

# Aula 3

## Estudo do movimento de queda de corpos

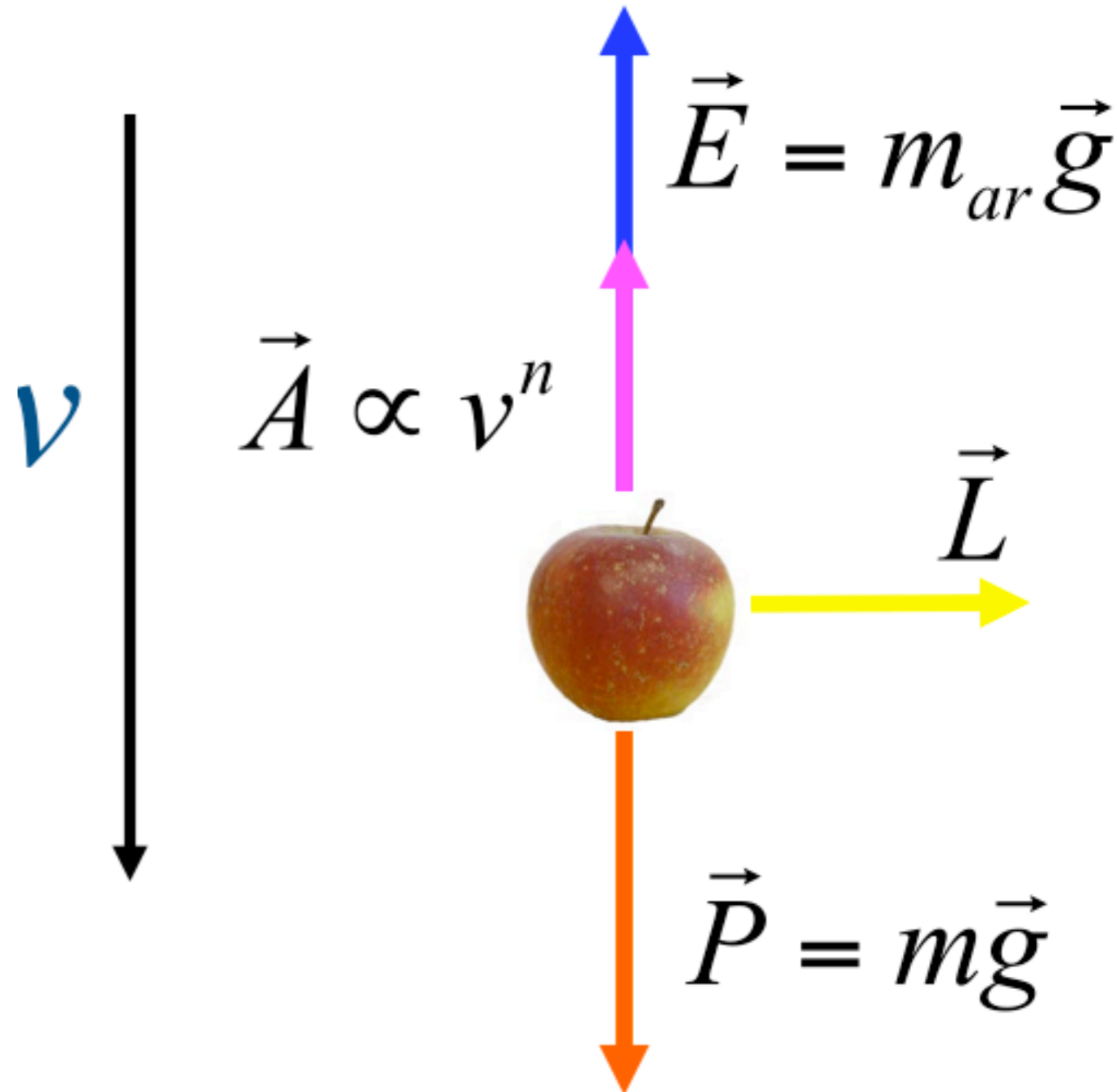
---

Física Experimental II

Segundo semestre de 2012

# Proposta do experimento

- Aula passada: Corpo em queda livre
  - Outras forças que não sejam o peso são desprezíveis
  - Aceleração é muito próxima a da gravidade
- O que acontece se tentarmos fazer com que outras forças sejam significativas
  - Estudar o movimento de queda de corpos em óleo
    - Empuxo e resistência do meio tornam-se importantes

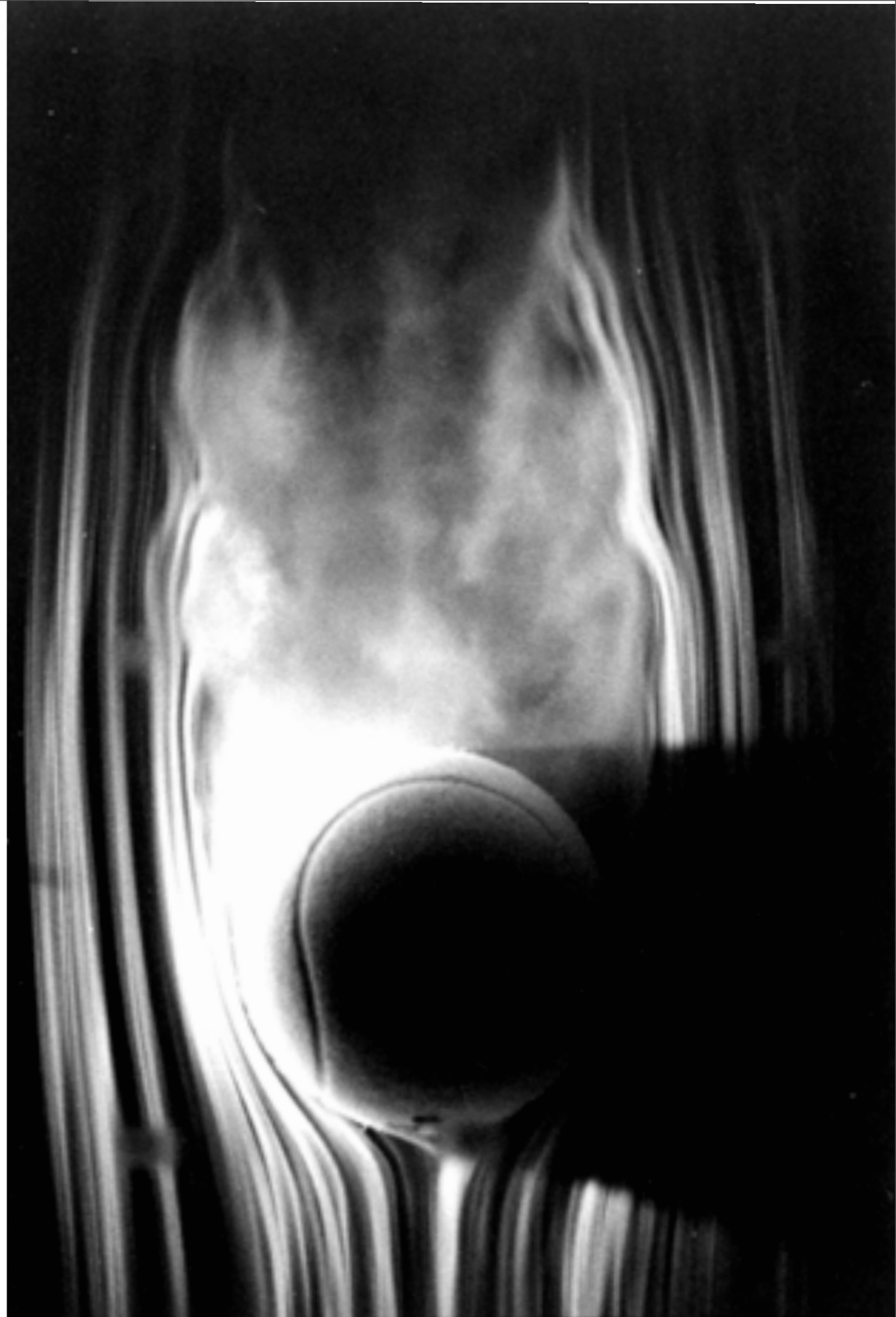


# Resistência do meio

---

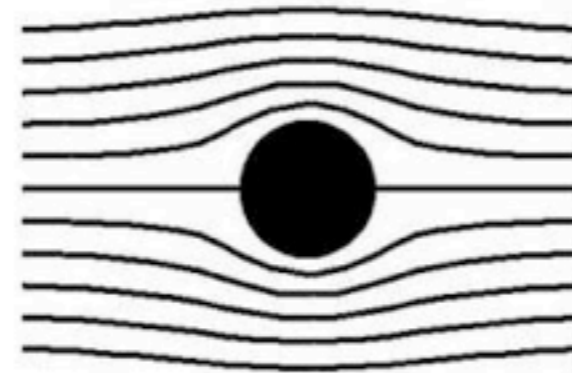
- Movimento de um corpo em um meio viscoso
  - Equação de Navier-Stokes para descrever o movimento de um fluido
    - Surge da resolução do problema usando a segunda Lei de Newton e leis de conservação (energia, momento e massa)
    - Em geral não é solúvel analiticamente
  - O efeito sobre o corpo é o aparecimento de uma força de arrasto proporcional a uma potência da velocidade do corpo de sentido contrário ao do movimento

$$|\vec{A}| \propto v^n$$

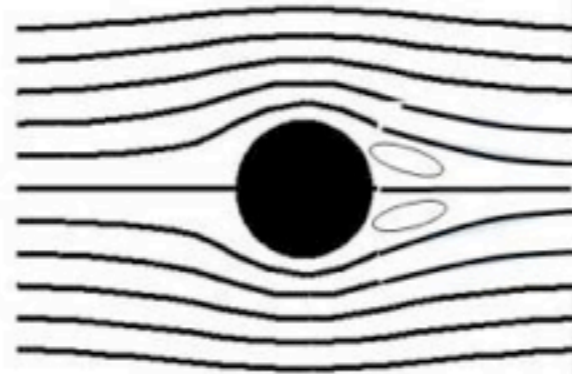


# Fluxo laminar e turbulento

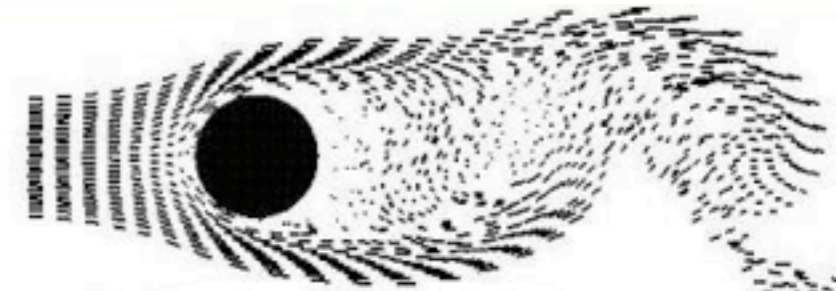
- Regime laminar
  - O fluido escorre pelo corpo de forma que podemos interpretá-lo como lâminas que se movimentam uma em relação à outra
- Regime turbulento
  - As lâminas são desfeitas gerando vórtices dos mais diversos tamanhos. O arrasto torna-se maior na medida em que o regime torna-se turbulento



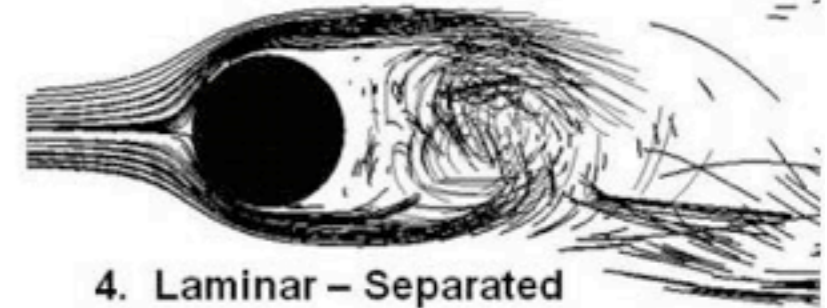
1. Ideal - Flow Attached



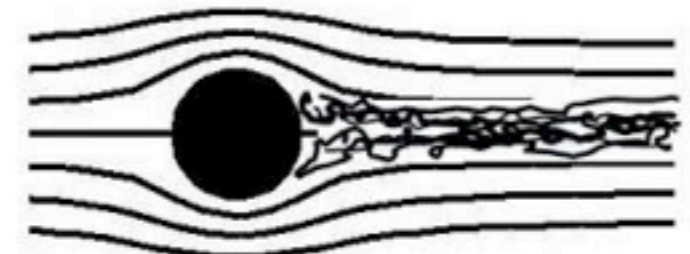
2. Separated - Steady



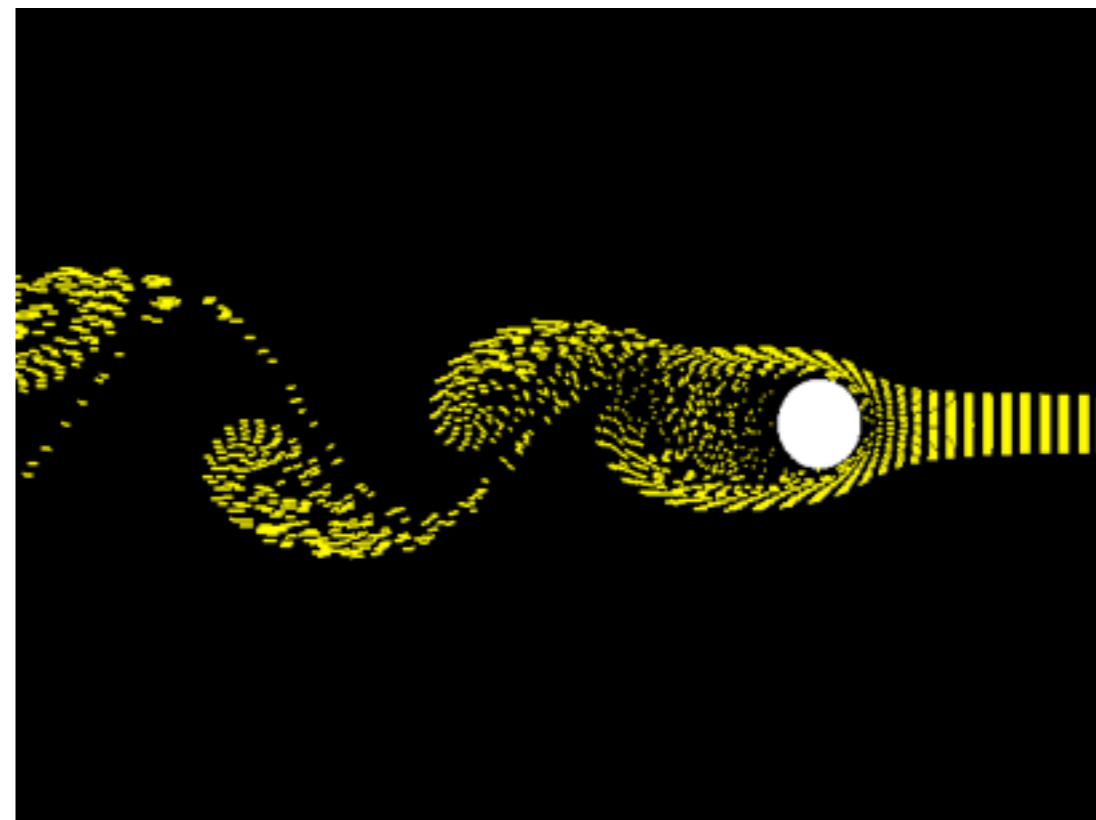
3. Unsteady - Oscillating



4. Laminar - Separated



5. Turbulent - Separated

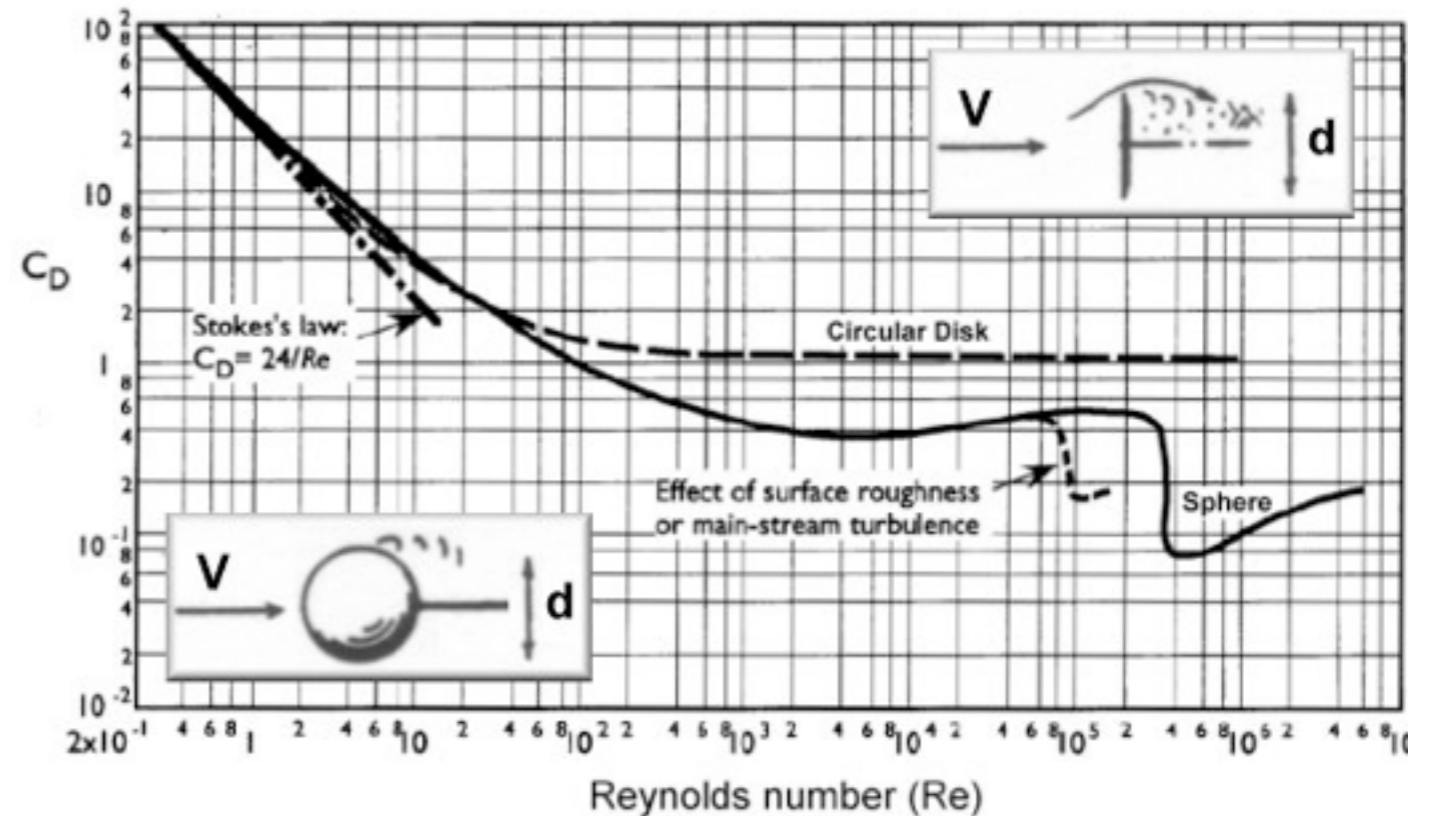


# Qual regime de fluxo?

- Número de Reynolds
  - “Número” de diferentes situações de movimento do fluido em torno de um corpo
- Para uma esfera

$$Re = \frac{\rho v L}{\eta}$$

$\rho$  = densidade do fluido  
 $\eta$  = viscosidade do fluido  
 $v$  = velocidade do corpo  
 $L$  = diâmetro da esfera



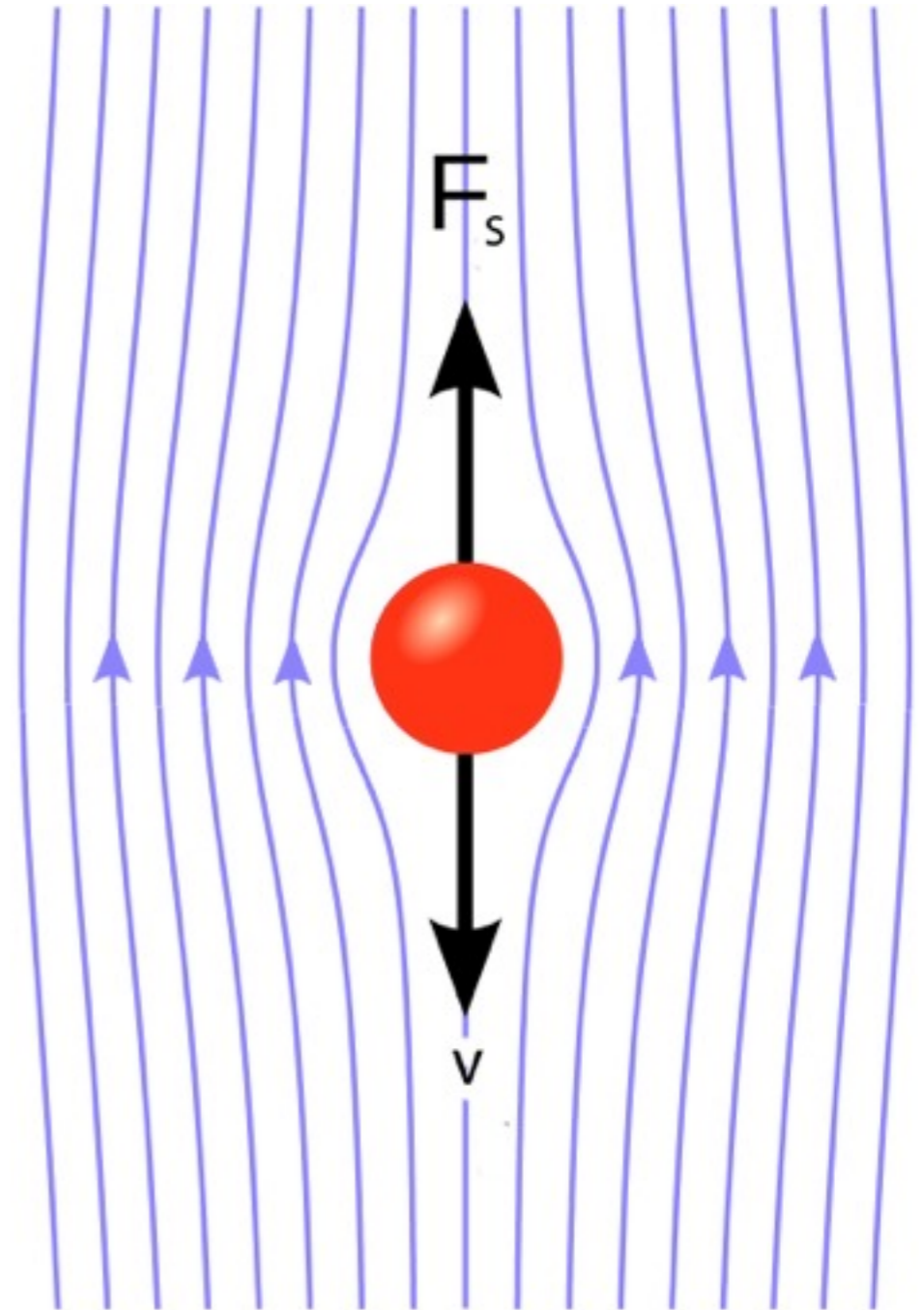
- Para baixos valores, tipicamente da ordem de 2-3, o regime é bem próximo ao do laminar

# Fluxo laminar

---

- Equações de Navier-Stokes podem ser resolvidas analiticamente
- Lei de Stokes (1851) para uma esfera de raio  $r$ .
  - Em fluxo laminar
  - Meio infinito

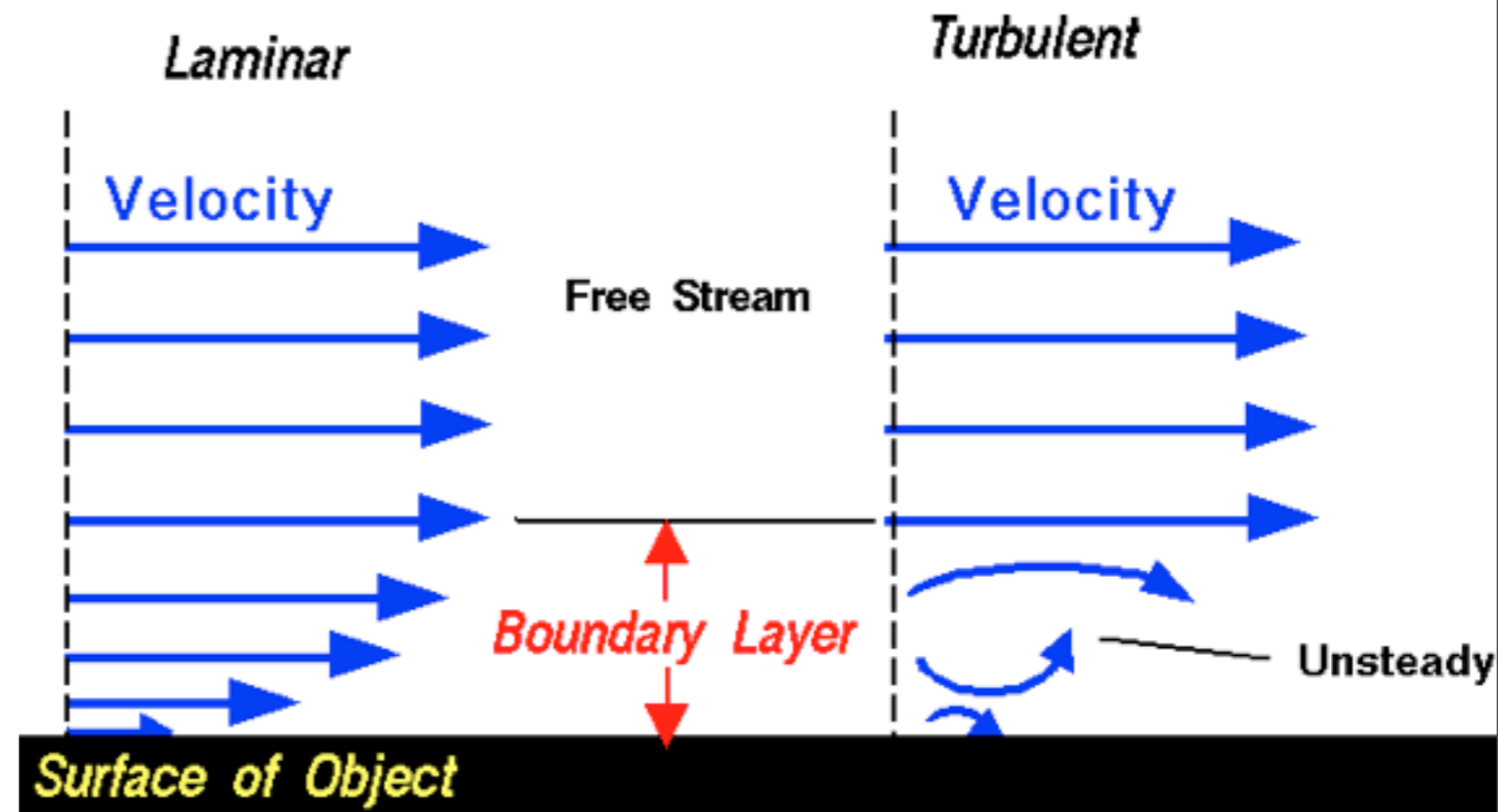
$$\vec{A} = \vec{F}_S = -6\pi\eta r\vec{v}$$



# Fluxo laminar em meio finito

- E se o fluido estiver contido em um cano?
- Superfície do cano muda fluxo do fluido, alterando o arrasto
- Correção de Landenburg para uma esfera de raio  $r$  em um tubo de raio  $R$

$$\alpha = 1 + \frac{9r}{4R} + \left(\frac{9r}{4R}\right)^2$$



- Velocidade de escoamento é nula na superfície

$$\vec{A} = \vec{F}_{SL} = -6\pi\eta r\alpha\vec{v}$$

# Equilíbrio de forças

---

- Força resultante corresponde à soma do peso, empuxo e arrasto
- Movimento unidimensional
- Em termos de volume
- Velocidade limite
  - Força resultante é nula
  - Velocidade constante

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{F}_R = \vec{P} + \vec{E} + \vec{F}_{SL}$$

$$m \frac{dv}{dt} = F_R = m_{esfera}g - m_{fluido}g - 6\pi\eta r\alpha v$$

$$m \frac{dv}{dt} = F_R = (\rho_{esfera} - \rho_{fluido}) V g - 6\pi\eta r\alpha v$$

$$0 = (\rho_{esfera} - \rho_{fluido}) V g - 6\pi\eta r\alpha v_L$$

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

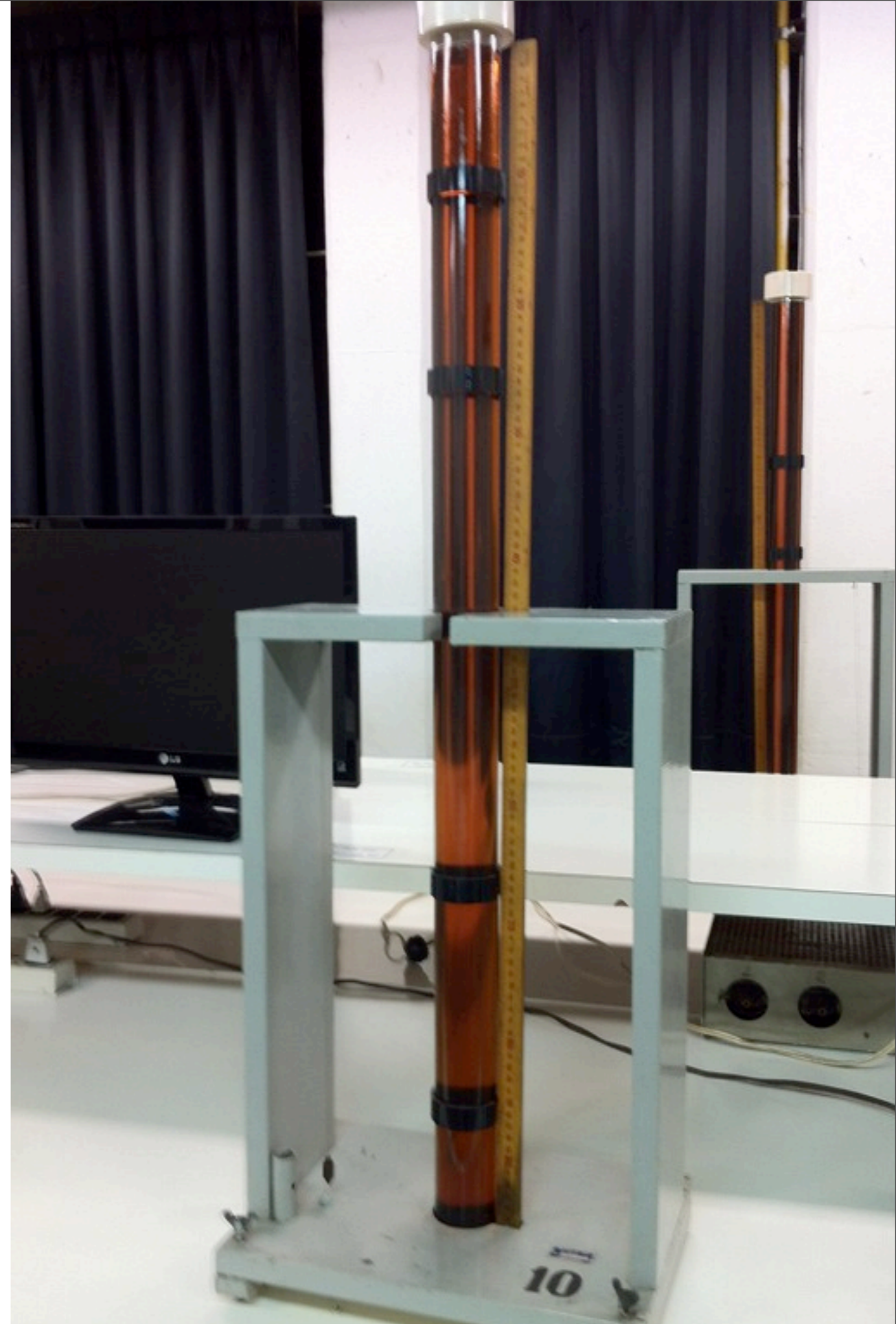
$$\alpha v_L = \frac{2}{9} \left( \frac{\rho_{esfera} - \rho_{fluido}}{\eta} \right) g r^2$$



# Objetivos

---

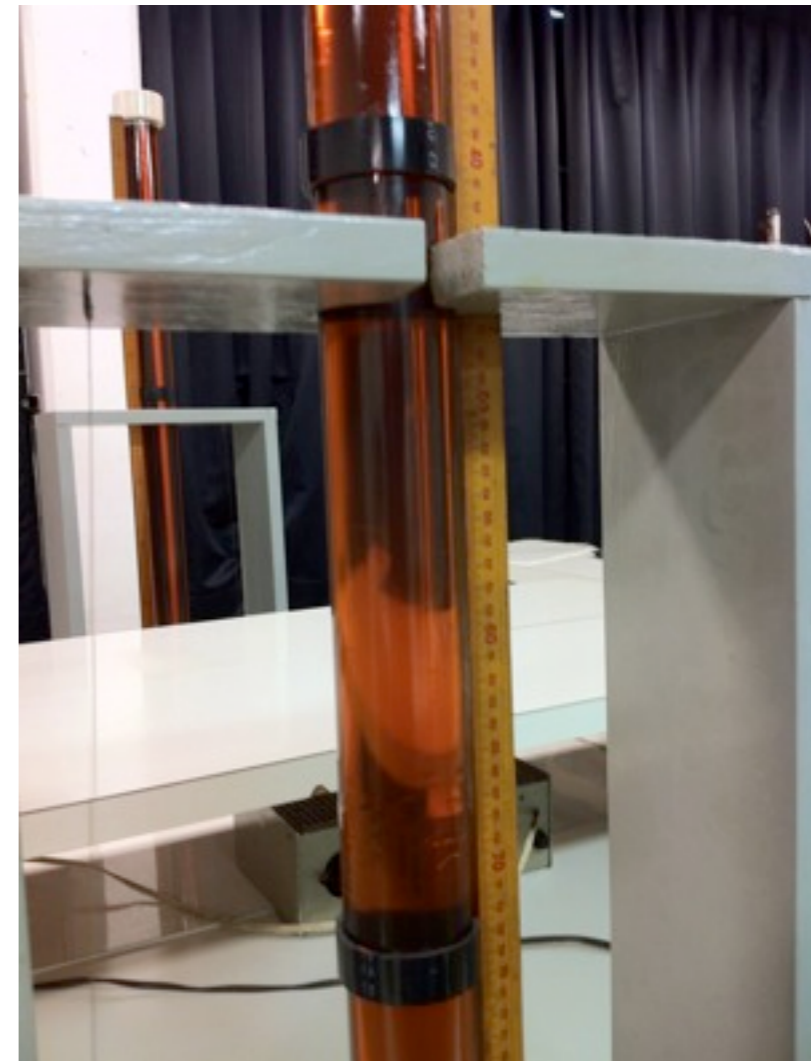
- Estudar o movimento de corpos em um fluido viscoso a partir do estudo das velocidades limites de queda desses corpos
  - Determinar a velocidade limite
  - Determinar regimes laminares e turbulentos
  - Medir a viscosidade do fluido (no caso, óleo)
    - Comparar a valores tabelados



# Procedimento

---

- Preparação preliminar
  - Checar nivelamento da torre de óleo
  - Medir raios das bolinhas
  - Medir o raio do tubo
  - Medir a temperatura da sala
  - Medir a densidade do óleo
  - Determinar região onde velocidade já atingiu o limite
    - usar esfera de maior raio para isso
  - Estabelecer distância para medida de tempo
    - $L \sim 30\text{-}50\text{ cm}$  é suficiente
- Lembre-se que medidas possuem incertezas

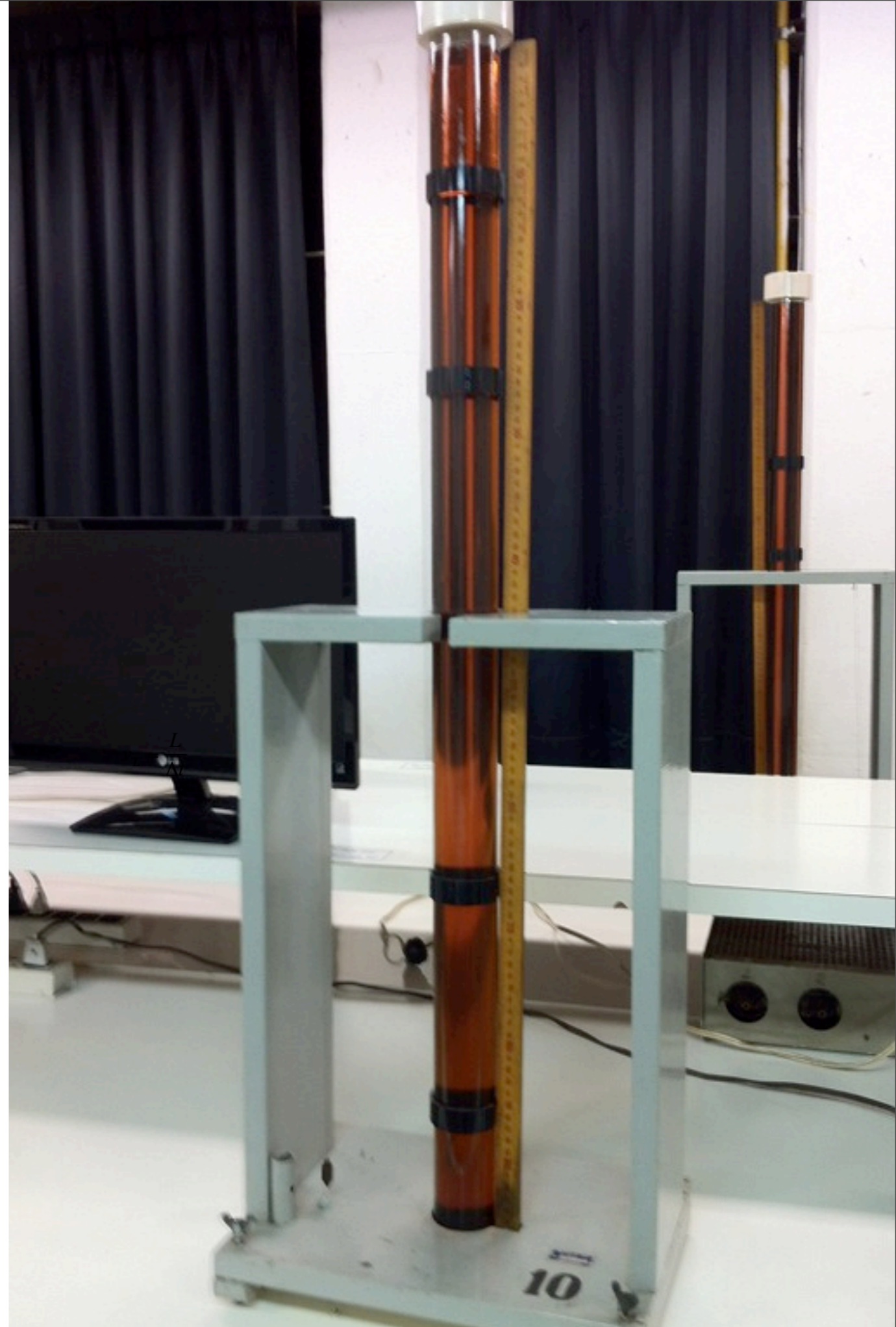


# Procedimento

---

- Medidas
  - Medir tempo de queda das esferas metálicas
    - Repetir ~10 vezes para cada tipo de esfera
    - Fazer para todos os tipos de esferas
- Determinar o tempo médio de queda  $\Delta T$  para cada tipo de esfera e sua incerteza
  - Qual é a incerteza do valor médio?
- Determinar a velocidade limite para cada tipo de esfera
  - Lembre-se de calcular a incerteza

$$v_L = \frac{L}{\Delta T}$$



# Análise

---

- Determinar  $\alpha$  para cada tipo de esfera (e sua incerteza)
- Calcular  $\alpha v_L$  para cada tipo de esfera (e sua incerteza)
- Calcular  $r^2$  para cada tipo de esfera (e sua incerteza)
- Calcular o número de Reynolds para cada tipo de esfera (e sua incerteza)
  - Quais esferas você espera ter fluxo laminar?

$$\alpha = 1 + \frac{9r}{4R} + \left( \frac{9r}{4R} \right)^2$$

$$Re = \frac{\rho v L}{\eta}$$

Neste caso,  $L$  é o tamanho característico da esfera, ou seja, o diâmetro

# Análise

---

- Fazer o gráfico de  $\alpha v_L$  em função de  $r^2$ .
  - Se o fluxo for laminar esperamos obter uma reta. Isso ocorre?
  - Ocorre para as esferas que você previu o fluxo laminar?
- Ajuste somente os dados das esferas onde há fluxo laminar a uma reta que passa pela origem
  - Determine a viscosidade do óleo a partir do coeficiente do ajuste e compare com valor tabelado

$$\alpha v_L = \frac{2}{9} \left( \frac{\rho_{esfera} - \rho_{fluido}}{\eta} \right) g r^2$$

- Use o valor de gravidade que você mediu semana passada
- **IMPORTANTE:** Use unidades no CGS. Ver apêndice no roteiro de aula

# Cuidado!

---

- Este é um experimento SUJO!
- mantenha as mãos limpas, principalmente se for utilizar um computador

