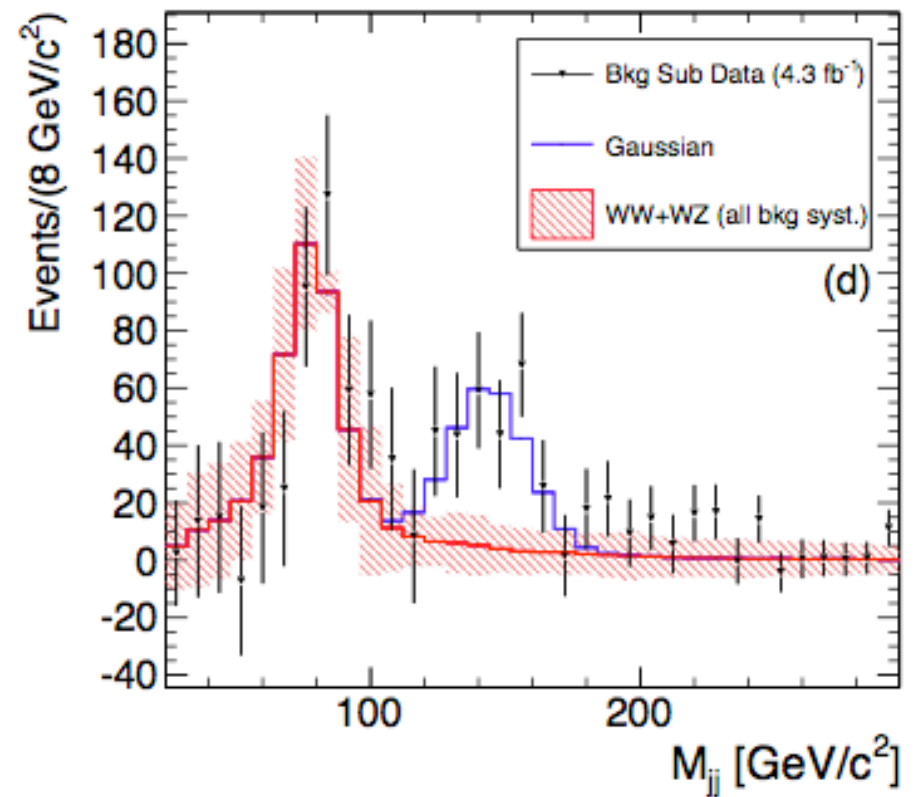
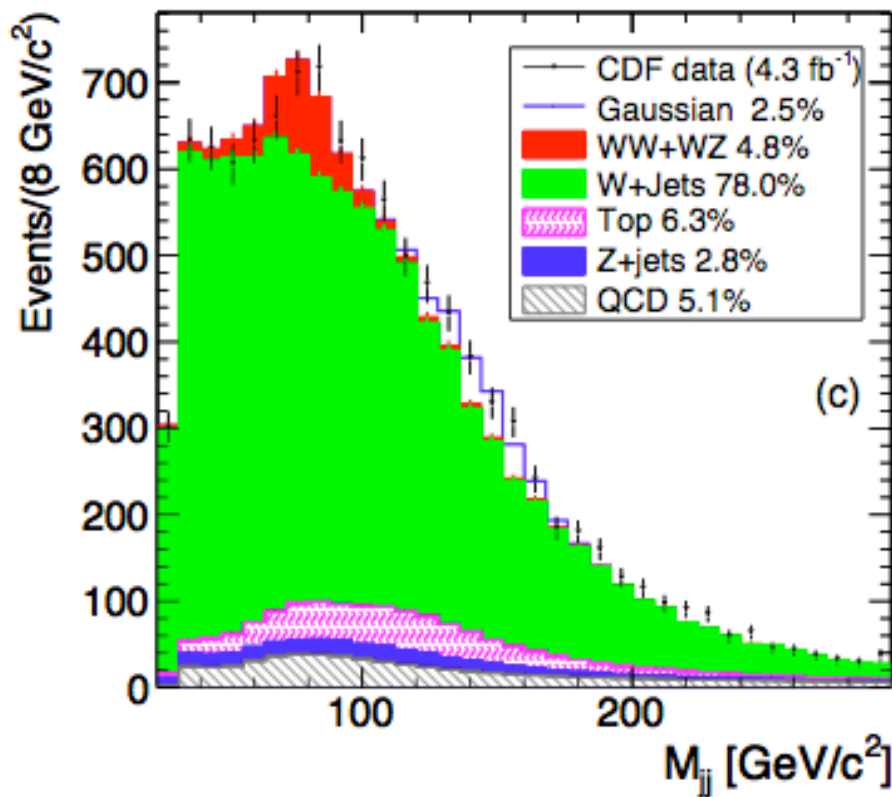


**Física Experimental IV - 6ª aula**  
**<http://www.dfn.if.usp.br/~suaide/>**

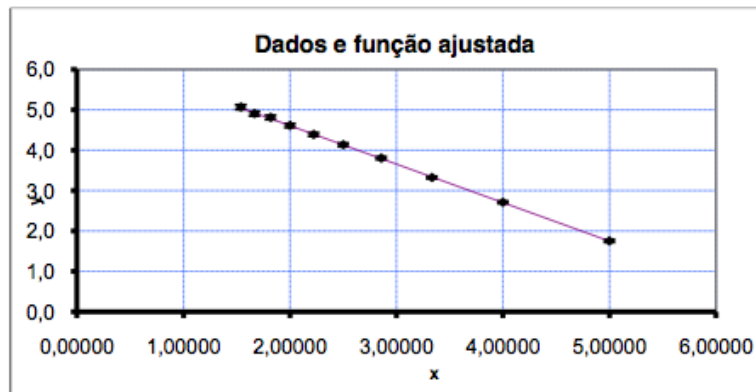
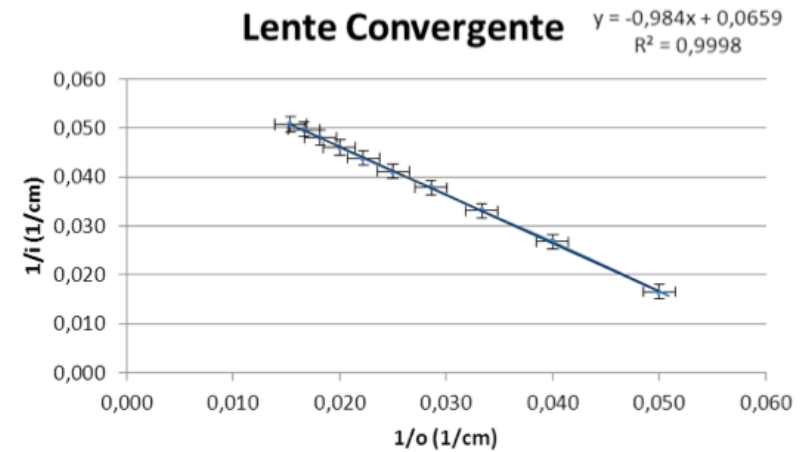
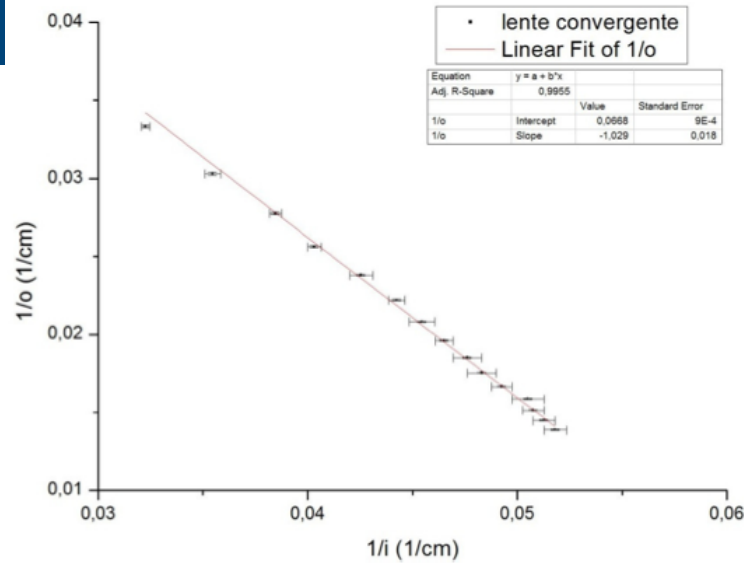
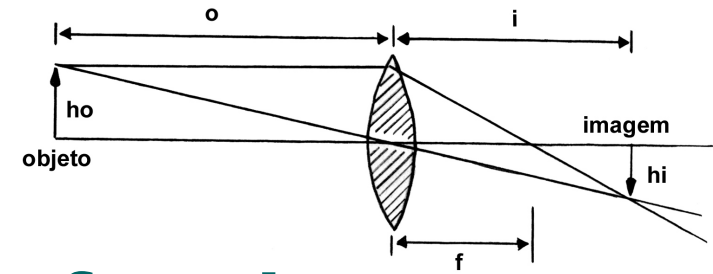
***Alexandre Suaide***  
Ed. Oscar Sala

sala 246  
ramal 7072

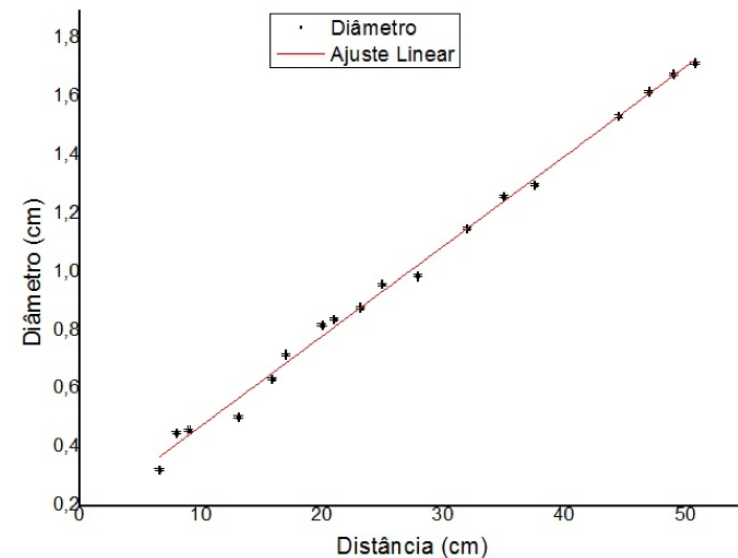
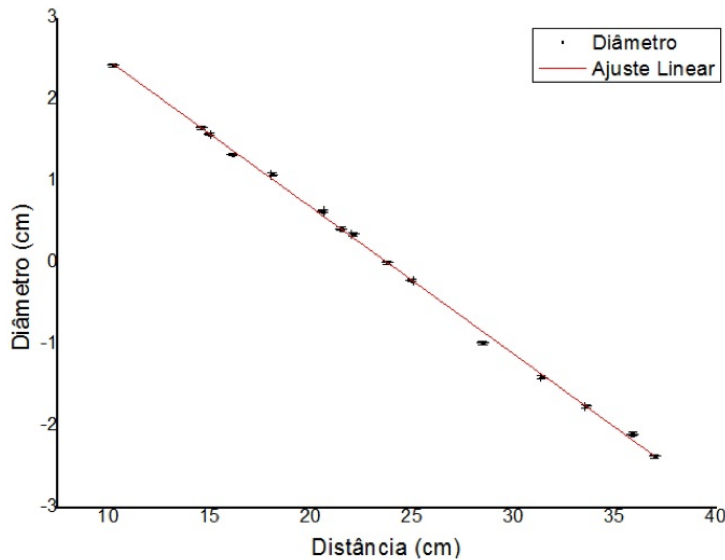
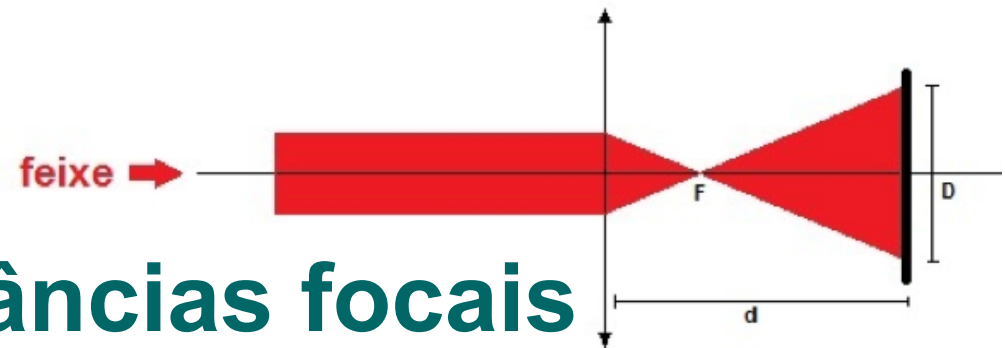
# A importância da análise de dados Fermilab, 2011



# Métodos para medida de distâncias focais



# Métodos para medida de distâncias focais

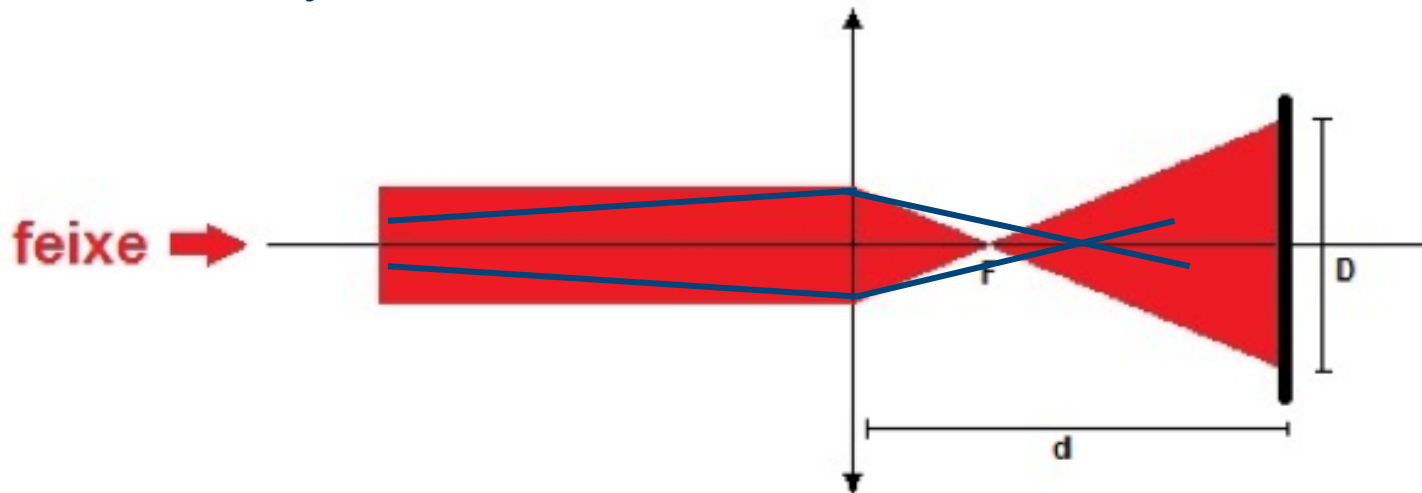


A equação de reta obtida foi:  $y = ax + b$ , onde  $a = -0,1847 \pm 0,0017$  e  $b = 4,15 \pm 0,05$  cm. Sendo assim, extrapolando a reta para  $y = 0$ , obtemos o  $x$  correspondente à distância focal:

$$f = \frac{-b}{a} = 22,47 \pm 0,05 \text{ cm} \quad (1)$$

# Métodos para medida de distâncias focais

Método muito sujeito a incertezas sistemáticas



A equação de reta obtida foi:  $y = ax + b$ , onde  $a = -0,1847 \pm 0,0017$  e  $b = 4,15 \pm 0,05$  cm. Sendo assim, extrapolando a reta para  $y = 0$ , obtemos o  $x$  correspondente à distância focal:

$$f = \frac{-b}{a} = 22,47 \pm 0,05 \text{ cm} \quad (1)$$

# Métodos para medida de distâncias focais

A determinação da distância focal foi feita medindo vários pontos de distância ( $x$ ) por altura ( $y$ ) ajustando assim uma reta  $y = ax + b$  onde a distância focal ( $f$ ) é o valor de  $x$  quando  $y = 0$ .

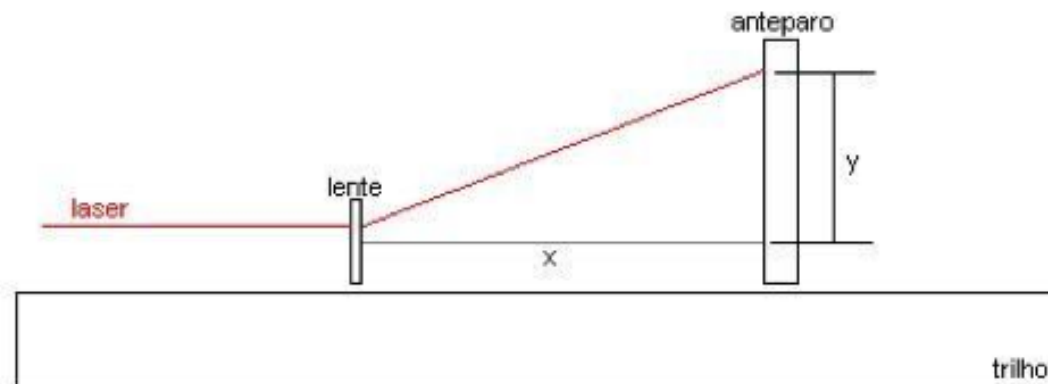
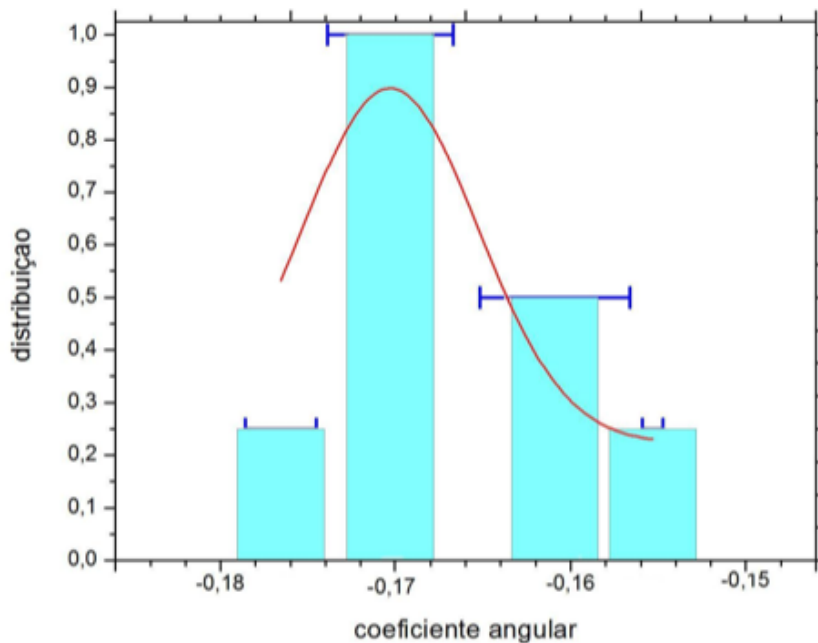


Figura 1: ilustração da montagem experimental

# Métodos para medida de distâncias focais



$$f = 1,78 + 0,07 \cdot \exp \frac{(x + 0,17)^2}{0,01^2}$$

FDP da dist.  
focal

**CUIDADO!!!**

Esse termo faz a FDP não ter integral finita

# Medidas de distâncias focais

Convergente [cm]	Divergente [cm]
22.47 ± 0.05	-6.201 ± 0.016
14.1 ± 3.2	-8.65 ± 0.51
14.97 ± 0.06	-5.56 ± 0.43
14 ± 15 (*)	-9.52 ± 0.12
15.17 ± 0.05	-8.57 ± 0.05
15.06 ± 0.09	-7.78 ± 0.11 (**)
15.9 ± 3.2	-7.7 ± 1.5
14.6 ± 0.6 (***)	-7.7 ± 1.7 (****)

Em vermelho estão os valores Médios com seus respectivos Desvios padrão

Os valores nominais esperados Eram:

$$f_c = 15 \text{ cm}$$

$$f_d = -9.4 \text{ cm}$$

(\*) provavelmente houve um erro de digitação na incerteza

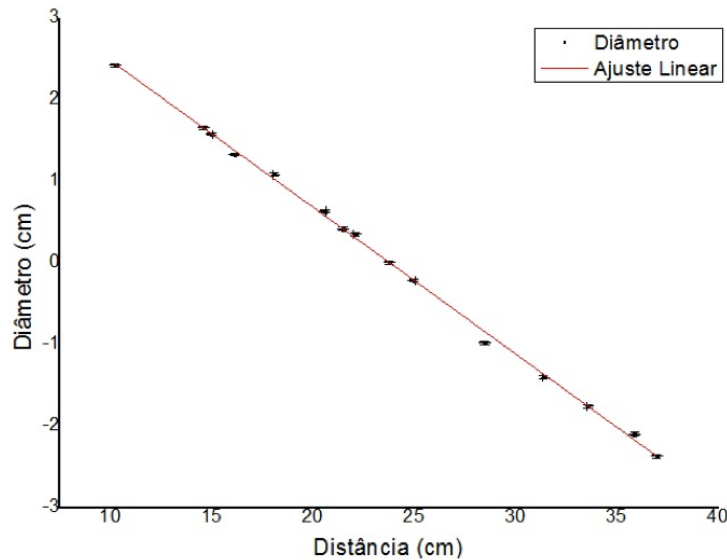
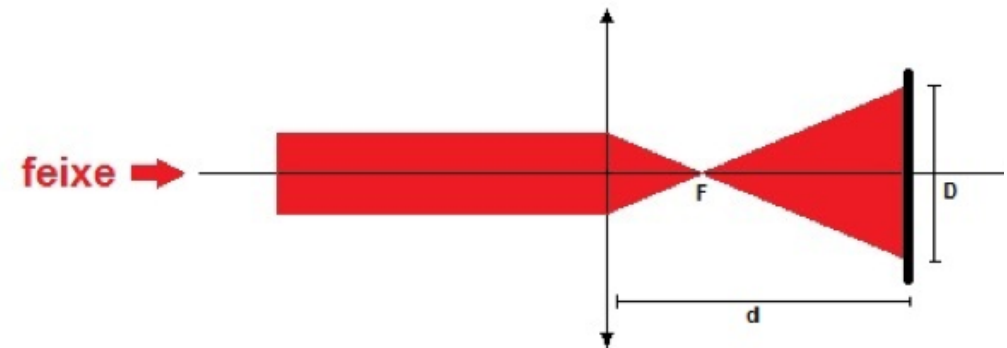
(\*\*) calculou o fD com fórmula de fabricante de lentes

(\*\*\*) sem considerar o primeiro grupo

(\*\*\*\*) sem considerar o último grupo



# Vamos voltar a esse método



Qual é a incerteza na Distância focal?

Como obter?

A equação de reta obtida foi:  $y = ax + b$ , onde  $a = -0,1847 \pm 0,0017$  e  $b = 4,15 \pm 0,05$  cm. Sendo assim, extrapolando a reta para  $y = 0$ , obtemos o  $x$  correspondente à distância focal:

$$f = \frac{-b}{a} = 22,47 \pm 0,05 \text{ cm} \quad (1)$$

# Propagação de incertezas

- Fórmula geral de propagação de incertezas

$$\sigma_f^2 = D^T \cdot COV \cdot D$$

- Com:

$$D = \begin{pmatrix} \frac{\partial f}{\partial x_1} \\ \frac{\partial f}{\partial x_2} \\ \vdots \\ \frac{\partial f}{\partial x_n} \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad COV = \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & COV_{21} & \cdots & COV_{n1} \\ COV_{12} & \sigma_2^2 & \cdots & COV_{n2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ COV_{1n} & COV_{2n} & \cdots & \sigma_n^2 \end{pmatrix}$$

# Propagação de incertezas

- No caso de uma função de duas variáveis

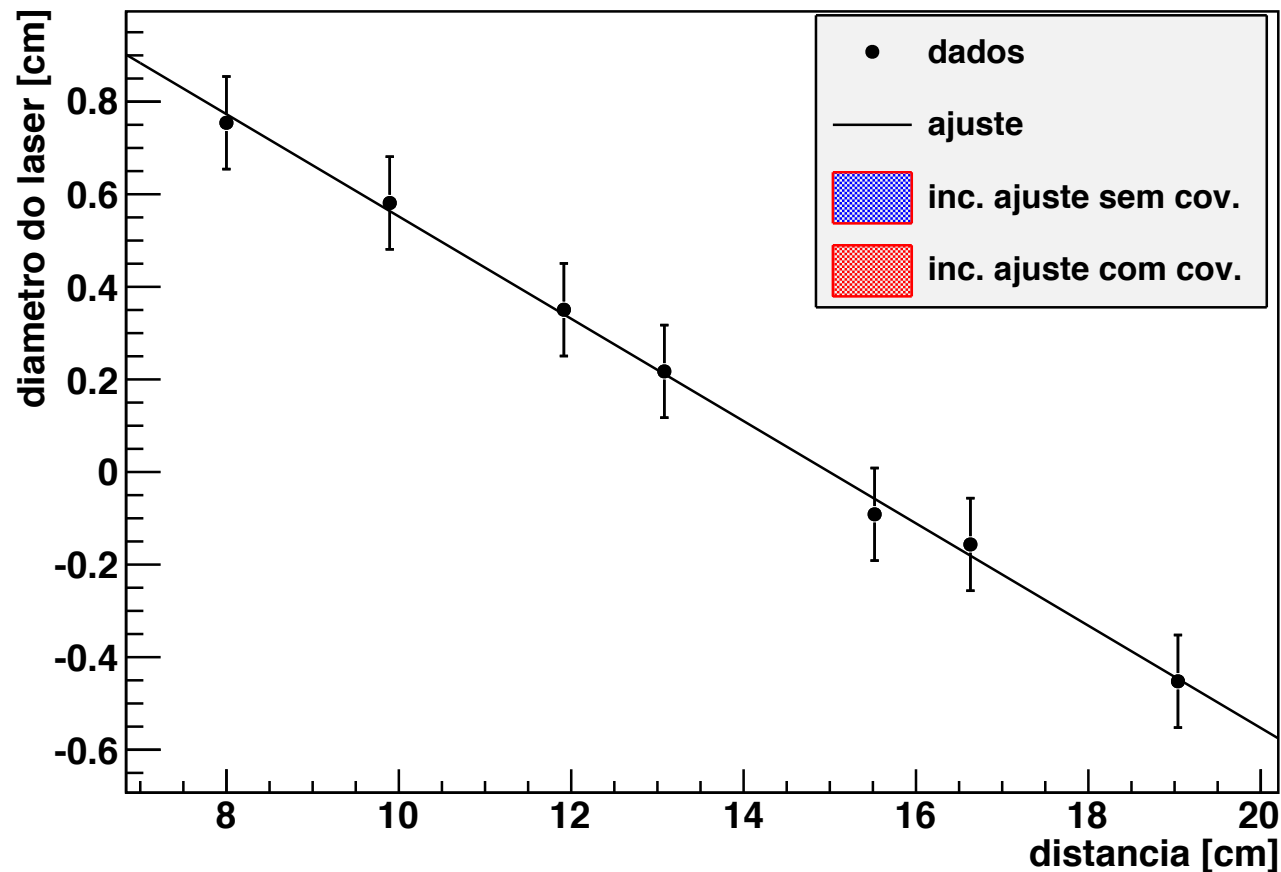
$$f = \frac{b}{a}$$

- Com:

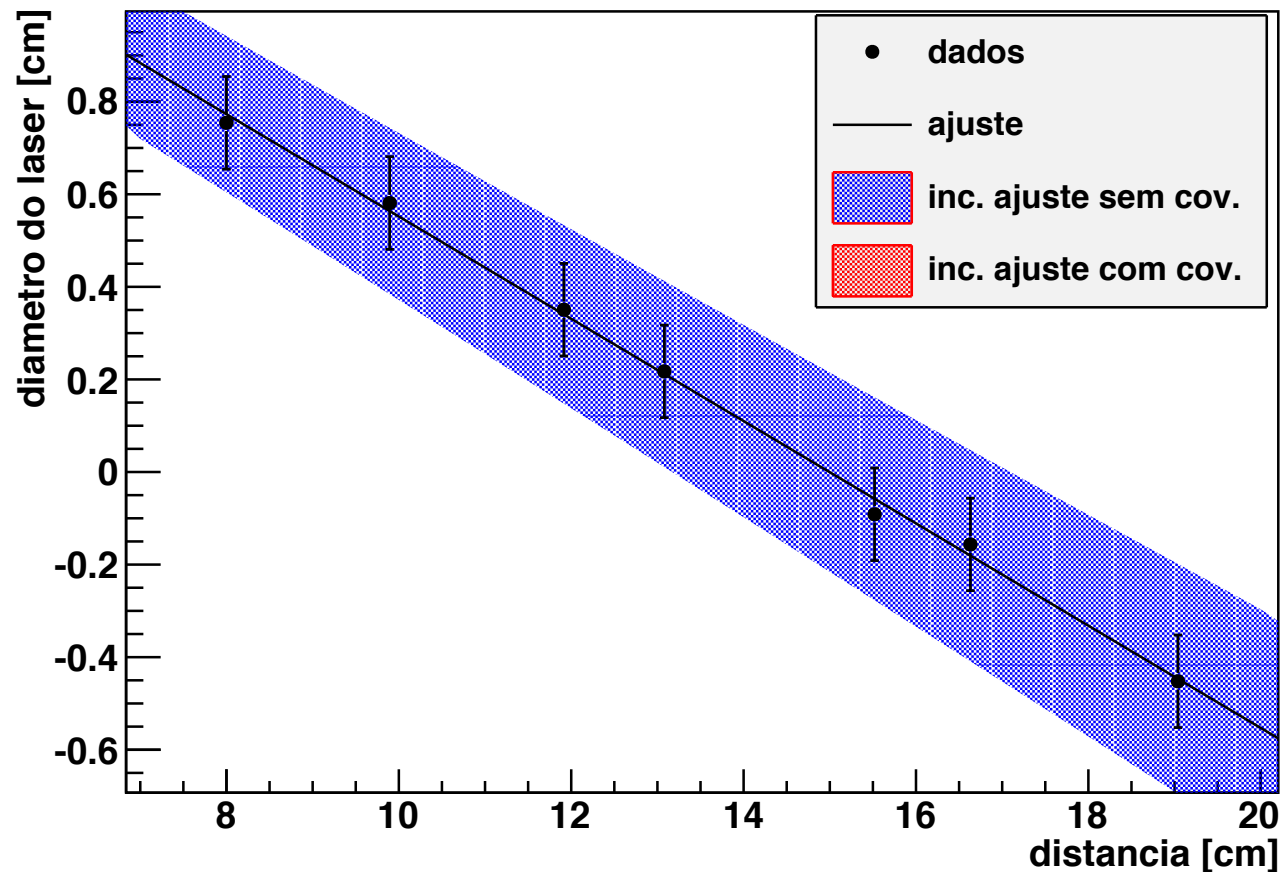
$$\sigma_f^2 = \left(\frac{\partial f}{\partial a}\right)^2 \sigma_a^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial b}\right)^2 \sigma_b^2 + 2 \frac{\partial f}{\partial a} \frac{\partial f}{\partial b} \text{COV}_{ab}$$

Será que esse termo é importante?

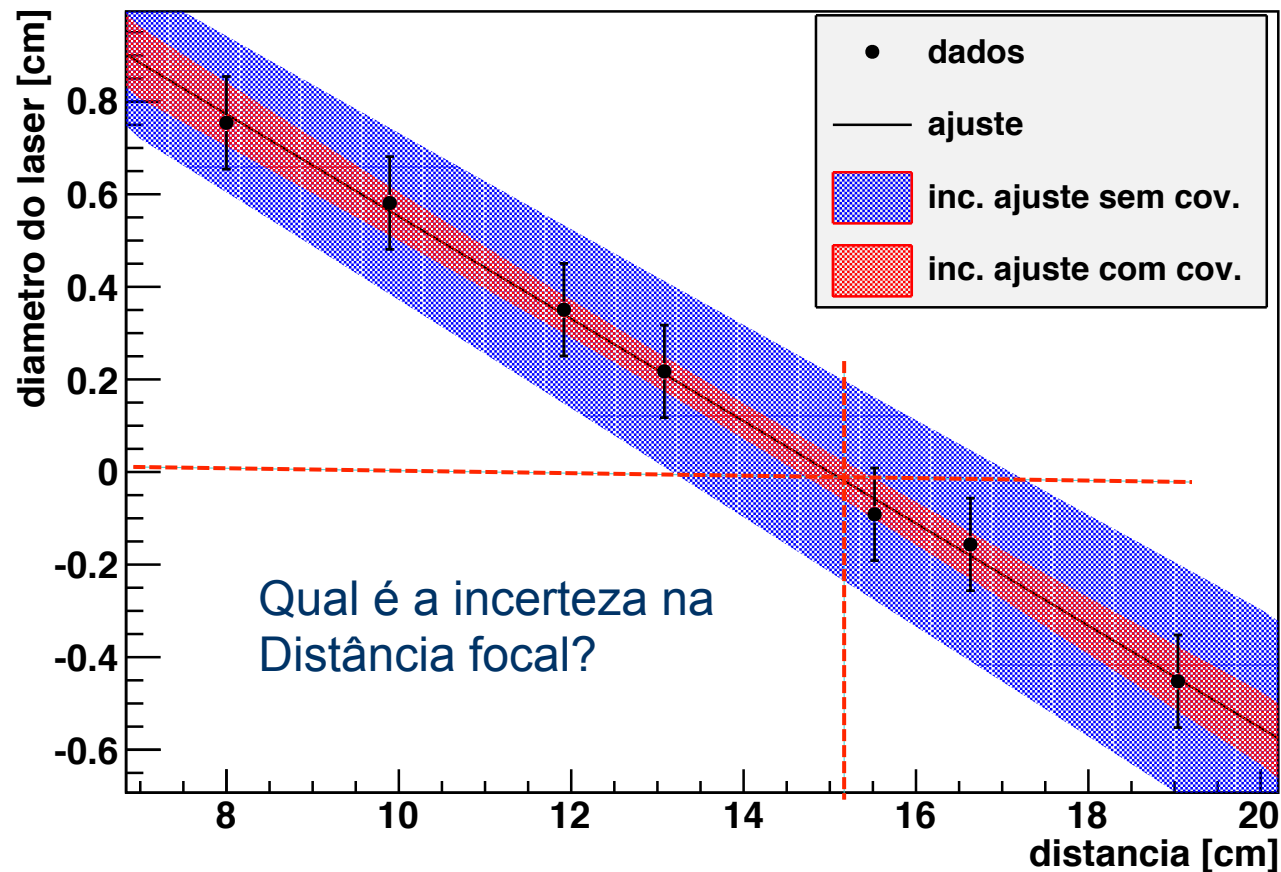
# Vamos fazer um teste com mesma técnica realizada pelo grupo



# Vamos fazer um teste com mesma técnica realizada pelo grupo



# Vamos fazer um teste com mesma técnica realizada pelo grupo



# Vamos fazer um teste com mesma técnica realizada pelo grupo

- Calculando a distância focal e incerteza

$$f = -\frac{b}{a} = 14.9 \pm \begin{cases} 1.9 \text{ sem covariância} \\ 0.4 \text{ com covariância} \end{cases} \text{ cm}$$

- Ou seja, quando se faz propagação de incertezas, precisamos saber se as grandezas são correlacionadas ou não

# Objetivos da aula de hoje

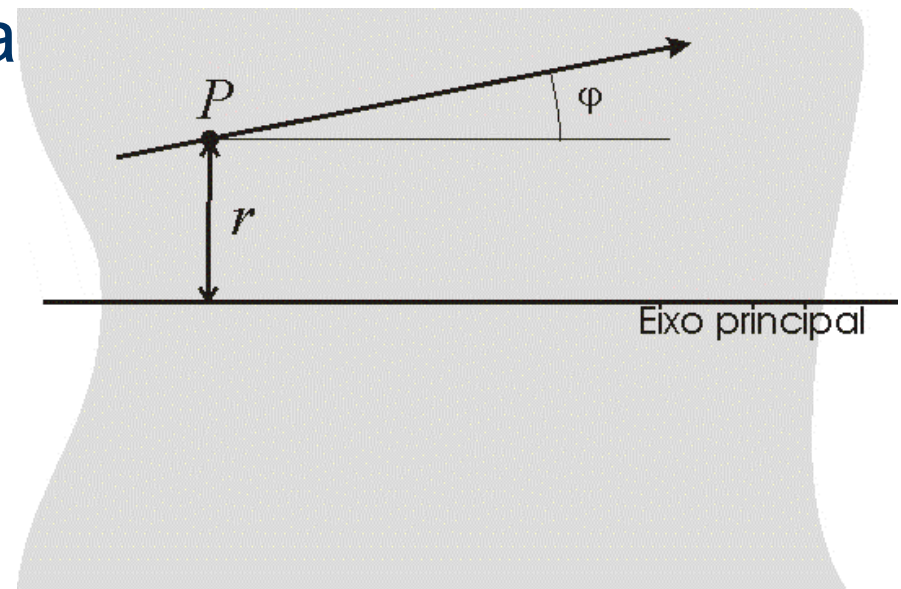
- Continuar os estudos de lentes
- Iniciar os preparativos para o computador óptico



# O método matricial

- Os pontos  $P_1$  e  $P_2$  dependem da distância ( $r_1$  e  $r_2$ ) e dos ângulos ( $\varphi_1$  e  $\varphi_2$ ) através de:

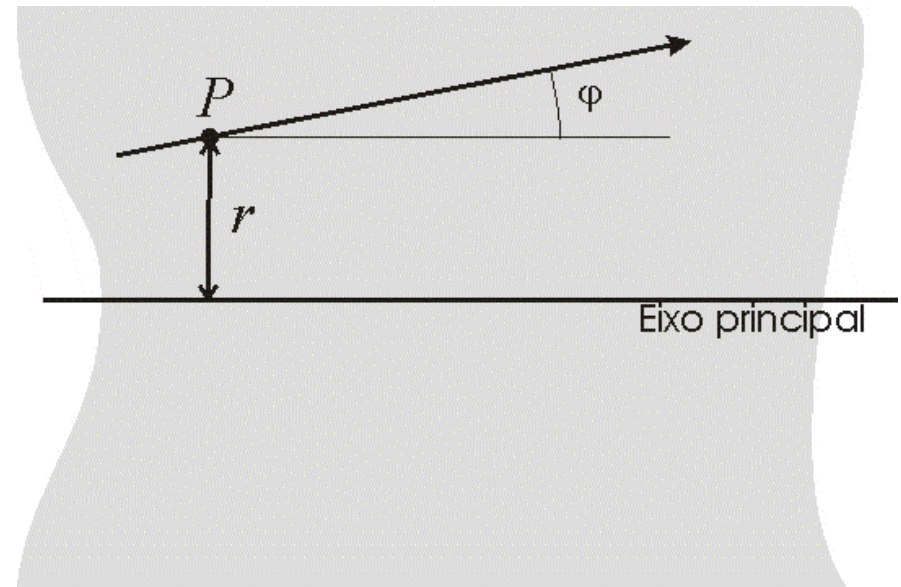
$$P_i = \begin{pmatrix} r_i \\ \varphi_i \end{pmatrix}$$

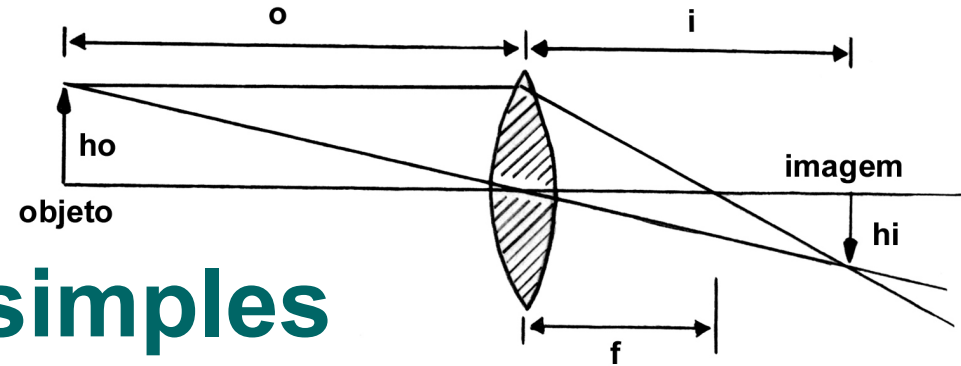


# O método matricial

- A matriz de transformação é dada por:

$$M = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}$$





## Exemplo: lente simples

- Assim, a transformação completa para uma lente simples, delgada vale:

$$\begin{pmatrix} r_2 \\ \varphi_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & i \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1/f & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & o \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r_1 \\ \varphi_1 \end{pmatrix}$$

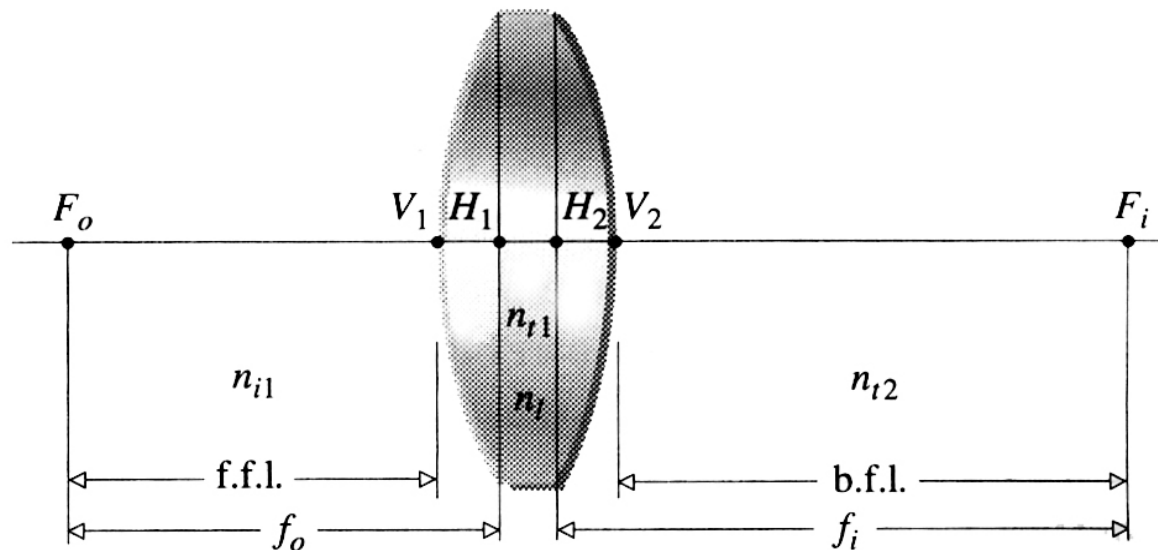
Transformação  
Saída da lente ( $B$ ) até  
O ponto imagem ( $i$ )

Transformação  
Dentro da lente

Transformação  
Ponto objeto ( $o$ ) até a  
lente ( $A$ )

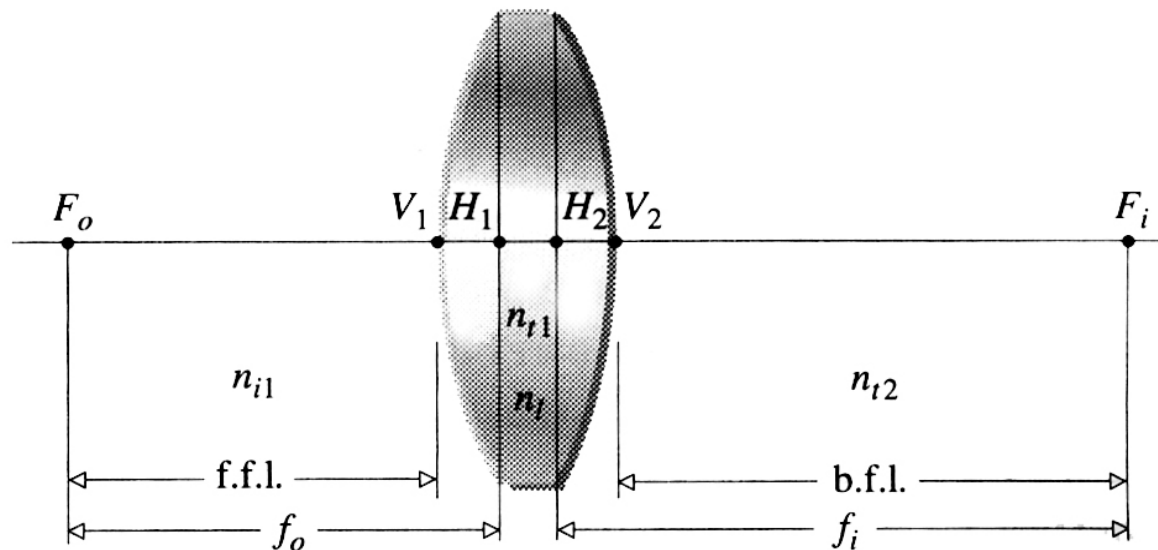
# Lentes espessas: algumas definições

- Na lente espessa muitas aproximações adotadas para lente delgada não são válidas. Neste caso, tanto a espessura como a forma da superfície da lente são importantes para estabelecer as relações entre objeto e imagem.



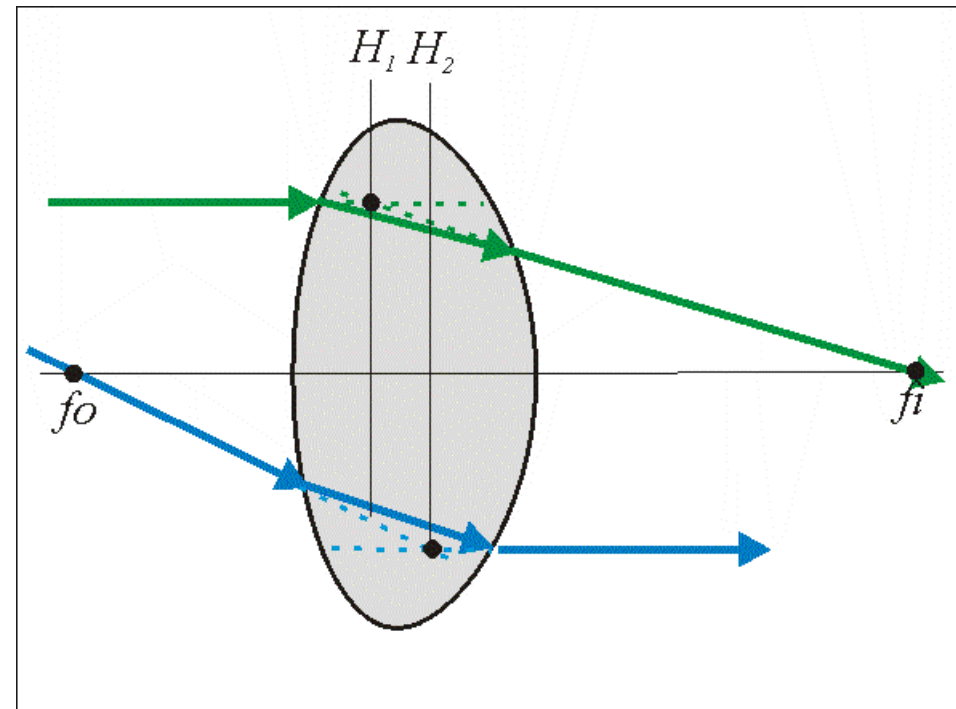
# Lentes espessas: algumas definições

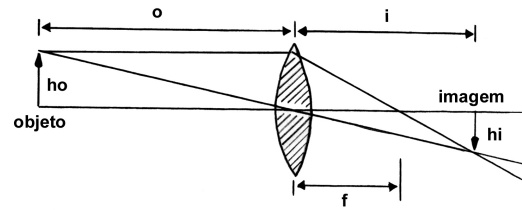
- As distâncias focais dependem do lado da lente. Costuma-se ter duas distâncias focais,  $f_o$ , ou foco objeto; e  $f_i$ , ou foco imagem.
- Estas distâncias são obtidas a partir dos planos principais da lente ( $H_1$  e  $H_2$ )



# Lentes espessas: planos principais

- A determinação dos planos principais corresponde ao cruzamento das extrapolações dos raios paralelos que convergem para o foco da lente. Isso é feito para os dois focos da lente ( $f_o$  e  $f_i$ )





$$M_{\text{delgada}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1/f & 1 \end{pmatrix}$$

## caso da lente espessa...

$P_i$  é a potência da superfície  $i$ ,

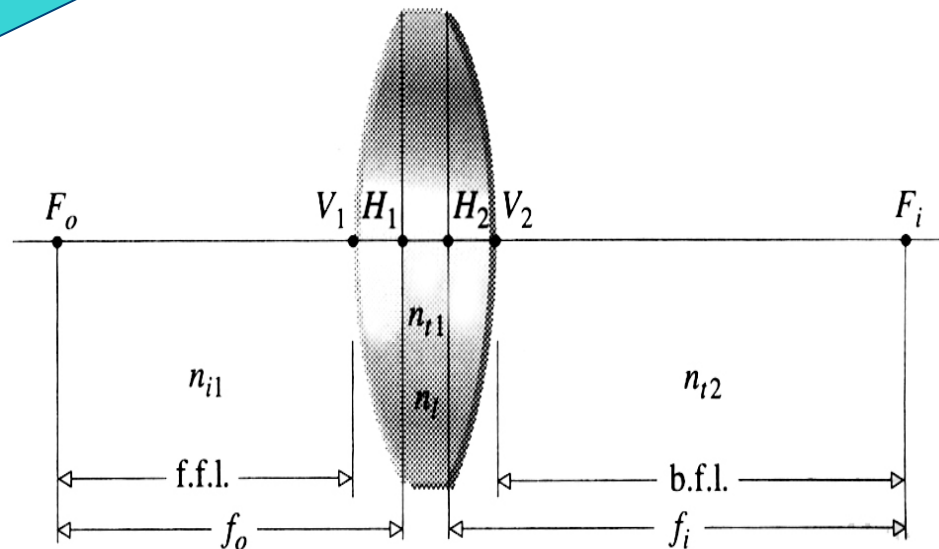
$$P_i = \frac{n - 1}{R_i}$$

caso, a matriz de propagação é mais complexa, porém pode ser demonstrada (ver apostila de 2007) e

$t$  é a espessura da lente

$$M = \begin{pmatrix} 1 - \frac{tP_1}{n} & \frac{t}{n} \\ \frac{t}{n} P_1 P_2 - P_1 - P_2 & 1 - \frac{tP_2}{n} \end{pmatrix}$$

$-1/f$  fornece o foco médio da lente



## No caso da lente espessa...

- Uma consequência desta matriz de transformação é que:

$$\frac{1}{f} = (n - 1) \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) + \frac{(n - 1)^2}{n} \frac{t}{R_1 R_2}$$

- Denominada equação do fabricante de lentes

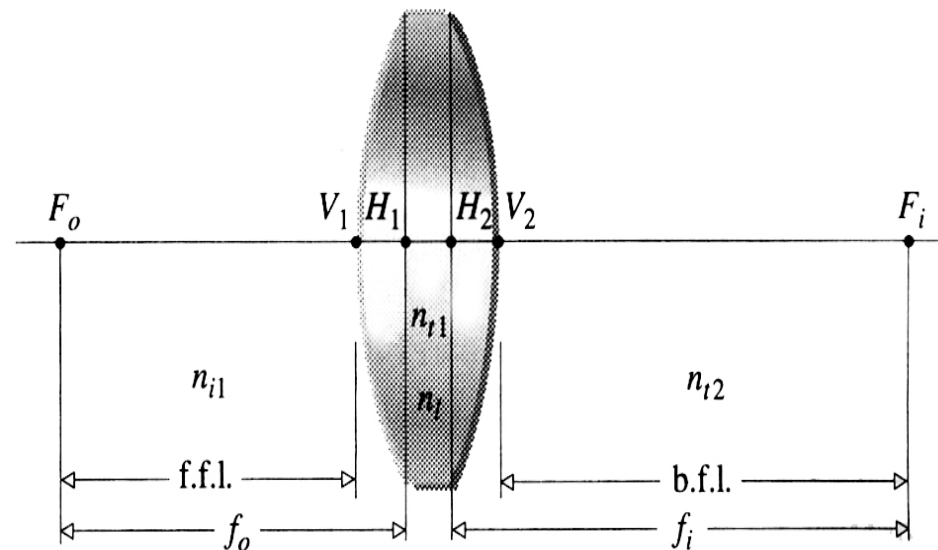


## No caso da lente espessa...

- E que os planos principais da lente são dados por:

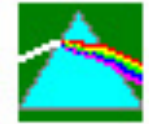
$$H_1 = \frac{t}{n \left( 1 + \frac{P_1}{P_2} - t \frac{P_1}{n} \right)}$$

$$H_2 = \frac{t}{n \left( 1 + \frac{P_2}{P_1} - t \frac{P_2}{n} \right)}$$



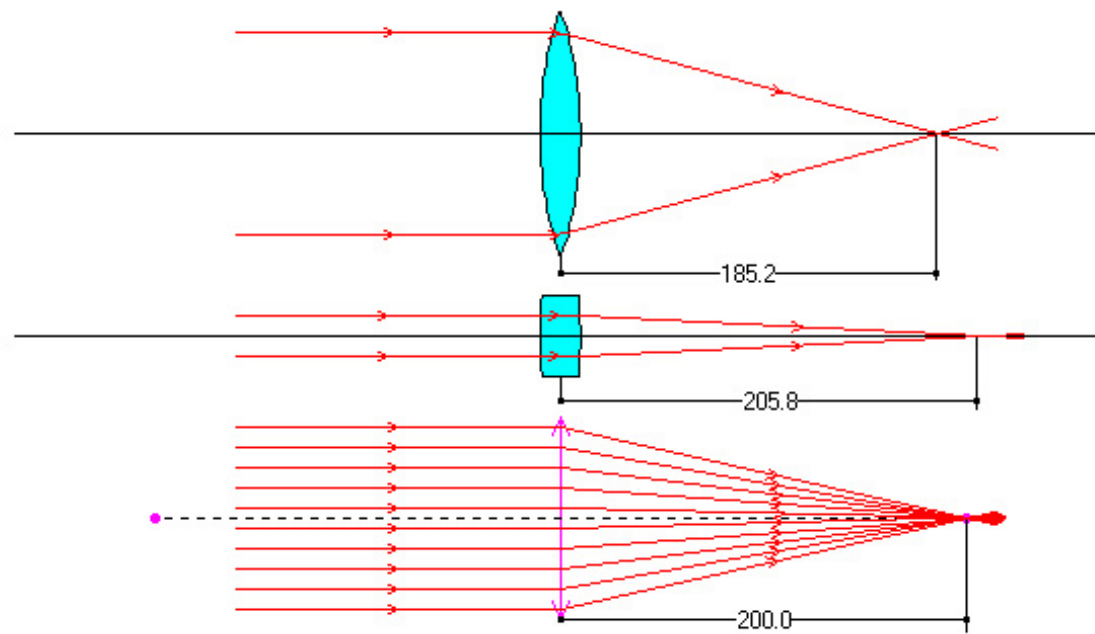
# Objetivos da semana (parte I)

- A partir dos dados da semana anterior para as lentes estudadas:
  - Você pode garantir que a aproximação de lente delgada é válida para esta lente? Quais os critérios utilizados?
    - DICA: observe as matrizes de transformação para lentes espessas e delgadas e as incertezas envolvidas.
- Simule as lente reais (lente espessa) no RayTrace e compare ao experimento realizado na semana passada.

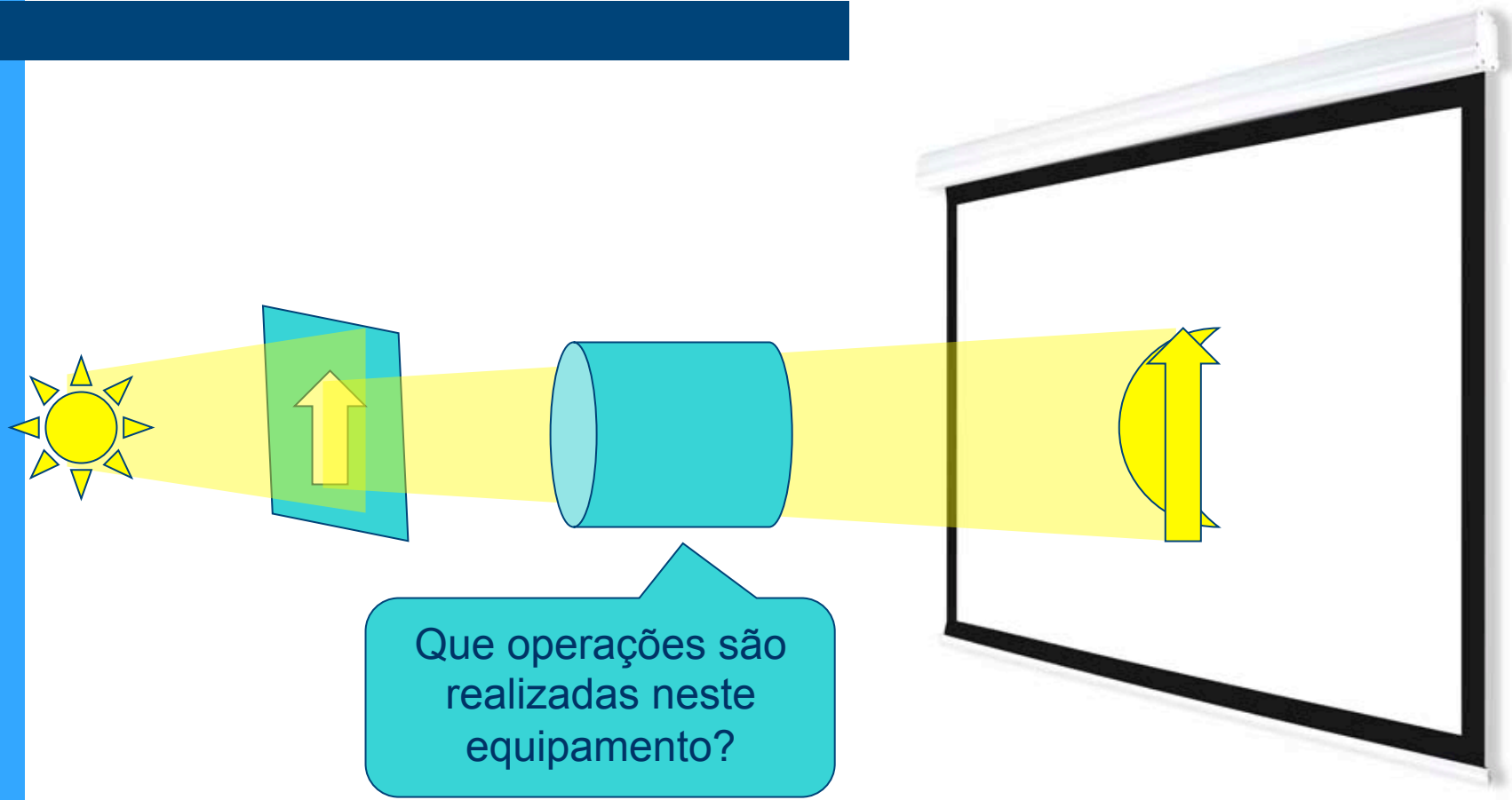


Raytrace

# Ray Trace



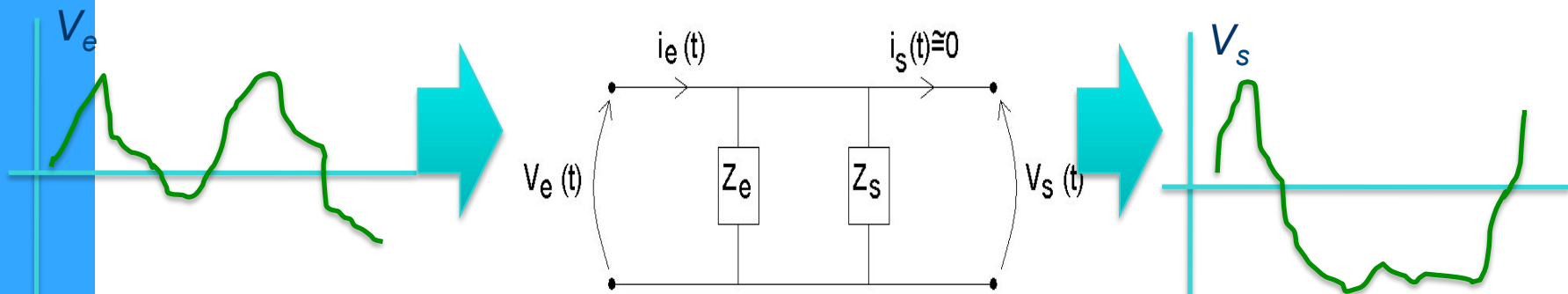
# Computador óptico



# Computador óptico

- Dispositivo que permite a manipulação controlada de uma imagem qualquer sem a necessidade de realizar cálculos muito sofisticados
- É baseado na transformada de Fourier do objeto inicial, aplicação de filtros para cada frequência da transformada, e reconstrução (transformada inversa) da imagem filtrada

# Isto não é estranho...



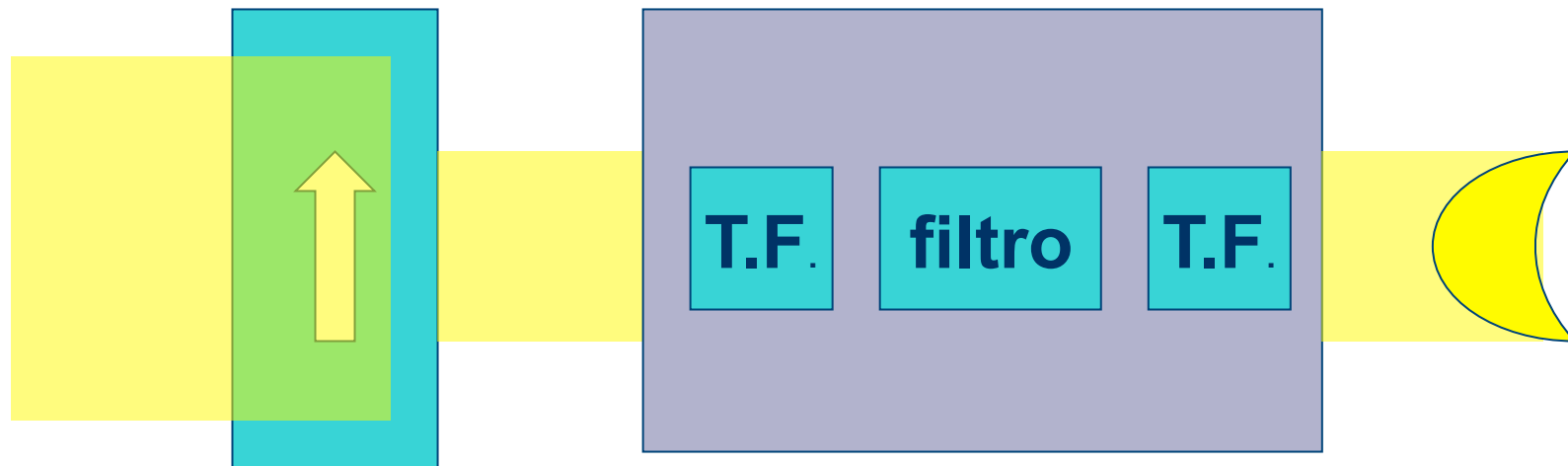
$$V_e = \begin{bmatrix} V_1^s \sin(\omega_1 t) + \\ V_1^c \cos(\omega_1 t) + \\ V_2^s \sin(\omega_2 t) + \\ V_2^c \cos(\omega_2 t) + \\ \dots + \\ V_N^s \sin(\omega_N t) + \\ V_N^c \cos(\omega_N t) \end{bmatrix}$$

$$G_i = G(\omega_i, R, C, \dots)$$

$$\phi_i = \phi(\omega_i, R, C, \dots)$$

$$V_e = \begin{bmatrix} G_1 \cdot V_1^s \sin(\omega_1 t + \phi_1) + \\ G_1 \cdot V_1^c \cos(\omega_1 t + \phi_1) + \\ G_2 \cdot V_2^s \sin(\omega_2 t + \phi_2) + \\ G_2 \cdot V_2^c \cos(\omega_2 t + \phi_2) + \\ \dots + \\ G_N \cdot V_N^s \sin(\omega_N t + \phi_N) + \\ G_N \cdot V_N^c \cos(\omega_N t + \phi_N) \end{bmatrix}$$

# Computador óptico



O Que precisamos fazer para contruir este sistema?

# Construção de um computador óptico

- Primeiramente precisamos iluminar o objeto de forma uniforme
  - Qualquer luz esta ok?
- Precisamos ser capazes de, experimentalmente, obter a transformada de Fourier deste objeto
- Precisamos criar filtros que atuem de forma diferente em cada componente da T.F.
- Precisamos reconstruir a imagem a partir das componentes já filtradas



# Iluminação do objeto

- A luz deve ser, preferencialmente, coerente
  - Mesma frequência em todos os pontos
  - Mesma fase para todos os pontos
- Isto simplifica a interpretação teórica, bem como a construção dos filtros.
- Solução → LASER
  - Porém o laser tem diâmetro de 1-2 mm. Como iluminar um objeto de dimensões maiores?

## Objetivos da semana (parte II)

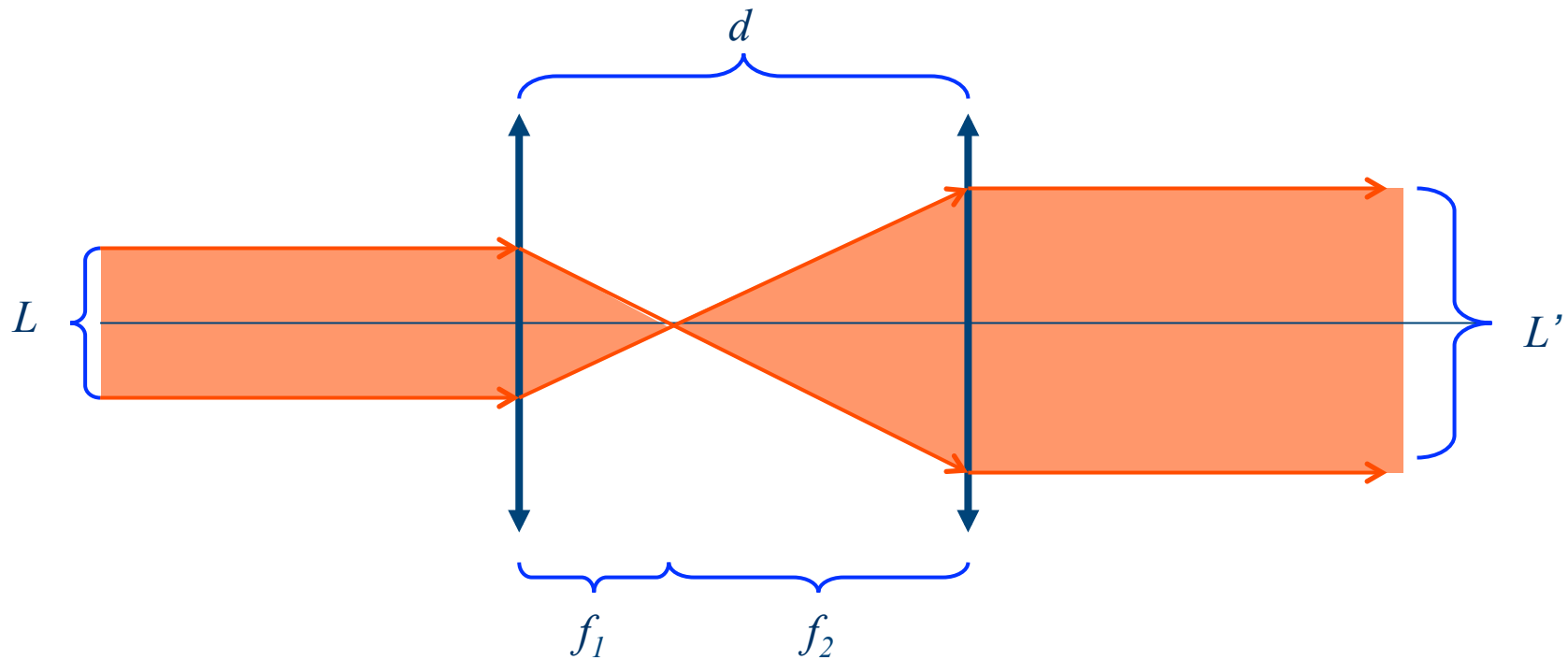
- Construir um sistema para aumentar a seção transversal de um feixe de laser
  - No caso do C.O. Precisamos de um aumento de 20 vezes do diâmetro do laser
- Medir a magnificação do sistema
  - Razão entre o diâmetro de saída e o de entrada

# Algumas ideias

$$m = \frac{L'}{L}$$

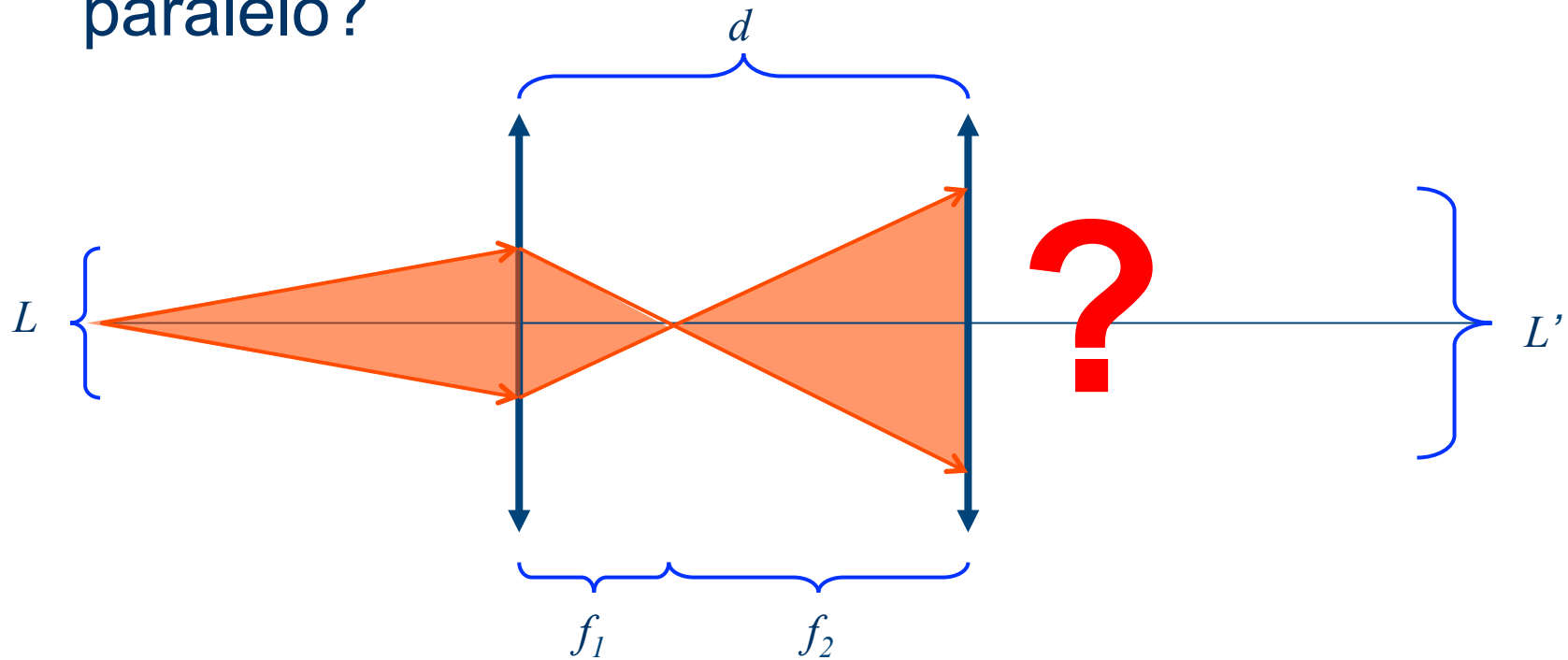
Magnificação do sistema óptico

- Sistema convergente + convergente



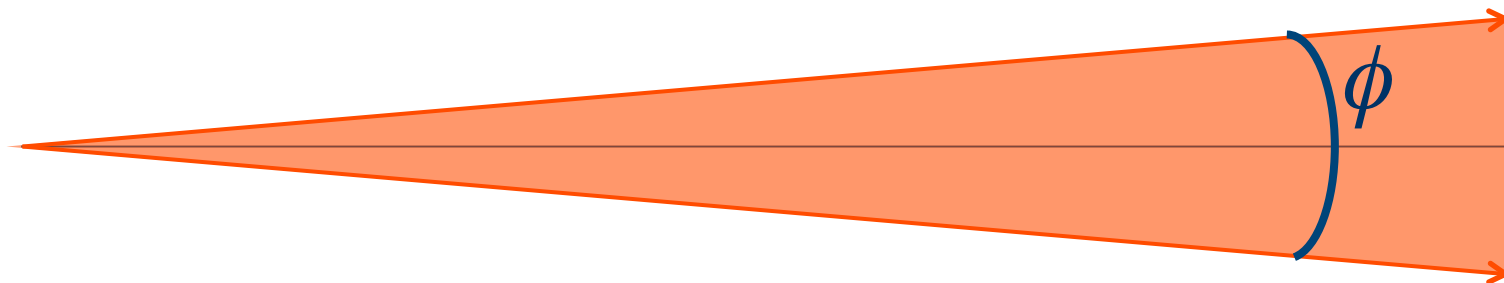
# Problema 1

- O que ocorre se o feixe incidente não for paralelo?



# Divergência de um feixe de laser

- Define-se a divergência como sendo o ângulo de abertura do feixe

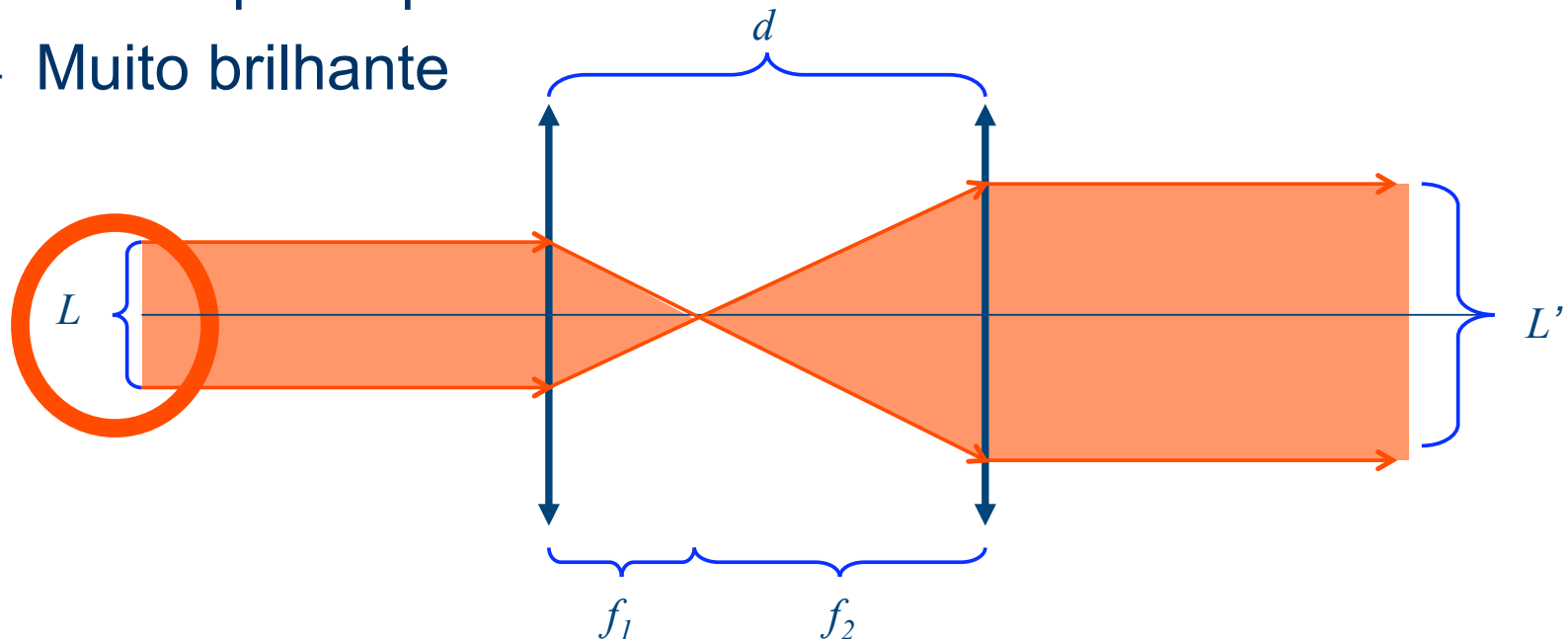


## Problema 2

$$m = \frac{L'}{L}$$

Magnificação do sistema óptico

- Medir o diâmetro  $L'$  do feixe é até razoável
- Como medir o diâmetro inicial,  $L$ , do laser?
  - Laser quase pontual
  - Muito brilhante



## Tarefas da semana (parte II)

- Montar um sistema que permita aumentar o diâmetro do feixe de LASER de um fator 20
- Estudar aspectos qualitativos da difração da luz.

## Objetivos da semana (parte II)

- Utilizando duas lentes de foco  $f_1$  e  $f_2$  (podem ser ambas convergentes ou conv+div), separadas de uma distância  $d$ , obtenha, utilizando o método matricial:
  - Qual a distância de separação entre elas ( $d$ ) para que o feixe de laser saia sem divergência?
    - Suponha que o feixe incidente seja perfeitamente paralelo.
    - O que acontece com o arranjo experimental se o feixe incidente possuir uma divergência finita?
  - Qual a magnificação obtida por este sistema?



## Objetivos da semana (parte II)

- Utilizando duas lentes de foco  $f_1$  e  $f_2$ :
  - Monte um sistema de duas lentes de tal forma a obter uma magnificação do feixe de laser de 20 vezes.
  - Meça a magnificação.
  - Compare a magnificação experimental com a expectativa teórica.
  - Meça a distância entre as lentes e compare com a expectativa teórica.

## Objetivos da semana (parte II)

- Utilizando duas lentes de foco  $f_1$  e  $f_2$ :
  - O feixe emergente do sistema tem divergência nula? Verifique experimentalmente.
  - O feixe incidente no sistema possui divergência?

## Sobre incertezas

- Sempre que for fazer avaliações de incertezas, gostaria que houvesse uma breve discussão na síntese.