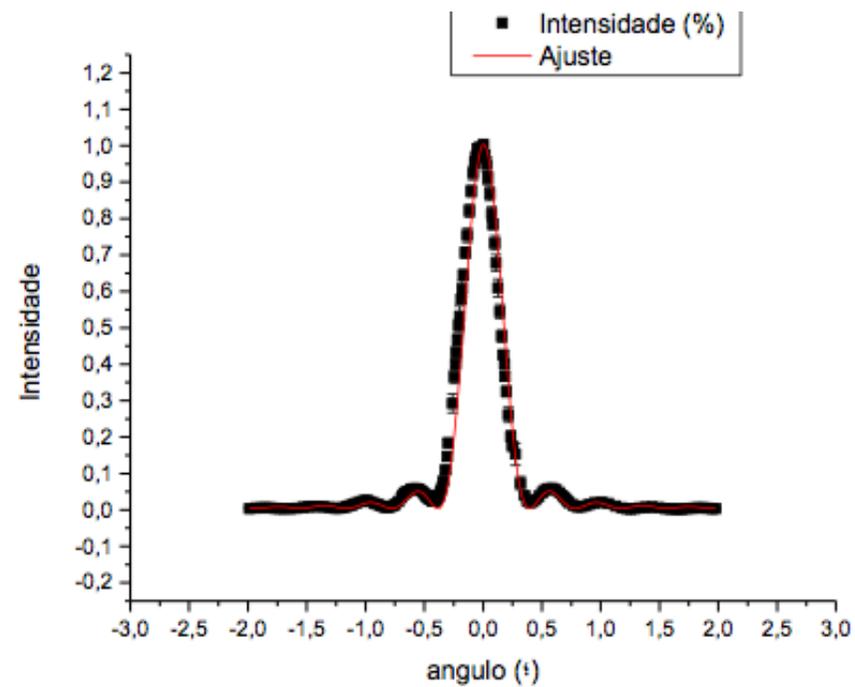
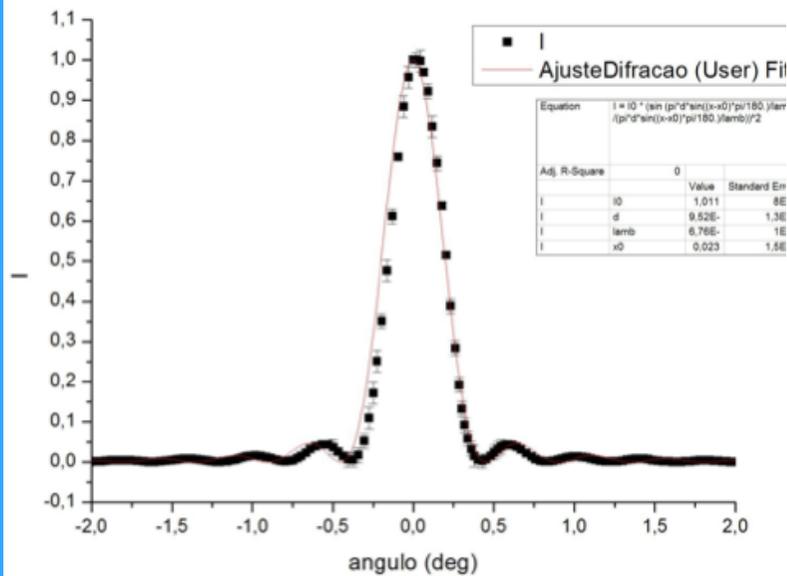


Física Experimental IV - 8ª aula
<http://www.dfn.if.usp.br/~suaide/>

Alexandre Suaide
Ed. Oscar Sala

sala 246
ramal 7072

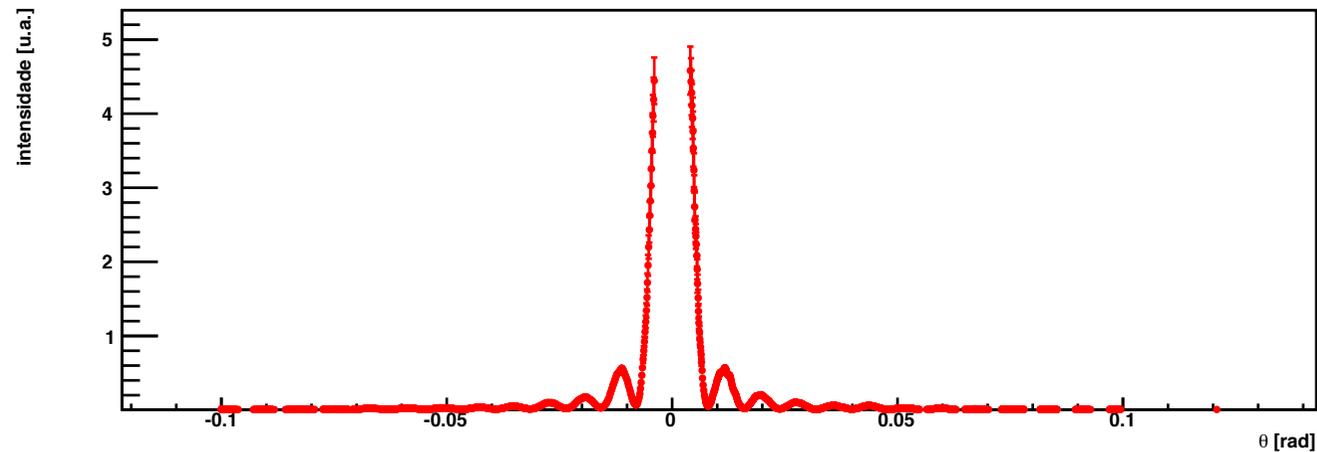
Apresentação de resultados



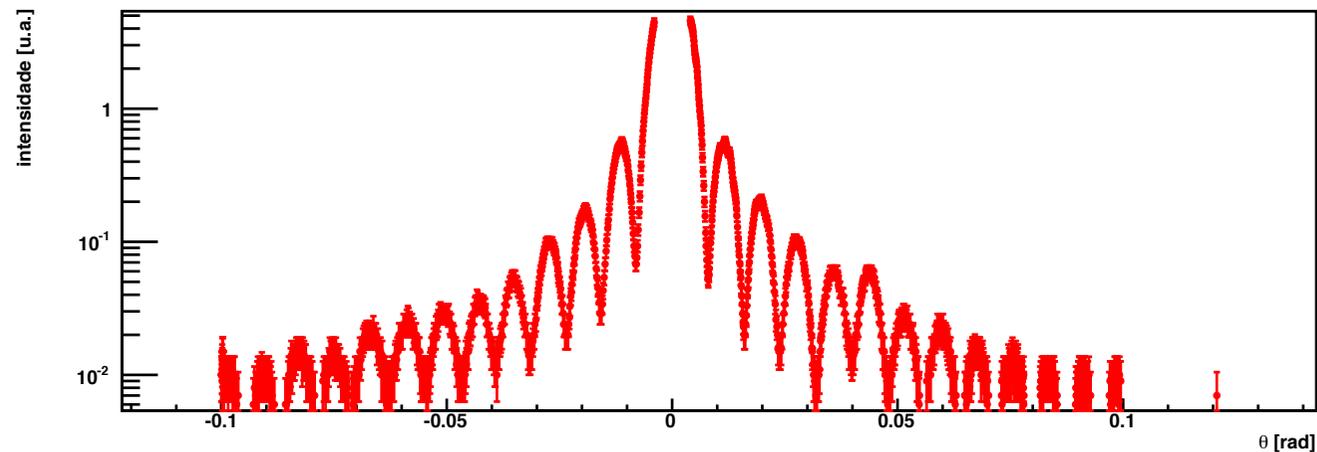
Apresentação de dados

escala log não serve só para exponenciais

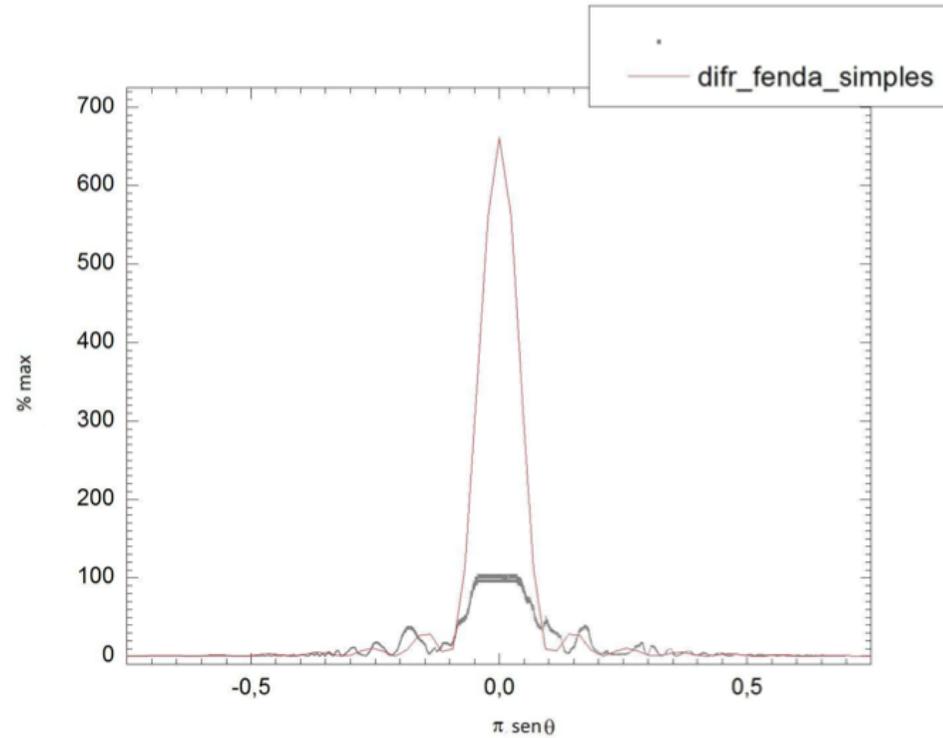
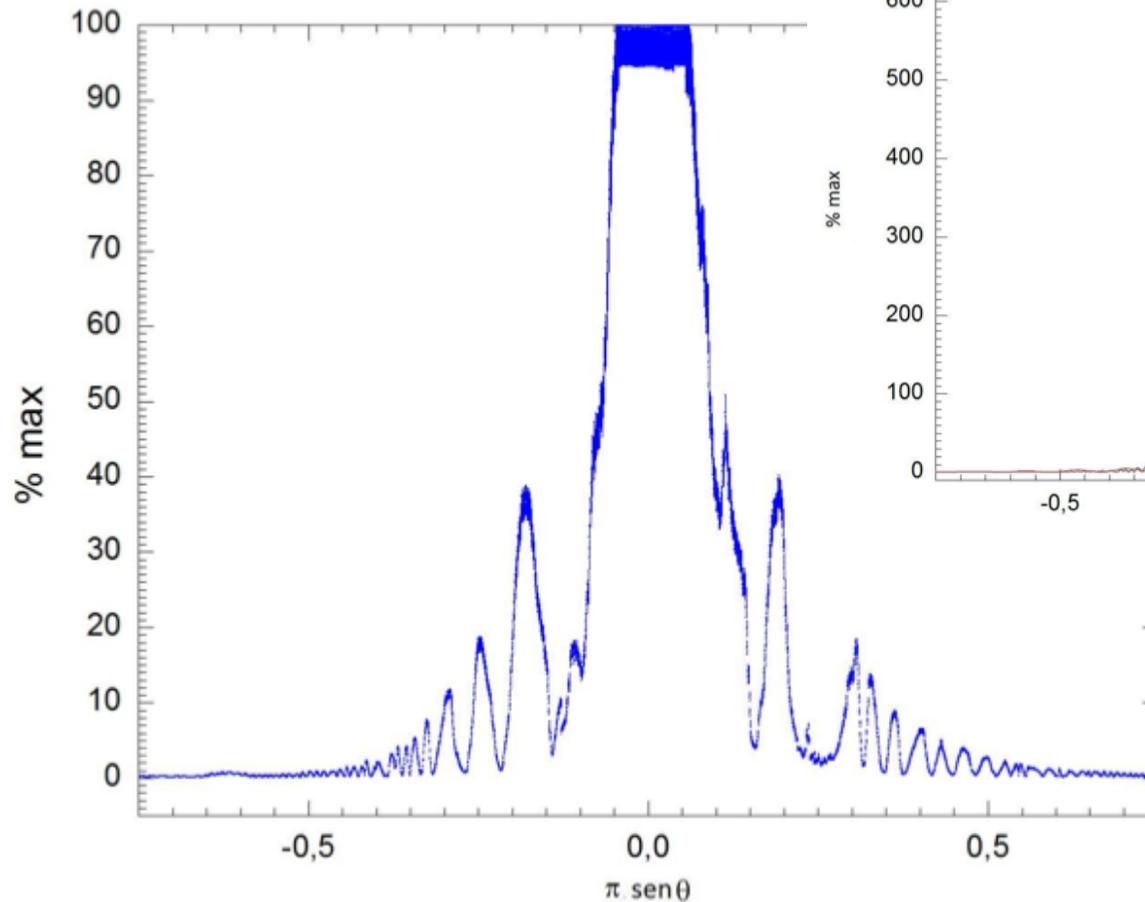
Difração de uma fenda simples



Difração de uma fenda simples



Qualidade dos dados porque?



Chi2 = 0.768!!!!!!

???

Parâmetro obtido no ajuste

$$I_0 = 0,06324(15)$$

$$X^2 \text{ reduzido} = -0,03216$$

$$d = 0,8079 \pm 0,0026 \mu\text{m}$$

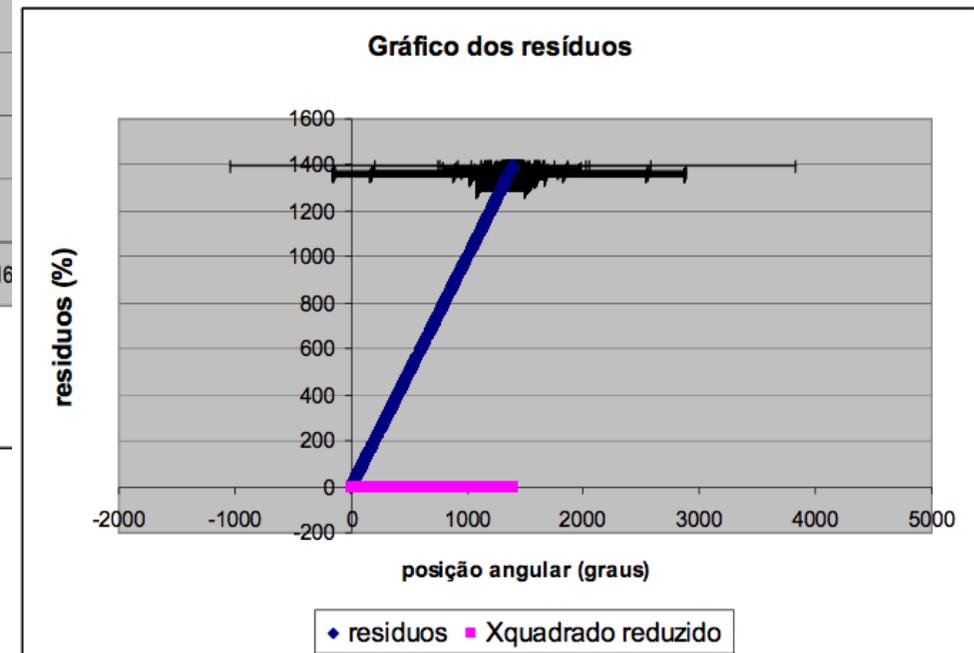
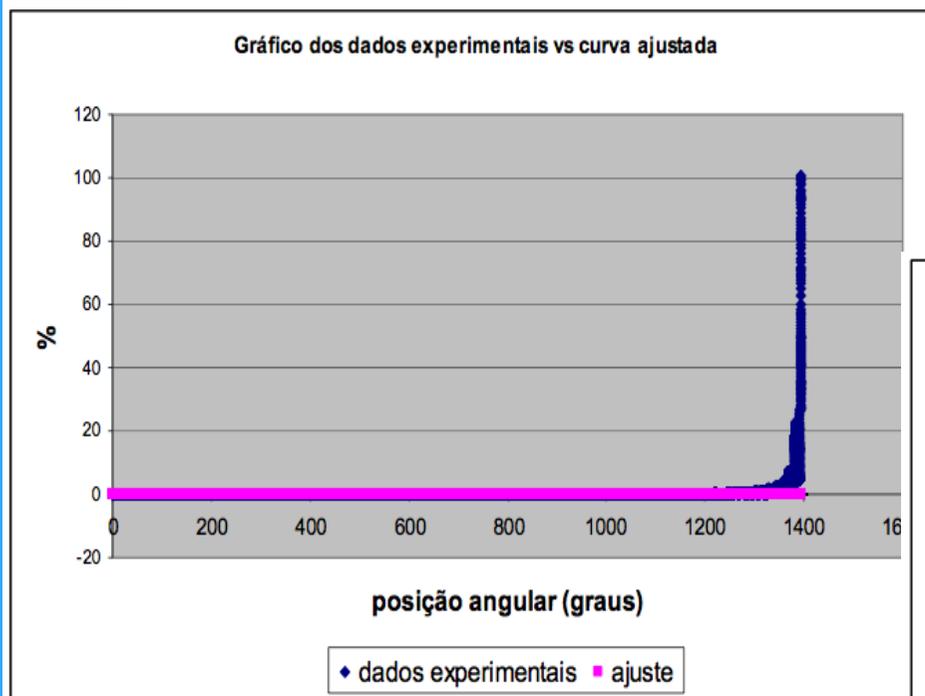
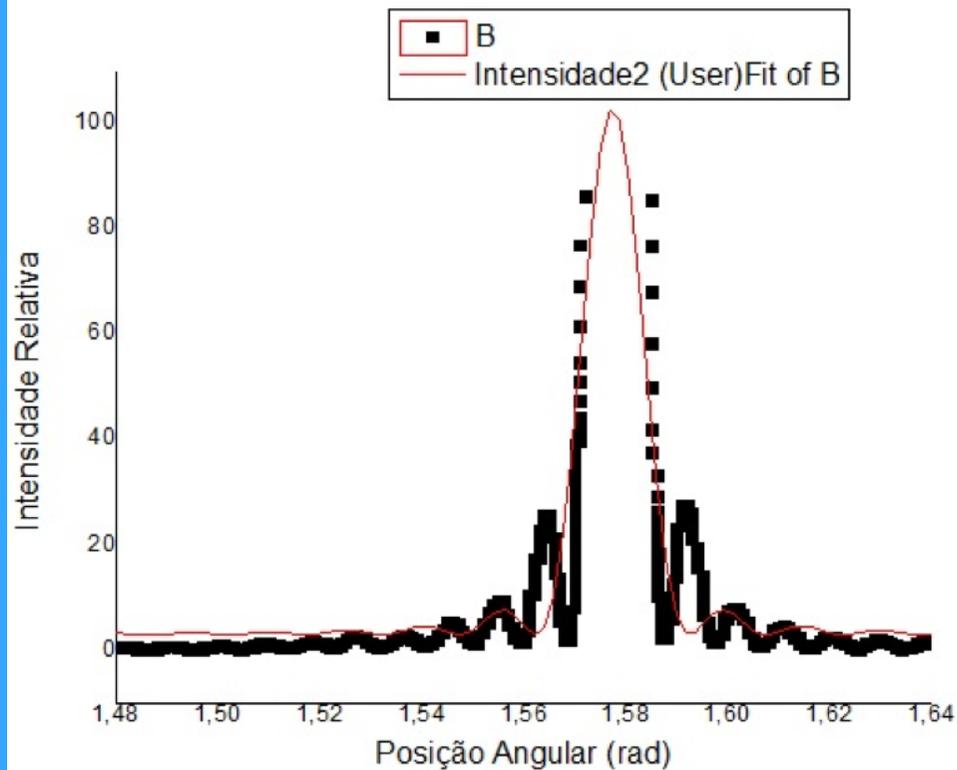


Gráfico 2: resíduos do ajuste incerteza de X^2 reduzido 1,1.

Dificuldades com ajuste de curvas



$$I \propto \hat{E}^2 = I_0 \left(\frac{\sin(\beta)}{\beta} \right)^2$$

$$\text{com } \beta = \frac{\pi d}{\lambda} \sin \theta$$

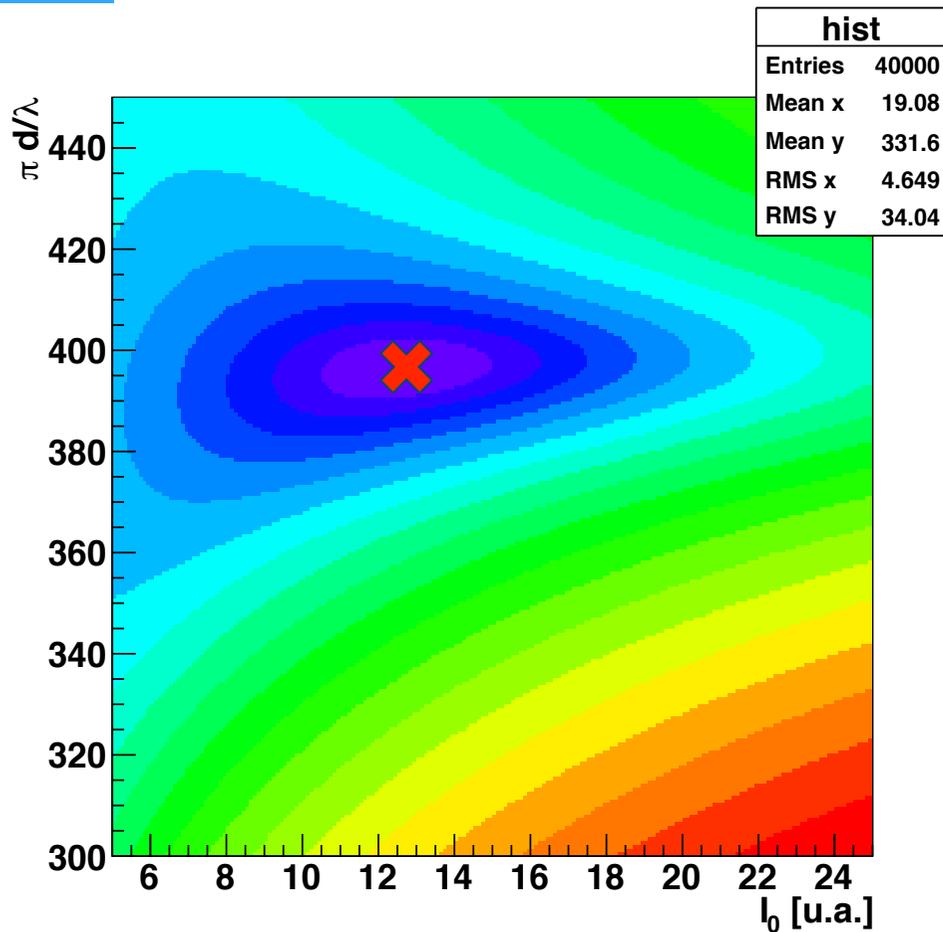
Dificuldades com ajuste de curvas

- Não usem programas como caixas pretas
 - Se não sabe fazer de um jeito, faça de outro
- Que alternativa eu tenho além do origin?
 - Façam o mapa de chi2 e achem o mínimo e incertezas manualmente.
 - Como foi discutido nas primeiras aulas.

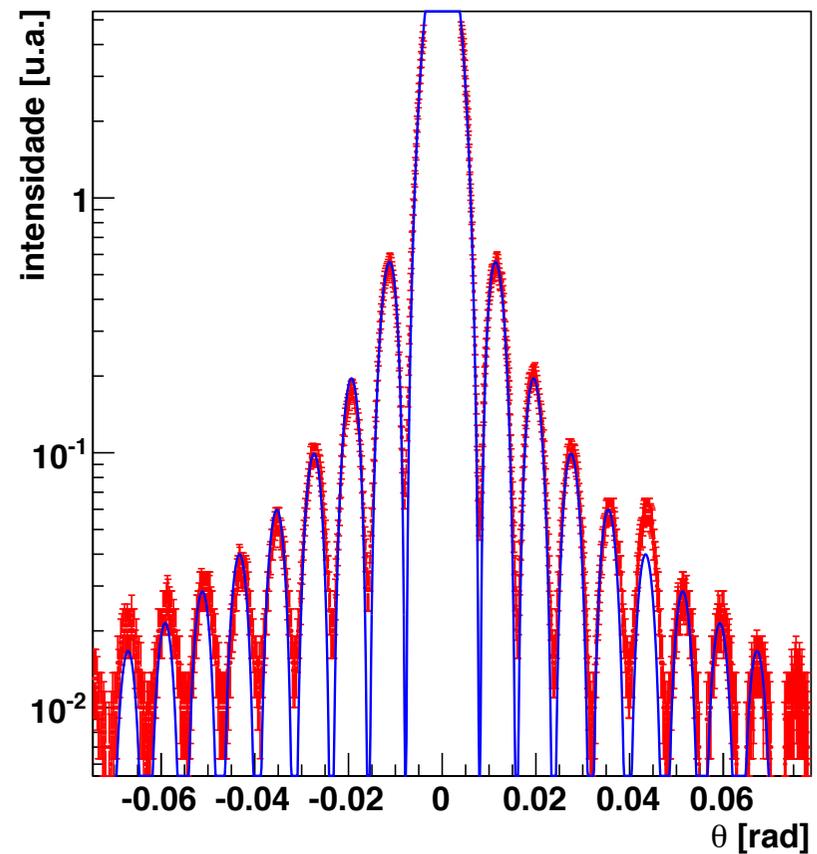
$$I \propto \hat{E}^2 = I_0 \left(\frac{\sin(\beta)}{\beta} \right)^2$$

$$\text{com } \beta = \frac{\pi d}{\lambda} \sin \theta$$

Dificuldades com ajuste de curvas



Difracao de uma fenda simples



Resultados

- Valor nominal
 - 80 μm
- A maioria dos grupos encontraram valores abaixo do nominal
 - Alguma razão especial ou é assim mesmo?
- As incertezas parecem superestimadas?
 - Dados altamente precisos?

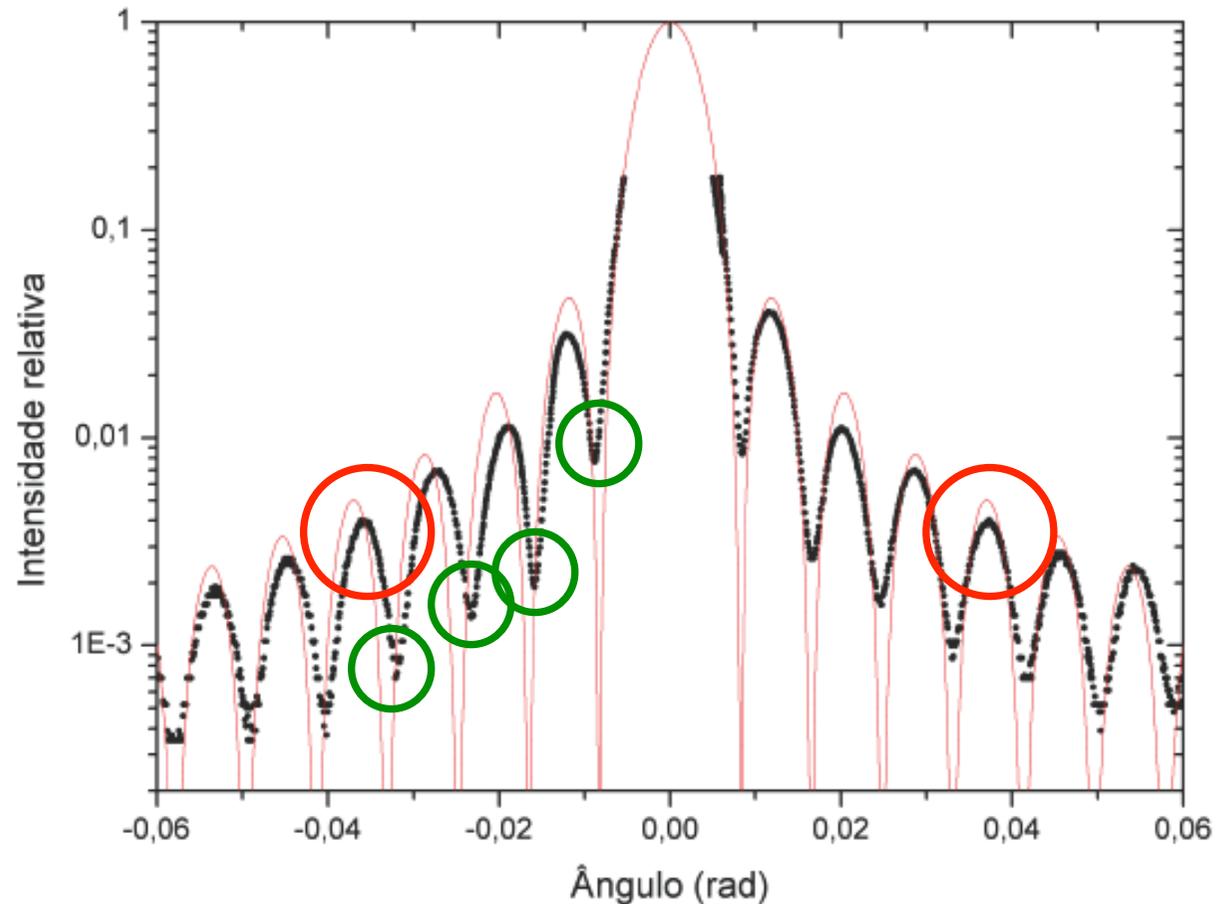
$$I \propto \hat{E}^2 = I_0 \left(\frac{\sin(\beta)}{\beta} \right)^2$$

$$\text{com } \beta = \frac{\pi d}{\lambda} \sin \theta$$

D [μm]	Chi2
2.239 \pm 0.020	119
19 \pm 0.5	0.768
95.2 \pm 1.3	0.5
92.3 \pm 0.5	108
0.8079 + 0.0026	-0.032

A expressão teórica descreve bem os dados obtidos?

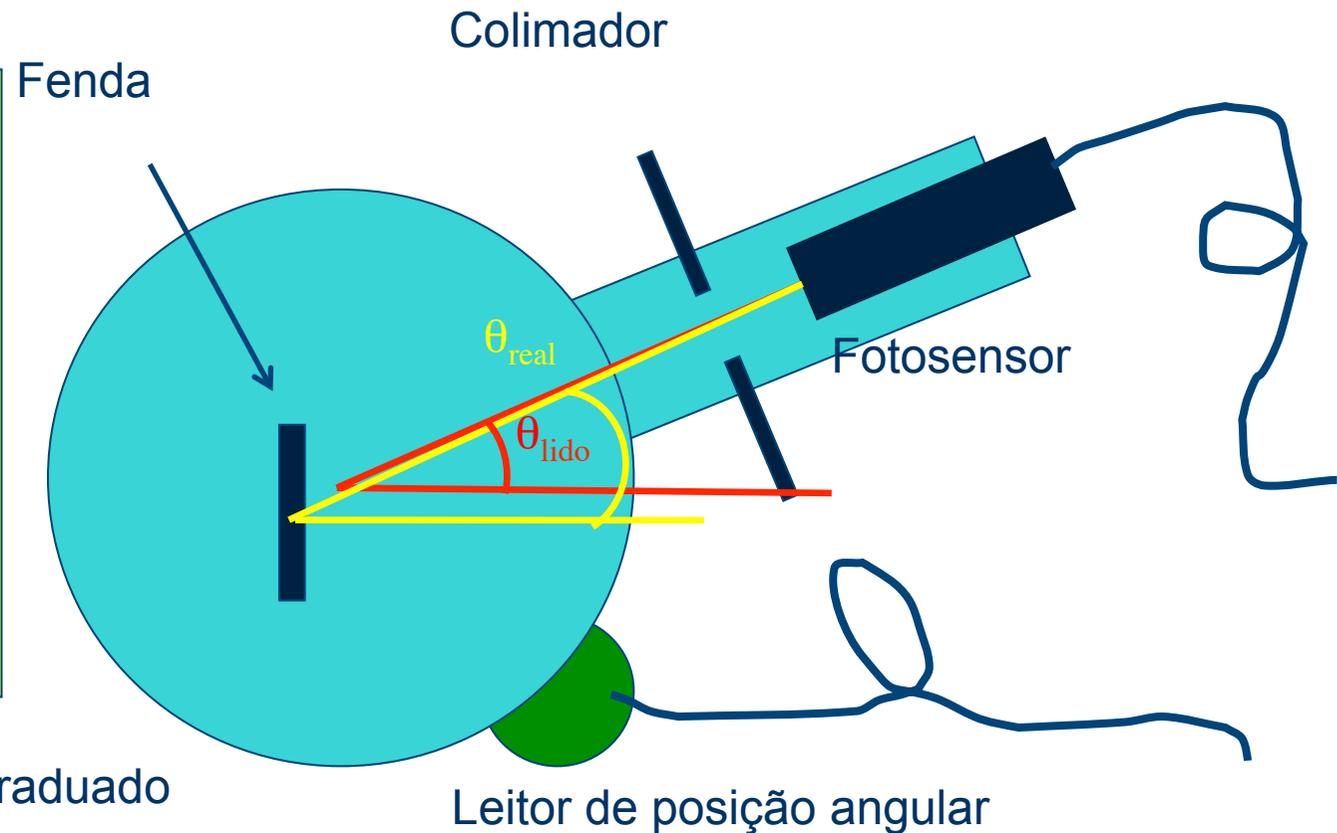
D [μm]	Chi2
2.239 ± 0.020	119
19 ± 0.5	0.768
95.2 ± 1.3	0.5
92.3 ± 0.5	108
$0.8079 + 0.0026$	-0.032



Situação I: Fenda fora de centro

A fenda fora de centro faz com que o ângulo real da luz difratada seja diferente (em geral menor, por construção) daquele lido pelo espectrofotometro

O deslocamento pode ser em x e y



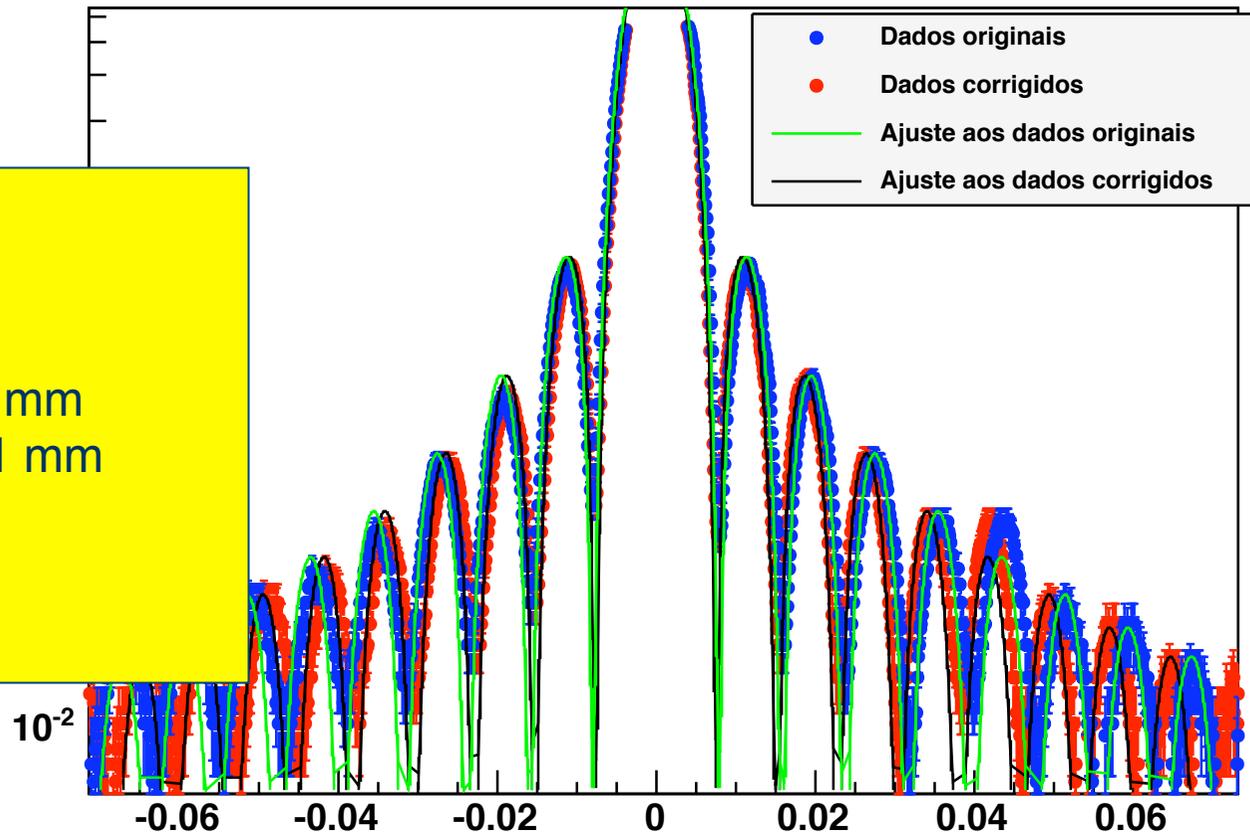
Resultados

$$d_{orig} = 79.3 \pm 0.3 \mu m \quad X_{red}^2 = 4.2$$

$$d_{corr} = 82.4 \pm 0.3 \mu m \quad X_{red}^2 = 4.3$$

Efeito significativo. Além das incertezas envolvidas. **Depende de cada montagem.**

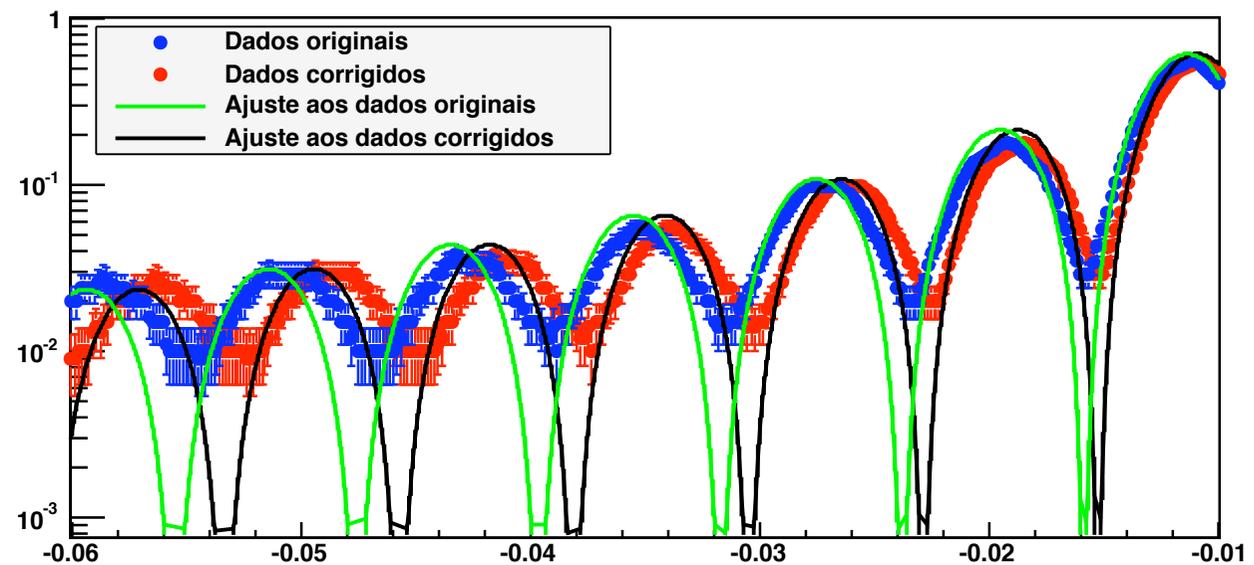
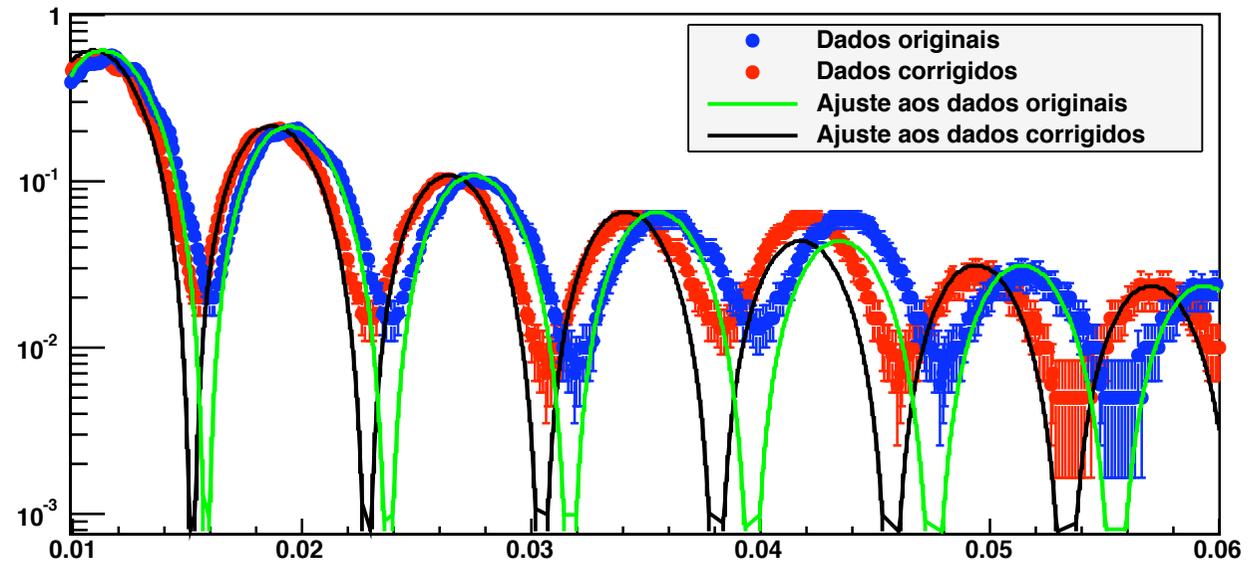
$\Delta x = 6 \text{ mm}$
 $\Delta y = 0.1 \text{ mm}$



Resultados

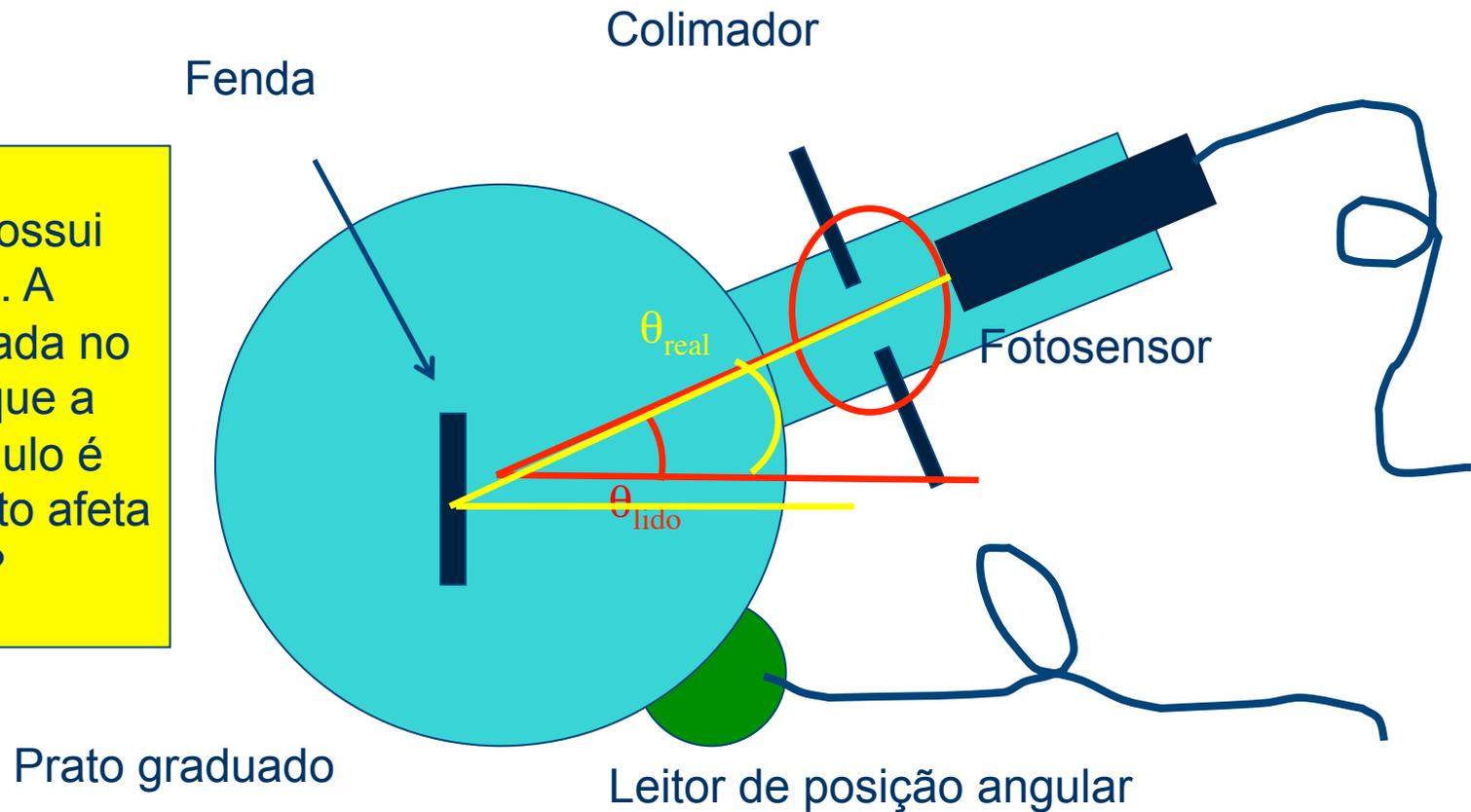
$$d_{orig} = 79.3 \pm 0.3 \mu m \quad X_{red}^2 = 4.2$$

$$d_{corr} = 82.4 \pm 0.3 \mu m \quad X_{red}^2 = 4.3$$



Situação II: Colimador finito

O Colimador possui largura finita. A expressão utilizada no ajuste supõe que a medida do ângulo é pontual. Como isto afeta os dados?



Como implementar estas correções?

- Largura do colimador
 - Supondo que o colimador tenha uma abertura angular de δ .
 - A luz medida no sensor corresponde à soma das intensidades sobre todos os ângulos entre $\theta - \delta/2$ até $\theta + \delta/2$.

$$I(\theta) = I_0 \left(\frac{\sin(b \sin \theta)}{b \sin \theta} \right)^2$$

$$b = \frac{\pi d}{\lambda}$$



$$I(\theta) = I_0 \int_{\theta - \delta/2}^{\theta + \delta/2} \left(\frac{\sin(b \sin \alpha)}{b \sin \alpha} \right)^2 d\alpha$$

$$I_0 = (11.9 \pm 0.2), f = (4.8 \pm 0.2) \cdot 10^{-3}$$

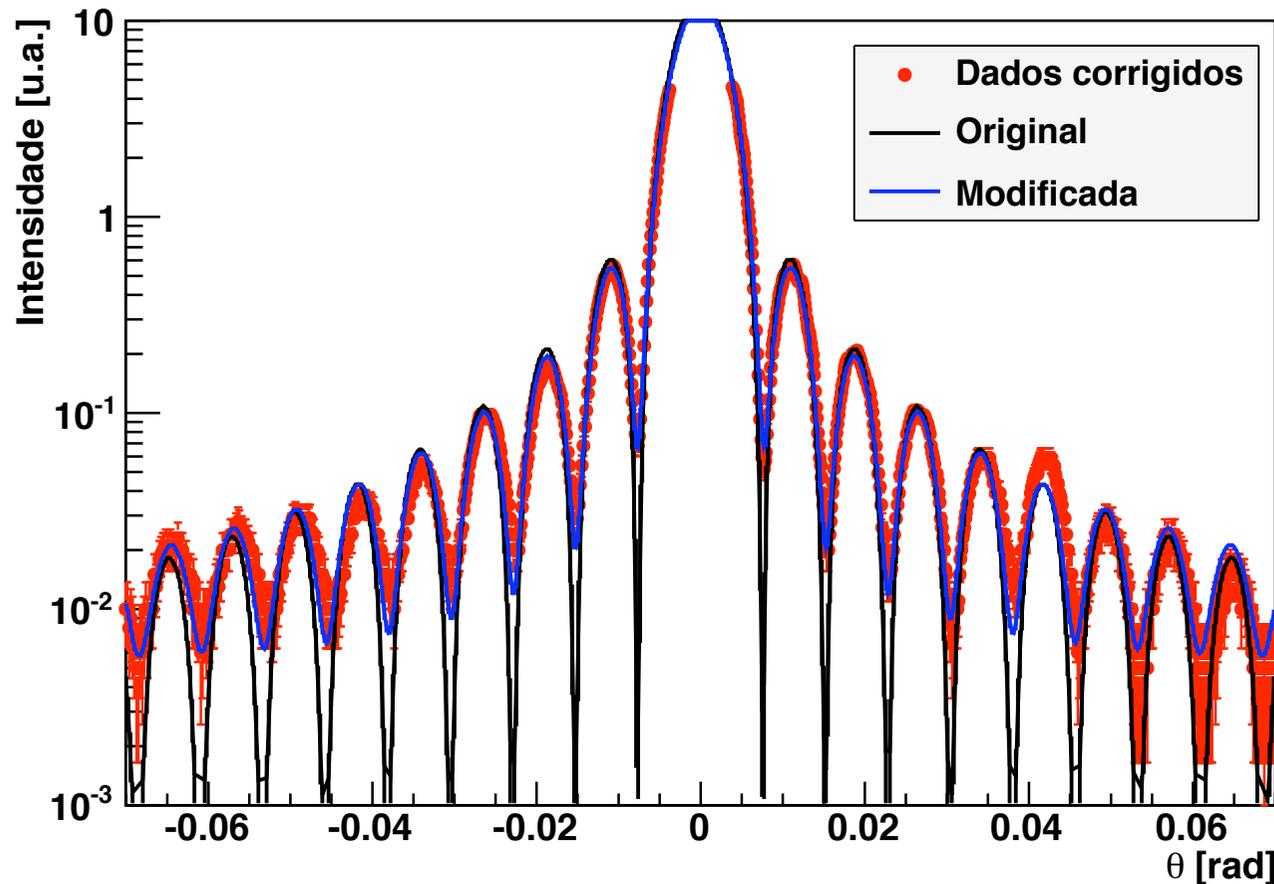
$$d = (82.6 \pm 0.3) \mu\text{m}$$

$$\delta = (0.109 \pm 0.001)^\circ$$

$$\theta_0 = (-5.7 \pm 0.3) \cdot 10^{-5}^\circ$$

$$\chi_{\text{red}}^2 = 1.17$$

$$I(\theta) = I_0 \int_{\theta - \delta/2}^{\theta + \delta/2} \left(\frac{\sin(b \sin(\alpha + \theta_0))}{b \sin(\alpha + \theta_0)} \right)^2 d\alpha + f$$



$$I_0 = (11.9 \pm 0.2), f = (4.8 \pm 0.2) \cdot 10^{-3}$$

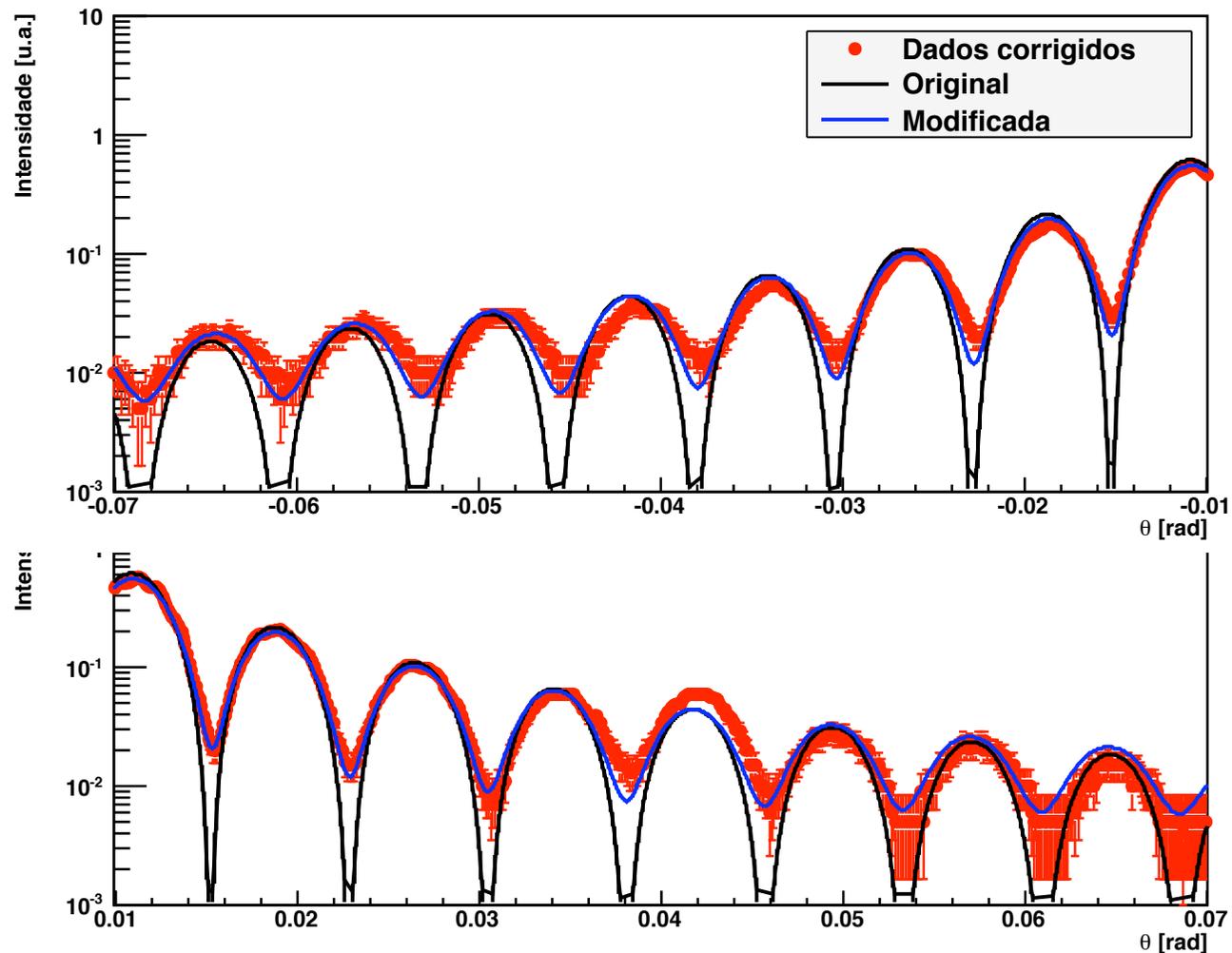
$$d = (82.6 \pm 0.3) \mu\text{m}$$

$$\delta = (0.109 \pm 0.001)^\circ$$

$$\theta_0 = (-5.7 \pm 0.3) \cdot 10^{-5}^\circ$$

$$\chi_{\text{red}}^2 = 1.17$$

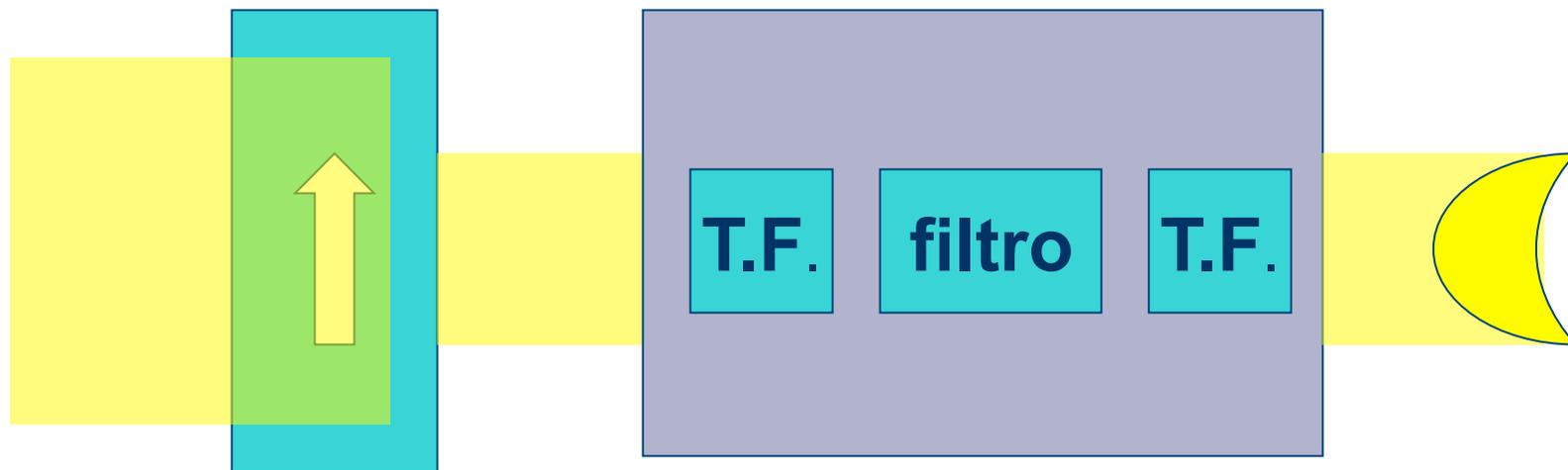
$$I(\theta) = I_0 \int_{\theta - \delta/2}^{\theta + \delta/2} \left(\frac{\sin(b \sin(\alpha + \theta_0))}{b \sin(\alpha + \theta_0)} \right)^2 d\alpha + f$$



Para o relatório dessa experiência...

- Fazer o ajuste considerando os efeitos experimentais envolvidos (e outros, dependendo de como cada grupo fez suas medidas)
- Comparar os resultados desse ajuste com o realizado nessa semana e discutir os resultados
- Os grupos que tiveram problemas DEVEM refazer a tomada de dados e/ou análise corretamente

Computador óptico



O Que precisamos fazer para contruir este sistema?

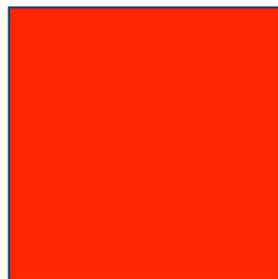
Construção de um computador óptico

- Primeiramente precisamos iluminar o objeto de forma uniforme
 - Qualquer luz esta ok?
- Precisamos ser capazes de, experimentalmente, obter a transformada de Fourier deste objeto
- Precisamos criar filtros que atuem de forma diferente em cada componente da T.F.
- Precisamos reconstruir a imagem a partir das componentes já filtradas

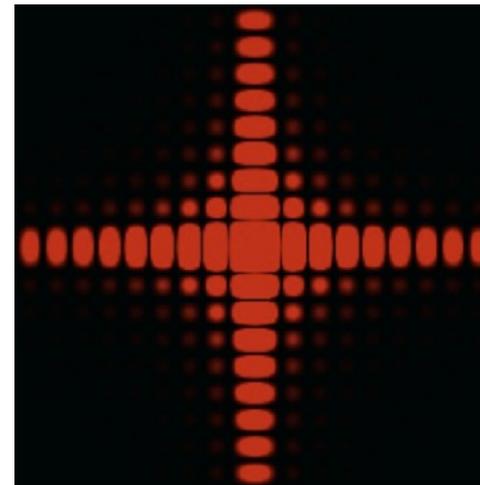
Difração e transformada de Fourier

- A figura de difração está relacionada à transformada de Fourier do objeto iluminado

$$\hat{E}(\vec{R}) = \frac{e^{jkR}}{R} \int E_0(x,y) e^{-j(k_x x + k_y y)} dx dy$$

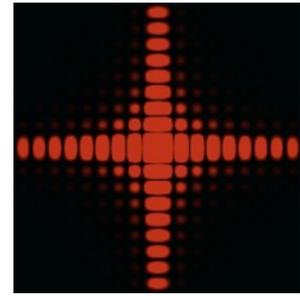
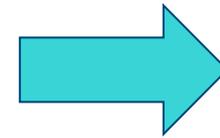
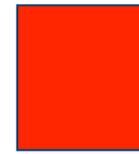


Objeto



Difração

Freqüências espaciais



- A intensidade luminosa em uma dada posição está relacionada às intensidades para cada frequência espacial

$$\hat{E}(\vec{R}) \rightarrow E(k_x, k_y)$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad \begin{cases} k_x = k \sin \theta \cos \phi \\ k_y = k \sin \theta \sin \phi \end{cases}$$

Difração \leftrightarrow Transformada de Fourier

- Como usar essa informação para construir um computador óptico?
- Será que outros elementos ópticos possuem propriedades similares?
 - Por exemplo, podemos usar lentes para obter transformadas de Fourier?

Transformada de Fourier e o método matricial

- Seja uma transformação do tipo:

$$\begin{pmatrix} r_2 \\ \varphi_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r_1 \\ \varphi_1 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} r_2 = Ar_1 + B\varphi_1 \\ \varphi_2 = Cr_1 + D\varphi_1 \end{cases}$$

- Se $A = 0$, todos os raios de mesmo ângulo passam pelo mesmo ponto r_2
- Se $D = 0$, todos os raios de mesmo ponto de origem emergem com o mesmo ângulo do sistema óptico.

Uma transformadas de fourier importante

- Função delta $f(x) = \delta(x - b)$

- A transformada de fourier é:

$$FT \{ \delta(x - b) \} (\xi) = \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(x - b) e^{-2\pi i r \xi} dr = e^{-2\pi i b \xi}$$

- Conseqüentemente, a transformada de Fourier de uma onda plana é uma função delta.

Imagine um sistema onde há uma onda plana incidindo

- Onda plana de direção bem definida (não necessariamente no eixo óptico do sistema)

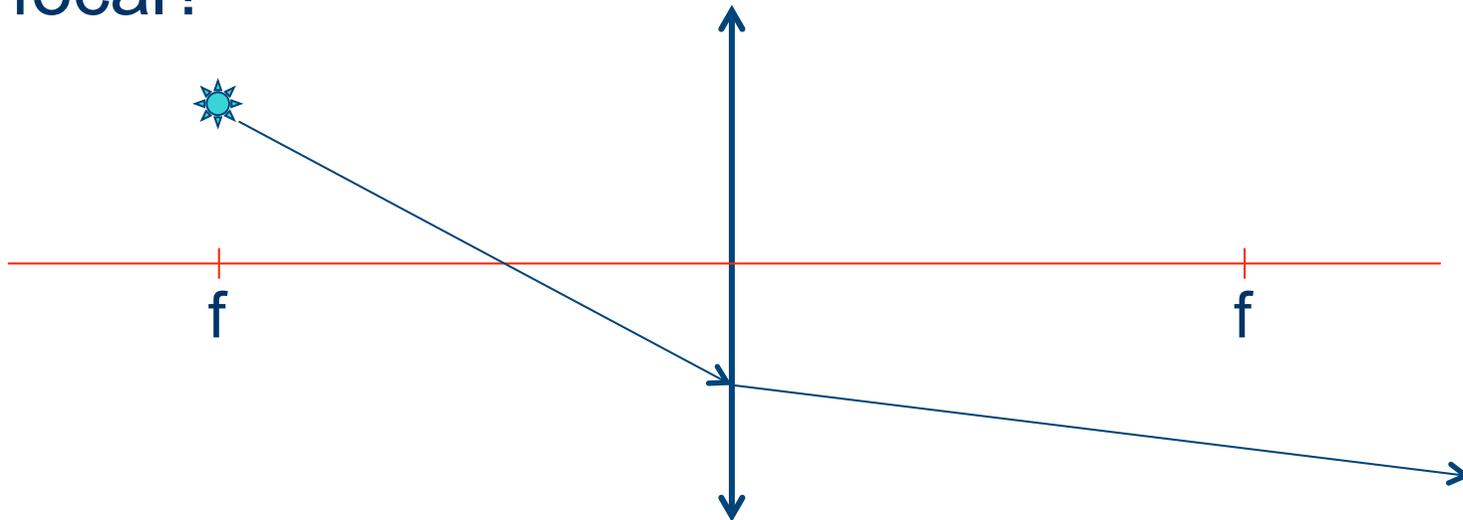
$$E = e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}} = e^{ikr \sin \varphi} \sim e^{ikr\varphi} = e^{2\pi i \mu r}, \quad \mu = \frac{\varphi}{\lambda}$$

- A transformada de fourier é:

$$FT \left\{ e^{2\pi i \mu r} \right\} (\xi) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{2\pi i \mu r} e^{-2\pi i \xi r} dr = \delta(\mu - \xi)$$

Lente simples

- Seja uma fonte pontual em um sistema óptico do tipo:
- Vamos olhar a posição de um raio no plano focal?



Calculando...

- A matriz de transformação é:

$$\begin{pmatrix} r_2 \\ \varphi_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & f \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1/f & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & f \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r_1 \\ \varphi_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & f \\ -1/f & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r_1 \\ \varphi_1 \end{pmatrix}$$

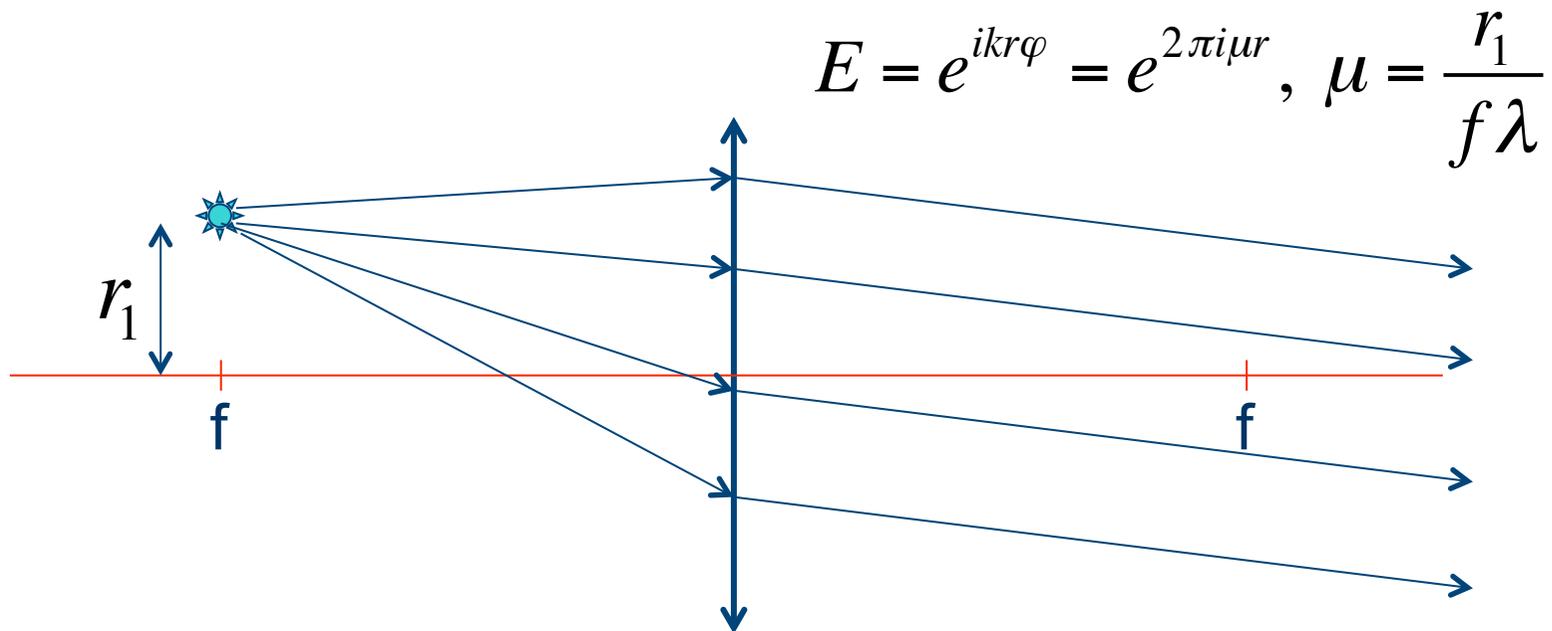
$$r_2 = f\varphi_1$$

$$\varphi_2 = -\frac{1}{f}r_1$$

O Ângulo no qual o raio de luz emerge depende apenas da posição da fonte, ou seja, os raios emergem paralelos → onda plana

Lente simples

- Fonte pontual no plano focal → onda plana
 - Transformada de Fourier



O reverso de aplica

- Se um conjunto de raios paralelos atinge uma lente em um ângulo bem definido, eles se cruzam no plano focal de tal modo que essa posição vale:

$$r_2 = f \lambda \mu = f \varphi_1$$

- Como μ é uma frequência espacial (ver onda plana, alguns slides atrás), tem dimensão de $1/[L]$, de tal forma que podemos escrever:

$$\lambda \mu = \varphi_1 \Rightarrow \frac{\lambda}{d} = \varphi_1 \Rightarrow d \varphi_1 = \lambda$$

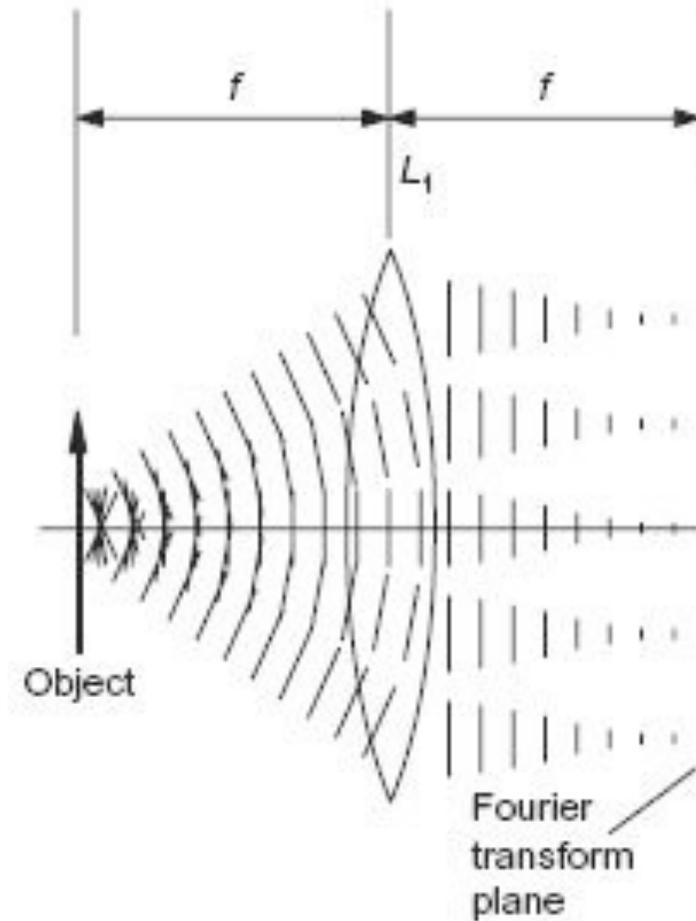
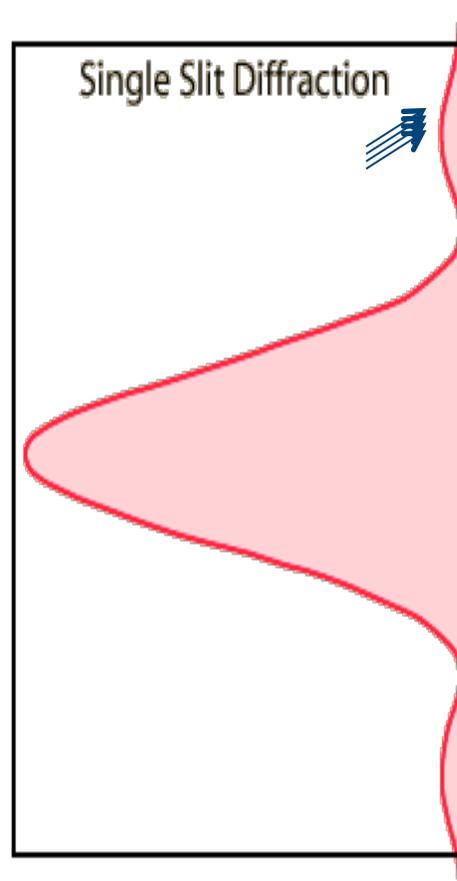
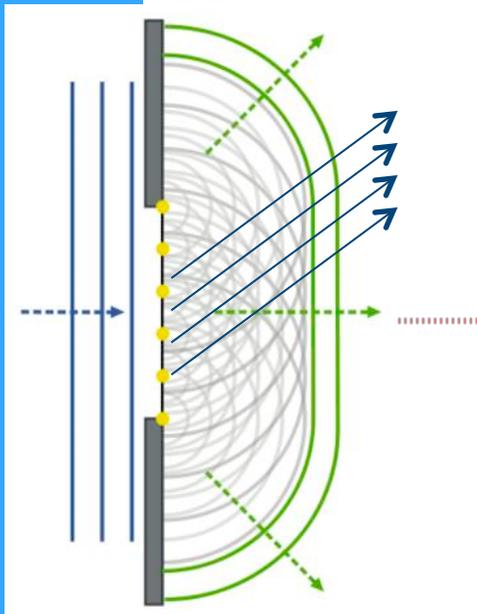
Finalmente...

- Equação de primeira ordem de um objeto difrator

$$d\varphi_1 = \lambda$$

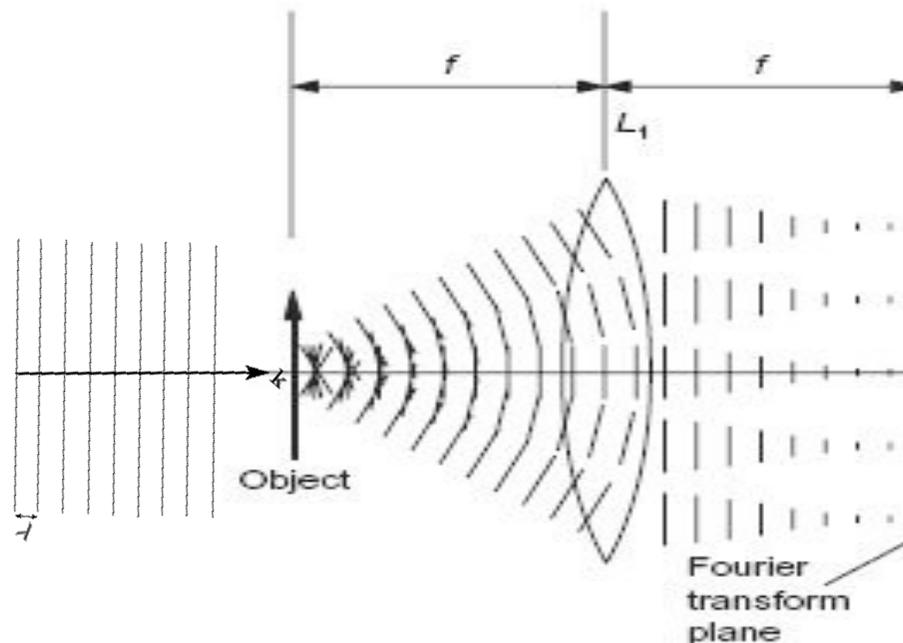
- Como o padrão de difração corresponde à transformada de Fourier (no campo elétrico), a lente funciona como um elemento que permite obter essa TF.

Analogia com difração de Fraunhofer



Alguns pontos importantes

- Note que, na difração de fraunhofer que deduzimos, o objeto foi iluminado com uma onda plana. O mesmo se aplica no caso da lente. Porque?

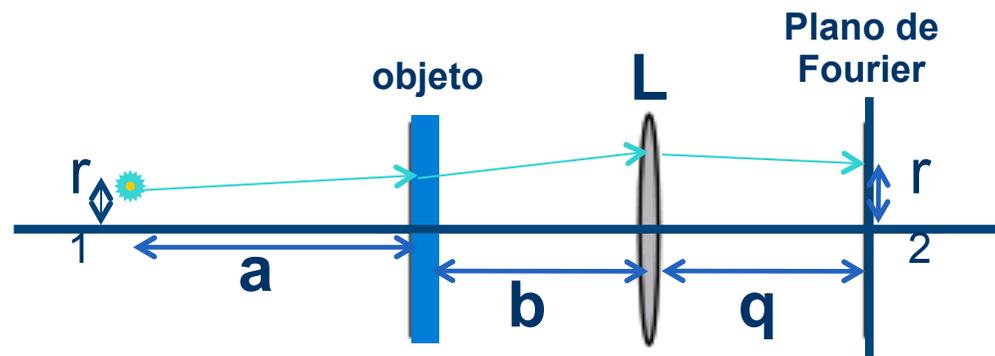


Generalizando... Iluminando o objeto com uma fonte pontual qualquer

- A matriz de transformação é (deduzam):

$$r_2 = \left(1 - \frac{q}{f}\right)r_1 + \left(a + b - \frac{aq}{f} - \frac{bq}{f} + q\right)\varphi_1 + \left(b + q - \frac{bq}{f}\right)\frac{m\lambda}{d}$$

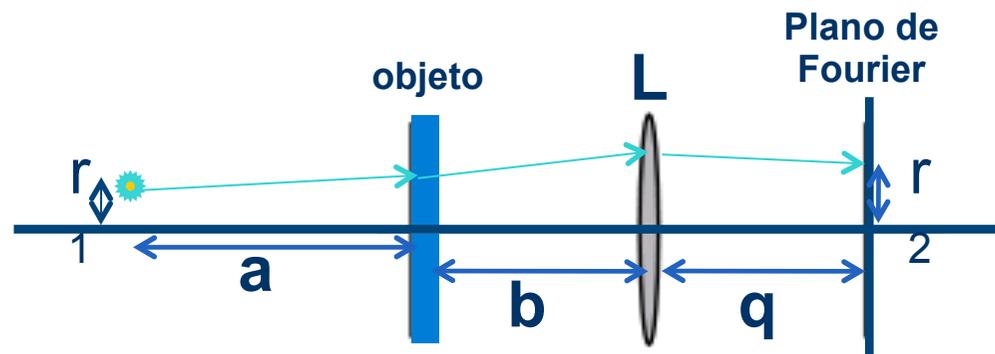
$$\varphi_2 = -\frac{r_1}{f} + \left(-\frac{a}{f} - \frac{b}{f} + 1\right)\varphi_1 + \left(1 - \frac{b}{f}\right)\frac{m\lambda}{d}$$



Generalizando... Iluminando o objeto com uma fonte pontual qualquer

- r_2 deve ser independente de φ_1

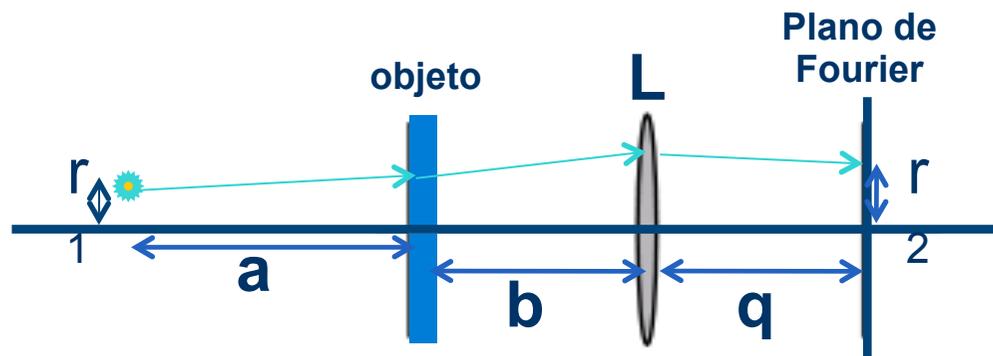
$$a + b - (a + b) \frac{q}{f} + q = 0 \qquad \frac{1}{f} = \frac{1}{q} + \frac{1}{a + b}$$



Generalizando... Iluminando o objeto com uma fonte pontual qualquer

- Se a fonte está no infinito, ou seja, o objeto está iluminado por uma onda plana:

$$a \rightarrow \infty \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{1}{q} + \frac{1}{a+b} \Rightarrow q = f$$



Posição do plano de fourier

- A posição do plano de fourier de uma lente depende tanto da posição da fonte quanto do objeto. Caso a fonte esteja no infinito, o plano de fourier é encontrado na distância focal da lente e INDEPENDENTE da posição do objeto.

$$\frac{1}{q} = \frac{1}{f} - \frac{1}{a+b}$$

“Tamanho” da transformada de Fourier

- A posição de convergência dos raios é:

$$r_2 = \left(b + q - \frac{bq}{f} \right) \frac{m\lambda}{d} \quad \text{se } r_1 = 0$$

- Substituindo a expressão para a distância focal, temos:

$$r_2 = \left(\frac{qa}{a+b} \right) \frac{m\lambda}{d} \quad \rightarrow \quad \text{se o objeto está na distância focal, } b=f \quad r_2 = f \frac{m\lambda}{d}$$

Objetivos da semana

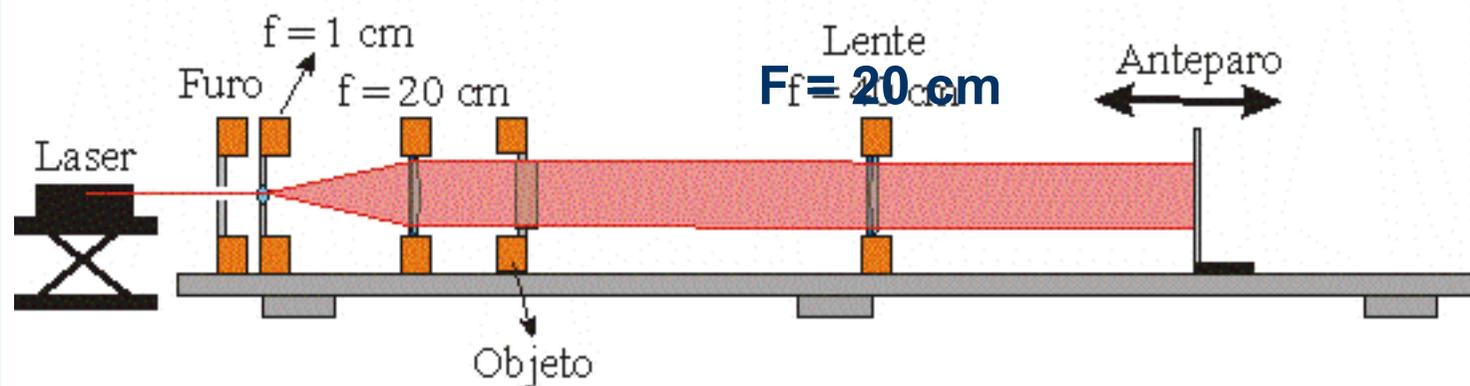
- Estudar o plano de fourier de uma lente

- Posição do plano $\frac{1}{q} = \frac{1}{f} - \frac{1}{a+b}$

- Tamanho da T.F.
 - Objeto no foco $r_2 = f \frac{m\lambda}{d}$

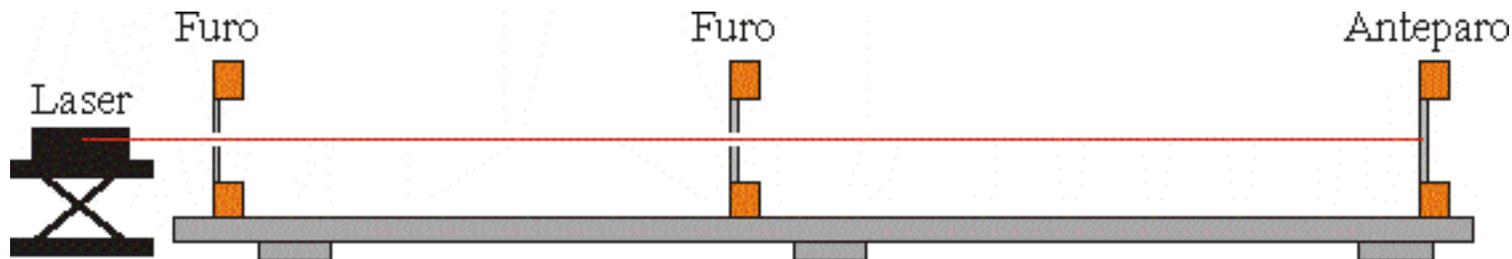
Arranjo experimental

- Laser e orifícios para alinhamento
- Lentes (para mudar o diâmetro do laser) e faser a T.F.
- Objeto (grade de 300 l/mm) e anteparos



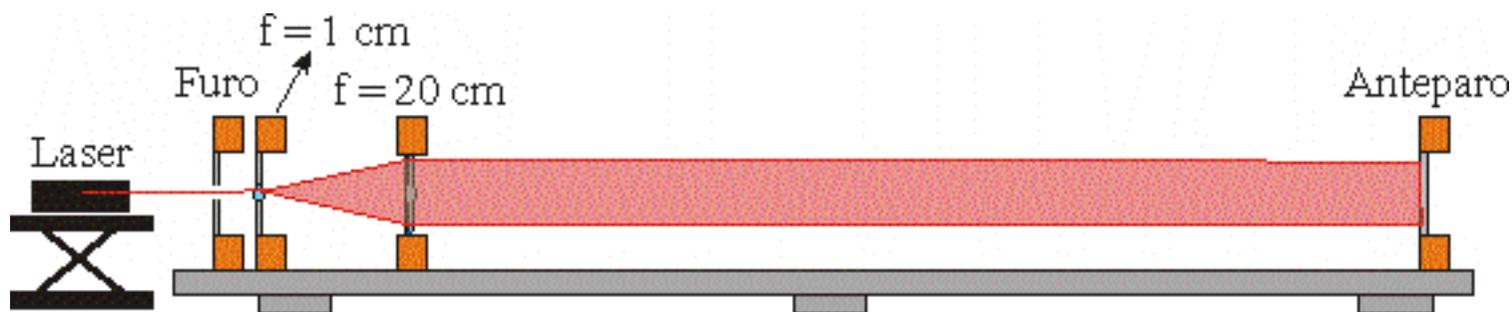
Construção de um computador óptico

- Alinhamento do sistema óptico:
 - Montar, no trilho, dois orifícios e um anteparo rebaixado no centro.
 - Alinhar o laser, fazendo o feixe passar por todos os furos e atingir o centro do anteparo.
 - Pode ser necessário rever o alinhamento após colocar as lentes
 - **NÃO MOVIMENTAR MAIS O SISTEMA ÓPTICO!!!!!!**



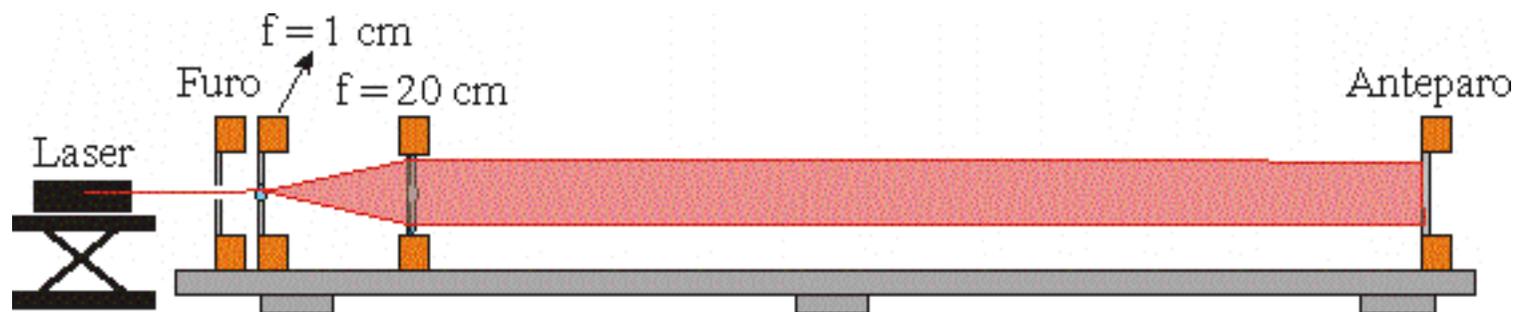
Construção de um computador óptico

- Alargar o laser para poder incidir na imagem
 - Usar a lente de $f = 1$ cm e $f = 20$ cm
 - Aumento do laser = $20/1 = 20$ vezes
 - Lembre da experiência de lentes para saber como determinar a distância entre as lentes.
 - A primeira pode ser bem próxima ao furo.



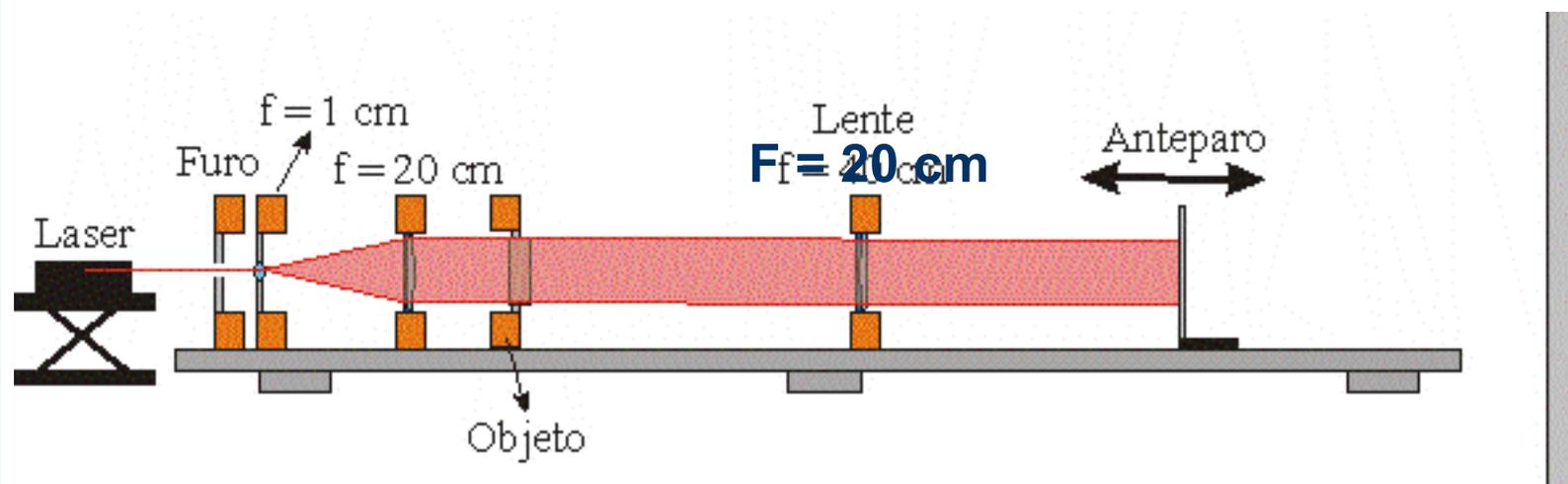
Construção de um computador óptico

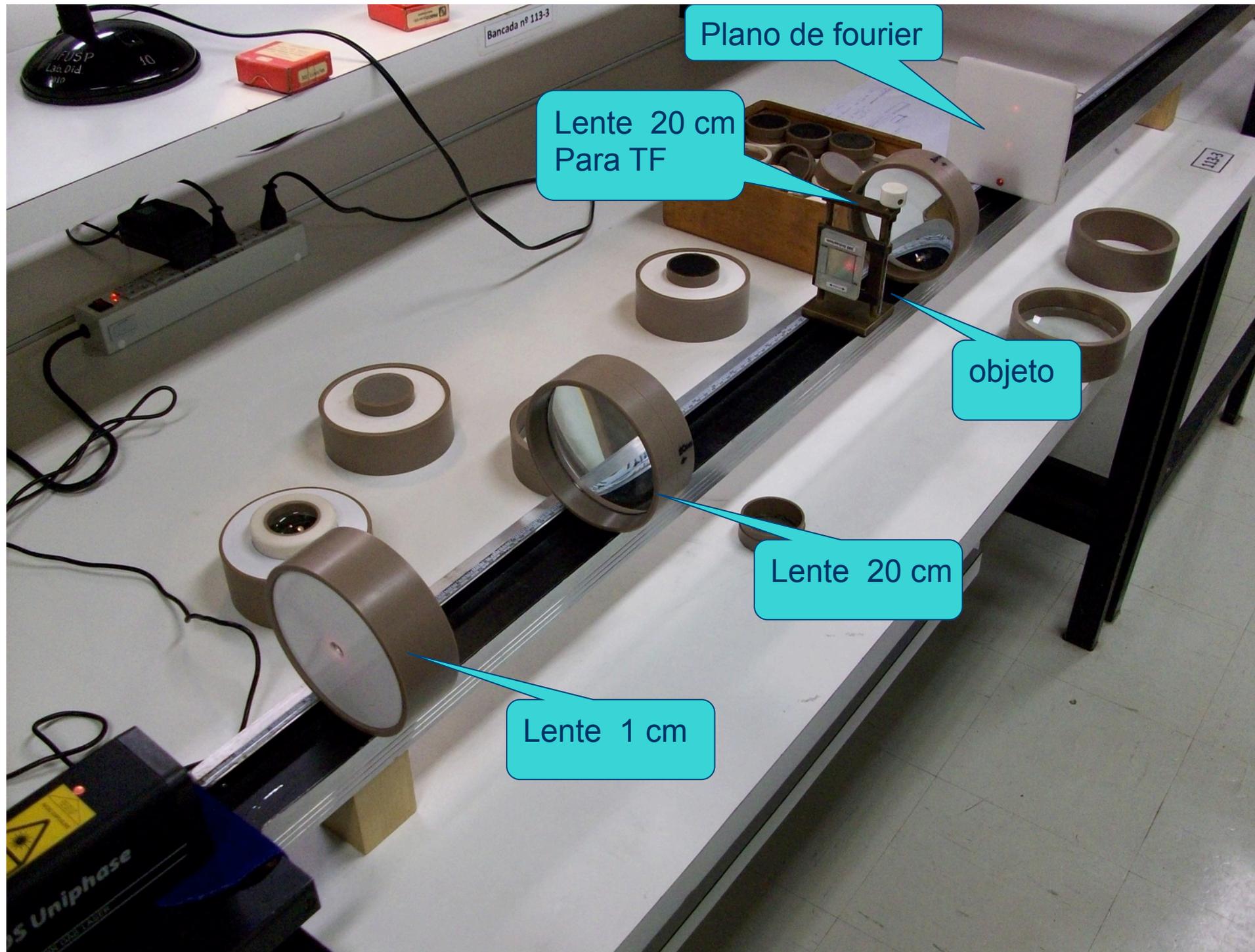
- Uma fonte pontual a uma distância FINITA pode ser obtida ajustando a posição da lente de 20 cm em relação à de 1 cm, causando uma divergência controlada do feixe.



Construção de um computador óptico

- Montar o computador óptico
 - Colocar o objeto (no caso, a rede) na posição vertical.
 - Colocar a lente de $f = 20$ cm com a face plana para o objeto
 - Posicionar o objeto à distância apropriada da lente.
 - Posicionar o anteparo de modo a determinar o plano de Fourier





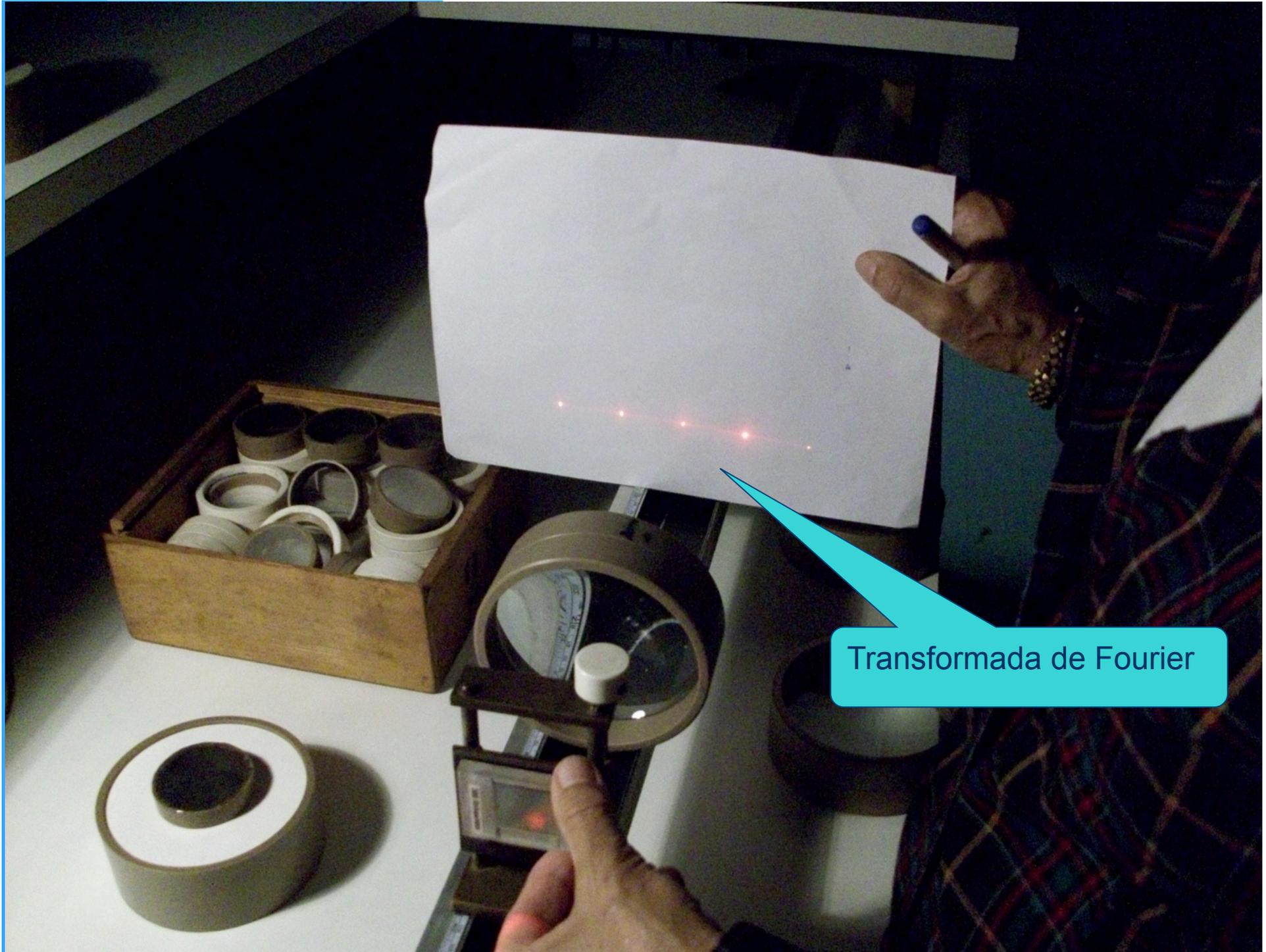
Plano de fourier

Lente 20 cm
Para TF

objeto

Lente 20 cm

Lente 1 cm



Transformada de Fourier

Medidas, parte I

Feixe incidente paralelo

- Ilumine, com o feixe paralelo, o objeto
 - Use a grade de 300 linhas/mm como objeto
- Identifique o plano de Fourier $q=f$
- Verifique que a posição do plano de fourier não depende da posição do objeto em relação à lente
 - Pelo menos 3 medidas
- A partir das medidas das posições dos máximos da transformada de fourier, determine as dimensões da grade e compare com o valor nominal de 300 l/mm
- Comente os resultados.

Medidas, parte II

Fonte pontual, feixe divergente

- Crie uma fonte pontual, ajustando a divergência do feixe
 - Calcule a posição dessa fonte
- Coloque a fenda no foco da convergente, isto é, $b=f$
- Determine a posição do plano de Fourier em função da posição da fonte pontual e compare com o previsto teoricamente
 - Repita o procedimento para pelo menos 3 posições diferentes para fontes pontuais para comparar com a previsão teórica
- Verifique que, se o objeto estiver no foco $b=f$, as posições dos máximos não variam: independem da posição da fonte em relação ao difrator