

**Física Experimental IV - 9ª aula**  
**<http://www.dfn.if.usp.br/~suaide/>**

***Alexandre Suaide***  
Ed. Oscar Sala

sala 246  
ramal 7072

# Semana passada

- Estudar o plano de fourier de uma lente

- Posição do plano  $\frac{1}{q} = \frac{1}{f} - \frac{1}{a+b}$

- Tamanho da T.F.
  - Objeto no foco  $r_2 = f \frac{m\lambda}{d}$

# Onda plana → fonte no infinito

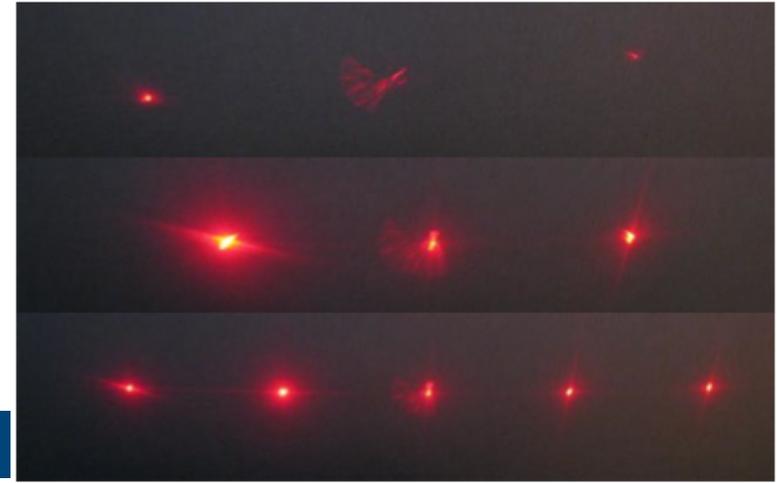


Tabela 1: Posição estimada do plano de Fourier, para 3 posições do objeto (ambas em relação à lente), em cm.

Objeto	Plano de Fourier
$16,00 \pm 0,05$	$20,0 \pm 0,5$
$12,00 \pm 0,05$	$20,2 \pm 0,5$
$6,00 \pm 0,05$	$20,5 \pm 0,5$

Para verificar que a posição do plano de Fourier não depende da posição do objeto em relação à segunda lente de distância focal de 20 cm (b), variamos três vezes as posições dos mesmos, os valores se encontram na tabela abaixo:

Tabela 1: Diferentes valores de  $r_2$  e b quando utilizamos feixe paralelo

$r_2$ (cm)	$4 \pm 0,3$	$4,2 \pm 0,3$	$3,9 \pm 0,3$
b (cm)	$9 \pm 0,5$	$5,3 \pm 0,5$	$2,8 \pm 0,5$

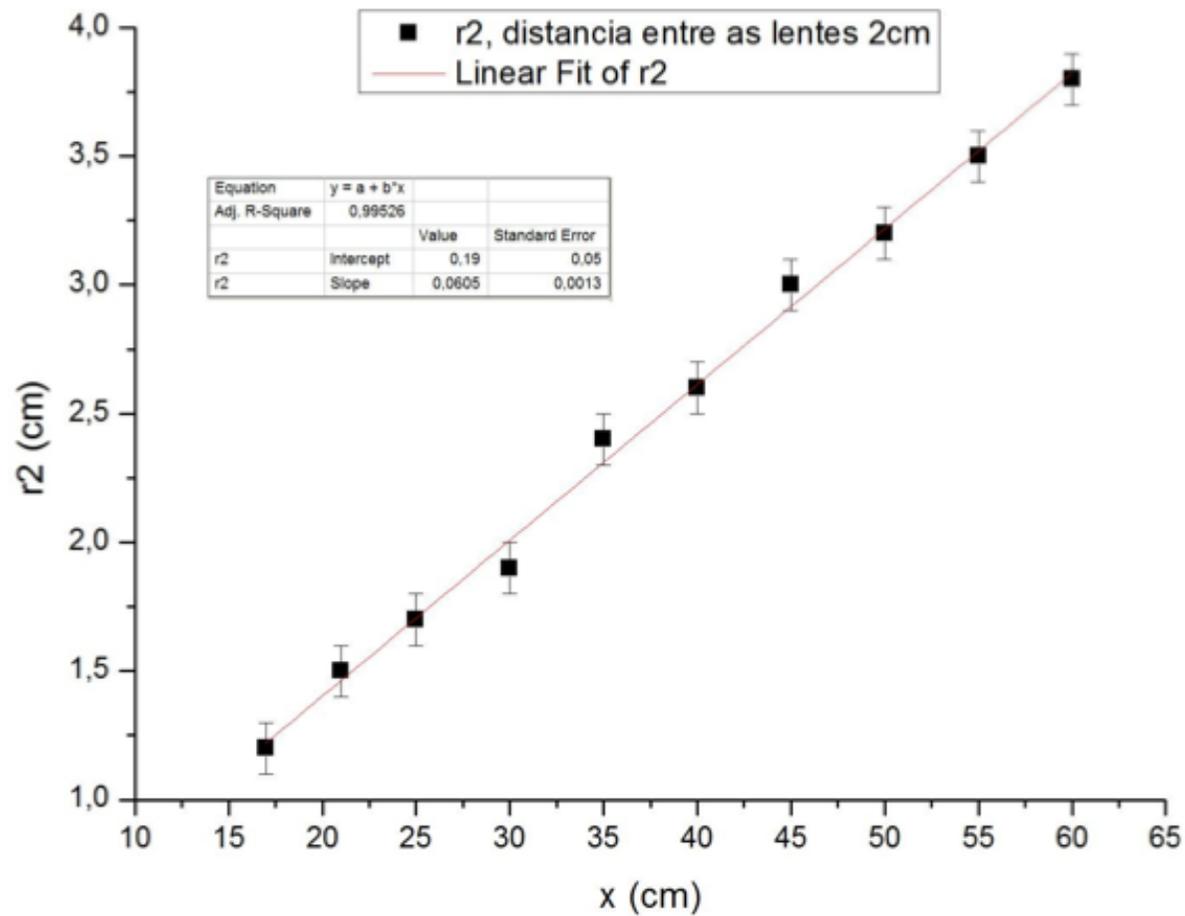
# Onda plana medida das dimensões do objeto

d [ $\mu\text{m}$ ]
3.14 $\pm$ 0.25
332.9 $\pm$ 1.5
3.40 $\pm$ 0.08
3.41 $\pm$ 0.19
3.42 $\pm$ 0.73
3.56 $\pm$ 0.26

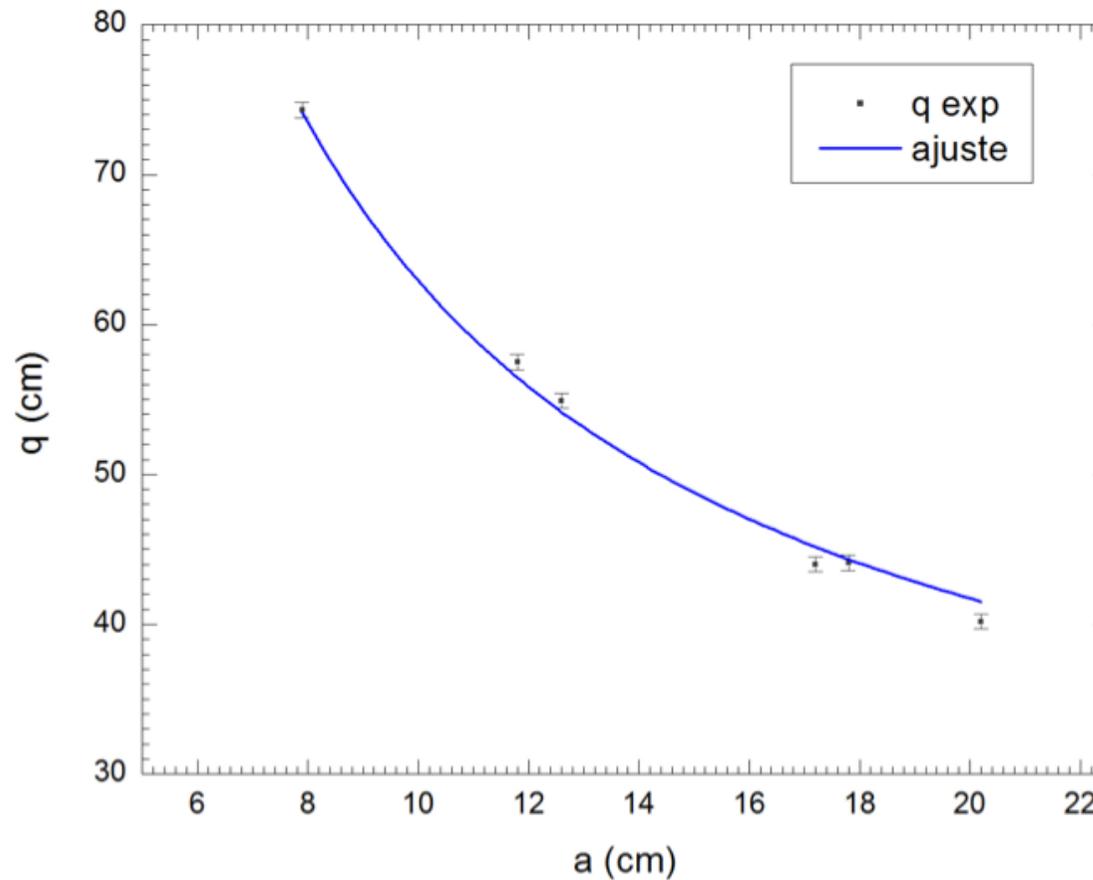
Nominal = 300 l/mm

$$d = 1/300 = 3.33 \mu\text{m}$$

# Fonte pontual cálculo da posição da fonte



# Fonte pontual posição do plano de fourier em função da posição da fonte

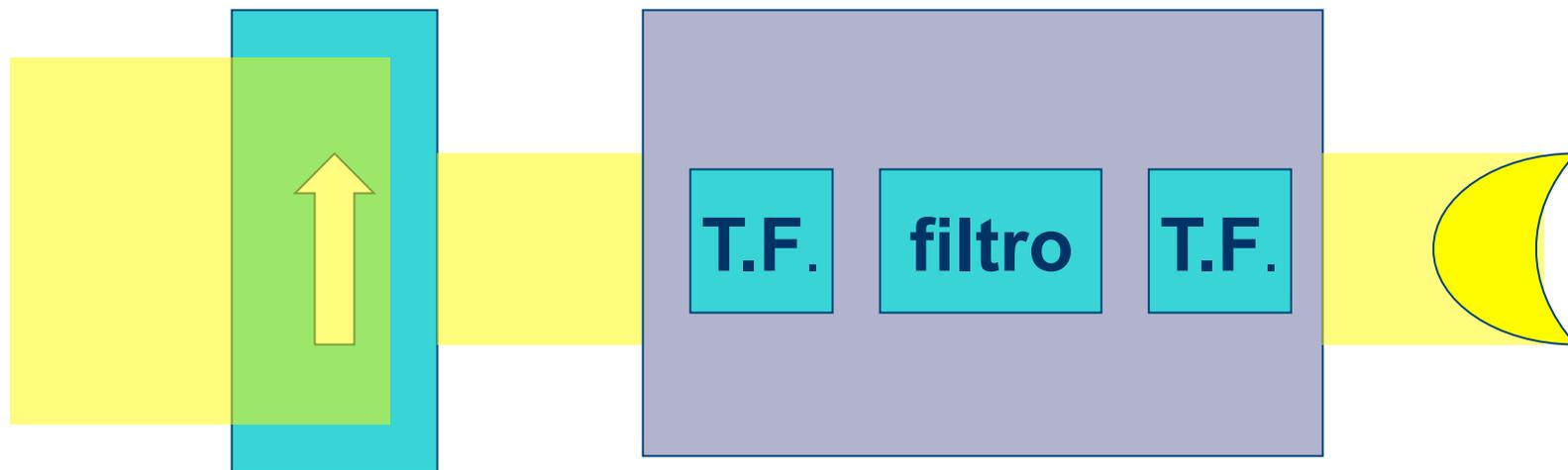


# Experiência II

## Óptica Geométrica e Física

- Objetivos – Estudar alguns fenômenos de óptica física e geométrica
  - Estudo de lentes simples, sistemas de lentes e construção de imagens
  - Interferência e difração
  - Computador óptico
    - Análise de Fourier bi-dimensional
    - Processamento de imagens

# Computador óptico

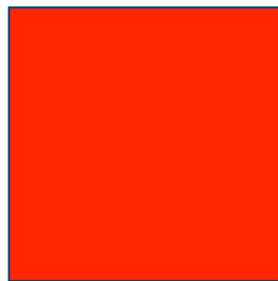


O Que precisamos fazer para contruir este sistema?

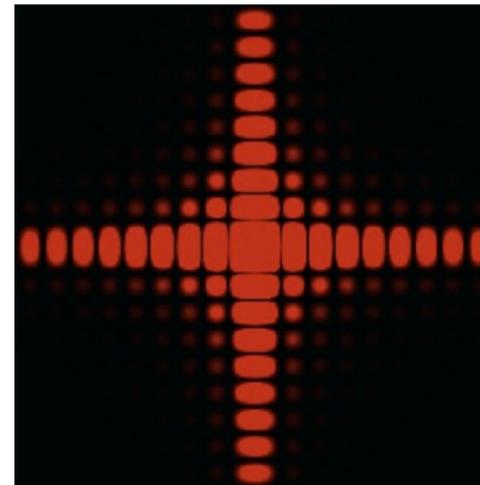
# Difração e transformada de Fourier

- A figura de difração está relacionada à transformada de Fourier do objeto iluminado

$$\hat{E}(\vec{R}) = \frac{e^{jkR}}{R} \int E_0(x,y) e^{-j(k_x x + k_y y)} dx dy$$

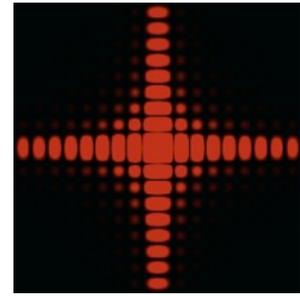
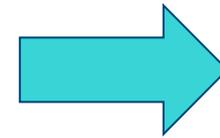
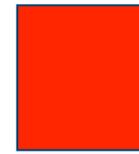


Objeto



Difração

# Freqüências espaciais



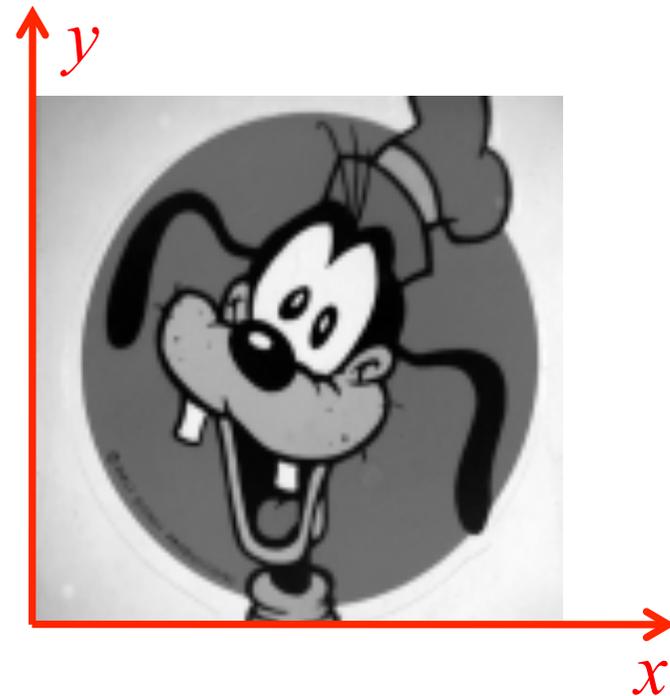
- A intensidade luminosa em uma dada posição está relacionada às intensidades para cada freqüência espacial

$$\hat{E}(\vec{R}) \rightarrow E(R_x, R_y) \rightarrow E(k_x, k_y)$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad \begin{cases} k_x = k \sin \theta \cos \phi \\ k_y = k \sin \theta \sin \phi \end{cases}$$

# Transformada de Fourier (F.T.) de uma imagem

- Seja uma imagem bi-dimensional qualquer. Para simplificar, vamos pensar em uma imagem monocromática
- Podemos representar qualquer ponto na imagem por uma intensidade luminosa  $I(x,y)$

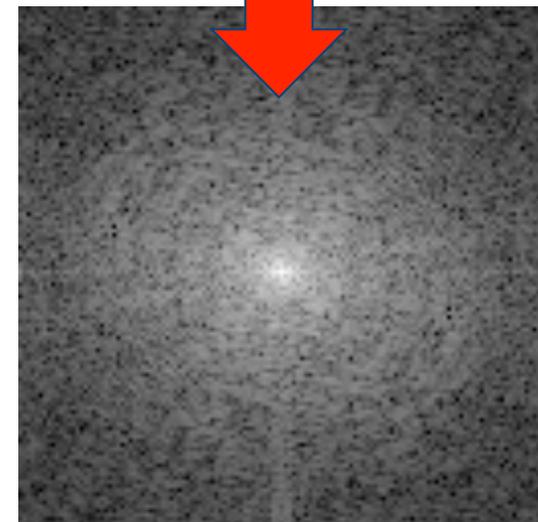
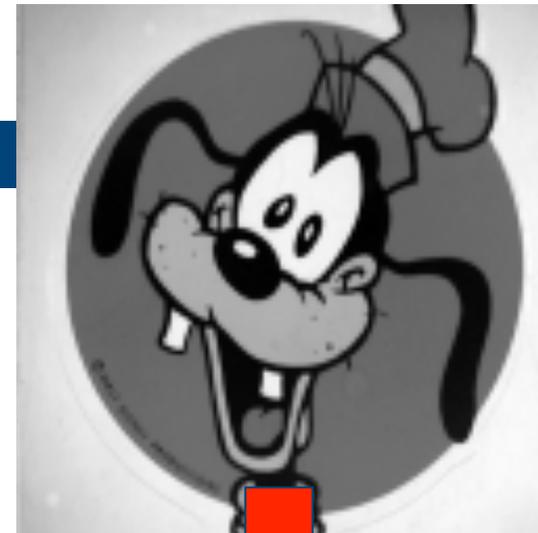


# Transformada de Fourier (F.T.) de uma imagem

- No caso bi-dimensional, basta decompor em duas freqüências, uma para cada dimensão da imagem

$$c_{nm} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} I(x,y) e^{-j(nx+my)} dx dy$$

- Neste caso, ao invés de fazer um gráfico unidimensional, a transformada de Fourier corresponde a um gráfico bi-dimensional cujo valor no 3º eixo corresponde a  $c_{nm}$ .

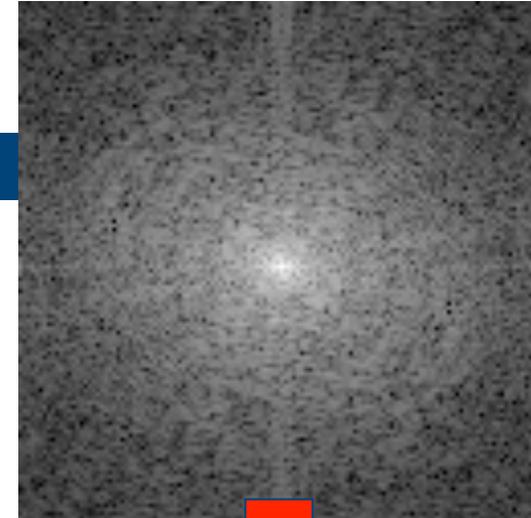


# Transformada inversa de Fourier

- Se eu conheço  $c_{nm}$  eu posso recuperar a informação de intensidade espacial através de

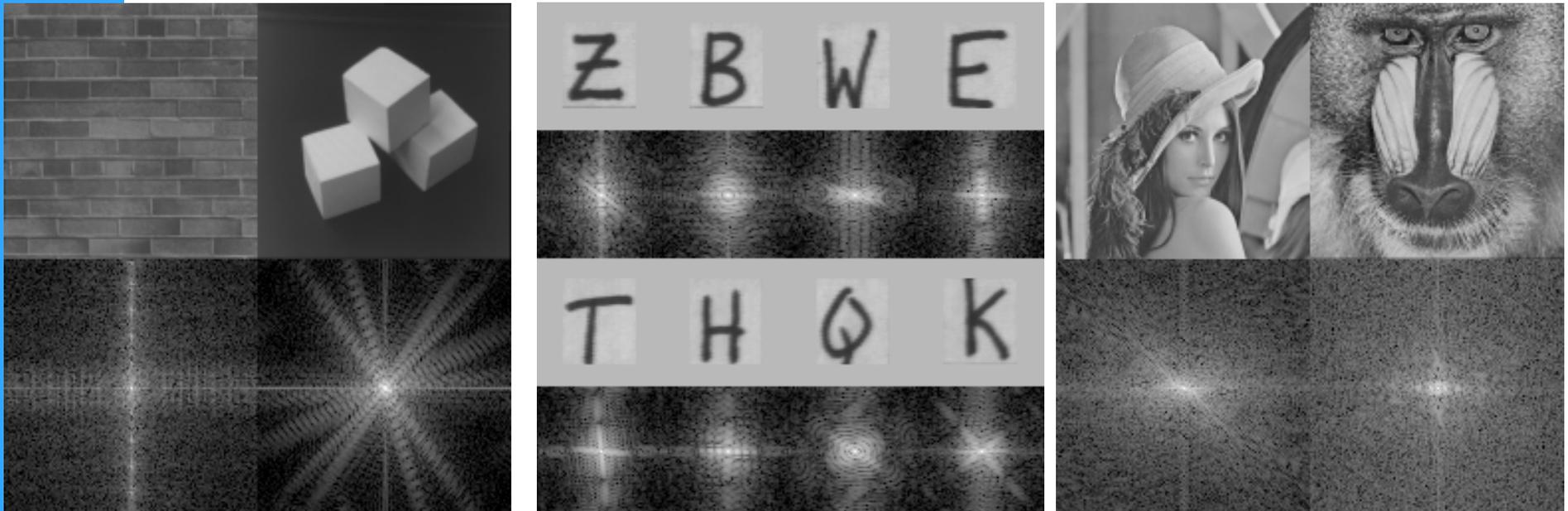
$$I(x, y) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} c_{nm} e^{j(nx+my)}$$

- Isto é chamado transformada inversa de Fourier e nada mais é que a transformada da transformada de Fourier (mas note o sinal trocado na exponencial).



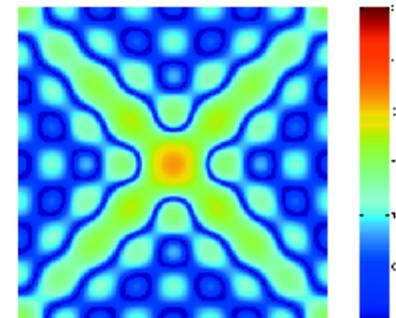
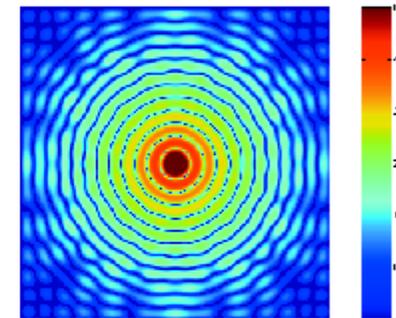
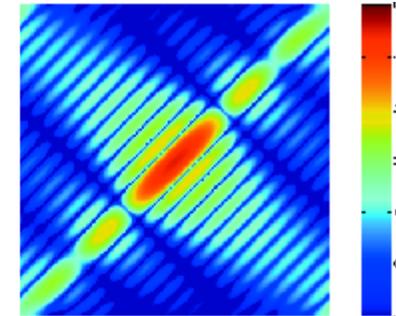
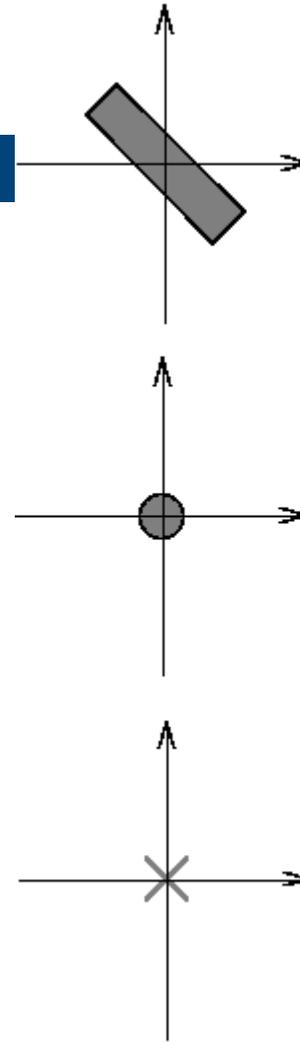
# Algumas transformadas de Fourier

- Imagens do site: <http://www.cs.unm.edu/~brayer/vision/fourier.html>



## Padrões possuem estruturas evidentes

- Em uma foto, em geral, há padrões bem definidos que aparecem de forma clara na T.F.
- Dependendo da imagem, é mais fácil remover o padrão da T.F. do que da própria foto.

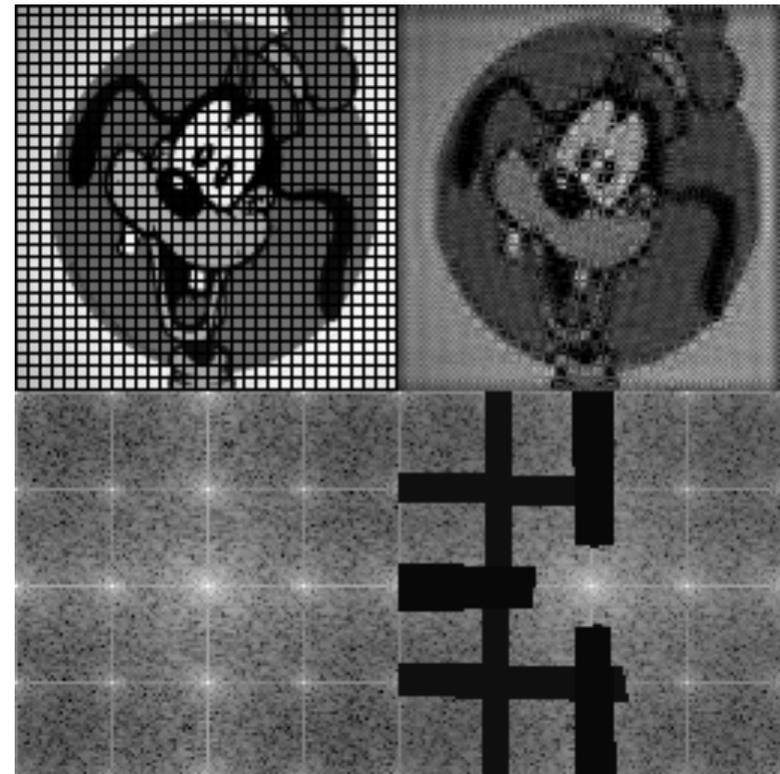


# O uso de transformadas de Fourier como método de edição de imagens

- Em algumas circunstâncias, o uso da F.T. pode ser bastante útil na edição de imagens
- Por exemplo:
  - Remoção de ruídos e artefatos
    - Quando estes possuem frequência muito bem definida, sendo bem localizada na F.T.
  - Remoção de padrões
    - Por exemplo, uma cerca pode ter um padrão de frequências bem definidas.
  - Filtros de efeitos especiais
    - A remoção de algumas frequências pode criar efeitos interessantes

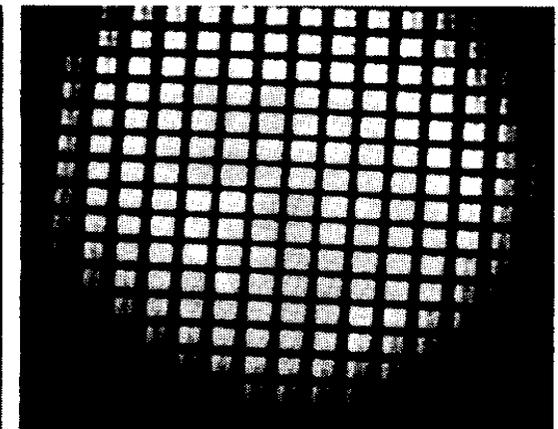
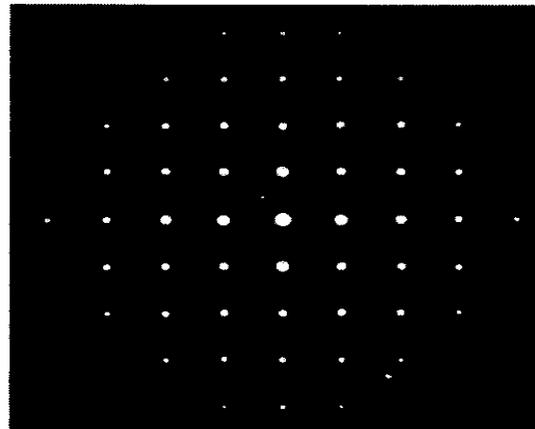
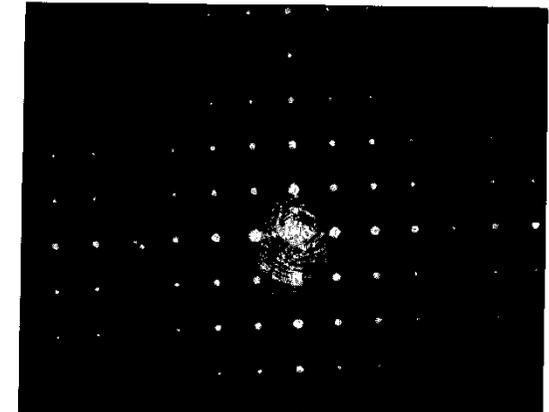
# Alguns exemplos:

- Filtro para fazer contorno
  - Neste caso, remove-se as baixas freqüências
- Aumento de contraste
  - Neste caso, amplia-se as altas freqüências, que amplificam as bordas
- Remoção de sombras
  - Neste caso, a sombra possui estrutura muito característica em freqüência
- Outros métodos
  - Por exemplo, remoção de uma estrutura espúria



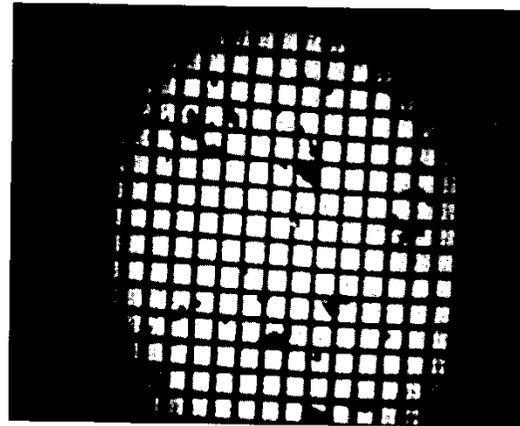
# Um outro exemplo: impurezas em uma grade

- Grade com sujeiras
- Filtro para observar somente a grade

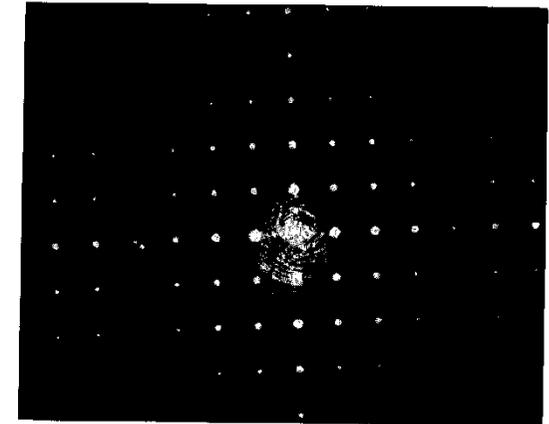


# Um outro exemplo: impurezas em uma grade

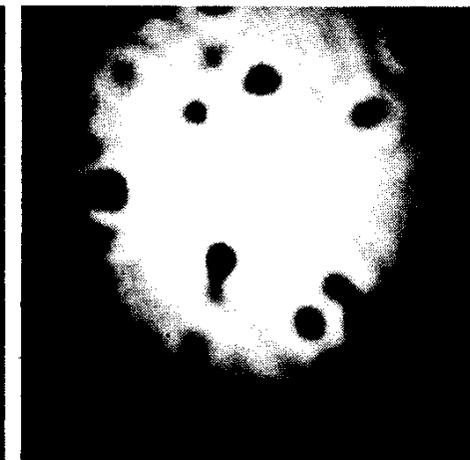
- Grade com sujeiras
- Filtro para observar somente a grade
- Filtro para observar somente a sujeira



(a)

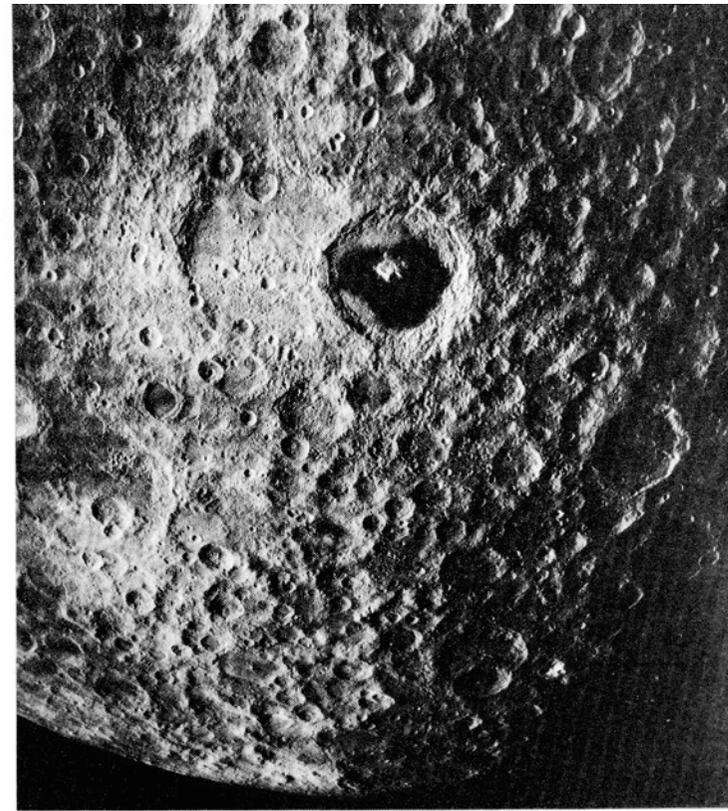
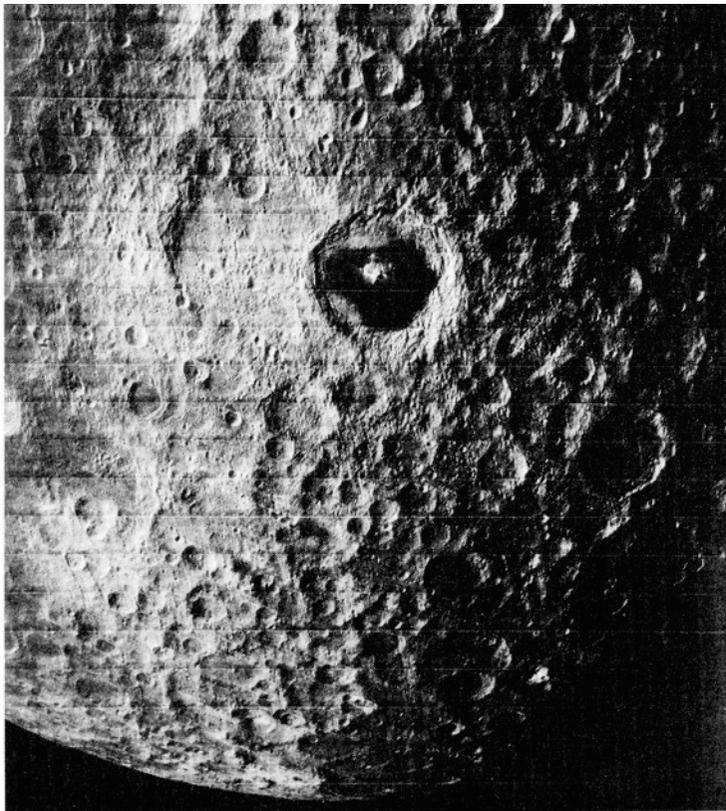


(b)



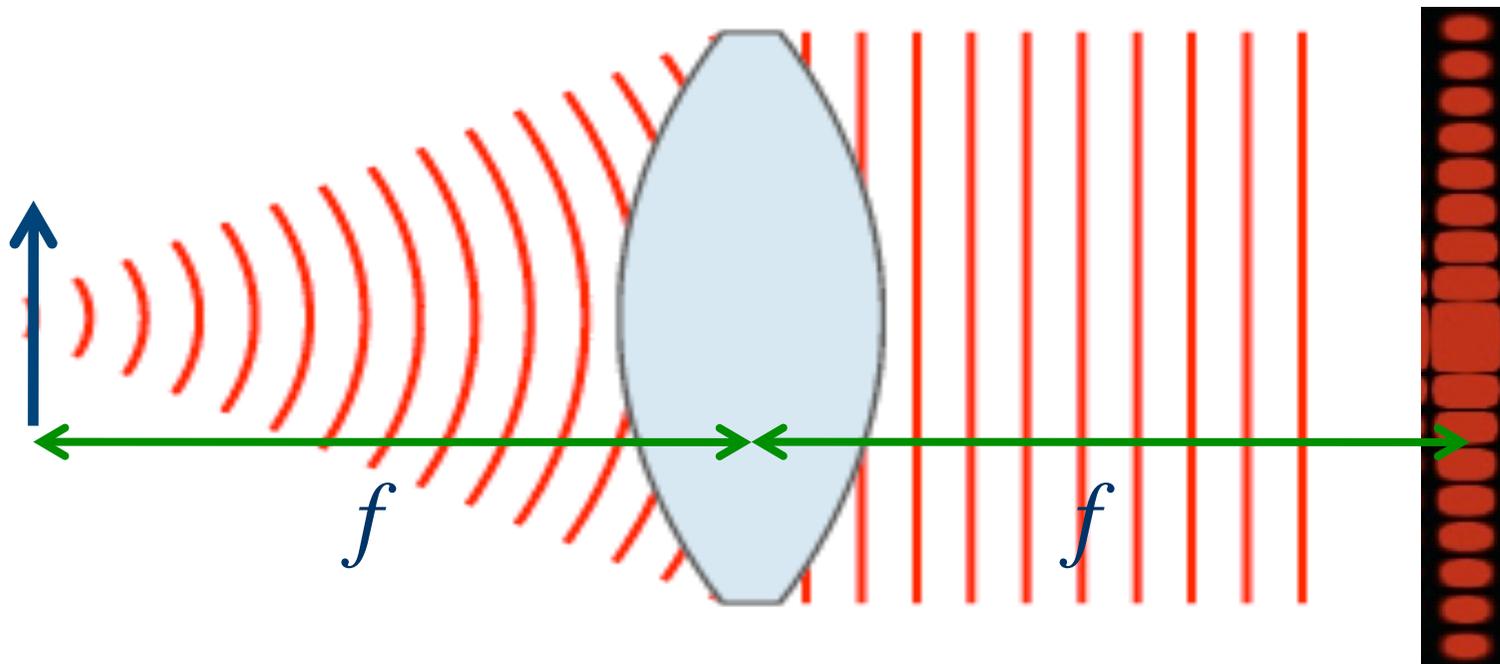
# Aperfeiçoamento de imagens

- Foto da lua antes e depois de filtragem



# Lente no formalismo de Fourier

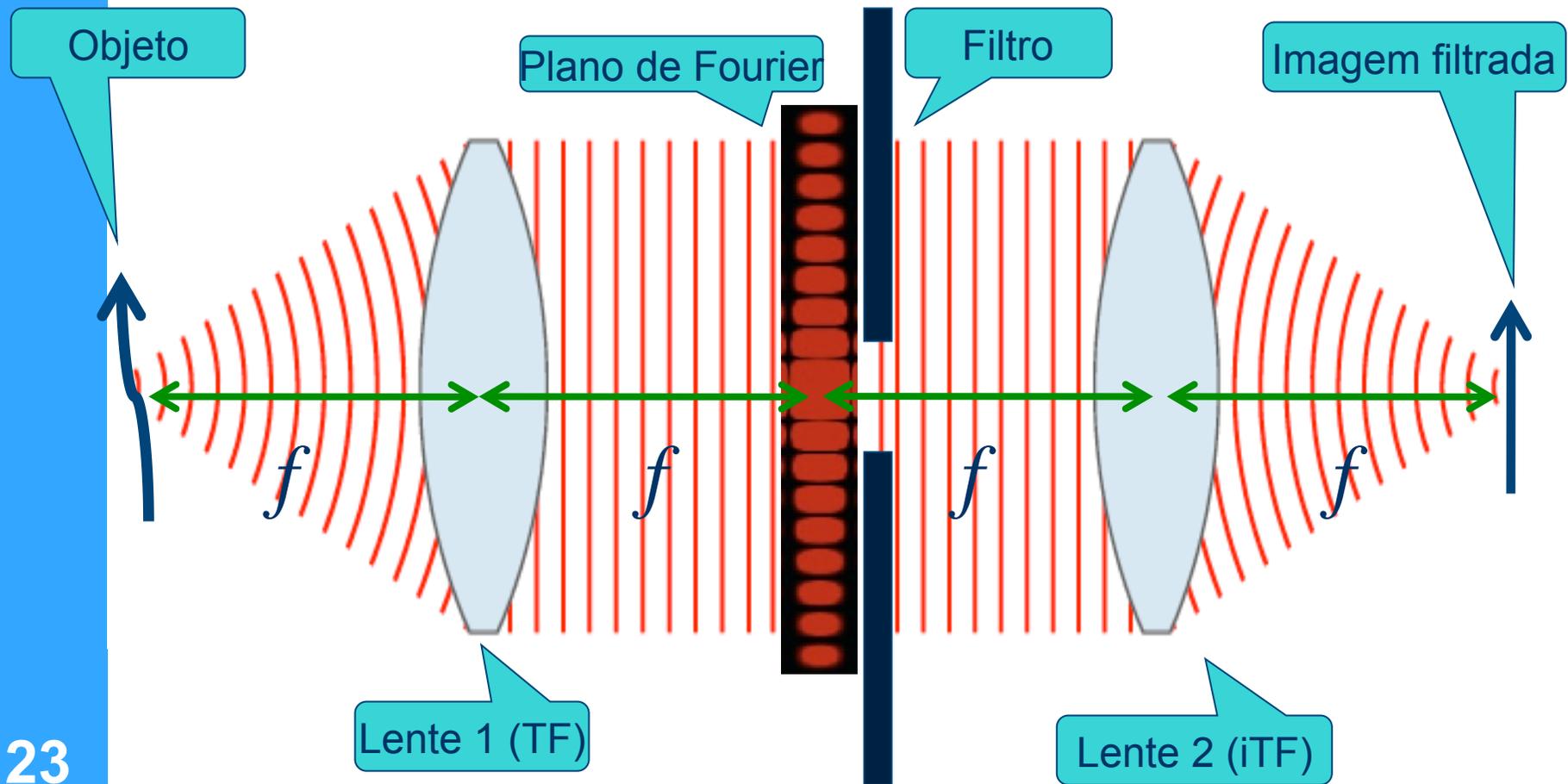
- No formalismo de Fourier, estudamos que, colocando um objeto no plano focal de uma lente, a figura no plano focal corresponde à transformada de Fourier (figura de difração) do objeto.



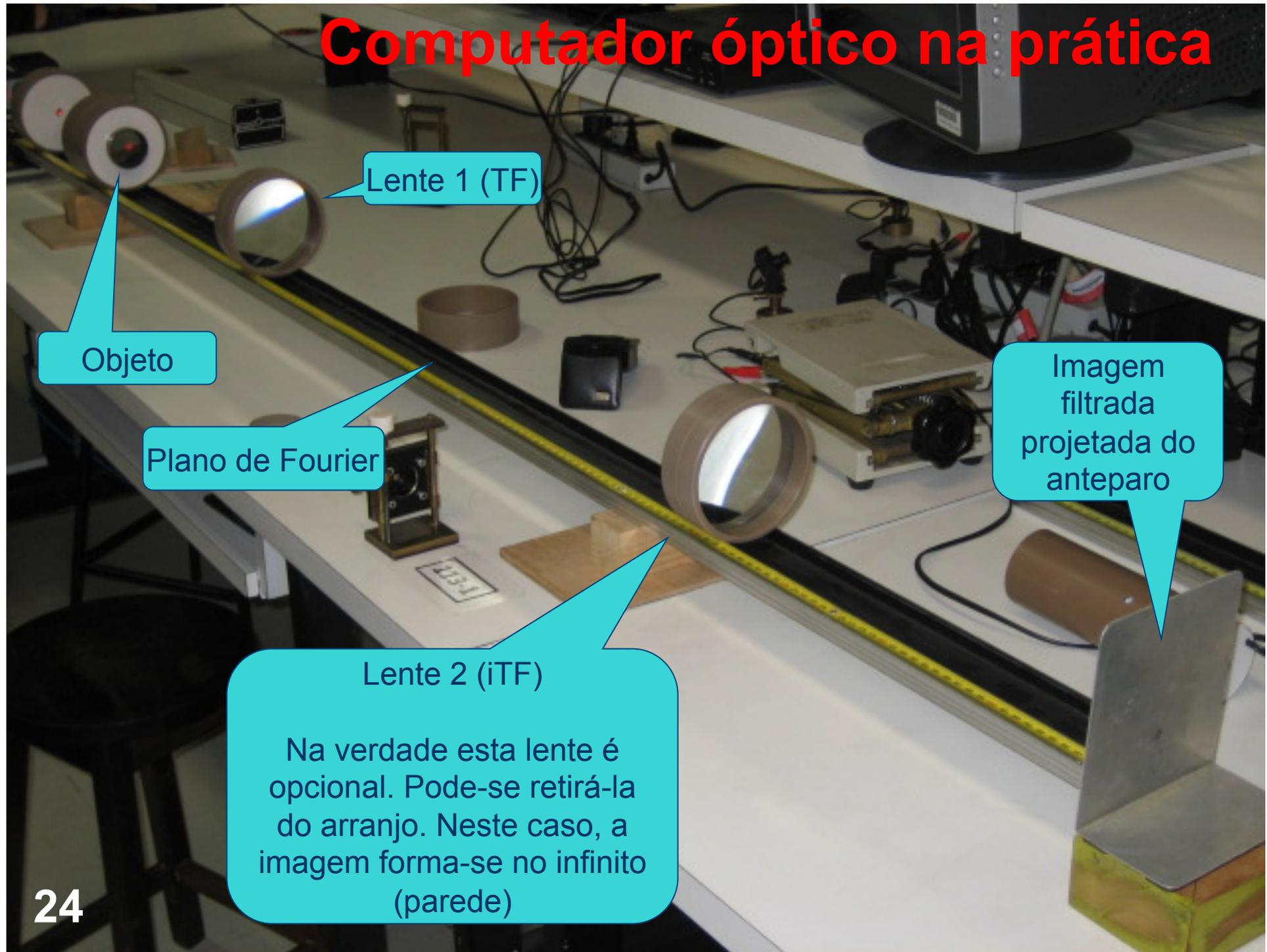
# Lente no formalismo de Fourier

- No formalismo de Fourier, estudamos que, colocando um objeto no plano focal de uma lente, a figura no outro plano focal corresponde à transformada de Fourier (figura de difração) do objeto.
- Podemos usar este fato para construir um computador óptico
  - Colocamos um objeto no ponto focal de uma lente
  - No outro plano focal temos a transformada de Fourier do objeto
    - Podemos manipular esta transformada (por exemplo, anteparos para cortar algumas frequências)
  - Utilizamos esta TF filtrada como objeto para outra lente
  - A imagem no plano focal da outra lente é a T.F. Da T.F. filtrada, ou seja, a imagem do objeto após filtrarmos algumas frequências

# Computador óptico



# Computador óptico na prática



# Criação do objeto

Laser

Sistema para aumentar o diâmetro do Laser para iluminar uniformemente o objeto

Lente  $f = 1 \text{ cm}$

Lente  $f = 10 \text{ ou } 20 \text{ cm}$

Objeto

# Computador óptico ajustado

Objeto

Lente 1 (TF)

Plano de Fourier

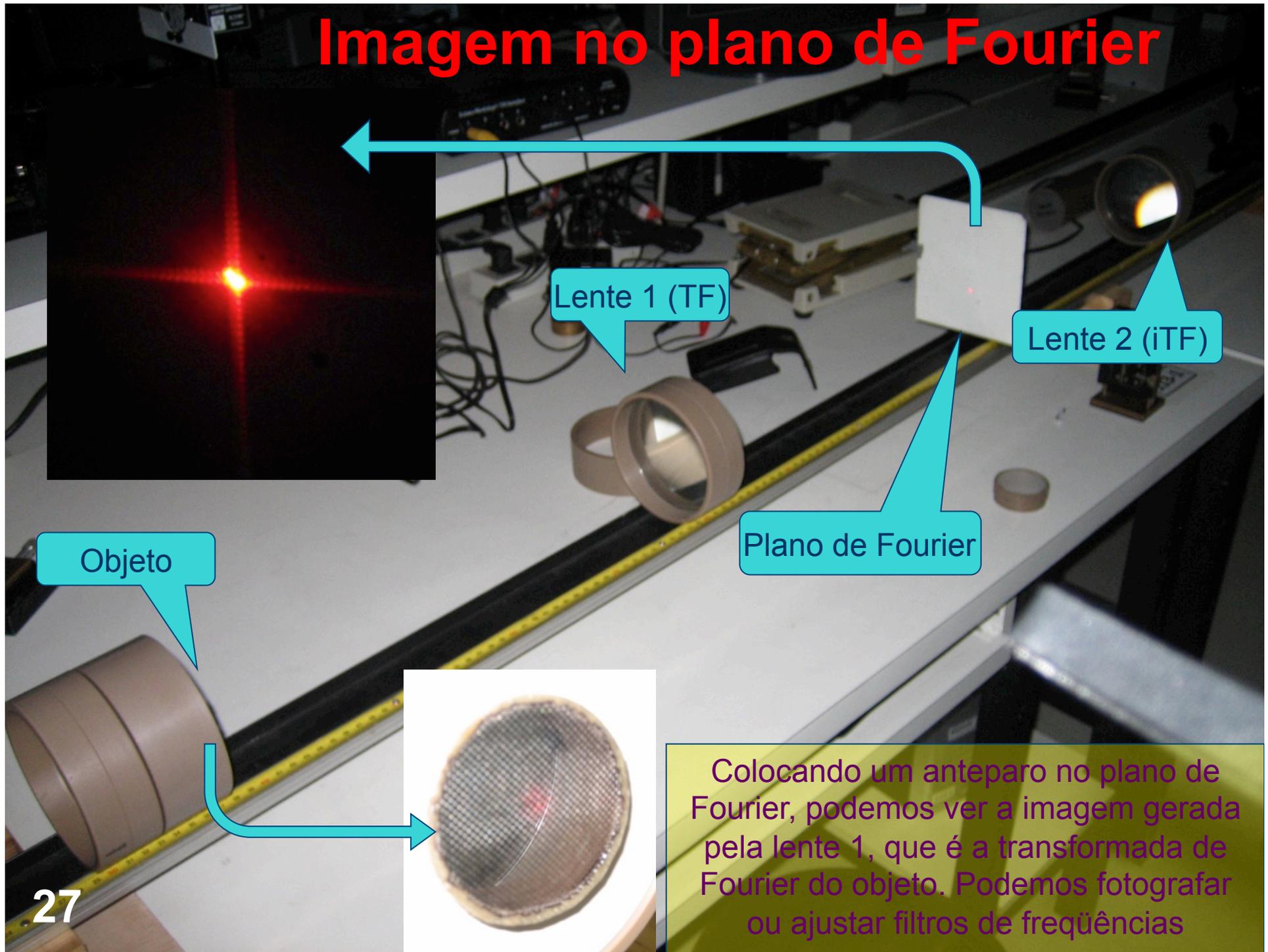
Imagem filtrada projetada do anteparo

Lente 2 (iTF)

Na verdade esta lente é opcional. Pode-se retirá-la do arranjo. Neste caso, a imagem forma-se no infinito (parede)

Para as lentes de Fourier (1 e 2) usaremos lentes de distância focal  $\sim 40$  cm. Assim, a distância entre elas deve ser  $\sim 80$  cm. O plano de Fourier está no meio delas. O objeto deve ser colocado no plano focal da lente 1 e a imagem é formada no plano focal da lente 2

# Imagem no plano de Fourier



# Medidas da semana

- Montagem do computador óptico
  - Sistema de aumento do laser
    - Lembre-se de checar alinhamento e se o feixe não tem divergência
  - Computador óptico com lente de foco = 40 cm
  - Colocar objetos no plano focal
  - Colocar os filtros no plano de fourier da lente
  - O uso da segunda lente para fazer a transformada inversa é opcional
    - Se não for usar, lembre-se que o objeto vai ser projetado muito distante (na parede, por exemplo)
- As medidas consistem em:
  - Fotografar o objeto, plano de fourier e imagem filtrada
  - Discutir os filtros utilizados com base nos objetivos de cada medida

# Objeto 1: Fenda

- Faça as medidas da semana usando a fenda de  $40\mu\text{m}$  do slide prateado
  - Aumente o feixe por um fator 4 ou 5, pois você não pode iluminar duas fendas vizinhas!
  - Veja a transformada no plano de Fourier e fora dele. Quais são as diferenças? Você pode justificar qualitativamente a diferença, se houver?
  - Compare com a figura de difração da fenda simples de duas semanas atrás. Há diferenças? Sim? Não? comente....

## Objeto 2: Grade preta

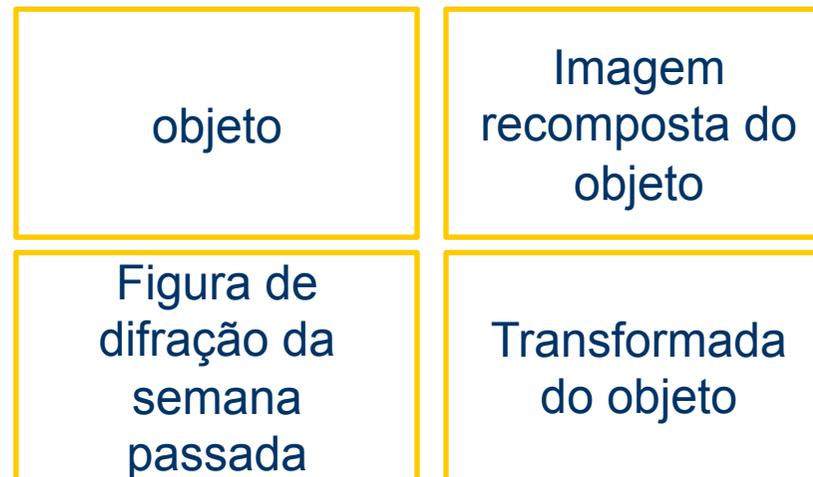
- Faça as medidas da semana usando a grade de plástico preto
  - Vai precisar aumentar o diâmetro do feixe para iluminar várias linhas da grade. Um fator 20 deve ser suficiente.
  - Procure não aumentar mais que o necessário para não perder intensidade.

# Tratamento com Filtros – Parte 2

- Para o objeto grade:
  - Descubra um filtro capaz de eliminar as linhas verticais da grade
  - Depois elimine as linhas horizontais.
  - Você pode pensar num filtro que torne a figura menos nítida? Que frequências espaciais ele teria que retirar da transformada?
  - Fotografe tudo.
- Comente todos os resultados obtidos

# Síntese: objeto fenda

- Para a fenda, a figura na síntese deve ter 4 painéis:



- A partir das fotos, discuta no mínimo os seguintes pontos:
  - Relacione a geometria do objeto com a da transformada
  - Compare a foto do objeto com a da imagem recomposta (transformada inversa)
  - Compare a transformada com a figura de difração da semana passada

# Síntese: objeto grade

- Para a grade, uma figura inicial deve conter 3 painéis:



- Depois, para cada filtro, inclua um outra figura assim:



- A partir das fotos, discuta no mínimo os seguintes pontos:
  - Descreva o filtro e justifique sua escolha em termo das freqüência que são eliminadas
  - Compare a imagem recomposta do objeto (sem filtro) com a imagem filtrada

# Lembrete

- Para a síntese e relatório, tire fotos de tudo!
  - Do arranjo experimental
  - Do objeto
  - Da figura no plano de Fourier
  - Da imagem recomposta do objeto
  - Dos filtros
  - Da transformada com os filtros aplicados
  - Da imagem recomposta depois de filtrada
- Reduza o tamanho das imagens senão o arquivo da síntese fica muito grande