



# FÍSICA EXPERIMENTAL IV

## AULA 4

[HTTP://WWW.IF.USP.BR/SUAIDE/](http://www.if.usp.br/suaide/)

*Alexandre Suaide*  
Ed. Oscar Sala

sala 246  
ramal 7072

# MOTIVAÇÃO

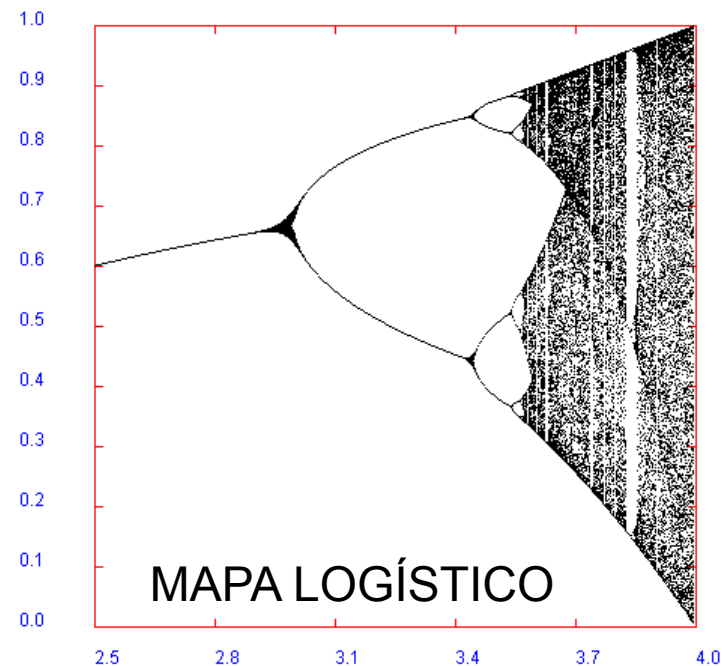
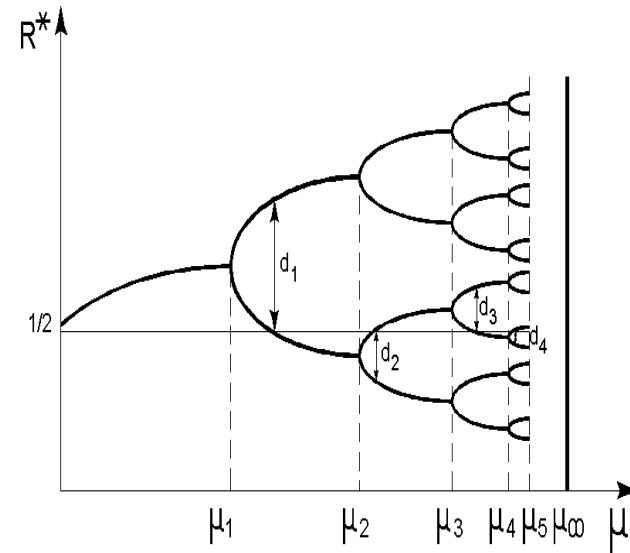
- Será que a introdução de efeitos não lineares no RLC mudará o comportamento observado?
- Existe algum fenômeno físico interessante e novo que pode ser explorado?
- Resposta: SIM!
  - Nas próximas semanas estudaremos o que acontece se trocarmos o capacitor do circuito por um diodo
    - Diodo → capacitor não linear
  - A dinâmica muda totalmente → Caos

# COMO SE CHEGA AO CAOS?

- Bifurcações de período
  - Rota mais comum para o caos (**cenário de Feigenbaum**)
  - Duplicação dos atratores

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(\mu_n - \mu_{n-1})}{(\mu_{n+1} - \mu_n)} = \delta$$

$$\delta = 4,6692016091029909....$$



# ALGUNS RESULTADOS

---

**Constante de  
Feingenbaum  
4.669...**

$10.2 \pm 0.4$

$4.53 \pm 0.11$

$4.687 \pm 0.020$

$4.768 \pm 0.025$

5.00

$4.44 \pm 0.76$

---

- Os valores obtidos são todos compatíveis entre si?
- Os valores obtidos são compatíveis com o esperado?
  - Qual o grau de compatibilidade?
- Porque as incertezas são tão discrepantes?
  - Método, Método, Método

# ALGUNS RESULTADOS

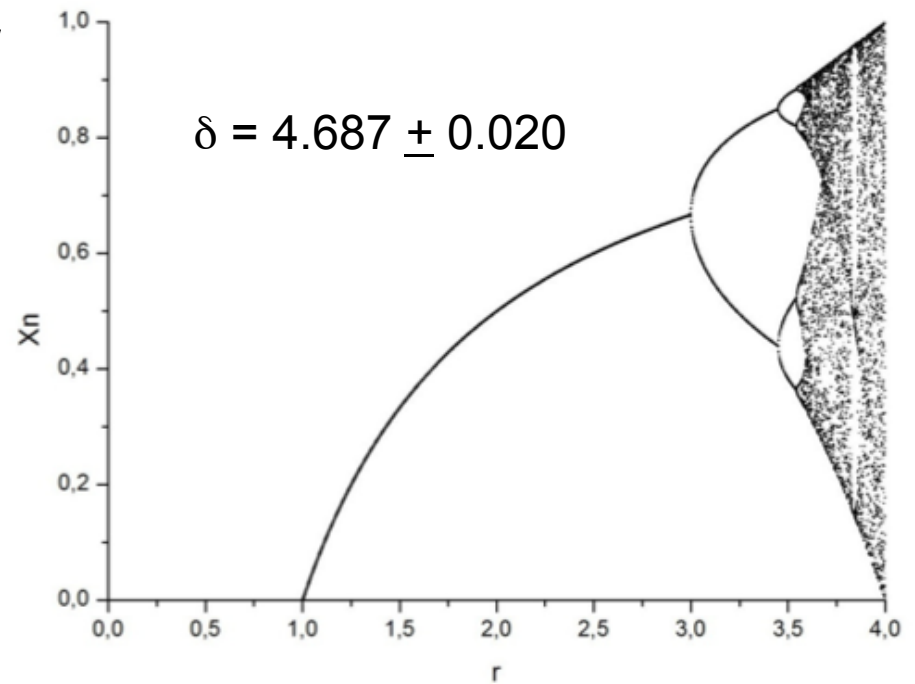
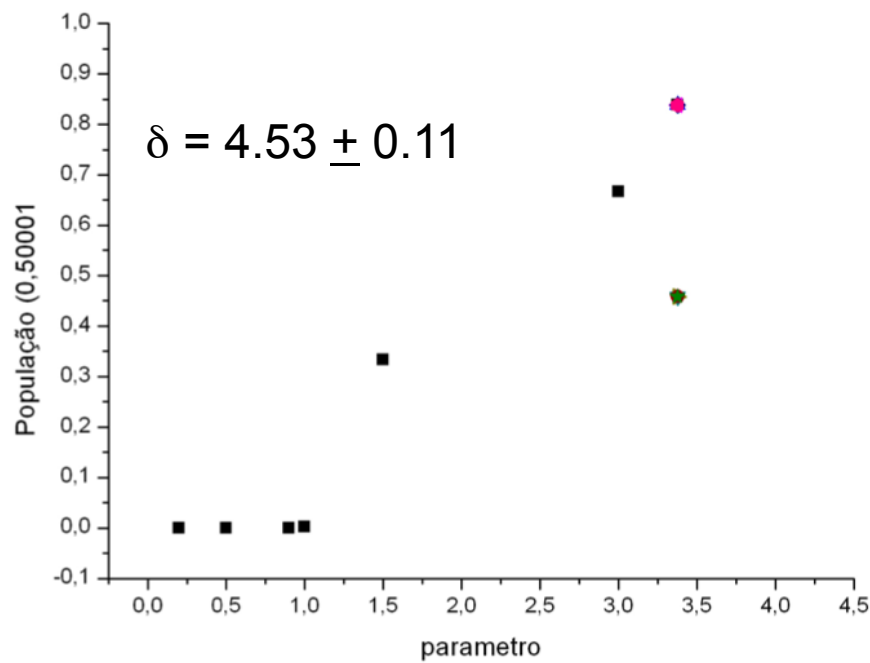
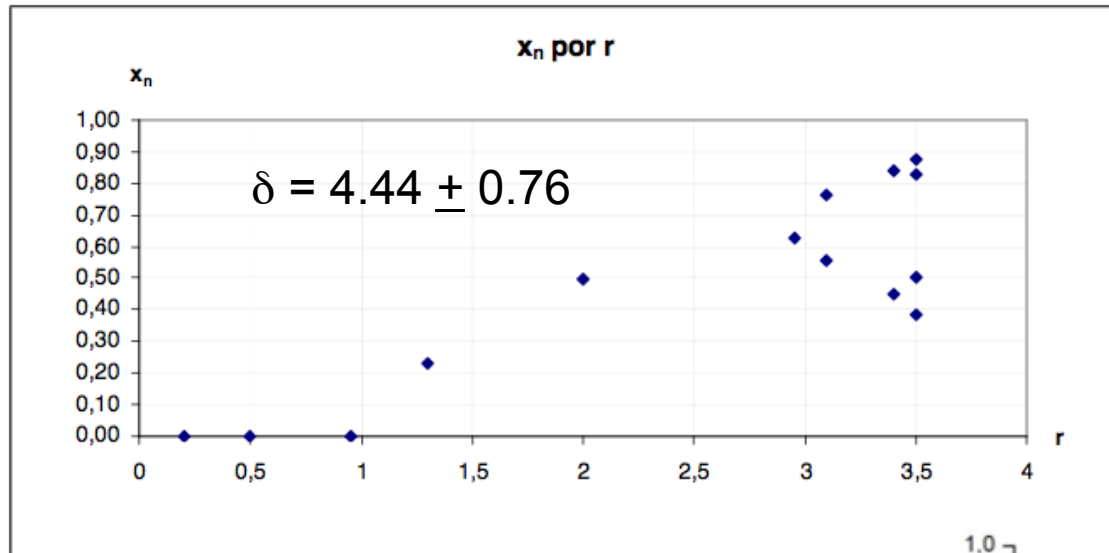
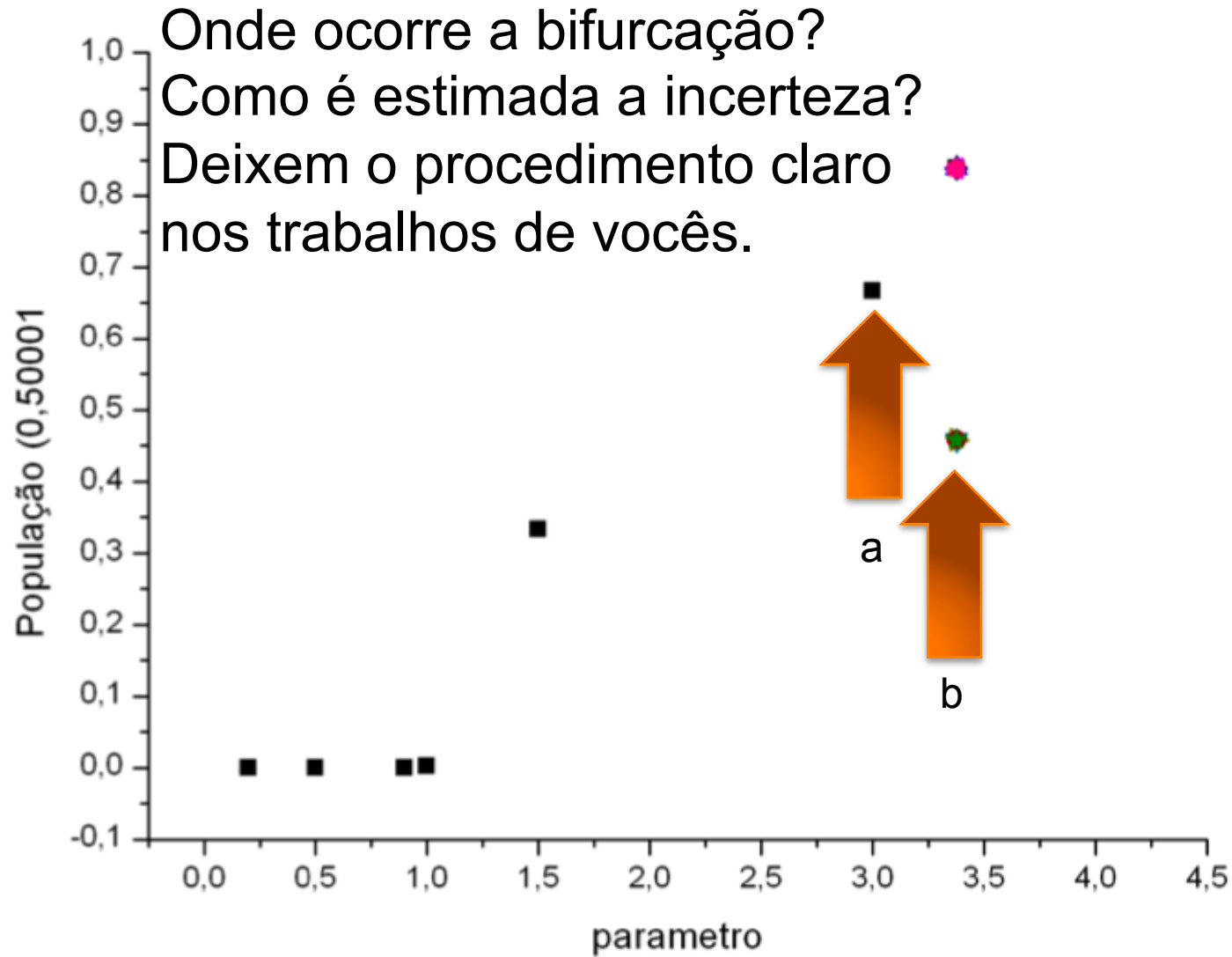


Figura 6 – Diagrama de Bifurcação.

# Método, método, método



# Método, método, método

- Usar o ponto a, estamos subestimando a posição da bifurcação.
- O ponto b superestima essa posição
- A posição mais adequada é entre (a) e (b).
  - Mas onde?
    - Essa pergunta tem implicação direta, tanto na determinação do ponto de bifurcação quanto na sua incerteza.
    - A escolha desse ponto é totalmente arbitrária. Qual a distribuição de probabilidades dessa posição?

# Método, método, método

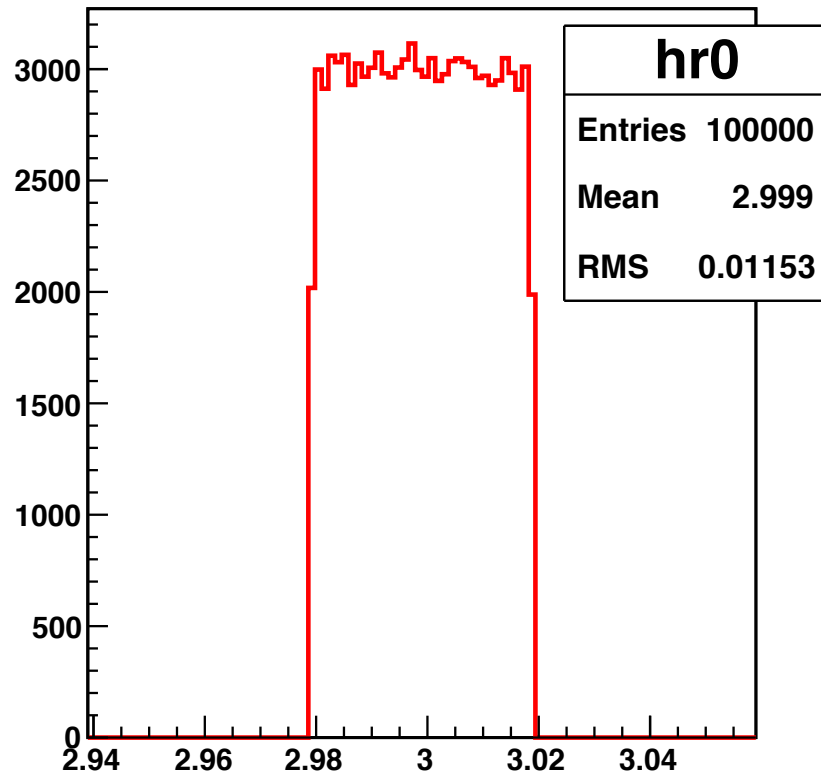
- Vamos usar como exemplo um grupo, que mediu:
  - $R1 = 2.999 \pm 0.020$
  - $R2 = 3.449 \pm 0.020$
  - $R3 = 3.545 \pm 0.010$
- $\delta = (R2 - R1) / (R3 - R2) = 4.687 \pm 0.020$
- Quais as funções de densidade de probabilidade (F.D.P) desses pontos?
- Como elas afetam os resultados?
- **IMPORTANTE:** Vamos adotar que as incertezas mostradas correspondem à metade do intervalo entre os dois pontos e que o valor mostrado corresponde ao centro desse intervalo.



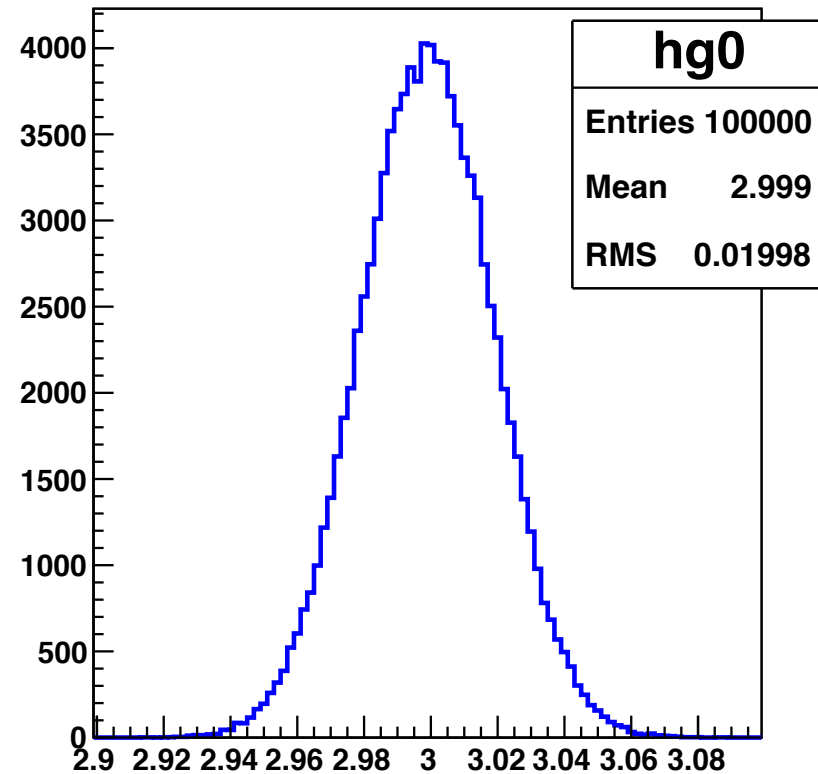
# Método, método, método

- Qual histograma melhor representa a F.D.P. de
  - $R1 = 2.999 \pm 0.020$  ?
  - Note os valores de RMS das distribuições.

uniforme,  $r = 2.999000$  incert = 0.020000

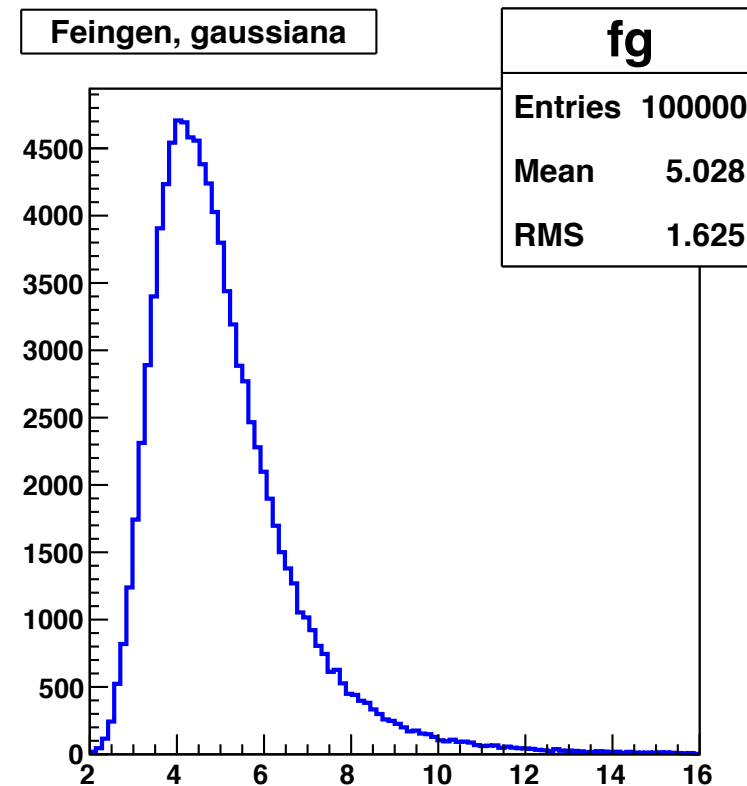
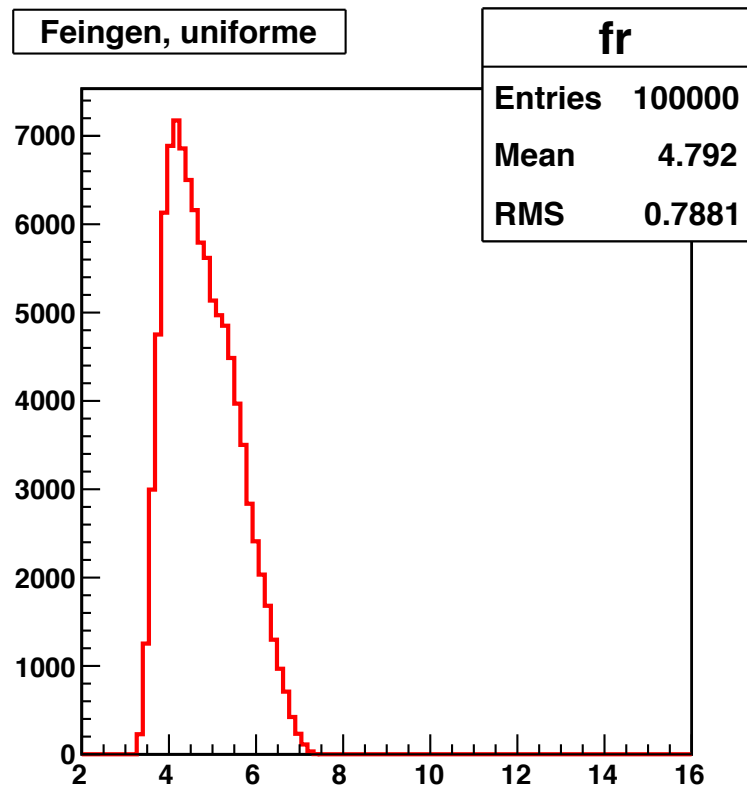


gaussiana,  $r = 2.999000$  incert = 0.020000



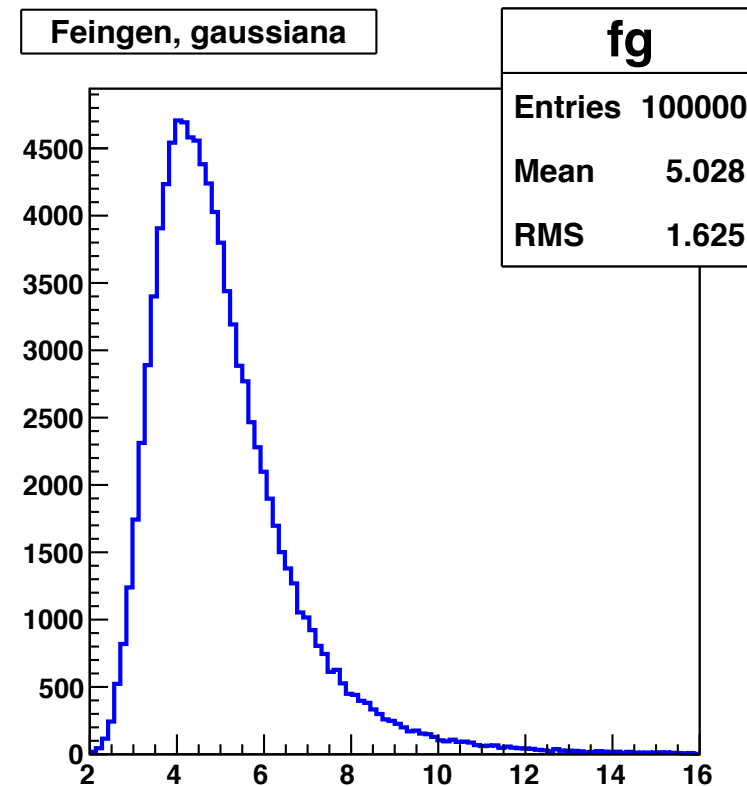
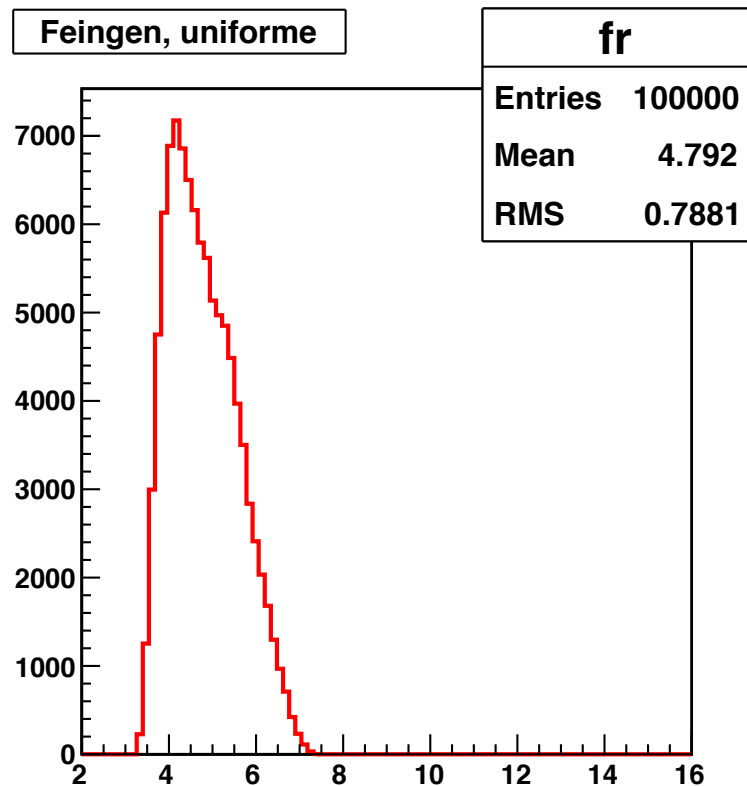
# Método, método, método

- Calcular  $\delta$  usando Monte Carlo com distribuições uniformes e gaussianas.
  - Quanto vale  $\delta$ ?
  - Porque as distribuições de  $\delta$  não são gaussianas?



# Método, método, método

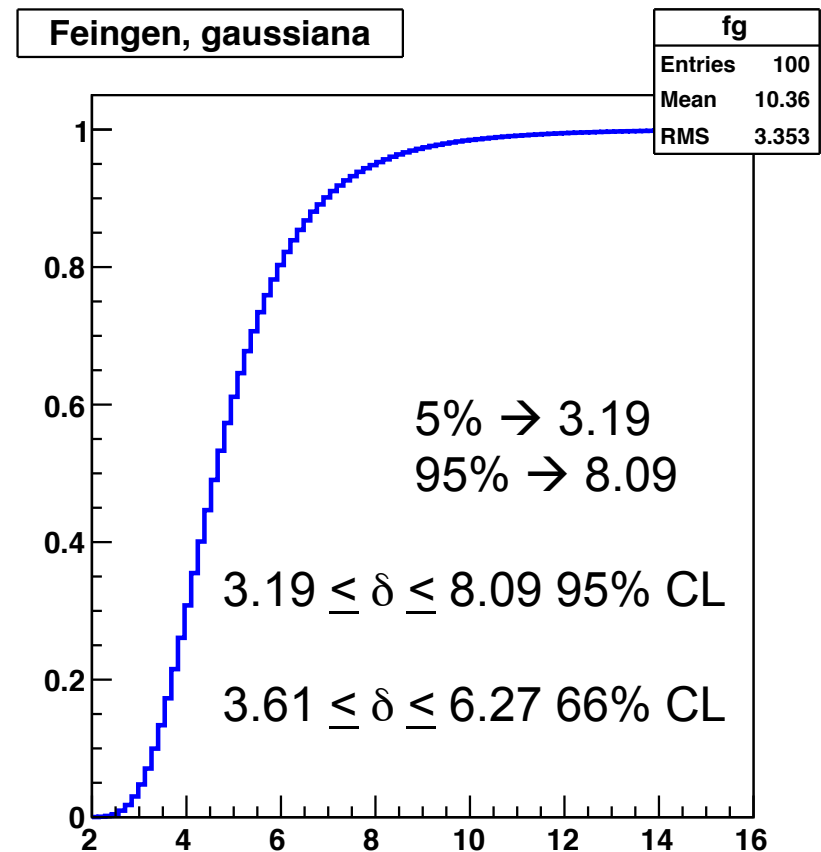
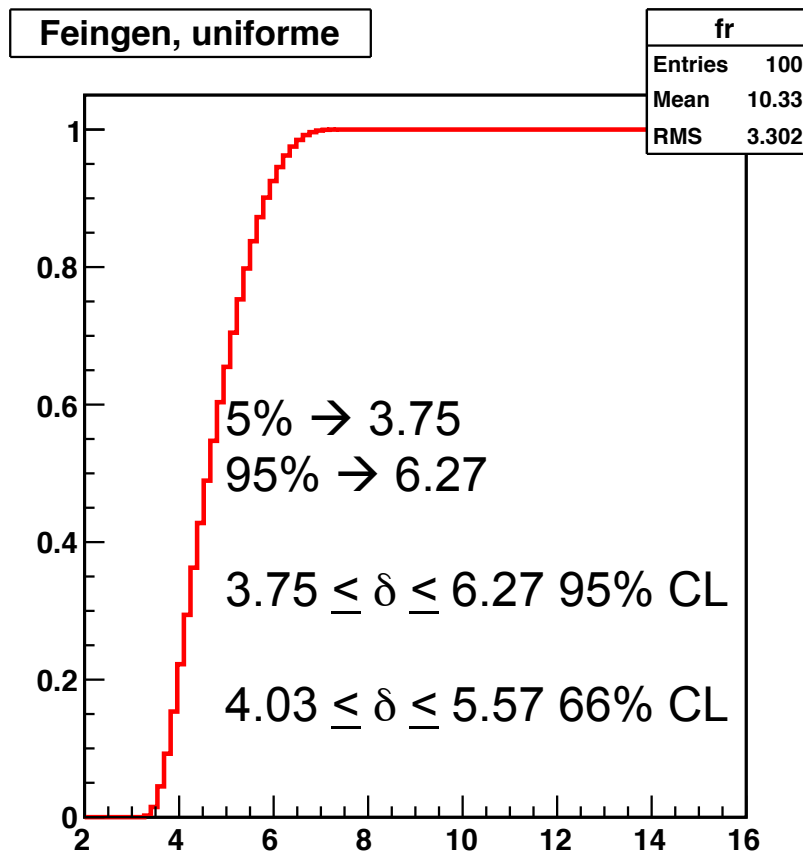
- Quanto vale  $\delta$ ?
  - $\delta_{\text{grupo}} = 4.687 \pm 0.020$
  - $\delta_{\text{MC}}$  (média + RMS) =  $4.8 \pm 0.8$  (uniforme),  $5 \pm 1$  (gaus)
  - $\delta_{\text{MC}}$  (mais provável) = 4.2 (uniforme), 4.0 (gaus)



# Intervalos de confiança

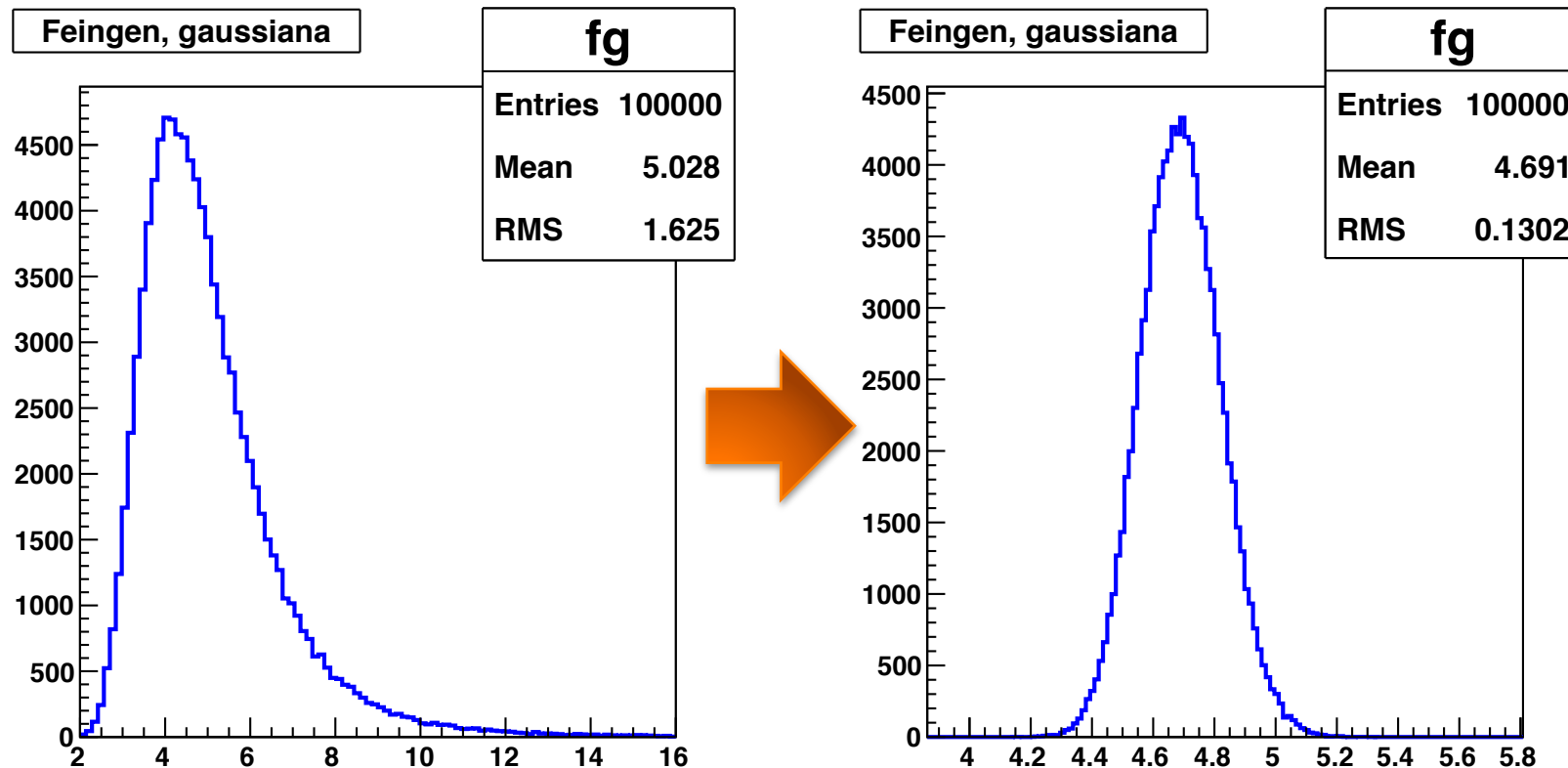
## ○ Quanto vale $\delta$ ?

- $\delta_{\text{grupo}} = 4.687 \pm 0.020$
- $\delta_{\text{MC}}$  (média + RMS) =  $4.8 \pm 0.8$  (uniforme),  $5 \pm 1$  (gaus)
- $\delta_{\text{MC}}$  (mais provável) = 4.2 (uniforme), 4.0 (gaus)



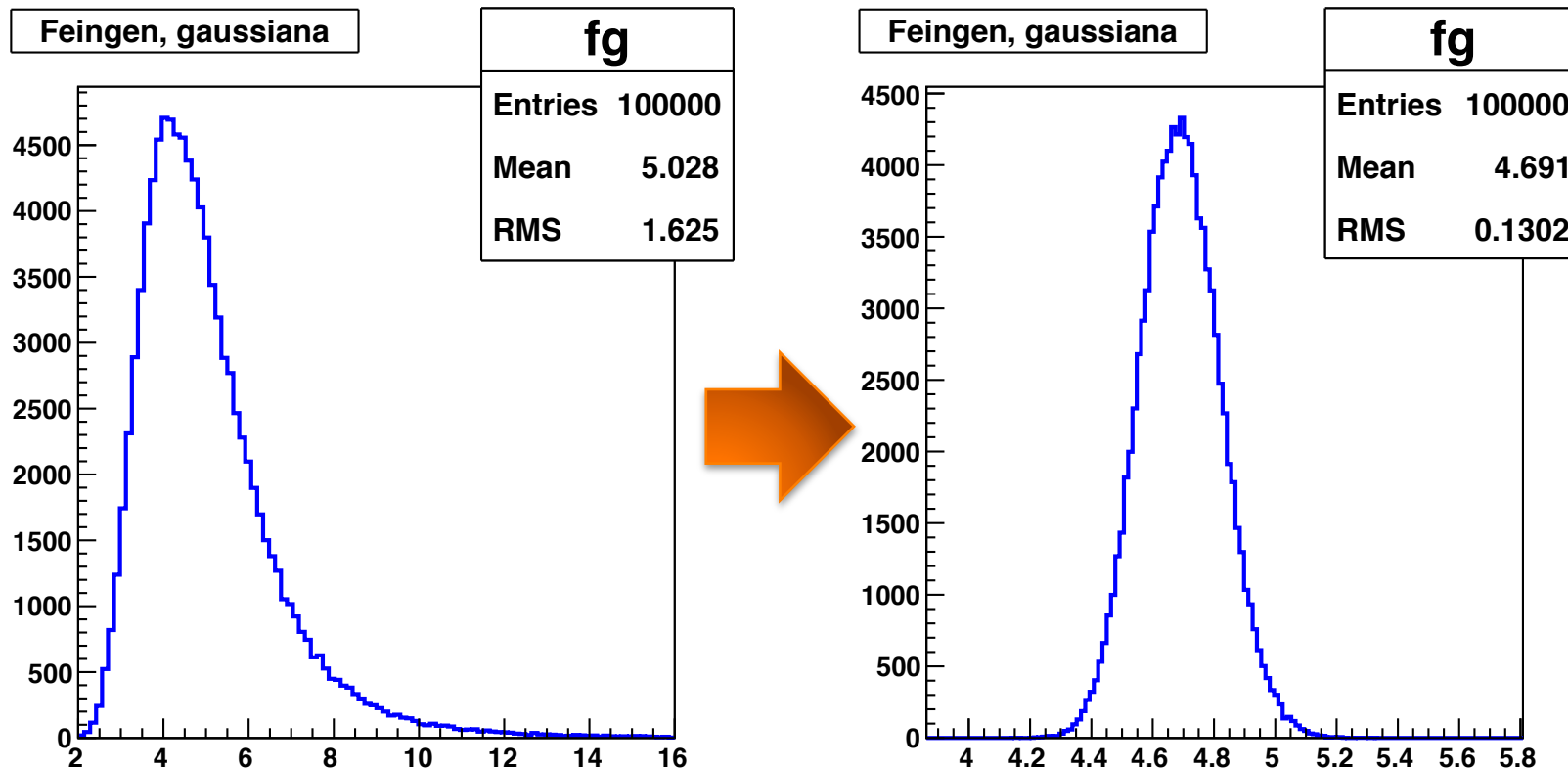
# Método, método, método

- Porque a distribuição não é gaussiana, pelo menos no caso onde consideramos  $R_i$  gaussianos?
  - As incertezas são pequenas o suficiente para usar a expressão geral de propagação de incertezas?
  - Vamos testar, dividindo as incertezas de  $R_i$  por 10.



# Método, método, método

- Mesmo nesse limite, o RMS continua sendo maior que as incertezas apresentadas pelo grupo
  - $\delta_{\text{grupo}} = 4.687 \pm 0.020$
  - Estranho...

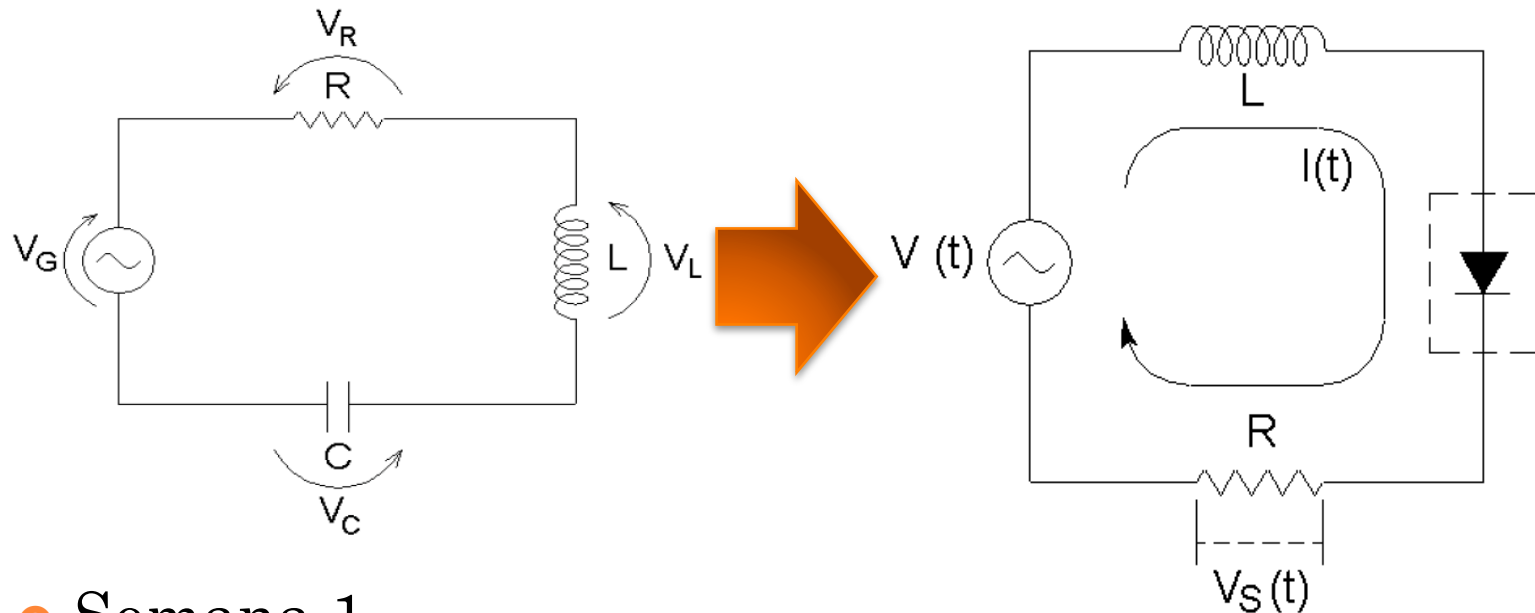


# Método, método, método

- Para a síntese final do experimento
  - Gostaria que **TODOS OS GRUPOS** refizessem a análise da determinação da constante de Feigenbaum do mapa logístico com uma análise estatística adequada.
  - Nas outras medidas, pensem nas F.D.P. das medidas efetuadas. Como você determina um ponto de bifurcação?
  - Comparem os resultados entre si. Não tem sentido fazer testes de compatibilidade enquanto a gente não sabe como calcular incertezas criteriosamente.

# OBJETIVOS DA SEMANA

- Estudar o circuito RLD (ou RLC não linear)



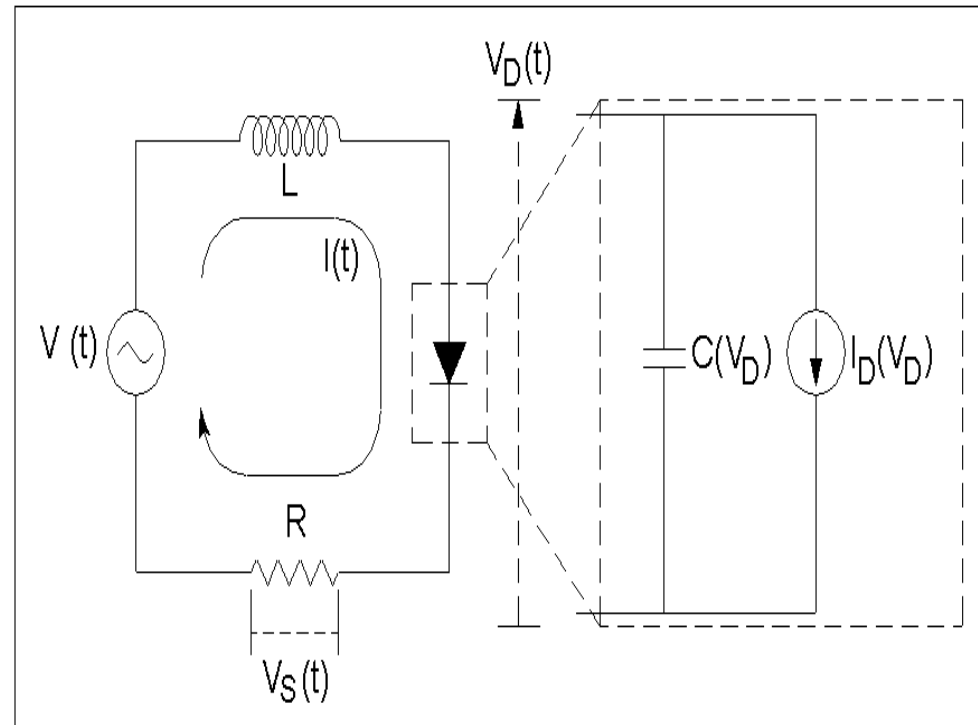
- Semana 1
  - Métodos de análise (experimental) e teoria de caos
- Semana 2
  - Medidas experimentais com RLD



# O CIRCUITO UTILIZADO

- O diodo pode ser entendido como um capacitor não linear

$$C(V_D) = C_0 e^{\frac{eV_D}{kT}} \quad \text{para } V_D > 0$$
$$C(V_D) = \frac{C_0}{\sqrt{1 - \frac{eV_D}{kT}}} \quad \text{para } V_D \leq 0$$



# O DIODO

- Capacitância do diodo depende da tensão sobre ele

$$C(V_D) = C_0 e^{\frac{eV_D}{kT}} \quad \text{para } V_D > 0$$

$$C(V_D) = \frac{C_0}{\sqrt{1 - \frac{eV_D}{kT}}} \quad \text{para } V_D \leq 0$$

- Para baixas tensões,  $\frac{eV_D}{kT} \ll 1$  a capacitância vale  $C(V_D) \sim C_0$ , ou seja, o diodo se comporta como um capacitor ideal



# O DIODO

- Capacitância do diodo depende da tensão sobre ele

$$C(V_D) = C_0 e^{\frac{eV_D}{kT}} \quad \text{para } V_D > 0$$

$$C(V_D) = \frac{C_0}{\sqrt{1 - \frac{eV_D}{kT}}} \quad \text{para } V_D \leq 0$$

- Para tensões mais elevadas, a capacitância depende fortemente da tensão sobre o diodo e a capacitância deixa de ser constante



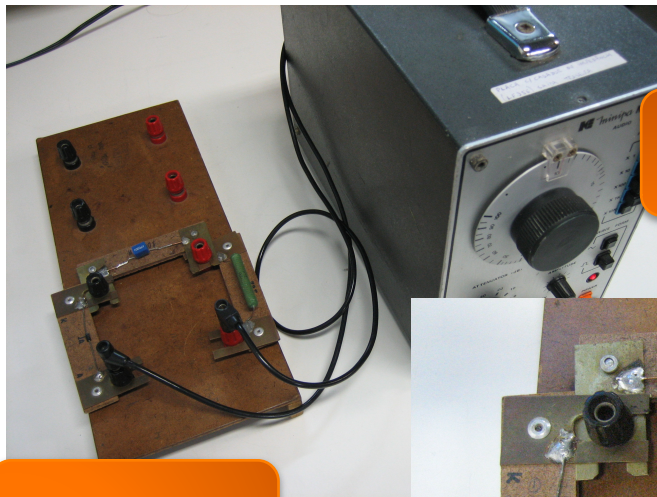
# O DIODO E OBJETIVOS DA SEMANA

- Ou seja
  - Para baixas tensões, o circuito deve se comportar como um RLC padrão, como o estudado na segunda aula
  - Para tensões mais elevadas, o circuito apresenta comportamento não linear, podendo ser caótico em determinadas circunstâncias
- Vamos estudar o circuito nos limites acima
  - Baixas tensões  $V_G \sim 50-70 \text{ mV}$
  - Altas tensões  $V_G \sim 3-4 \text{ V}$



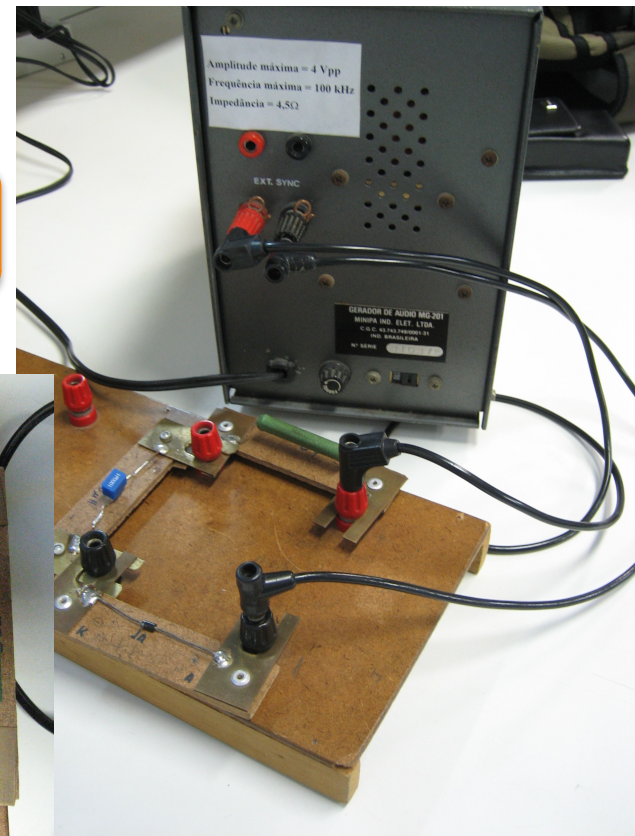
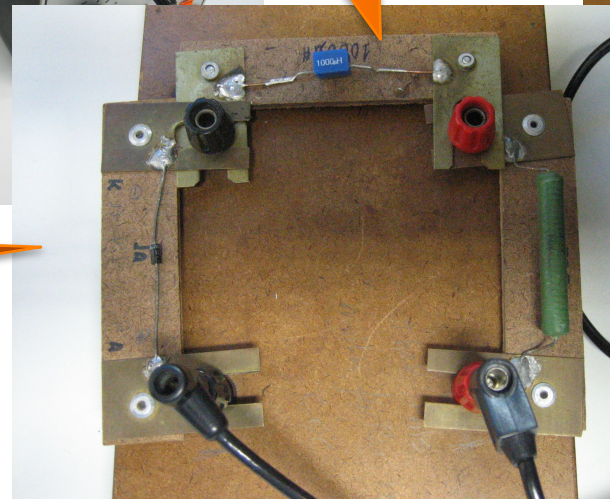
# PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

- Montar o circuito RLD
  - Usar o indutor azul de indutância nominal  $1000 \mu\text{H}$ .
  - Usar  $R = 10 \Omega$ .
  - No lugar do capacitor, utilizar o diodo
- Dica: coloque o terra do osciloscópio no anodo do diodo. Isso facilita as medidas.



DIDO

INDUTOR



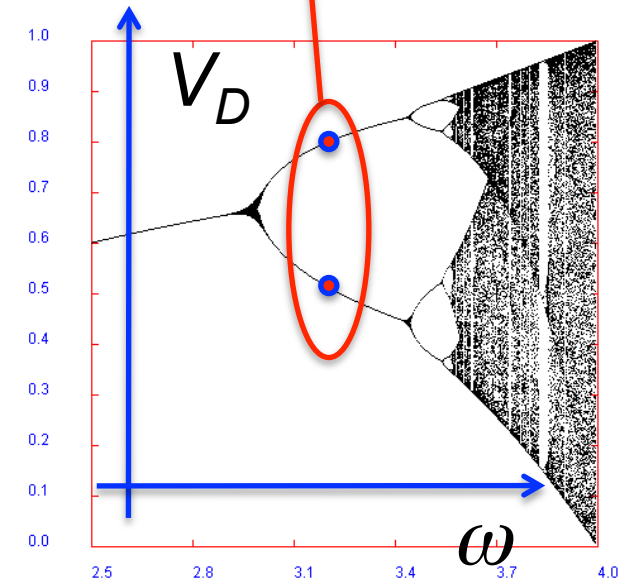
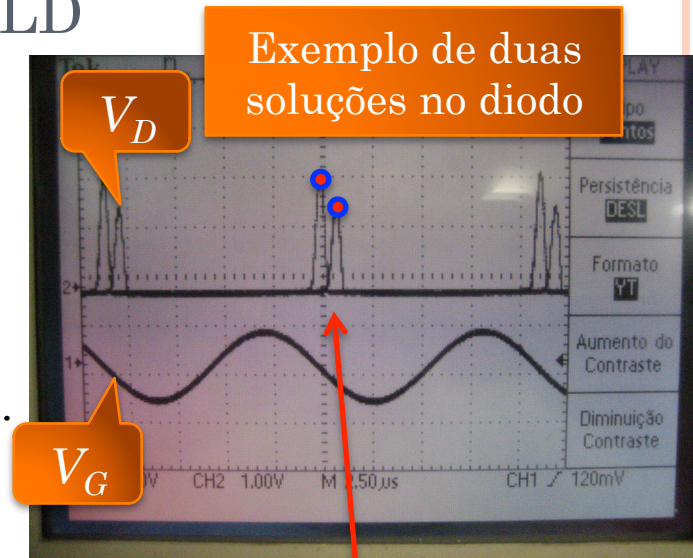
# ATIVIDADES PARA BAIXAS TENSÕES

- Nesse caso, o diodo deve ser próximo a um capacitor ideal
  - Deve ocorrer ressonância (RLC)
  - Encontrar a frequência de ressonância para esse circuito, mantendo a tensão do gerador baixa (da ordem de 50-70 mV)
  - Comparar essa frequência àquela obtida para o RLC, duas semanas atrás.
    - Discuta esses resultados
  - 50-70 mV é baixo o suficiente? Qual o valor de  $C_0$ ?

# PROCEDIMENTO E ATIVIDADES DA SEMANA

## ESTUDO DE CAOS NO CIRCUITO RLD

- Aumentar a tensão do gerador para aproximadamente 70% do máximo
  - Note que essa tensão varia de arranjo para arranjo. Algumas tensões apresentam bifurcações mais nítidas. Explore um pouco.
- Medir o diagrama de bifurcação do circuito
  - Gráfico de  $V_D$  em função da frequência no gerador. Começar próximo de 40 kHz
  - Tomar cuidado de medir vários pontos, principalmente quando estiver próximo de uma bifurcação.
    - Com cuidado, em alguns casos, podemos ir até 16 bifurcações
  - Determinar o número de Feigenbaum





## PROCEDIMENTO E ATIVIDADES DA SEMANA

### ESTUDO DE CAOS NO CIRCUITO RLD

- Levantar o diagrama de fase do circuito para algumas frequências interessantes
  - O diagrama de fase corresponde ao gráfico de  $V_D$  vs  $V_G$ .
    - Modo X-Y no osciloscópio
  - Fazer o diagrama para várias frequências com, pelo menos, os seguintes casos:
    - Não há bifurcações (1 solução para o diodo)
    - Uma bifurcação (2 soluções para o diodo)
    - Duas bifurcações (4 soluções para o diodo)
    - Caos
  - Discutir os diagramas obtidos



## PROJETO (ATIVIDADES DA SEMANA)

- Precisamos iniciar a discussão do projeto da turma
  - Próximas duas semanas
    - Discussão de propostas
  - Na próxima síntese, cada grupo faz uma pequena proposta de projeto (um parágrafo) para que, na próxima semana, iniciemos as discussões