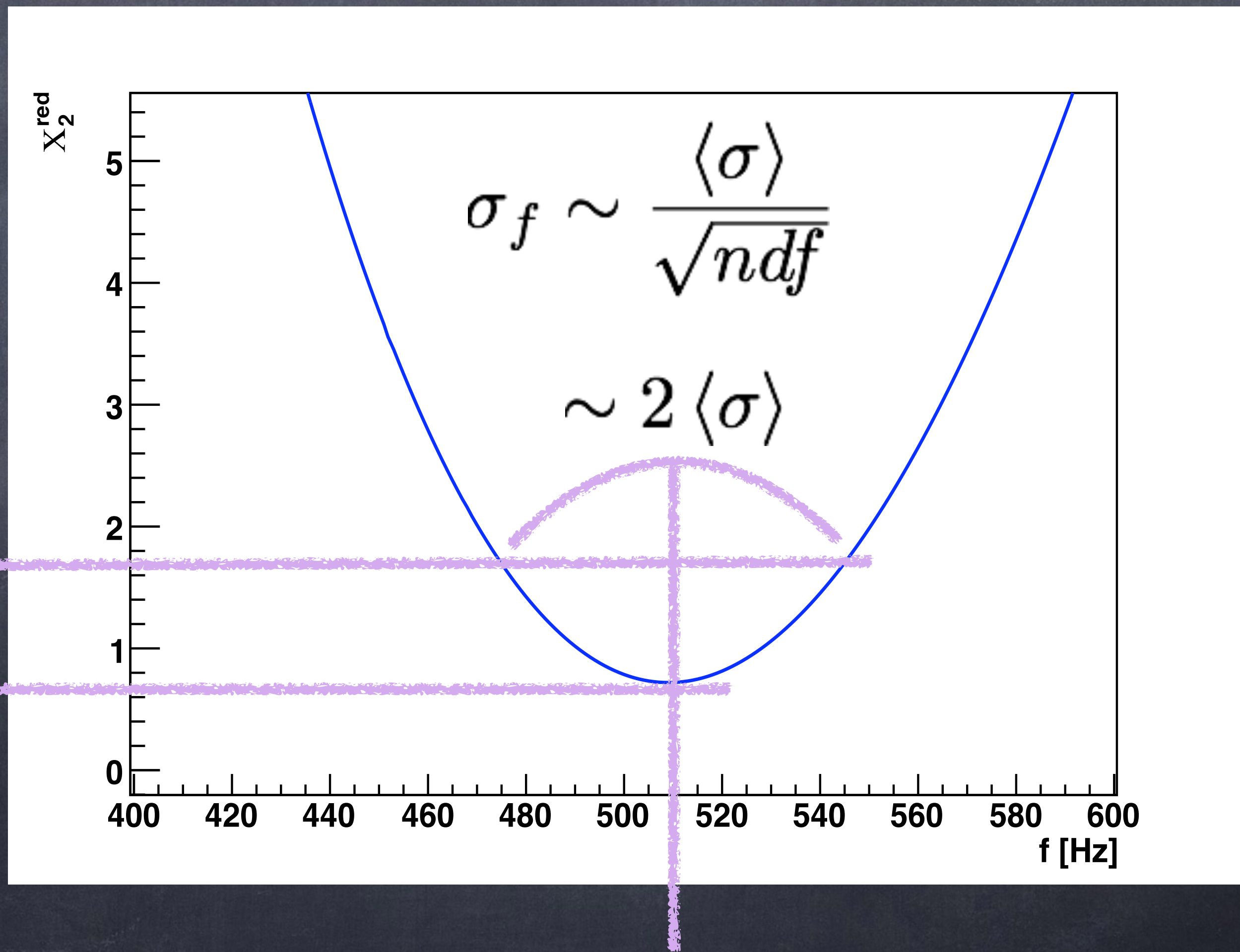
$$\chi^2 \to \chi^2 + 1$$

Esta extrapolação requer que a curva seja uma parábola!

Estou fazendo no chi2-reduzido para superpor várias curvas no mesmo gráfico!

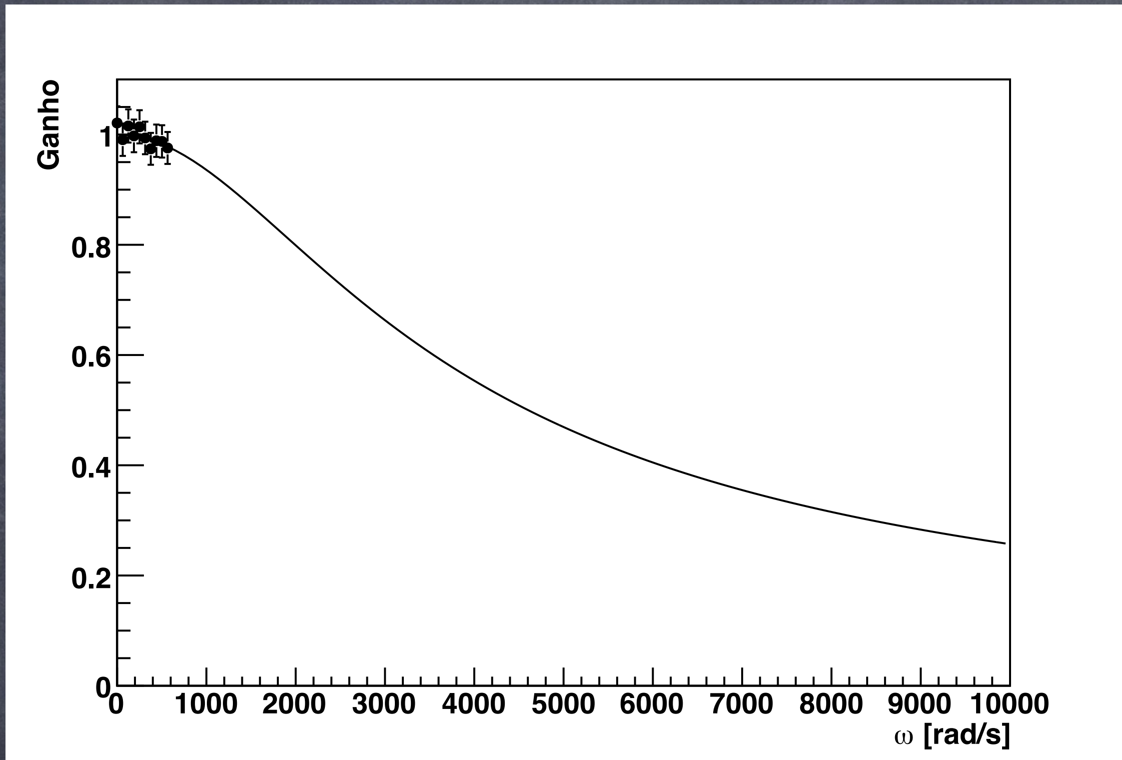
$(\chi^2_{red})_{min} + 1$

$(\chi^2_{red})_{min}$



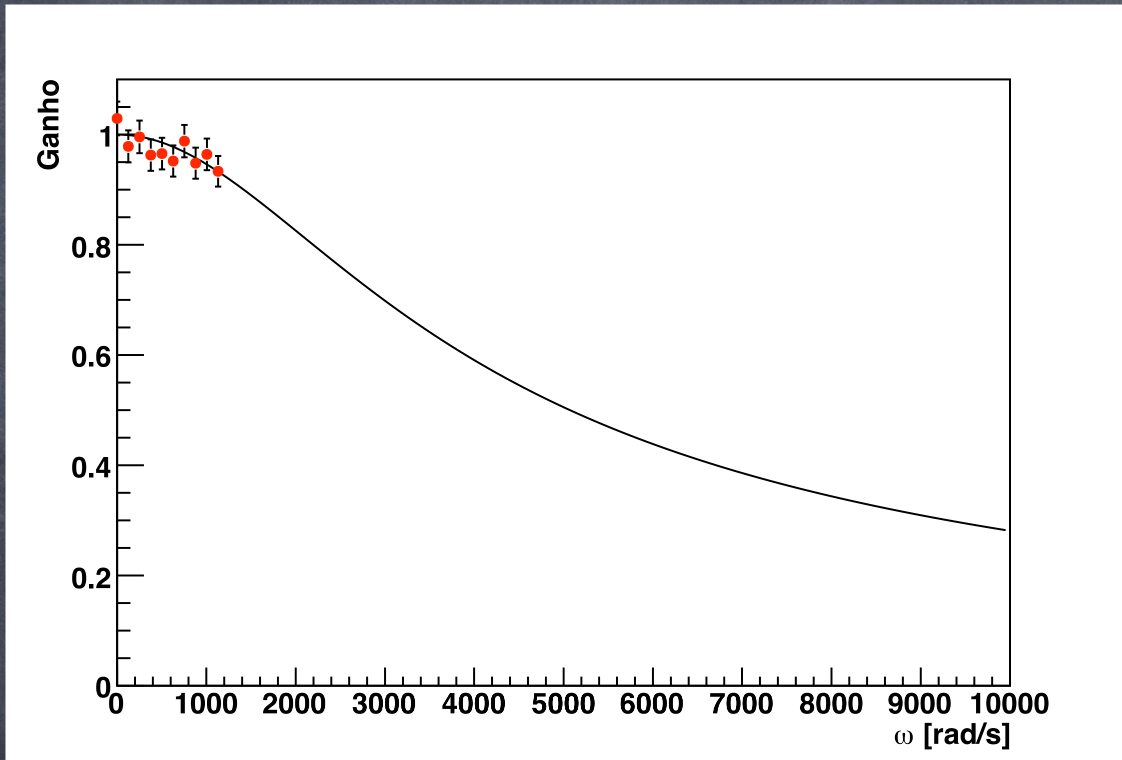
f ajustado

Qual região medir



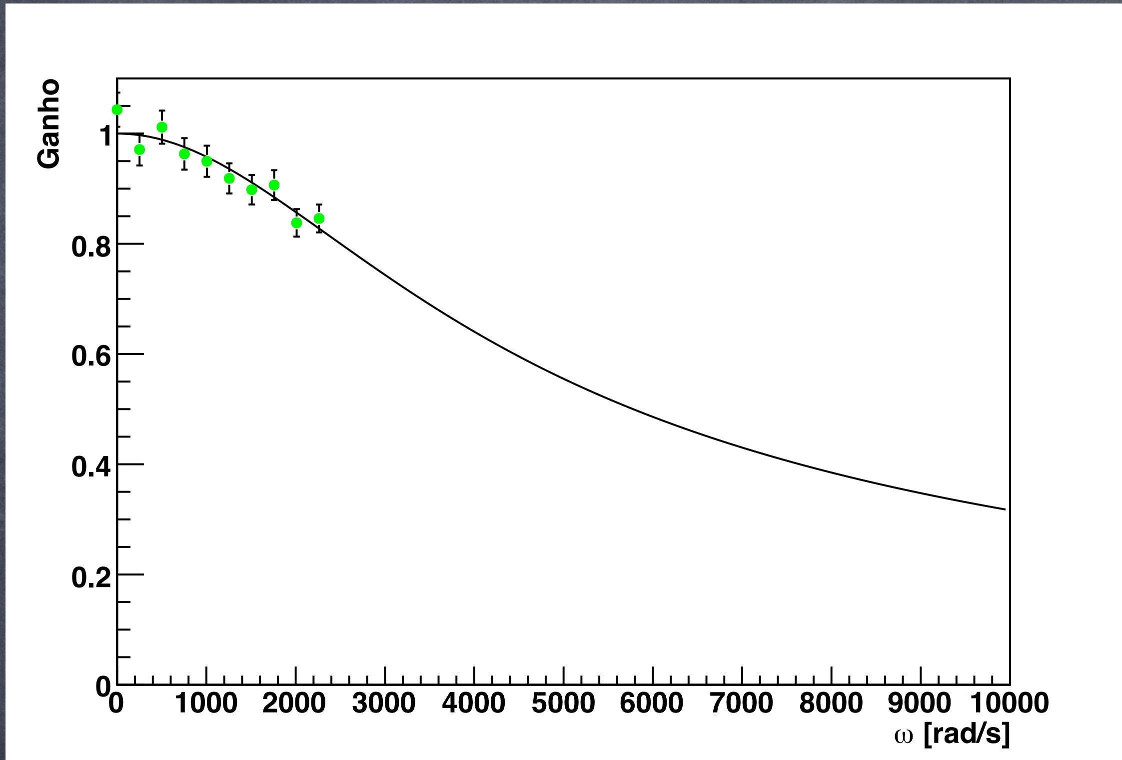
Supondo que um grupo meça 10 pontos
Qual o efeito da escolha da região medida no resultado obtido?

Qual região medir



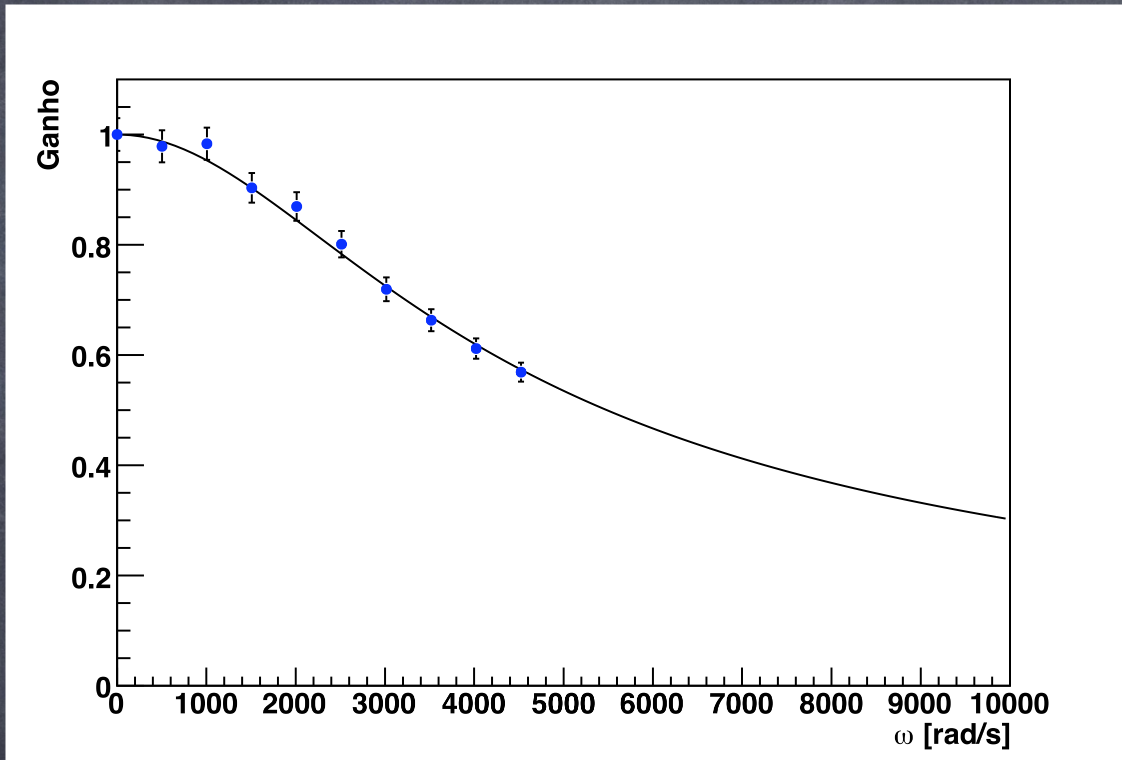
Supondo que um grupo meça 10 pontos
Qual o efeito da escolha da região medida no resultado obtido?

Qual região medir



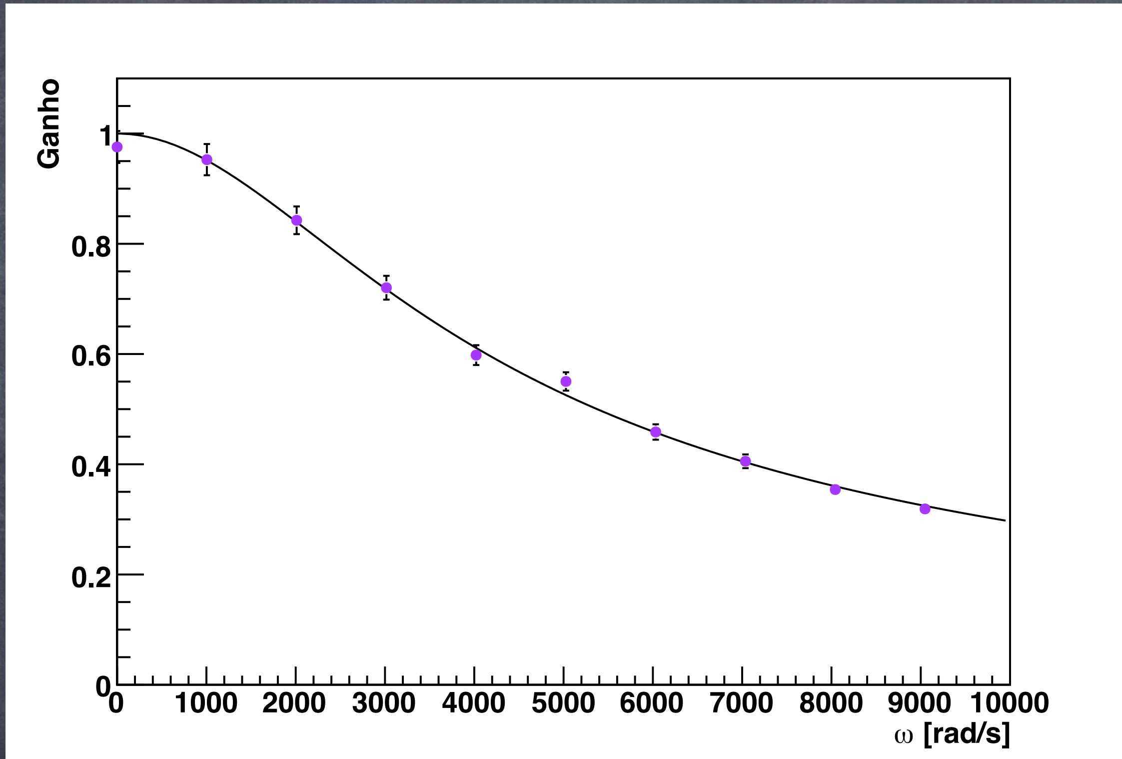
Supondo que um grupo meça 10 pontos
Qual o efeito da escolha da região medida no resultado obtido?

Qual região medir



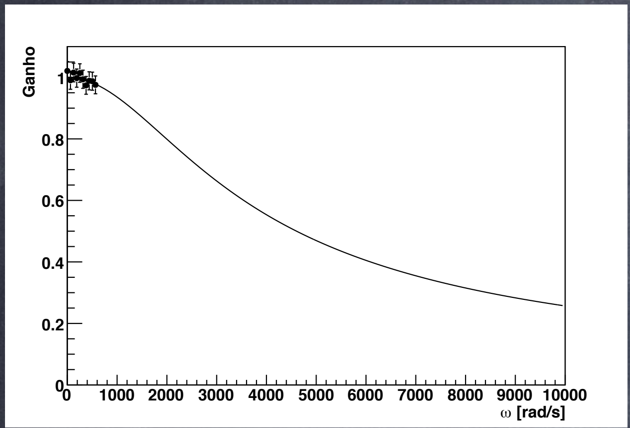
Supondo que um grupo meça 10 pontos
Qual o efeito da escolha da região medida no resultado obtido?

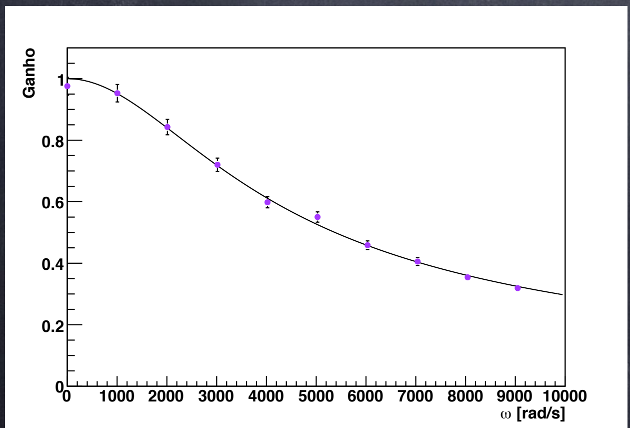
Qual região medir

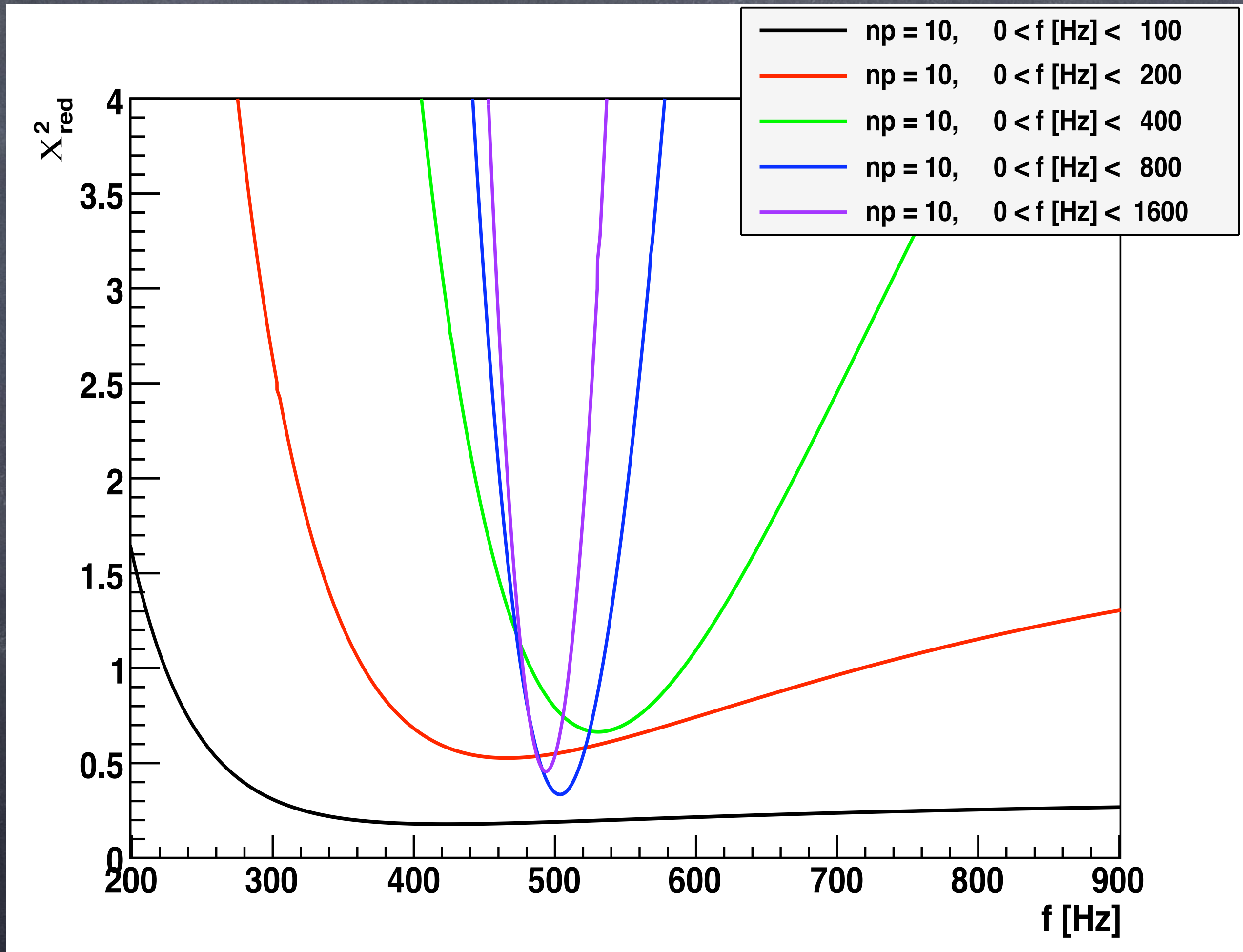


Supondo que um grupo meça 10 pontos
Qual o efeito da escolha da região medida no resultado obtido?

Efeito da escolha da região na curva de chi2







Note que o valor mínimo de chi2 é sempre razoável

Quantos pontos medir?

- Qual o objetivo? Testar um modelo físico
    - Comparar teoria aos dados
- Dois passos
    - Verificar se curva descreve bem os dados
        - Ajuste da curva aos dados e testes de compatibilidade (chi2 por exemplo)
    - Verificar se os parâmetros extraídos do ajuste são compatíveis com os valores esperados
        - Testes de compatibilidade (teste-z por exemplo)

Quantos pontos medir?

- Teste-z

$$z = \frac{f_{\text{ajuste}} - f_{\text{teo}}}{\sigma}$$

- Qual a incerteza no teste-z?
    - Parâmetro ajustado possui incerteza
    - Valor teórico também!

Quantos pontos medir?

- Teste-z

$$z = \frac{f_{\text{ajuste}} - f_{\text{teo}}}{\sigma}$$

- Qual a incerteza no teste-z?

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2_{\text{ajuste}} + \sigma^2_{\text{teo}}}$$

- Exemplo que estamos utilizando

$$R = (330 \pm 3)\Omega$$

$$C = (1.00 \pm 0.02)F$$

$$\longrightarrow \quad f_{\text{teo}} = (482 \pm 10)Hz$$

Quantos pontos medir?

- Neste caso, não dá para ter o valor de sigma menor do que 10 Hz

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2_{\text{ajuste}} + \sigma^2_{\text{teo}}}$$

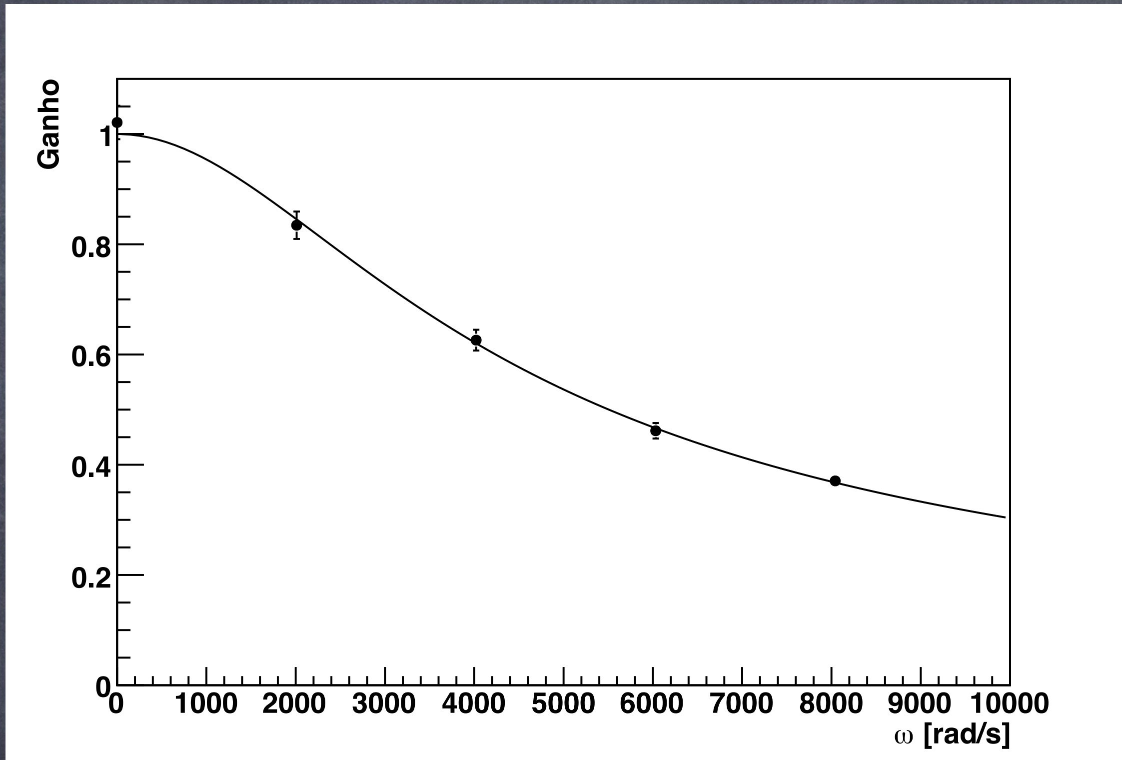
$$f_{\text{teo}} = (482 \pm 10)Hz$$

- A melhor comparação será feita quando a incerteza experimental for pequena se comparada à teórica

$$f_{\text{ajuste}} < 10Hz$$

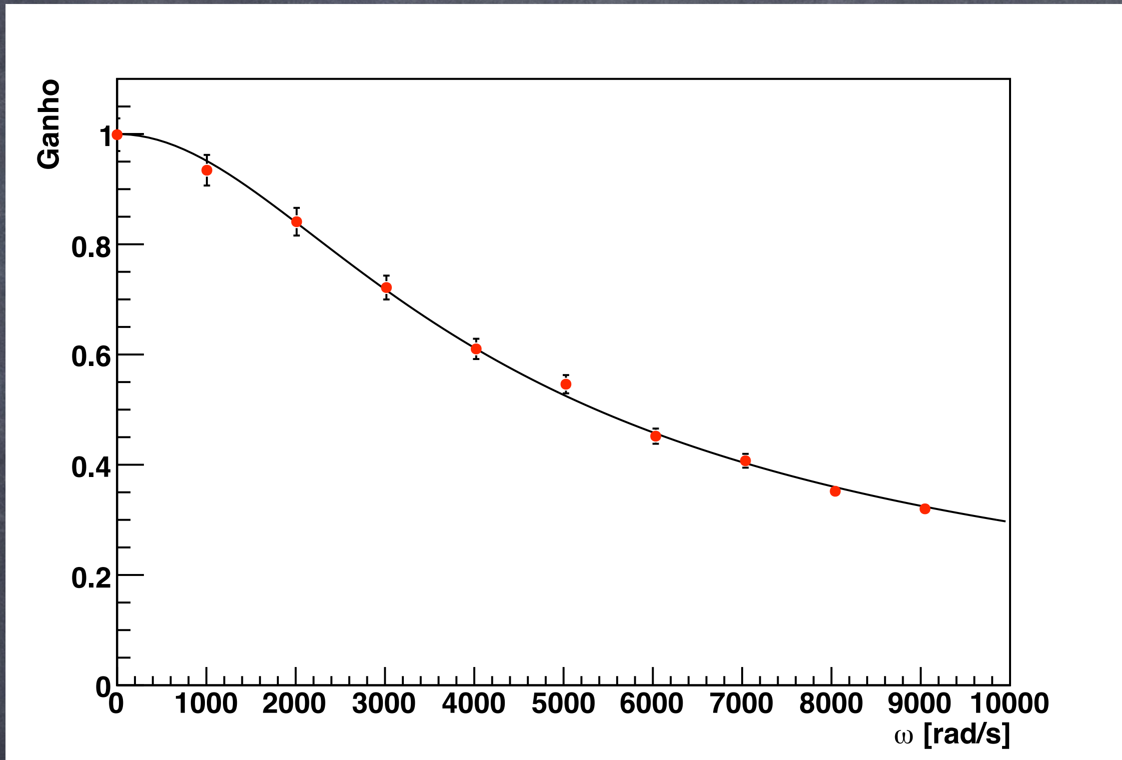
- Decidir o número de pontos de forma que este não seja limitante
    - A menos que seja muito "caro" fazer isto

Quantos pontos medir?



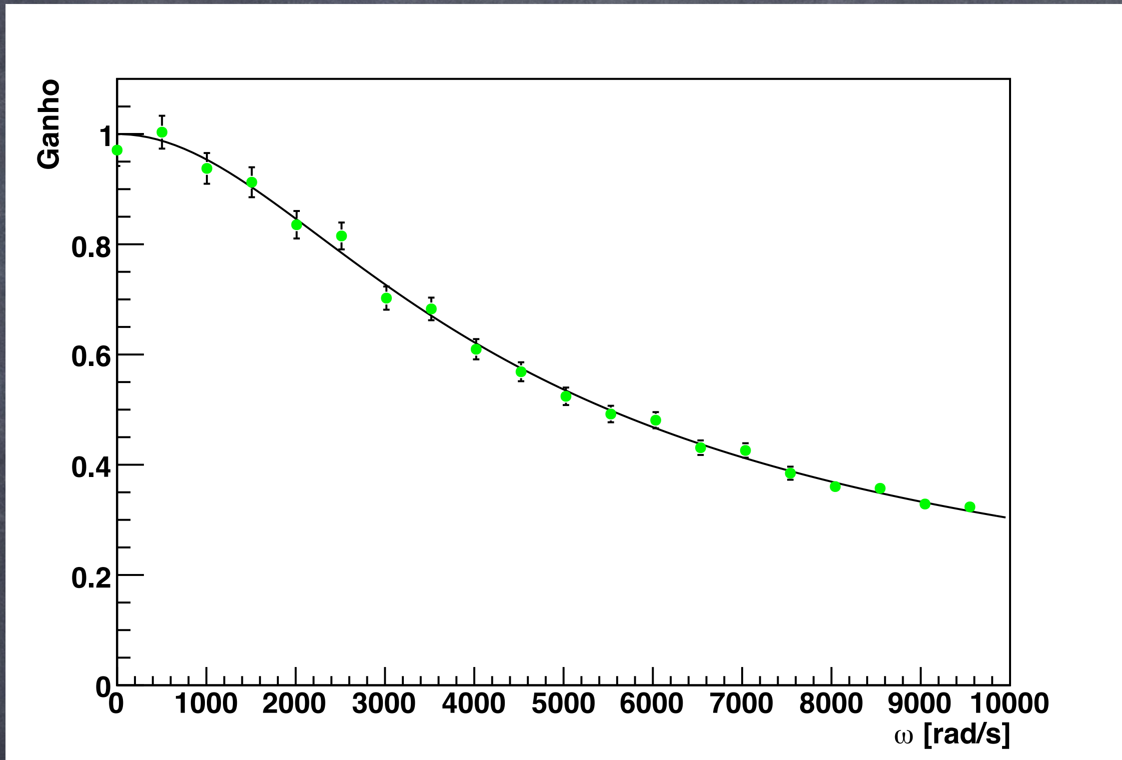
Como a incerteza do parâmetro ajustado varia com o número de pontos?

Quantos pontos medir?



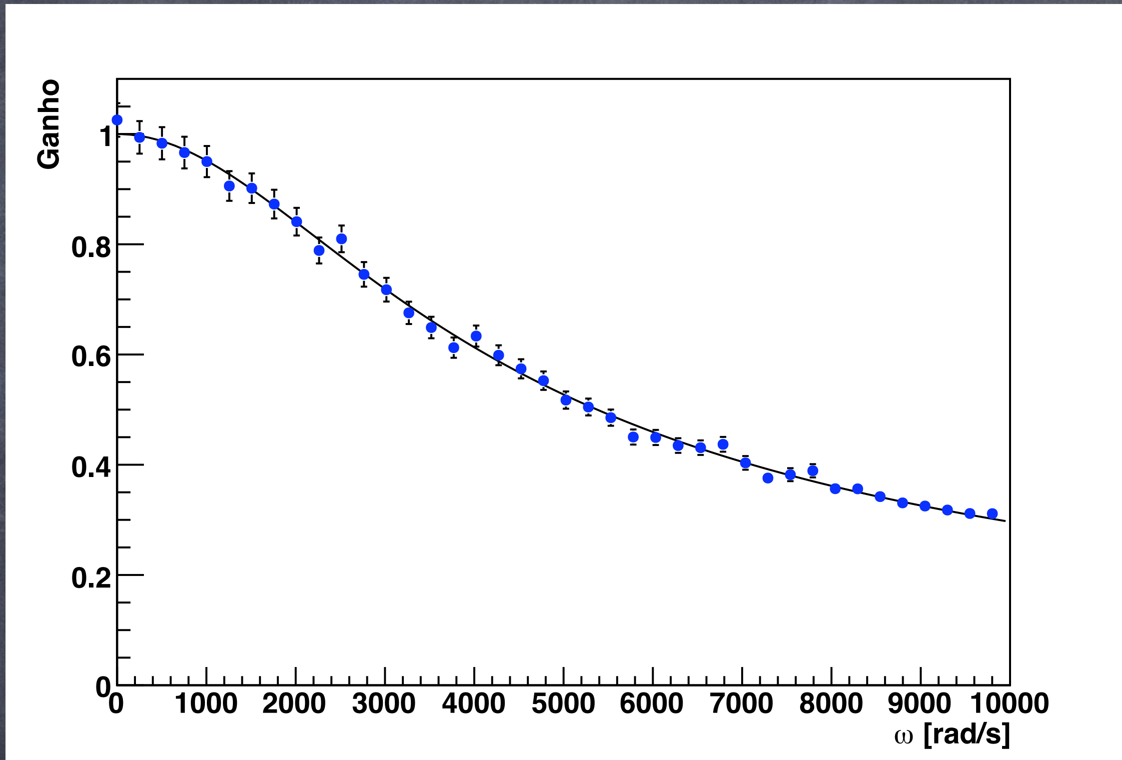
Como a incerteza do parâmetro ajustado varia com o número de pontos?

Quantos pontos medir?



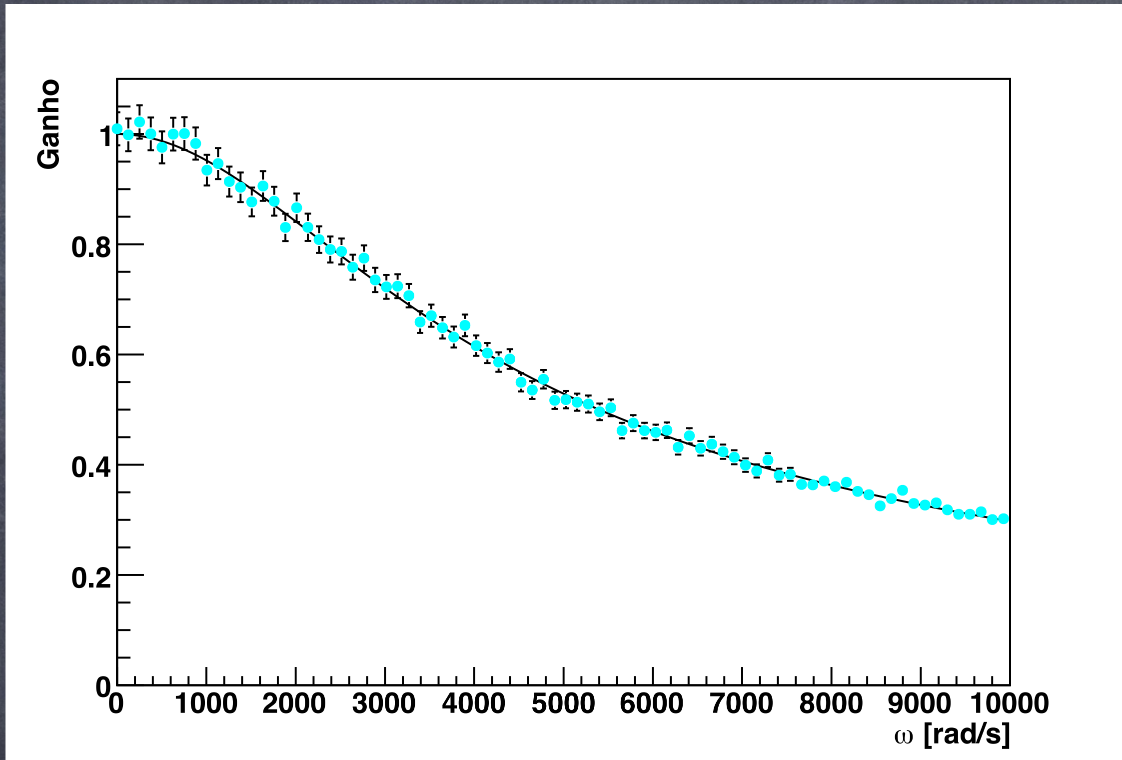
Como a incerteza do parâmetro ajustado varia com o número de pontos?

Quantos pontos medir?



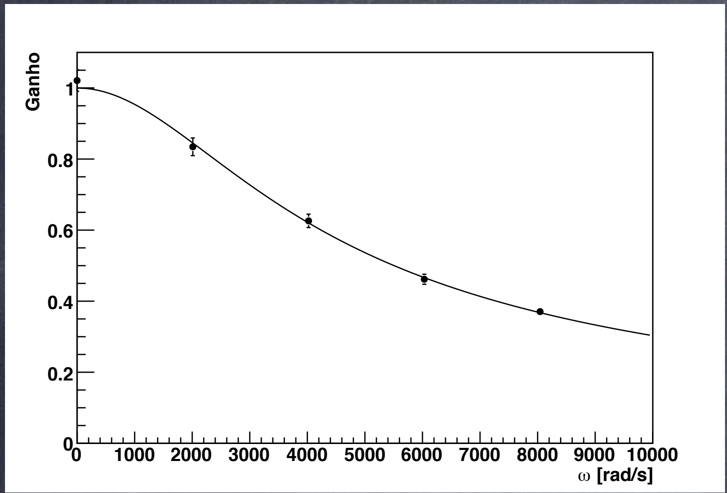
Como a incerteza do parâmetro ajustado varia com o número de pontos?

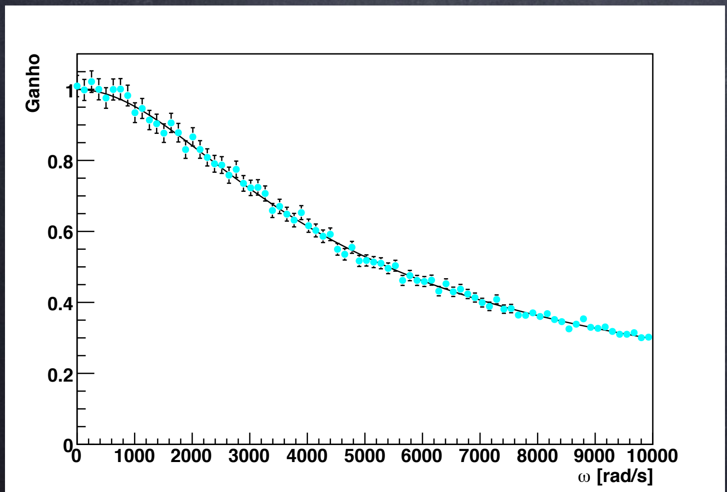
Quantos pontos medir?

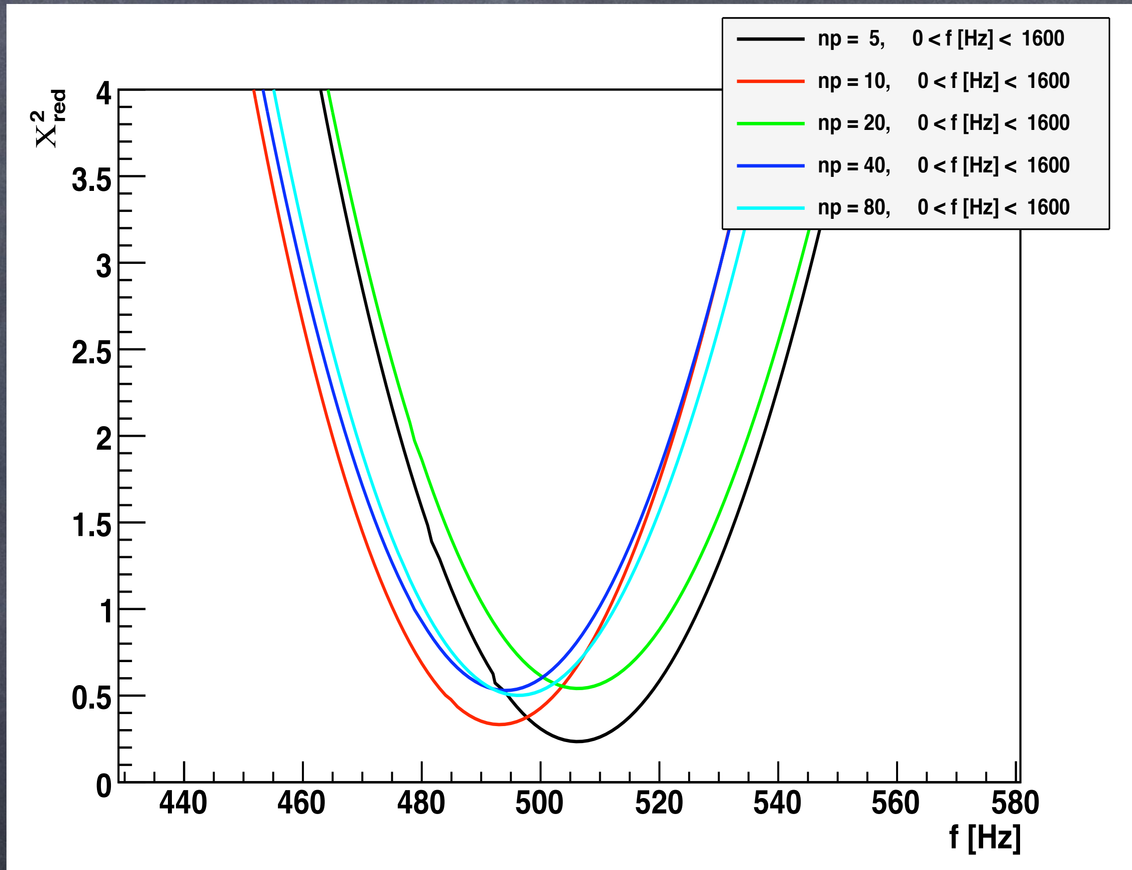


Como a incerteza do parâmetro ajustado varia com o número de pontos?

Curvas de chi2







$$\sigma \sim 25Hz \quad \sigma_f \sim \frac{\sigma}{\sqrt{ndf}}$$

$$10 \sim \frac{25}{\sqrt{ndf}} \rightarrow ndf \sim 10$$

Quantos pontos medir

- Estimar o desvio padrão médio dos dados
- Com base nisto, estimar o número de pontos
- O que eu faço?
  - Tomo uns 5-6 pontos
    - Ajusto e olho as incertezas obtidas
    - Estimo quantos pontos a mais preciso medir

O que nos sugerimos para vocês fazerem

- Montar os filtros passa alta e passa baixa
  - Na lista preparatória, indicamos quais seriam as frequências de corte para cada filtro
    - Estime os valores de R e C para cada filtro
- Medir, para cada filtro, ganho e fase em função da frequência e comparar aos modelos construídos.
  - Note o que discutimos hoje!!!

Que filtros são estes?

- O que significa passa alta, passa baixa e passa banda?
- O que queremos dizer quando chamamos estes circuitos de filtros?

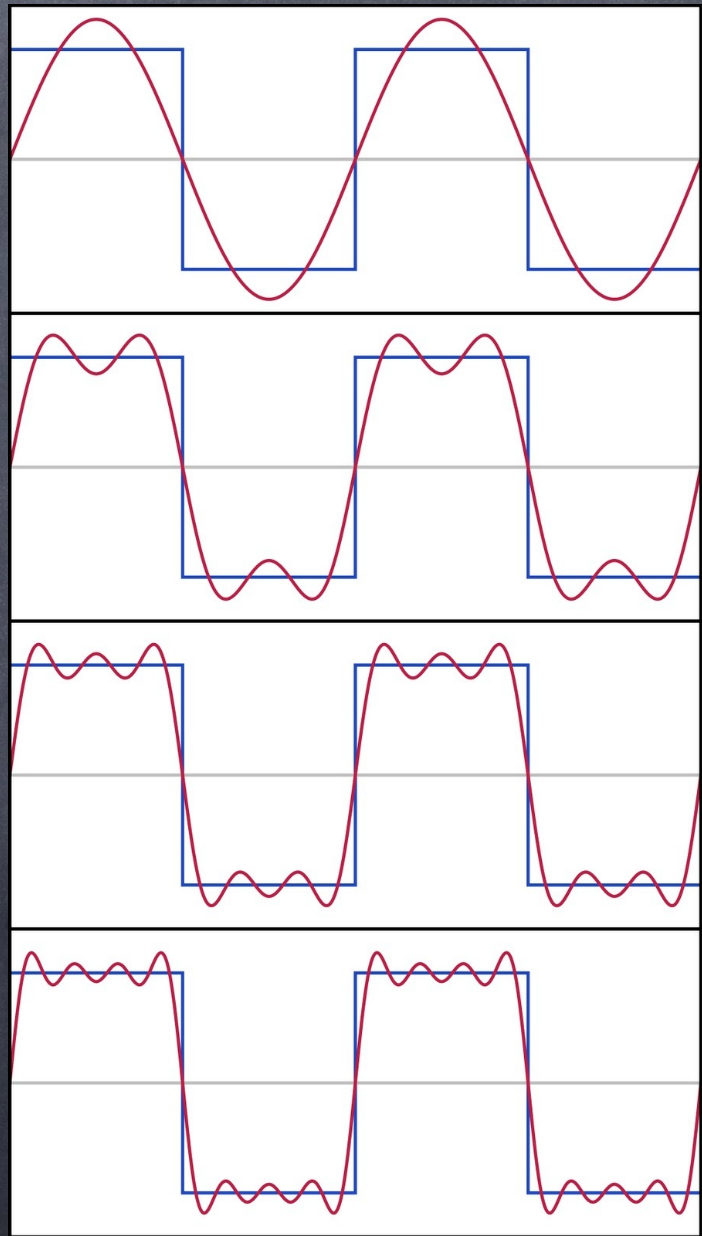
Séries de Fourier

- Decomposição de um sinal periódico em ondas harmônicas com diferentes fases e amplitudes

$$f(x) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{jnx}$$

$$c_n = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) e^{-jnx} dx$$

- Você provavelmente conhece a versão em senos e cosenos. Substitua a fórmula de Euler nas expressões acima e você verá que é a mesma coisa.

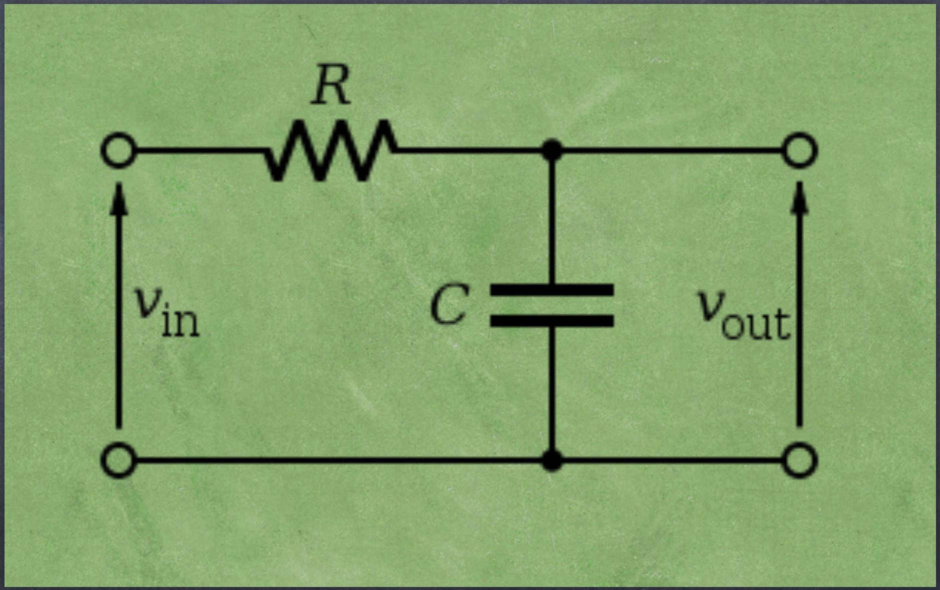


Impacto de um sinal não harmônico em um circuito simples

- Tomemos o circuito RC ao lado.
- Se a tensão for não harmônica que, escrita em termos de uma série de Fourier

$$V_e(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{j\omega_n t}$$

  - cn são números complexos!



- Como ficam as equações que descrevem o circuito?

Equação diferencial de um circuito RC em série

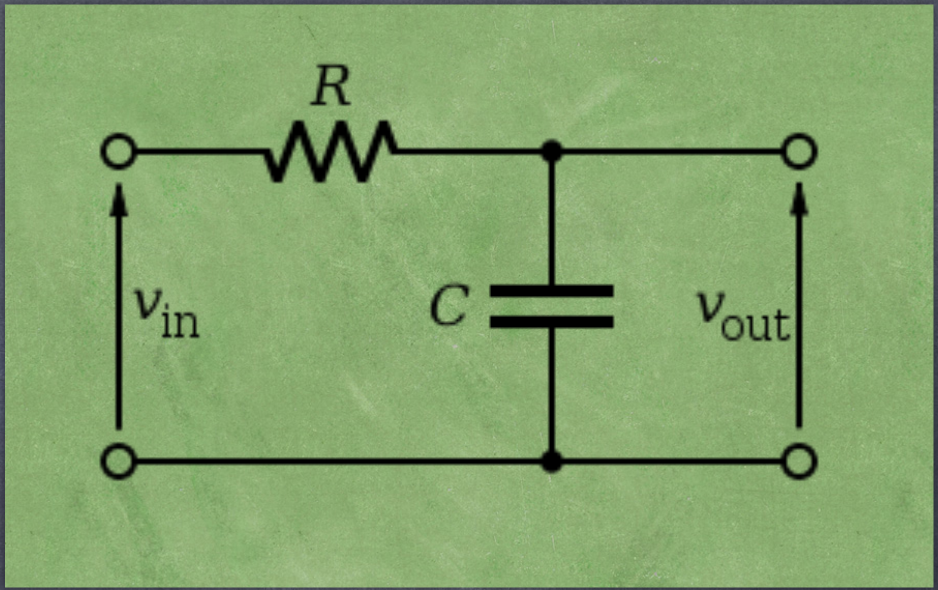
$$V_e(t) = V_R(t) + V_C(t)$$

$$V_e(t) = Ri(t) + V_C(t)$$

$$V_C(t) = \frac{Q(t)}{C} \rightarrow Q(t) = CV_C(t)$$

$$i(t) = \frac{d}{dt}Q(t) \rightarrow i(t) = C\frac{d}{dt}V_C(t)$$

$$V_e(t) = RC\frac{d}{dt}V_C(t) + V_C(t)$$



Equação diferencial de um circuito RC em série

- Podemos escrever as tensões como:

$$V_e(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{j\omega_n t} \qquad V_C(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} b_n e^{j\omega_n t}$$

- Substituindo na equação diferencial

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{j\omega_n t} = RC\frac{d}{dt}\sum_{n=-\infty}^{\infty} b_n e^{j\omega_n t} + \sum_{n=-\infty}^{\infty} b_n e^{j\omega_n t}$$

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{j\omega_n t} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} (RCj\omega_n + 1) b_n e^{j\omega_n t}$$

Equação diferencial de um circuito RC em série

- ou seja:

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{j\omega_n t} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} (RCj\omega_n + 1) b_n e^{j\omega_n t}$$

$$c_n = (RCj\omega_n + 1) b_n \qquad b_n = \frac{c_n}{1 + jRC\omega_n}$$

- Se vocês resolveram a lista de exercícios para o RC passa baixa

$$\hat{V}_C = \frac{\hat{V}_e}{1 + jRC\omega_n}$$

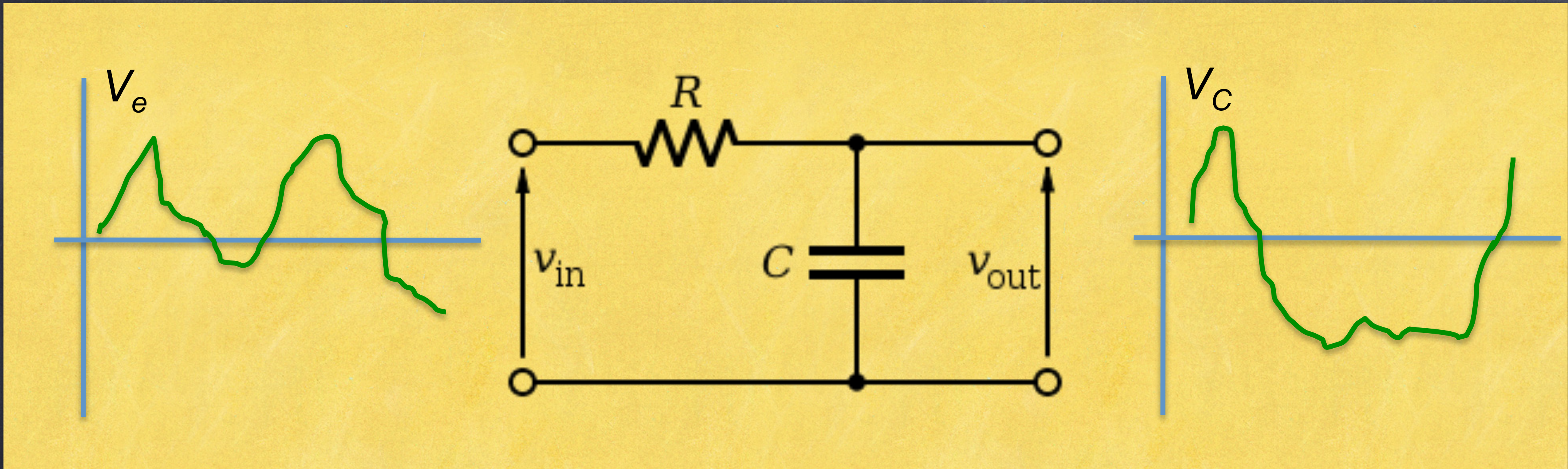
Equação diferencial de um circuito RC em série

- isto é:

$$b_n = \frac{c_n}{1 + jRC\omega_n} \qquad \hat{V}_C = \frac{\hat{V}_e}{1 + jRC\omega_n}$$

- O estudo de um sinal não harmônico em um circuito cuja E.D. seja linear pode ser feito decompondo o sinal em suas freqüências harmônicas e estudando o comportamento deste circuito para cada uma destas componentes.

Ou seja

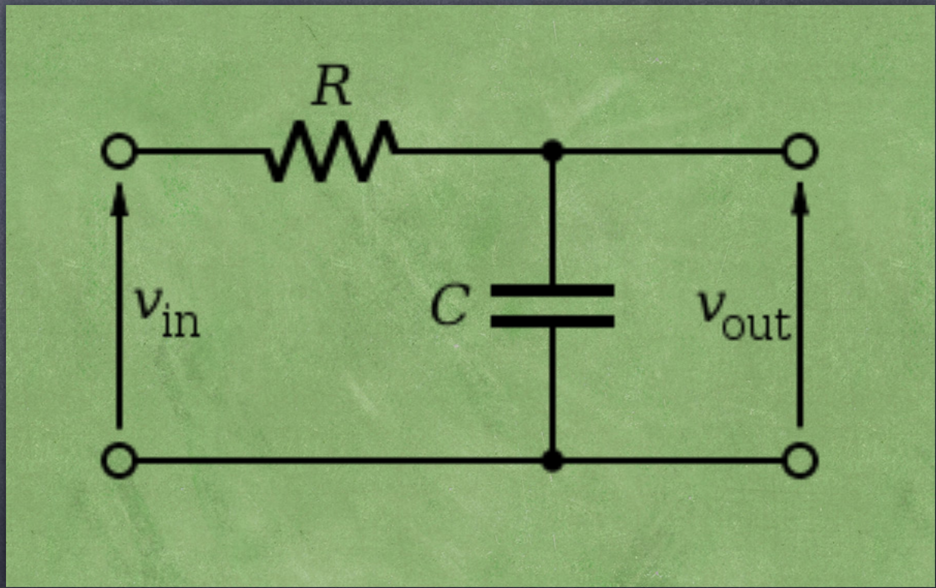


- Como cada componente harmônica é modificada de forma diferente, por conta de terem frequências diferentes, o sinal medido não tem a mesma forma do sinal original, sendo modificado.

- Construindo o circuito adequadamente, podemos manipular a forma do sinal medido → FILTRO de sinais.

O que nos sugerimos para vocês fazerem

- Montar os filtros passa alta e passa baixa
  - Na lista preparatória, indicamos quais seriam as frequências de corte para cada filtro
    - Estime os valores de R e C para cada filtro
- Medir, para cada filtro, ganho e fase em função da frequência e comparar aos modelos construídos.
  - Note o que discutimos hoje!!!



Como medir o ganho

- Canal A -> V entrada
- Canal B -> V saída
- Ganho

$$\hat{G} = \frac{\hat{V}_s}{\hat{V}_e} = G e^{j\phi}$$

$$G = \frac{V_s^0}{V_e^0} \qquad \phi = 2\pi \frac{\Delta t}{T}$$