

**ESTUDO DAS CONDIÇÕES INICIAIS NA PERDA DE
ENERGIA DE QUARKS PESADOS EM COLISÕES
ULTRA-RELATIVÍSTICAS**

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

INSTITUTO DE FÍSICA

Estudo das condições iniciais na perda de
energia de quarks pesados em colisões
ultra-relativísticas

Caio A. G. Prado

Orientador:

Prof. Dr. Alexandre Alarcon do Passo Suaide

Dissertação de mestrado apresentada ao Instituto de
Física para a obtenção do título de Mestre em
Ciências.

Comissão Examinadora:

Prof. Dr. Alexandre Alarcon do Passo Suaide (IFUSP)

Prof. Dr. Jorge José Leite Noronha Junior (IFUSP)

Prof^a. Dr^a. Sandra dos Santos Padula (IFT)

São Paulo

2013

© 2013 Caio Alves Garcia Prado

Universidade de São Paulo, Instituto de Física, São Paulo, SP.

FICHA CATALOGRÁFICA

Preparada pelo Serviço de Biblioteca e Informação do Instituto de Física
da Universidade de São Paulo

Prado, Caio Alves Garcia

Estudo das condições iniciais na perda de energia de quarks pesados em
colisões ultra-relativísticas – São Paulo, 2013

Dissertação (Mestrado) – Universidade de São Paulo.
Instituto de Física – Depto. de Física Nuclear

Orientador: Prof. Dr. Alexandre Alarcon do Passo Suaide

Área de Concentração: Física Nuclear

Unitermos: 1. Física Nuclear; 2. Física de Partículas; 3. Quark.

USP/IF/SBI-037/2013

13 14 15 16 5 4 3 2 1

maio de 2013

Resumo

Experimentos no RHIC mostram que colisões centrais Au+Au apresentam forte supressão de partículas em relação a colisões p+p. É possível entender esse fato através de supressão de jatos ou perda de energia de pártons dentro do plasma de quarks e glúons (QGP). Espera-se que essa perda de energia seja menor para partículas que possuem maior massa. Seguindo-se esse raciocínio é natural pensar que a supressão de quarks pesados seja menor que a de quarks leves. No entanto o que é de fato observado é uma supressão tão forte quanto a de quarks leves.

Analisando os modelos de perda de energia pode-se propor uma explicação para essa discrepância. Esses modelos não consideram flutuações nas condições iniciais que podem levar a regiões localizadas de alta densidade no início da colisão. Tais regiões levariam a uma considerável perda de energia de quarks nesse estágio. Além disso deve-se considerar a dinâmica do meio, sua evolução ao longo do tempo, em que essas regiões podem se mover ou modificar-se.

O objetivo deste trabalho é analisar o efeito que essas flutuações nas condições iniciais têm sobre a supressão de quarks pesados no QGP. Isso é feito através de simulações computacionais do modelo proposto de perda de energia, resultado em estimativas do fator de modificação nuclear (R_{AA}) a serem comparadas com dados experimentais.

Foram executadas simulações de R_{AA} enquanto se comparam os modelos empregados na simulação com resultados experimentais. Todos os processos da simulação foram extensivamente calibrados para se obter resultados coerentes com os cálculos já presentes na literatura. Por fim, espectros de R_{AA} foram comparados para diferentes parâmetros de flutuações de condições iniciais. Não foi possível obter variações relevantes no espectro de R_{AA} , indicando que as flutuações, na maneira desenvolvida neste trabalho, não oferecem influência nos cálculos de perda de energia. Contudo o desenvolvimento do trabalho deixa em aberto diversos aspectos da evolução do sistema que ainda podem ser estudados a fim de se conhecer melhor a dinâmica do QGP.

Abstract

Central Au+Au collisions at RHIC exhibit strong particle suppression when compared to p+p collisions. This phenomenon can be understood in the framework of jet quenching or energy loss of partons inside the quark-gluon plasma (QGP). It is expected that heavier partons suffer less suppression than lighter ones. In this scenario, heavy quarks are less suppressed than light quarks. However, experiments show that heavy quarks are just as suppressed as light quarks.

One possible explanation for that can be obtained when considering fluctuations in the medium that lead to high-density regions which can cause considerable quark energy loss at the early stages of the collision evolution. The QGP dynamics is also important as these high-density regions might expand differently from the rest of the plasma.

This work aims to analyse the overall effect of these fluctuations in heavy quark suppression in the QGP. This can be done through computer simulations of *charm* and *bottom* propagating through the region considering different models of energy loss, which will then return an estimate of the nuclear modification factor (R_{AA}).

The final results for the R_{AA} spectrum were found not to be affected by the included fluctuations in the initial conditions, meaning that these, in the way implemented here, are not sufficient to observe relevant modifications of the parton energy loss. There is, however, some open issues raised by this work that should be investigated in order to verify this conclusion.

Agradecimentos

Aos meus pais, por todo o amor e carinho dedicados e que sem eles eu não teria chegado até aqui.

Ao meu irmão pela companhia e apoio nos anos de desenvolvimento da pós-graduação.

Ao meu orientador, Alexandre Suaide, pela paciência, dedicação e orientação, cuja importância não tem medida.

Aos meus amigos do Instituto de Física da Universidade de São Paulo pelos anos estudando juntos, pelo crescimento gerado das diversas discussões e pelas conversas e convivência.

Em especial à Marcela Muniz e ao Kazuo Teramoto pelo companheirismo e pela participação direta na produção da dissertação discutindo resultados e conforto nas horas de estresse.

Aos muitos e queridos amigos fora do Instituto, pelo carinho, confiança e por acreditarem na minha capacidade e sempre torcerem para a minha realização.

Ao Instituto de Física da Universidade de São Paulo pela oportunidade de completar mais uma etapa na minha formação.

À CNPq e à FAPESP pelo apoio financeiro empregado neste projeto de pesquisa.

Conteúdo

Conteúdo	vii
Lista de Figuras	ix
1 Apresentação	1
I Ferramentas Teóricas	5
2 Introdução	7
2.1 Cromodinâmica quântica	7
2.2 Matéria nuclear	9
3 Produção de quarks pesados no plasma	17
3.1 Formalismo NLL — <i>Resummation</i>	20
3.2 Mudança de esquema de renormalização	21
3.3 Unificação dos procedimentos	24
4 Modelos de perda de energia	27
4.1 Perda de energia colisional	27
4.2 Perda de energia radiativa	31
5 Fragmentação	37
II Construção da Simulação	43
6 Desenvolvimento do programa	45
6.1 Densidade de energia inicial e flutuações	47
6.2 Cálculo da perda de energia	50
6.3 Função de fragmentação de Peterson	51
6.4 Decaimentos e seleção dos elétrons	52
7 Calibração e execução da simulação	55
7.1 Ajuste do parâmetro da função de Peterson	55

CONTEÚDO

7.2	Comparação com resultados do FONLL	57
7.3	Execução completa do programa sem flutuações	60
III Resultados e Conclusões		75
8	Resultados	77
8.1	Execução completa do programa com flutuações	77
8.2	Comparação do valor de R_{AA} com flutuações das condições iniciais	86
9	Conclusões	89
Bibliografia		93

Lista de Figuras

2.1	Diagrama de fase na QCD. São apresentados de maneira esquemática como espera-se que estejam distribuídas as fases da matéria nuclear. As setas representam as transições realizadas ou pretendidas pelos experimentos no RHIC, LHC e GSI (futuro FAIR). Note como os experimentos do RHIC e do LHC buscam reproduzir o que acredita-se ser o estado da matéria no universo primordial. Figura adaptada de [5].	10
2.2	Razões dos espectros de produção em rapidez média integrados em p_t para diferentes tipos de hádrons medidos no STAR. As barras horizontais representam ajustes de modelos teóricos para $T_{ch} = 163 \pm 4 \text{ MeV}$ e $\mu_B = 24 \pm 4 \text{ MeV}$. Dados obtidos da colaboração STAR.[10]	12
2.3	Desenho esquemático do plano de reação e a região dos feixes que de fato interage formando o QGP em colisões periféricas. . .	13
2.4	Fluxo elíptico em função de p_t para diferentes partículas comparados a modelos hidrodinâmicos. Dados obtidos da colaboração STAR.[11, 12]	13
2.5	Fator de modificação nuclear de hádrons carregados e π^0 inclusivos para 200 GeV Au+Au e d+Au em relação a colisões p+p. Os dados de mínimo <i>bias</i> d+Au estão deslocados de 100 MeV/c para fins de clareza. Dados obtidos da colaboração STAR.[13] . .	14
2.6	Supressão de jatos em colisões Au+Au, comparadas com colisões d+Au e p+p. Observa-se que o segundo jato, na colisão Au+Au, é totalmente suprimido. Dados obtidos da colaboração STAR.[10, 13]	15
3.1	Diagramas de Feynman para termos de <i>leading order</i> no cálculo da seção de choque de produção de quarks pesados.	19
3.2	Alguns diagramas de Feynman para termos de <i>next-to-leading order</i> no cálculo da seção de choque de produção de quarks pesados.	19
3.3	Seção de choque diferencial de produção de quarks pesados no RHIC. As faixas coloridas correspondem às incertezas dos cálculos. 24	24

3.4	Seção de choque diferencial de produção de quarks pesados no LHC. As faixas coloridas correspondem às incertezas dos cálculos.	25
4.1	Comparação dos modelos de perda de energia colisional apresentados para quark <i>charm</i> , tomando $\alpha_s = 0.2$ e $T = 0.25$ GeV.	29
4.2	Comparação dos modelos de perda de energia colisional apresentados para quark <i>bottom</i> , tomando $\alpha_s = 0.2$ e $T = 0.25$ GeV.	30
4.3	Gráfico ilustrando a perda de energia radiativa dada pela Equação (4.27) para quarks <i>charm</i> e <i>bottom</i> com $T = 500$ MeV e $\alpha_s = 0.3$.	34
4.4	Razão do espectro de emissão de glúon emitidos por quarks pesados e quarks leves para 3 momentos de quark diferentes em meio quente, para <i>charm</i> e <i>bottom</i> ($\hat{q} = 0.2$ GeV ³ , $L = 5$ fm). Reprodução dos resultados de Dokshitzer.[29]	35
5.1	Função de fragmentação de Peterson dada pela Equação (5.5) para quarks <i>charm</i> e <i>bottom</i> com parâmetros encontrados para aniquilação e^+e^- : $\epsilon_c = 0.15$ e $\epsilon_b = 0.016$.	39
5.2	Comparação dos modelos de fragmentação das Equações (5.4), (5.5) e (5.6) com dados do experimento ALEPH. Aqui não são consideradas as correções de aceitação e da matriz de resolução entre os bins.	40
6.1	Gráfico do perfil de densidade inicial calculado durante a simulação.	48
6.2	Gráfico do perfil de temperatura escalado a partir do perfil de densidade.	49
6.3	Gráfico do perfil de densidade com bolhas, os parâmetros de entrada do programa são dados por: $N = 8$ bolhas, $\sigma = 1.2$ fm e $A = 0.03\%$ do volume total da função de Woods-Saxon.	49
6.4	Gráfico da fração de perda de energia para quarks <i>charm</i> e <i>bottom</i> calculada com a Equação (4.27) para $T = 250$ MeV.	50
6.5	Gráfico da fração de perda de energia para quarks <i>charm</i> e <i>bottom</i> calculada com a Equação (4.27) para $T = 250$ MeV comparando o efeito de <i>dead cone</i> .	51
7.1	Gráfico do mapeamento da função Q^2 (Equação (7.1)) para espectros de quark <i>bottom</i> . O valor de ϵ que minimiza a função é mostrado na figura.	56
7.2	Gráfico do mapeamento da função Q^2 (Equação (7.1)) para espectros de quark <i>charm</i> . O valor de ϵ que minimiza a função é mostrado na figura.	56
7.3	Gráfico da produção de quark <i>bottom</i> gerada através do cálculo de FONLL.	57

7.4	Gráfico da produção de quark <i>quark</i> gerada através do cálculo de FONLL.	58
7.5	Gráfico do espectro de produção de méson B calculado através do FONLL e através de função de fragmentação de Peterson. Observamos que o cálculo da função de Peterson com o parâmetro ϵ ajustado corresponde ao resultado esperado pelo FONLL.	58
7.6	Gráfico do espectro de produção de méson D calculado através do FONLL e através de função de fragmentação de Peterson. Observamos que o cálculo da função de Peterson com o parâmetro ϵ ajustado corresponde ao resultado esperado pelo FONLL.	59
7.7	Gráfico do espectro de produção de elétrons provenientes de quarks <i>bottom</i> criados no QGP após a fragmentação utilizando função de Peterson e decaimento realizado através de simulação com o PYTHIA8. O resultado do cálculo é comparado ao espectro esperado pelo formalismo de FONLL.	59
7.8	Gráfico do espectro de produção de elétrons provenientes de quarks <i>charm</i> criados no QGP após a fragmentação utilizando função de Peterson e decaimento realizado através de simulação com o PYTHIA8. O resultado do cálculo é comparado ao espectro esperado pelo formalismo de FONLL.	60
7.9	Posição dos quarks sorteados inicialmente na simulação.	61
7.10	Posição dos quarks sorteados inicialmente na simulação que escaparam do meio.	61
7.11	Posição final dos quarks que deixaram o meio.	62
7.12	Gráfico do deslocamento dos quarks que não deixaram o meio.	62
7.13	Gráfico do deslocamento dos quarks que deixaram o meio.	63
7.14	Espectro de momento do quark com e sem perda de energia.	63
7.15	Espectro de momento do méson com e sem perda de energia.	64
7.16	Espectro de momento do elétron com e sem perda de energia.	64
7.17	Posição dos quarks sorteados inicialmente na simulação.	65
7.18	Posição dos quarks sorteados inicialmente na simulação que escaparam do meio.	65
7.19	Posição final dos quarks que deixaram o meio.	66
7.20	Gráfico do deslocamento dos quarks que não deixaram o meio.	66
7.21	Gráfico do deslocamento dos quarks que deixaram o meio.	67
7.22	Espectro de momento do quark com e sem perda de energia.	67
7.23	Espectro de momento do méson com e sem perda de energia.	68
7.24	Espectro de momento do elétron com e sem perda de energia.	68
7.25	Espectro de R_{AA} para quarks <i>bottom</i>	69
7.26	Espectro de R_{AA} para mésons B.	70
7.27	Espectro de R_{AA} para elétrons.	70
7.28	Espectro de R_{AA} para quarks <i>charm</i>	71
7.29	Espectro de R_{AA} para mésons D.	71
7.30	Espectro de R_{AA} para elétrons.	72

LISTA DE FIGURAS

7.31	Espectro de R_{AA} para elétrons combinado para <i>charm</i> e <i>bottom</i> . São comparados os resultados com os dados experimentais do STAR[52] e com cálculos estudados por Armesto.[53]	72
8.1	Posição dos quarks sorteados inicialmente na simulação.	78
8.2	Posição dos quarks sorteados inicialmente na simulação que escaparam do meio.	78
8.3	Posição final dos quarks que deixaram o meio.	79
8.4	Gráfico do deslocamento dos quarks que não deixaram o meio.	79
8.5	Gráfico do deslocamento dos quarks que deixaram o meio.	80
8.6	Espectro de momento a nível de quark com e sem perda de energia.	80
8.7	Espectro de momento a nível de méson com e sem perda de energia.	81
8.8	Espectro de momento a nível de elétron com e sem perda de energia.	81
8.9	Posição dos quarks sorteados inicialmente na simulação.	82
8.10	Posição dos quarks sorteados inicialmente na simulação que escaparam do meio.	82
8.11	Posição final dos quarks que deixaram o meio.	83
8.12	Gráfico do deslocamento dos quarks que não deixaram o meio.	83
8.13	Gráfico do deslocamento dos quarks que deixaram o meio.	84
8.14	Espectro de momento a nível de quark com e sem perda de energia.	84
8.15	Espectro de momento a nível de méson com e sem perda de energia.	85
8.16	Espectro de momento a nível de elétron com e sem perda de energia.	85
8.17	Comparação do espectro de R_{AA} para elétrons total ao se variar a altura das “bolhas”, mantendo-se valores constantes de $n = 5$ “bolhas” e desvio padrão $\sigma = 1.5$ fm.	86
8.18	Comparação do espectro de R_{AA} para elétrons total ao se variar a largura das “bolhas”, mantendo-se valores constantes de $n = 5$ “bolhas” e desvio padrão $h = 0.05$	86
8.19	Comparação do espectro de R_{AA} para elétrons total ao se variar o número de “bolhas”, mantendo-se valores constantes de $h = 0.05$ e desvio padrão $\sigma = 1.5$ fm.	87

Apresentação

O estudo da matéria nuclear é de extrema importância para a compreensão de diversos segmentos da física atualmente como física nuclear, astrofísica, cosmologia e física de partículas, sendo responsável pelo entendimento de parte da estrutura da matéria que forma o universo. Um dos objetivos desse estudo é descrever a equação de estado da matéria nuclear, de forma que se possa determinar a natureza da matéria em função de suas propriedades termodinâmicas: temperatura e densidade. Para tanto as colisões de íons pesados relativísticos consistem uma importante ferramenta. Tais colisões são capazes de recriar condições termodinâmicas de altas temperaturas, como se supõe que tenha sido o universo primordial, ou alta densidade bariônica como seriam estrelas de nêutrons. Essas condições permitem a observação experimental da matéria nuclear, ajudando no mapeamento da equação de estado. Em especial essas colisões permitem a criação de um meio de matéria nuclear com altas temperaturas, devido às altas energias envolvidas nas colisões. Acredita-se que a situação criada esteja próxima da matéria primordial do universo, em que os quarks e glúons se encontram em um estado deconfinado. O que ocorre é que a baixas temperaturas e baixas densidades de matéria nuclear é previsto pela teoria Cromodinâmica Quântica que a matéria esteja em estado confinado, ou seja, os quarks e glúons, portadores de carga de cor, encontram-se combinados formando compostos de carga de cor nula. À medida que aumenta-se a energia das colisões, a matéria passa por uma transição de fase em que o vácuo deixa de ser dielétrico de cor e torna-se um meio condutor. É previsto que isso ocorra para temperaturas da ordem de 175 MeV[1]. O objetivo primordial dos experimentos de física de altas energias e colisões ultra-relativísticas é o de observar esse meio de matéria deconfinada, o plasma de quarks e glúons (QGP).

Foi com esse objetivo que iniciaram-se as operações do acelerador RHIC

(*Relativistic Heavy Ion Collider*) em Upton e do LHC (*Large Hadron Collider*) em Genebra. A comprovação da existência do QGP para que então se possa entender como a matéria se comporta neste meio não é uma tarefa fácil e requer diversas evidências. O RHIC fornece diversos resultados que indicam a existência do QGP, no entanto com algumas características não previstas anteriormente. O meio aparenta estar em equilíbrio térmico, possui coletividade favorecendo a produção de fluxo de partículas, e é dissipativo, de forma que grande parte de sua matéria perde energia para o meio.

Para entender melhor as características do QGP o estudo de quarks pesados é de extrema ajuda. Estes são formados nos momentos iniciais da formação do plasma, de forma que interagem com o meio desde seu nascimento. Com isso, os produtos provenientes desses quarks carregam grande quantidade de informação sobre o meio e seu estudo deve ser bastante proveitoso.

Em especial, analisando a maneira como os quarks pesados perdem energia no meio ao interagir com o mesmo, pôde-se observar que essa interação é semelhante à de quarks leves, contrariando o que se acreditava anteriormente que quarks pesados perderiam menos energia. Em meio a tantas perguntas ainda sem respostas cria-se, neste ponto, material de estudo. O objetivo deste trabalho é estudar a maneira que quarks pesados interagem com o meio, de forma a tentar entender a razão dessa semelhança com quarks leves. Especificamente são consideradas flutuações no meio que podem criar regiões de altas densidades, alterando a maneira que ocorre a perda de energia. Para este fim são realizadas simulações computacionais em que quarks eleitos são propagados no meio até a produção de observáveis que seriam detectados experimentalmente.

O trabalho é fenomenológico e consiste de três etapas. Primeiramente é essencial um estudo teórico dos modelos que descrevem a dinâmica de produção de quarks pesados e sua interação com o meio. Especificamente a descrição da produção de quarks pesados é feita através de cálculos em QCD perturbativa. A interação dos quarks produzidos com o meio é estudada através de diversos modelos de perda de energia colisionais e radiativas. A fim de se obter espectros de observáveis experimentais estuda-se a forma de decaimento dos mésons de quarks pesados. Nesse contexto os decaimentos semi-leptônicos são preferíveis para a reconstrução desses mésons pelo fato de se possuir dados experimentais para comparações. O estudo desses diversos aspectos são apresentados na primeira parte da dissertação.

Em seguida é preciso elaborar o programa de simulação, reproduzindo os modelos teóricos estudados. A segunda parte desta dissertação pretende descrever como são realizados numericamente os cálculos de perda de energia e a obtenção de espectros de elétrons para a comparação com dados experimentais. Por fim, de posse dos resultados obtidos através das simulações é necessário se fazer a análise dos resultados, comparando-os

com dados experimentais e procurando-se inferir sobre as causas de tais resultados. Essa análise é descrita em uma terceira e última parte da dissertação.

Parte I

Ferramentas Teóricas

Introdução

Antes de entrarmos nas considerações particulares de cada processo envolvido na evolução dos quarks pesados no meio formado durante as colisões, vamos neste capítulo resumir as principais características da Cromodinâmica Quântica e do plasma de quarks e glúons.

2.1 Cromodinâmica quântica

A Cromodinâmica Quântica (*Quantum Chromodynamics* – QCD) é a área da teoria quântica de campos responsável pelo estudo das interações fortes. Tais interações se dão entre partículas que possuem carga de cor (analogamente às interações eletromagnéticas, que se dão entre partículas que possuem carga elétrica) e são responsáveis por manter essas partículas (os quarks) em estados ligados formando os hádrons, tais como prótons e nêutrons. A partícula responsável por essa interação é o glúon, tal como o fóton é responsável pelas interações na Eletrodinâmica Quântica (QED). Convencionou-se denominar as cargas de cor como “vermelho” (r), “verde” (g) e “azul” (b) em analogia às três cores primárias percebidas pelo ser humano. Os hádrons, estados ligados de partículas coloridas, são sempre neutros de cor, no caso de mésons são ligados um quark e um anti-quark resultando no anulamento da cor, já os bárions são formados por três quarks (ou três anti-quarks) em que se combinam as três cores, formando o singlete “branco”.

Ao contrário do que se observa na QED, a QCD é uma teoria de calibre não-abeliana, do grupo de simetria SU(3).[2] Nesse caso a lagrangiana da teoria pode ser escrita como:

$$\mathcal{L}_{\text{qcd}} = \bar{\Psi}(i\not{D} - m)\Psi - \frac{1}{2} \text{Tr} (G_{\mu\nu} G^{\mu\nu}), \quad (2.1)$$

2. INTRODUÇÃO

com \mathcal{D}_μ a derivada covariante, $G_{\mu\nu}$ o tensor gluônico de força forte e o *spinor* Ψ composto do tripleto de cor dado por:

$$\Psi = \begin{pmatrix} r \\ g \\ b \end{pmatrix}, \quad (2.2)$$

sendo r, g e b a carga de cor “vermelha”, “verde” e “azul” respectivamente. É possível mostrar[2] que nessas condições a configuração de singlete é sempre favorecida, sendo este um forte indício de que este é o caminho da construção da teoria. Uma consequência do fato da QCD ser teoria de calibre não-abeliano é que, ao se calcular a constante de acoplamento efetiva para as interações fortes encontramos o seguinte resultado:[2]

$$\frac{1}{\alpha_s(q^2)} = \frac{1}{\alpha_s(\mu^2)} + \frac{33 - 2n_f}{12\pi} \log\left(\frac{-q^2}{\mu^2}\right), \quad (2.3)$$

com q o quadrimomento, μ a escala de renormalização e n_f o número de sabores de quark. A profundidade do significado desse resultado foi reconhecida pelos ganhadores de Nobel em Física: Gross, Wilczek e Politzer[3, 4] e recebe o nome de liberdade assintótica. O resultado implica que para distâncias muito pequenas, ou para valores muito grandes de q , a constante de acoplamento $\alpha_s(q^2)$ pode se tornar extremamente pequena, fazendo com que o potencial da interação forte seja reduzido. Dessa maneira os quarks se comportariam, nesse regime, quase como se estivessem livres, sem interação. A grande vantagem dessa consideração é a possibilidade de se fazer cálculos perturbativos em QCD nestes limites.

Outra consequência da Equação (2.3) é que o potencial de interação forte aumenta com a distância. Este é um forte indício de que a QCD é uma teoria onde há confinamento, o que significa que quarks não podem ser observados ou encontrados isoladamente, mas apenas em estados ligados. Pode-se visualizar esse comportamento da seguinte maneira: imaginemos um estado ligado de dois quarks que tentamos afastar continuamente, a Equação (2.3) implica que tal afastamento exige cada vez mais energia de forma que em determinado momento a energia armazenada no potencial é suficiente para a criação de um par $q\bar{q}$ a partir do vácuo. Esse novo par se ligaria ao par original formando agora dois grupos de estados ligados de quarks.

A justificativa dada por Quigg[2] consiste em fazer uma analogia da QCD com a QED para um meio perfeitamente dia-elétrico. Sabemos que a constante dielétrica do vácuo é dada por $\epsilon_0 = 1$ e que em meios lineares podemos escrever o campo de deslocamento como sendo:

$$\mathbf{D} = \mathbf{E} + \mathbf{P} = (1 + \chi_e)\epsilon_0\mathbf{E} = \epsilon\mathbf{E}, \quad (2.4)$$

com χ_e a susceptibilidade do meio e $\epsilon \geq \epsilon_0$ a constante dielétrica do meio. Nessa configuração, uma carga de prova (digamos positiva) colocada em um meio dielétrico ($\epsilon > 1$) cria um buraco no meio de forma que a carga elétrica induzida ao redor da carga pontual é de sinal oposto (negativa). As cargas de sinais opostos se atraem e o buraco é instável, portanto colapsa. Vamos agora imaginar a constante dielétrica tal que $\epsilon < 1$ (meio dia-elétrico). Nesse caso a carga induzida teria o mesmo sinal da carga pontual de prova, levando-as à repulsão e conseqüentemente à estabilidade do buraco, com raio finito. A energia armazenada nesse sistema pode ser estimada como:[2]

$$W \approx \frac{4}{3} \left(\frac{Q^2}{2\epsilon} \right)^{3/4} (4\pi\nu)^{1/4}, \quad (2.5)$$

com ν uma constante não negativa e Q a carga imersa no meio. Com isso observamos que $W \rightarrow \infty$ quando $\epsilon \rightarrow 0$. A energia desse sistema em um meio perfeitamente dia-elétrico é infinita! Com isso conclui-se que, neste meio, a separação de um dipolo elétrico em duas configurações de monopolo requer trabalho infinito.

Agora, considerando novamente a QCD, podemos escrever a constante dielétrica até segunda ordem na constante de acoplamento como:[2]

$$\epsilon(r) = \left[1 + \frac{1}{2\pi} \frac{g^2(r_0)}{4\pi} \left(11 - \frac{2n_f}{3} \right) \ln \frac{r}{r_0} + \mathcal{O}(g^4) \right]^{-1}, \quad (2.6)$$

com $g^2(r) = g^2(r_0)/\epsilon(r)$, $\epsilon(r_0) \equiv 1$ e r a distância ao centro da carga de cor. Concluimos portanto que a constante dielétrica obedece as relações:

$$\epsilon(r) > 1 \quad \text{para } r < r_0, \quad (2.7)$$

$$\epsilon(r) < 1 \quad \text{para } r > r_0. \quad (2.8)$$

Quando $\epsilon(r) < 1$, fazendo a analogia com o caso na eletrodinâmica, concluimos que não pode haver estados de cargas de cor isoladas, e a cromodinâmica quântica deve ser uma teoria confinada. Neste caso, r_0 seria a máxima separação que obteríamos entre o par $q\bar{q}$ antes da criação de um novo par a partir do vácuo.

2.2 Matéria nuclear

Um dos objetivos de se realizar colisões ultra-relativísticas é o de se estudar o diagrama de fase da matéria nuclear, investigando as possíveis transições de fase que ocorrem no meio. As transições de fase são classificadas conforme a continuidade da energia livre F da matéria. Chamamos transição de primeira ordem quando quando F é contínua e, no entanto

2. INTRODUÇÃO

sua primeira derivada com a temperatura $\frac{\partial F}{\partial T}$ é descontínua. Analogamente, transição de segunda ordem implica que F e $\frac{\partial F}{\partial T}$ são contínuas mas $\frac{\partial^2 F}{\partial T^2}$ é descontínua. Na matéria nuclear as transições de fase podem estar relacionadas ao estado de confinamento da matéria. Quando ocorre a transição da matéria para estado desconfinado chamamos esse novo estado de plasma de quarks e glúons (QGP). A razão pela qual isso ocorreria seria por um efeito de blindagem; à medida que aumentamos a densidade ou a temperatura na matéria nuclear obtemos um estado em que todos os quarks estariam muito próximos, tão próximos a ponto de blindar a interação entre os estados ligados fazendo com que eles não sejam capazes de “enxergar” uns aos outros. Dessa maneira o QGP corresponde a um estado em que se quebra o confinamento e os quarks se encontram livres.

A Figura 2.1 mostra esquematicamente o que se espera hoje que seja o diagrama de fase da matéria nuclear. Podemos observar pela faixa vermelha a transição de fase relacionada ao desconfinamento da matéria, a linha tracejada representa uma transição tipo *crossover* e a transição de segunda ordem ocorreria na região do ponto crítico.

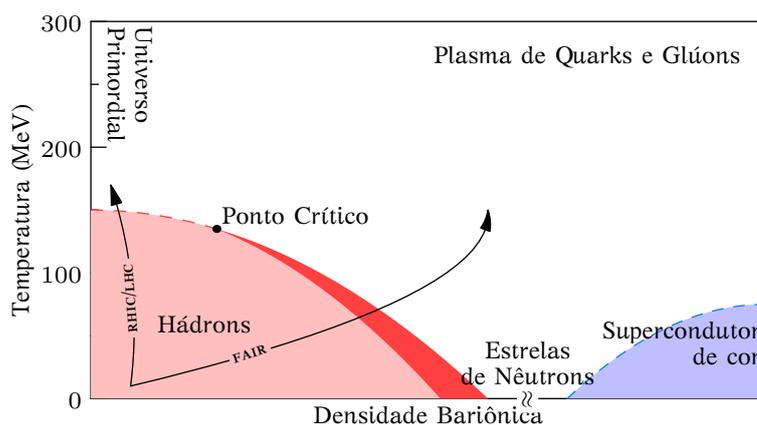


FIGURA 2.1: Diagrama de fase na QCD. São apresentados de maneira esquemática como espera-se que estejam distribuídas as fases da matéria nuclear. As setas representam as transições realizadas ou pretendidas pelos experimentos no RHIC, LHC e GSI (futuro FAIR). Note como os experimentos do RHIC e do LHC buscam reproduzir o que acredita-se ser o estado da matéria no universo primordial. Figura adaptada de [5].

Uma descrição fenomenológica útil para estudar a fase confinada da matéria nuclear é o modelo de sacola. O modelo de sacola consiste em considerar os hádrons como sacolas cheias de quarks que se comportam como partículas livres e sem massa. Existem diversas versões desse modelo primordial das quais tomamos como referência a versão do MIT. Nesse modelo considera-se a sacola como uma esfera de raio R e uma pressão externa B que a mantém estável.[6] Essa pressão de sacola é calculada como pertencendo ao intervalo $B^{1/4} = 145\text{--}235$ MeV.[7]

Plasma de Quarks e Glúons

Com a descrição do modelo de sacola podemos calcular a transição de fase para um estado desconfinado (QGP) através de outra simplificação. Vamos considerar o QGP como um gás livre de quarks e glúons e calcular a pressão dentro do gás. Nesse caso, temos as pressões de gás livre de glúons e de quarks dadas por:[6]

$$p_g = \frac{16\pi^2}{90} T^4, \quad (2.9)$$

$$p_q = \left[\frac{7\pi^2}{30} + \left(\frac{\mu}{T} \right)^2 + \frac{1}{2\pi^2} \left(\frac{\mu}{T} \right)^4 \right] T^4. \quad (2.10)$$

com μ sendo o potencial químico, relacionado à densidade bariônica. Somando-se p_g com p_q temos a pressão total do gás. Quando essa pressão é maior que B a região de QGP deve expandir. Vamos calcular a temperatura T_{tr} para a qual isso ocorre:

$$B = p_g + p_q = T_{tr}^4 \left[\frac{37\pi^2}{90} + \left(\frac{\mu}{T_{tr}} \right)^2 + \frac{1}{2\pi^2} \left(\frac{\mu}{T_{tr}} \right)^4 \right]. \quad (2.11)$$

Assumindo $\mu = 0$ e a pressão $B^{1/4} = 206 \text{ MeV}$, [7] obtém-se o valor de $T_{tr} = 145 \text{ MeV}$. Cálculos mais recentes apontam para um valor de temperatura de transição de $T_{tr} = 175 \text{ MeV}$. [1] É importante notar que os resultados obtidos por esse modelo não consideram efeitos de interação dentro do meio.

Do ponto de vista experimental diversas assinaturas do QGP são propostas e podem ser classificadas de duas maneiras:[8]

1. Evidências das propriedades estruturais do QGP: alta densidade de energia, aumento de entropia, equilíbrio termodinâmico, expansão, etc.
2. Alteração de propriedades de partículas devido à interação com o QGP: supressão de jatos, blindagem de cor, etc.

Nos estudos realizados pelo RHIC pode-se observar algumas dessas evidências. Primeiramente a alta densidade de energia do meio aumenta a produção de pares $q\bar{q}$, resultando na observação de altas multiplicidades de partículas. Dados de multiplicidade no RHIC levam a estimativas de densidade de energia da ordem de 30 vezes maior que a densidade de energia encontrada tipicamente para núcleos, 10 vezes maior que a encontrada para bárions e um fator de 5 em relação a previsões de densidade de energia para o QGP em cálculos de QCD na rede.[8]

Para se reconhecer as propriedades de transição de fase da matéria nuclear, busca-se determinar se existe equilíbrio químico e térmico no

2. INTRODUÇÃO

meio produzido na colisão de forma que a transição ocorra entre dois estados de equilíbrio. A dificuldade em se determinar esse equilíbrio reside no fato de o sistema possuir vida muito curta após a colisão. Além disso é preciso determinar se este equilíbrio ocorre na nuvem hadrônica, em estágios tardios da colisão, ou se ocorre a nível partônico, antes da hadronização.

O estudo de produção relativa entre partículas pode providenciar evidências da termalização do meio. Considerando-se um meio termalizado, é possível aplicar cálculos termodinâmicos para a produção de partículas e assim, comparar os resultados experimentais com as previsões teóricas. A Figura 2.2 exemplifica esse conceito comparando os dados do experimento STAR com cálculos estatísticos ajustados aos dados[9].

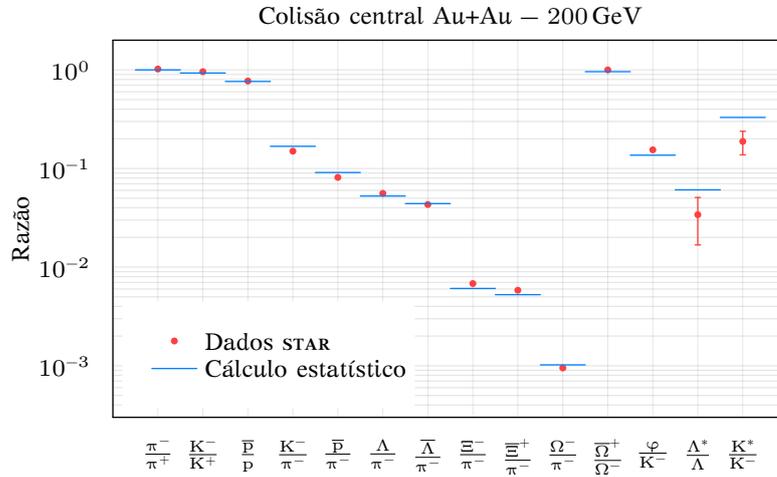


FIGURA 2.2: Razões dos espectros de produção em rapidez média integrados em p_t para diferentes tipos de hádrons medidos no STAR. As barras horizontais representam ajustes de modelos teóricos para $T_{ch} = 163 \pm 4$ MeV e $\mu_B = 24 \pm 4$ MeV. Dados obtidos da colaboração STAR.[10]

Pelo gráfico podemos observar uma excelente concordância entre as razões de produção de partículas com a previsão estatística para esta colisão. Isso sugere que o sistema está em equilíbrio dentro dos intervalos de rapidez e energia estudados.

Outra evidência da formação do QGP é o fluxo coletivo de partículas. O fluxo pode ser entendido da seguinte maneira. Em colisões não centrais de feixes de núcleos, definimos o plano de reação como sendo o plano determinado pela direção do feixe e pelo parâmetro de impacto de cada evento. A direção desse plano define, pela geometria da colisão, uma anisotropia azimutal no espectro de produção de partículas, de forma que a pressão hidrodinâmica no meio é maior na direção paralela ao plano. Essa anisotropia pode ser caracterizada através de uma expansão em série

de Fourier do espectro de partículas com termos $v_n \cos[n(\varphi - \varphi_r)]$, em que φ é o ângulo azimutal e φ_r a direção do plano de reação. Devido à geometria da colisão, é esperado que o termo com $n = 2$ seja dominante. Busca-se então caracterizar o coeficiente v_2 , comumente chamado de fluxo elíptico, como meio de se observar a coletividade do meio. A Figura 2.3 esquematiza o plano de reação em colisões periféricas. É possível observar pela figura a forma aproximadamente elipsoidal formada das partículas interagentes da colisão.

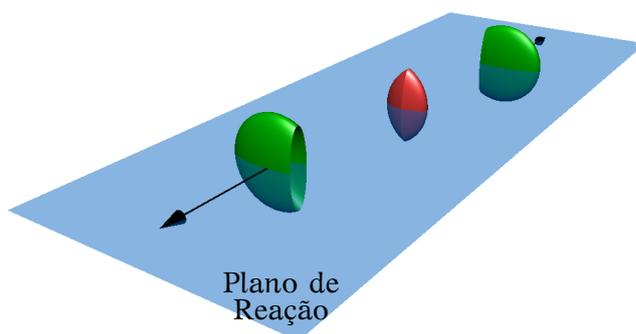


FIGURA 2.3: Desenho esquemático do plano de reação e a região dos feixes que de fato interage formando o QGP em colisões periféricas.

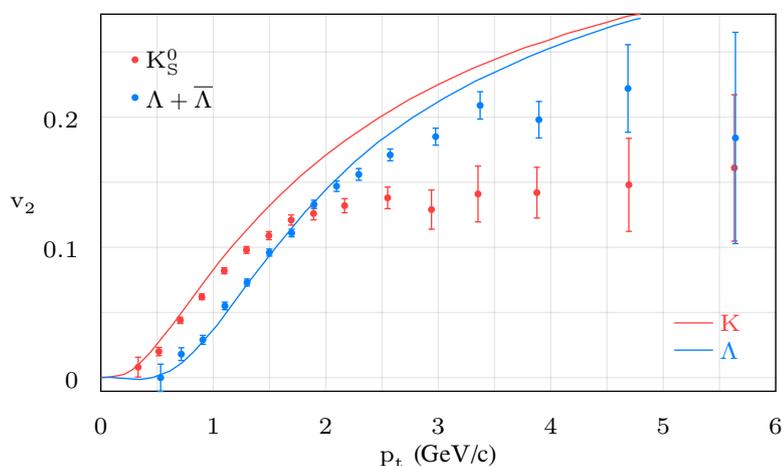


FIGURA 2.4: Fluxo elíptico em função de p_t para diferentes partículas comparados a modelos hidrodinâmicos. Dados obtidos da colaboração STAR.[11, 12]

O gráfico da Figura 2.4 apresenta resultados experimentais obtidos da colaboração STAR[11, 12] comparados a modelos hidrodinâmicos que consideram o meio como um fluido relativístico perfeito. Nota-se pelo gráfico que para baixo p_t os modelos representam bem os dados experimentais.

2. INTRODUÇÃO

Esse resultado é um forte argumento para a formação do QGP indicando propriedades coletivas do meio. Além disso outros resultados obtidos pelos experimentos do RHIC para fluxo elíptico são consistentes com uma rápida termalização do plasma.[10]

Como evidência da interação de partículas com o meio estudamos a supressão de partículas. Para tanto vamos definir o fator de modificação nuclear R_{AB} que corresponde à razão entre o espectro de produção de hádrons carregados em colisões A+B (sejam Au+Au ou d+Au) em relação a colisões p+p, corrigido pelo número médio de colisões binárias por bin de centralidade $\langle N_{bin} \rangle$. Equacionando temos:[13]

$$R_{AB}(p_t) = \frac{1}{T_{AB}} \frac{\frac{dN_{AB}}{d\eta d^2p_t}}{\frac{d\sigma_{NN}}{d\eta d^2p_t}}, \quad (2.12)$$

com $T_{AB} = \langle N_{bin} \rangle / \sigma_{inelástico}^{pp}$. A grosso modo, se pudermos fazer uma analogia de forma que colisões núcleo-núcleo sejam apenas um conjunto de colisões próton-próton, o fator de modificação nuclear deve ter valor 1 sempre. No entanto, devido a efeitos de interação com o meio, isso não ocorre. A Figura 2.5 mostra o fator de modificação nuclear em função de p_t para colisões A+B medidas pelo experimento STAR.[13] É notável no gráfico que a supressão de partículas para colisões Au+Au chega a um fator ≈ 5 . Isso não ocorre para colisões d+Au, sendo possível concluir que esse resultado não provém de efeitos nucleares iniciais, e sim de efeitos de interação com o meio altamente denso provocado nas colisões Au+Au.[10]

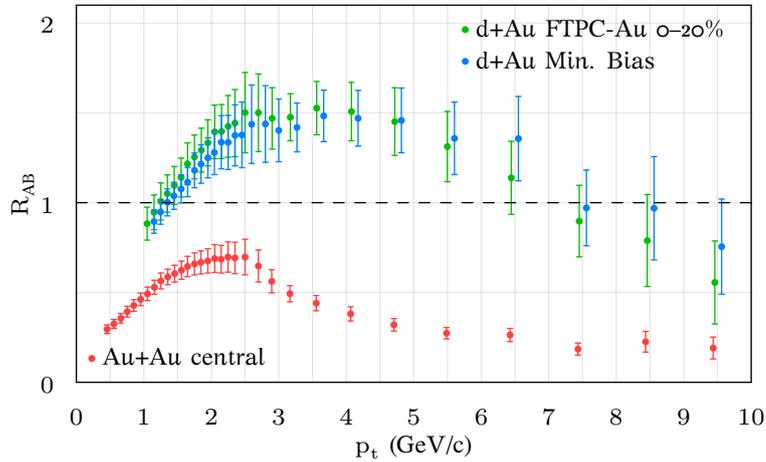


FIGURA 2.5: Fator de modificação nuclear de hádrons carregados e π^0 inclusivos para 200 GeV Au+Au e d+Au em relação a colisões p+p. Os dados de mínimo *bias* d+Au estão deslocados de 100 MeV/c para fins de clareza. Dados obtidos da colaboração STAR.[13]

O fator de modificação nuclear para colisões Au+Au (R_{AA}) é a principal

grandeza física a ser comparada com dados experimentais neste trabalho. Notamos pelas definições acima que ele está diretamente relacionado à supressão de partículas e, portanto, servirá em nosso estudo de perda de energia de quarks pesados.

Outra evidência de supressão observada em colisões Au+Au aparece em correlações de hádrons de alto p_t . Em distribuições azimutais de hádrons, um par gerado a partir de um único jato terá alta correlação para ângulos $\varphi \approx 0$ enquanto que um par gerado a partir de di-jatos *back-to-back* terá maior correlação para ângulos $\varphi \approx \pi$. [10] A Figura 2.6 apresenta a distribuição azimutal de hádrons com $p_t > 2 \text{ GeV}/c$ em relação a um *trigger* com $p_t^{\text{trig}} > 4 \text{ GeV}/c$. Pela figura notamos a completa ausência da correlação em $\varphi = \pi$ para colisões Au+Au e uma leve diminuição para colisões d+Au. Esse efeito é um claro exemplo de interação com o meio formado na colisão.

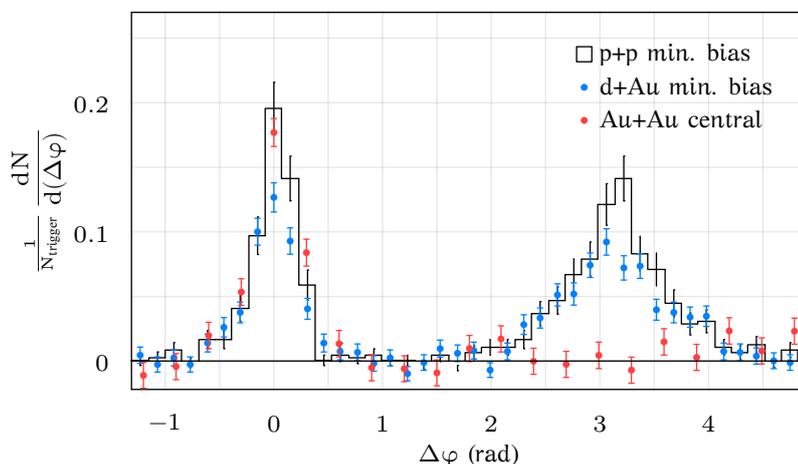


FIGURA 2.6: Supressão de jatos em colisões Au+Au, comparadas com colisões d+Au e p+p. Observa-se que o segundo jato, na colisão Au+Au, é totalmente suprimido. Dados obtidos da colaboração STAR. [10, 13]

Neste trabalho focaremos no estudo de supressão de partículas, tomando o R_{AA} da Equação (2.12) como principal grandeza de observação. O estudo envolve especificamente a relação de perda de energia de quarks pesados. Quarks pesados, devido à sua massa, deveriam sofrer menos perda de energia que quarks leves, entretanto ainda se observa uma supressão evidente para esse tipo de quarks. O interesse no estudo de quarks pesados é devido a sua criação ocorrer em estágios iniciais da colisão, devido a sua massa elevada. Isso faz com que esses quarks interajam com o meio durante boa parte da existência do QGP na evolução da colisão. A consequência disso é que, a observação dos produtos desses quarks envolve a análise de resultados dessa interação, consistindo de excelente fonte de informação sobre o meio.

Produção de quarks pesados no plasma

Para se obter a seção de choque experimental de quarks pesados são realizadas medidas de hádrons contendo esses quarks ou de partículas inclusivas provenientes de seu decaimento. Estudaremos nesse trabalho decaimentos semi-leptônicos. Assim, podemos separar os processos envolvidos na seguinte expressão:

$$E \frac{d^3\sigma}{dp^3} = E_i \frac{d^3\sigma_Q}{dp_i^3} \otimes P(E_i \rightarrow E_f) \otimes P(Q \rightarrow H_Q) \otimes P(H_Q \rightarrow e), \quad (3.1)$$

em que as três distribuições convoluídas são: perda de energia, hadronização e decaimento. É importante salientar que assumimos a validade da Fatorização da qcd. Esta é uma importante hipótese deste trabalho. Devido a essa fatorização, cada aspecto do estudo pode ser considerado separadamente. Os capítulos subsequentes tratarão teoricamente cada uma dessas distribuições e estudarão a maneira de obtê-las. Neste capítulo estamos interessados na primeira distribuição antes das convoluções: a produção de quarks pesados em colisões hadrônicas. Isso pode ser calculado através de Cromodinâmica Quântica perturbativa (pQCD) em que obtemos séries de potências da constante de acoplamento α_s calculadas para a massa do quark pesado. Esses cálculos foram realizados até *next-to-leading order* (NLO),[14] contudo essa metodologia não funciona para altos momentos ($p_t \gg m$). A razão disso é o aparecimento de dois tipos de termos na expansão perturbativa: $\alpha_s^2 (\alpha_s \log p_t/m)^k$ e $\alpha_s^3 (\alpha_s \log p_t/m)^k$. Esses termos são calculados utilizando um formalismo de função de fragmentação.[15] Vamos chamar esse cálculo de *next-to-leading logs* (NLL). No entanto ainda assim é necessário fazer mais correções pois esse formalismo anula as contribuições da seção de choque de potências de m/p_t . Os cálculos de Cacciari

3. PRODUÇÃO DE QUARKS PESADOS NO PLASMA

et al.[16, 17] têm por objetivo corrigir esses erros através de uma junção desse método com um formalismo *fixed-order* (FO). Esse novo formalismo é chamado *Fixed-Order Next-to-Leading Logs* (FONLL) e mantém exatamente todos os termos de ordem α_s^2 , α_s^3 , $\alpha_s^2 \alpha_s^k \log^k p_t/m$ e $\alpha_s^3 \alpha_s^k \log^k p_t/m$.

Podemos esquematicamente escrever os resultados para a seção de choque para os cálculos NLO e NLL:

$$\frac{d^2\sigma^{(\text{NLO})}}{dp_t^2} = A(m)\alpha_s^2 + B(m)\alpha_s^3 + \mathcal{O}(\alpha_s^4), \quad (3.2)$$

$$\begin{aligned} \frac{d^2\sigma^{(\text{NLL})}}{dp_t^2} &= \alpha_s^2 \sum_{i=0}^{\infty} a_i (\alpha_s \log \mu/m)^i + \alpha_s^3 \sum_{i=0}^{\infty} b_i (\alpha_s \log \mu/m)^i \\ &\quad + \mathcal{O}[\alpha_s^4 (\alpha_s \log \mu/m)^i] + \mathcal{O}(\alpha_s^2 \times \text{SUP}), \end{aligned} \quad (3.3)$$

com SUP sendo os termos suprimidos em alto p_t por potências de m/p_t . Os coeficientes (a_i e b_i) incluem a dependência na energia, momento e a escala adotada.

O que o FONLL faz é combinar os resultados das duas equações em um único cálculo para a seção de choque, cuidando-se para não se duplicar os termos:

$$\begin{aligned} \frac{d^2\sigma}{dp_t^2} &= A(m)\alpha_s^2 + B(m)\alpha_s^3 \\ &\quad + \left(\alpha_s^2 \sum_{i=2}^{\infty} a_i (\alpha_s \log \mu/m)^i + \alpha_s^3 \sum_{i=1}^{\infty} b_i (\alpha_s \log \mu/m)^i \right) \times G(m, p_t) \\ &\quad + \mathcal{O}(\alpha_s^4 (\alpha_s \log \mu/m)^i) + \mathcal{O}(\alpha_s^4 \times \text{SUP}), \end{aligned} \quad (3.4)$$

em que $G(m, p_t)$ é uma função arbitrária imposta por Cacciari que deve se aproximar de 1 quando m/p_t tende a 0 para até termos suprimidos por potências de m/p_t , já que não se sabe a estrutura desses termos no cálculo NLL. A função utilizada por Cacciari é:[16]

$$G(m, p_t) = \frac{p_t^2}{p_t^2 + c^2 m^2}. \quad (3.5)$$

Voltaremos ainda a esta equação para discutir a razão desta escolha.

As Figuras 3.1 e 3.2 ilustram os diagramas de Feynman dos processos envolvidos nos cálculos realizados pelo FONLL. Nota-se pelos diagramas a presença de efeitos de excitação de sabor, emissão de glúon e produção de par. Além disso, aparecem correções que envolvem a emissão de glúon e a sua posterior reabsorção seja pelo mesmo quark ou por seu par.

Para se realizar o cálculo são usados resultados já obtidos separadamente através da abordagem FO e da NLL. No entanto é preciso que ambas

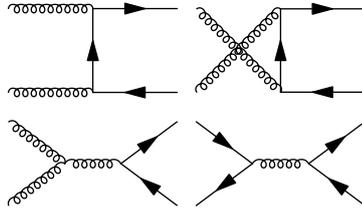


FIGURA 3.1: Diagramas de Feynman para termos de *leading order* no cálculo da seção de choque de produção de quarks pesados.

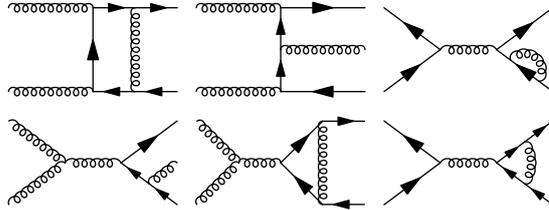


FIGURA 3.2: Alguns diagramas de Feynman para termos de *next-to-leading order* no cálculo da seção de choque de produção de quarks pesados.

sejam calculadas usando a mesma escala de renormalização e fatorização, o que não é verdade normalmente. O FONLL faz uma mudança de escala do FO para ser compatível com o NLL. Além disso é preciso considerar os termos em ambos os cálculos que são equivalentes, isso é feito calculando-se uma aproximação para FO apenas dos termos logarítmicos na massa e subtraindo esse resultado do NLL. Chamaremos esse termo de FOMO. Podemos usar as Equações (3.2) e (3.3) e escrevermos, comparando os termos:

$$\begin{cases} A(m) = a_0 + \text{SUP} \\ B(m) = b_0 + a_1 \log \mu/m + \text{sup}, \end{cases} \quad (3.6)$$

e escrevemos FOMO como sendo:

$$\frac{d^2\sigma^{(\text{FOMO})}}{dp_t^2} = a_0 \alpha_s^2 + (a_1 \log \mu/m + b_0) \alpha_s^3 + \mathcal{O}(\alpha_s^2 \times \text{SUP}). \quad (3.7)$$

Finalmente escrevemos um método prático para calcularmos a seção de choque pelo FONLL:

$$\text{FONLL} = \text{FO} + (\text{NLL} - \text{FOMO}) \times G(m, p_t). \quad (3.8)$$

Vamos estudar separadamente cada método do cálculo e a mudança de escala de renormalização para o FO a fim de obtermos o resultado final do cálculo.

3.1 Formalismo NLL – Resummation

Em QCD perturbativa a formação de quarks pesados a partir de pártons é ditada por funções de fragmentação que obedecem as equações de evolução DGLAP dadas por:[18]

$$\frac{\partial D_i^h(x, Q^2)}{\partial \ln Q^2} = \sum_j \int_x^1 \frac{dz}{z} \frac{\alpha_s}{4\pi} P_{ij} \left(\frac{x}{z}, Q^2 \right) D_i^h(z, Q^2), \quad (3.9)$$

para um párton de sabor i . A variável de Björken x representa a fração de momento transferida para o párton, as funções de desdobramento P_{ij} representam a probabilidade de um párton de sabor i emitir um párton de sabor j .

Utilizando como esquema de renormalização a subtração mínima modificada ($\overline{\text{MS}}$) as funções de fragmentação tomam as seguintes formas:[19]

$$D_h(x, \mu_0) = \delta(1-x) + \frac{\alpha_s(\mu_0) C_F}{2\pi} \left[\frac{1+x^2}{1-x} \left(\log \frac{\mu_0^2}{m^2} - 2 \log(1-x) - 1 \right) \right]_+, \quad (3.10)$$

$$D_g(x, \mu_0) = \frac{\alpha_s(\mu_0) T_F}{2\pi} [x^2 + (1-x)^2] \log \frac{\mu_0^2}{m^2}, \quad (3.11)$$

$$D_i(x, \mu_0) = 0, \quad \text{para } i \neq g, h. \quad (3.12)$$

Definimos $D_i(x, \mu_0)$ a função de fragmentação para o párton i , de forma que o índice h corresponde a quarks pesados e g corresponde a glúons. Assumimos os valores $C_F = 4/3$ e $T_F = 1/2$. Por fim definimos a notação $[f(x)]_+$ através da seguinte integral:

$$\int_0^1 g(x) [f(x)]_+ dx = \int_0^1 (g(x) - g(1)) f(x) dx. \quad (3.13)$$

As funções de fragmentação perturbativas podem ser utilizadas para a determinação da seção de choque de quarks pesados, quando calculada sua evolução através das Equações (3.10) e a convolução com a seção de choque de pártons sem massa. Seguindo esse formalismo obtemos a seção de choque diferencial como:[20]

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \sigma}{\partial p_t^2 \partial y} = & \frac{1}{S} \sum_{ijk} \int_{1-v+vw}^1 \frac{dz}{z^2} \int_{vw/z}^{1-(1-v)/z} \frac{dv}{1-v} \int_{vw/zv}^1 \frac{dw}{w} \\ & \times F_{H_1}^i(x_1, \mu_F) F_{H_2}^j(x_2, \mu_F) D_k(z, \mu_F) \\ & \times \left[\frac{1}{v} \left(\frac{d\sigma^0(s, v)}{dv} \right)_{ij \rightarrow k} \delta(1-w) + \frac{\alpha_s^3(\mu_R)}{2\pi} K_{ij \rightarrow k}(s, v, w; \mu_R, \mu_F) \right], \end{aligned} \quad (3.14)$$

3.2. Mudança de esquema de renormalização

em que definimos as variáveis hadrônicas S , V e W correspondentes às variáveis cinemáticas a nível partônico s , v e w [20]:

$$V = 1 + \frac{T}{S}, \quad W = \frac{-U}{S + T}, \quad (3.15)$$

$$S = (P_1 + P_2)^2, \quad T = (P_1 - P)^2, \quad U = (P_2 - P)^2, \quad (3.16)$$

$$p_1 = x_1 P_1, \quad p_2 = x_2 P_2, \quad p = P/z, \quad (3.17)$$

$$v = 1 + \frac{t}{s}, \quad w = \frac{-u}{s + t}, \quad (3.18)$$

$$s = (p_1 + p_2)^2, \quad t = (p_1 - p)^2, \quad u = (p_2 - p)^2, \quad (3.19)$$

com $\sigma^0(s, v)$ a primeira ordem de seção de choque de párton sem massa para párton sem massa e o termo $K_{ij \rightarrow k}$ sendo a correção de NLO.

Esse procedimento é confiável para alto p_t , no entanto quando p_t se aproxima de m , devido à natureza sem massa do método, os resultados falham.

3.2 Mudança de esquema de renormalização

Analisando agora o formalismo FO, é preciso que os resultados sejam expressos em termos do esquema de renormalização \overline{MS} [16] a fim de podermos combiná-los com o formalismo NLL. No entanto, ao se realizar os cálculos de FO pode-se definir um outro esquema de renormalização baseado em \overline{MS} a menos de um tratamento específico para quarks pesados. O que temos que fazer para que a combinação seja feita de forma apropriada é encontrar os termos de correção quando se faz a mudança de um esquema de renormalização para outro.

Ainda seguindo o procedimento adotado por Cacciari,[16] vamos considerar o caso em que apenas um sabor é tratado com massa m e os outros $n_{1f} = n_f - 1$ sabores são tratados sem massa.

Tomando a escala de renormalização igual à massa do quark pesado ($\mu_R = m$) temos:

$$\alpha_s^{(n_f)}(\mu_R) = \alpha_s^{(n_{1f})}(\mu_R) + \mathcal{O}(\alpha_s^3), \quad (3.20)$$

e obtemos as seguintes relações entre as constantes de acoplamento através da equação de grupo de renormalização (Callan-Symanzik):[6]

$$\alpha_s^{(n_{1f})}(\mu_R) = \alpha_s^{(n_{1f})}(m) - b_0^{(n_{1f})} \alpha_s^2 \log \frac{\mu_R^2}{m^2}, \quad (3.21)$$

$$\alpha_s^{(n_f)}(\mu_R) = \alpha_s^{(n_f)}(m) - b_0^{(n_f)} \alpha_s^2 \log \frac{\mu_R^2}{m^2}, \quad (3.22)$$

3. PRODUÇÃO DE QUARKS PESADOS NO PLASMA

com $b_0^{(n)} = \frac{11C_A - 4nT_f}{12\pi}$. Fazendo a diferença temos:

$$\alpha_s^{(n_f)}(\mu_R) - \alpha_s^{(n_f)}(m) = -\frac{1}{3\pi} T_f \log \frac{\mu_R^2}{m^2} \alpha_s^2 + \mathcal{O}(\alpha_s^3). \quad (3.23)$$

Outra condição necessária quando $\mu_R = m$ diz respeito às funções de estrutura, temos no esquema $\overline{\text{MS}}$ que:[21]

$$F_h^{(n_f)}(x, m^2) = F_{\bar{h}}^{(n_f)}(x, m^2) = 0, \quad (3.24)$$

$$F_j^{(n_f)}(x, m^2) = F_j^{(n_f)}(x, m^2) \quad \text{para } j \neq h, \quad (3.25)$$

para as funções de estrutura para quarks pesados e leves. Vamos agora utilizar as equações de Altarelli-Parisi (3.9) para calcular a relação entre as constantes de acoplamento nos dois esquemas de renormalização. Aplicando então Altarelli-Parisi para as funções F_i com $n_f = n_{1f} + 1$ até primeira ordem em α_s temos:[16]

$$\frac{\partial F_i^{(n_f)}(x, \mu)}{\partial \log \mu^2} = \frac{\alpha_s^{(n_f)}(\mu)}{2\pi} \sum_j \int_x^1 F_j^{(n_f)}(x/z, \mu) P_{ij}^{(n_f)}(z) \frac{dz}{z}, \quad (3.26)$$

que para μ da ordem de m podemos escrever:

$$F_i^{(n_f)}(x, \mu) - F_i^{(n_f)}(x, m) = \frac{\alpha_s^{(n_f)} \log \frac{\mu^2}{m^2}}{2\pi} \sum_j \int_x^1 F_j^{(n_f)}(x/z, m) P_{ij}^{(n_f)}(z) \frac{dz}{z}. \quad (3.27)$$

O mesmo cálculo se aplica para n_{1f} sabores e obtemos:

$$F_i^{(n_{1f})}(x, \mu) - F_i^{(n_{1f})}(x, m) = \frac{\alpha_s^{(n_{1f})} \log \frac{\mu^2}{m^2}}{2\pi} \sum_j \int_x^1 F_j^{(n_{1f})}(x/z, m) P_{ij}^{(n_{1f})}(z) \frac{dz}{z}. \quad (3.28)$$

Vamos agora separar os cálculos para quarks pesados e leves. Temos que, para $i \neq h, \bar{h}$, a diferença das Equações (3.27) e (3.28) fica:

$$\begin{aligned} & F_i^{(n_f)}(x, \mu) - F_i^{(n_{1f})}(x, \mu) \\ &= \frac{\alpha_s^{(n_f)}(m) \log \frac{\mu^2}{m^2}}{2\pi} \sum_{j \neq h, \bar{h}} \int_x^1 F_j^{(n_f)}(x/z, m) \left[P_{ij}^{(n_f)}(z) - P_{ij}^{(n_{1f})}(z) \right] \frac{dz}{z}, \end{aligned} \quad (3.29)$$

em que usamos as condições das Equações (3.25) e (3.20). A diferença $P_{ij}^{(n_f)}(z) - P_{ij}^{(n_{1f})}(z)$ só se dá para funções de desdobramento que dependem explicitamente do número de sabores no modelo. A única função que contém essa propriedade é a função de desdobramento do glúon. Temos assim que:

$$P_{gg}^{(n_f)}(z) - P_{gg}^{(n_{1f})}(z) = -\frac{2T_F}{3} \delta(1-z), \quad (3.30)$$

3.2. Mudança de esquema de renormalização

que substituímos na diferença para obter:

$$F_g^{(n_f)}(x, \mu) - F_g^{(n_{f'})}(x, \mu) = \frac{-T_F \alpha_s^{(n_{f'})}(m) \log \frac{\mu^2}{m^2}}{3\pi} F_g^{(n_{f'})}(x, m). \quad (3.31)$$

Voltando agora para a Equação (3.27), calculando apenas para quarks pesados e lembrando das relações dadas pela Equação (3.24) chegamos em:

$$F_h^{(n_f)}(x, \mu) = \frac{\alpha_s^{(n_f)} \log \frac{\mu^2}{m^2}}{2\pi} \sum_{j \neq h, \bar{h}} \int_x^1 F_j^{(n_f)}(x/z, m) P_{hj}^{(n_f)}(z) \frac{dz}{z}. \quad (3.32)$$

Podemos finalmente resumir os resultados obtidos até aqui, lembrando que todos os cálculos foram realizados para primeira ordem em α_s . A Equação (3.32) implica que $F_{h(\bar{h})}^{(n_f)}$ é de ordem de α_s . Da Equação (3.31) tiramos a relação entre $F_g^{(n_f)}$ e $F_g^{(n_{f'})}$, enquanto que a Equação (3.29), quando a diferença das funções de desdobramento é nula, iguala os termos $F_i^{(n_f)}$ e $F_i^{(n_{f'})}$. Assim, como resultado final obtemos:

$$F_{h(\bar{h})}^{(n_f)} = \mathcal{O}(\alpha_s), \quad (3.33)$$

$$F_j^{(n_f)} = F_j^{(n_{f'})} + \mathcal{O}(\alpha_s^2) \quad \text{para } j \neq h, \bar{h}, g, \quad (3.34)$$

$$F_g^{(n_f)} = F_g^{(n_{f'})} \left[1 - \frac{\alpha_s T_F}{3\pi} \log \frac{\mu^2}{m^2} \right] + \mathcal{O}(\alpha_s^2). \quad (3.35)$$

De posse dessas relações podemos obter as transformações necessárias para o esquema \overline{MS} . Analisando primeiramente o caso de aniquilação $q\bar{q}$ temos apenas modificações devido à constante de acoplamento. Assim, usando a Equação (3.23) temos:

$$\sigma_{q\bar{q}}^{(0)} = \frac{[\alpha_s^{(n_{f'})}(\mu_R)]^2}{m^2} f_{q\bar{q}} \approx \frac{[\alpha_s^{(n_f)}(\mu_R)]^2}{m^2} f_{q\bar{q}} \left(1 - \alpha_s \frac{2T_F}{3\pi} \log \frac{\mu_R^2}{m^2} \right). \quad (3.36)$$

Já para o caso de fusão gg , as correções fornecem:

$$\begin{aligned} [F_g^{(n_{f'})}]^2 \sigma_{gg}^{(0)} &= [F_g^{(n_{f'})}(\mu_F)]^2 \frac{[\alpha_s^{(n_{f'})}(\mu_R)]^2}{m^2} f_{gg} \\ &= [F_g^{(n_f)}(\mu_F)]^2 \frac{[\alpha_s^{(n_f)}(\mu_R)]^2}{m^2} f_{gg} \left(1 - \alpha_s \frac{2T_F}{3\pi} \log \frac{\mu_R^2}{\mu_F^2} \right). \end{aligned} \quad (3.37)$$

Assim, resumindo, as correções devido à mudança de esquema de renormalização envolvem a inclusão dos termos:

- $-\alpha_s \frac{2T_F}{3\pi} \log \frac{\mu_R^2}{m^2} \sigma_{q\bar{q}}^{(0)}$ ao canal $q\bar{q}$.
- $-\alpha_s \frac{2T_F}{3\pi} \log \frac{\mu_R^2}{\mu_F^2} \sigma_{gg}^{(0)}$ ao canal gg .

3.3 Unificação dos procedimentos

Finalmente resta agora discutir a unificação dos procedimentos estudados. Voltando à Equação (3.8) vemos que uniremos o método FO, após a apropriada conversão de sistema de renormalização com o método NLL. Para isso precisamos dar conta dos termos que são equivalentes nos dois procedimentos, isso é feito tomando-se o limite sem massa do cálculo de FO, o termo que chamamos de FOMO. Do cálculo de seção de choque para o FOMO obtemos uma expansão em séries de potência da constante de acoplamento da forma da Equação (3.3) até ordem de α_s^3 . São estes os termos que correspondem exatamente ao cálculo NLL. Numericamente, para p_t da ordem da massa m do quark, esses cálculos no entanto podem apresentar grandes discrepâncias, por isso é necessária a inclusão da função $G(m, p_t)$. Através dessa função garantimos que para alto p_t a diferença NLL – FOMO fornece exatamente os termos não inclusos no cálculo FO, $G(m, p_t)$ deve, portanto, se aproximar de 1 para altos p_t . Além disso, escolhendo valores pequenos para $G(m, p_t)$ quando p_t é da ordem de m , eliminamos da conta os termos em que o FOMO falha, devido à aproximação na massa. Uma escolha possível para a função $G(m, p_t)$ portanto é:

$$G(m, p_t) = \frac{p_t^2}{p_t^2 + c^2 m^2}. \quad (3.38)$$

A escolha da constante c define o quão próximo de m a correção será suprimida. A escolha feita por Cacciari é de $c = 5$, o que significa que a correção é suprimida para valores de massa transversal menores que $5m$.

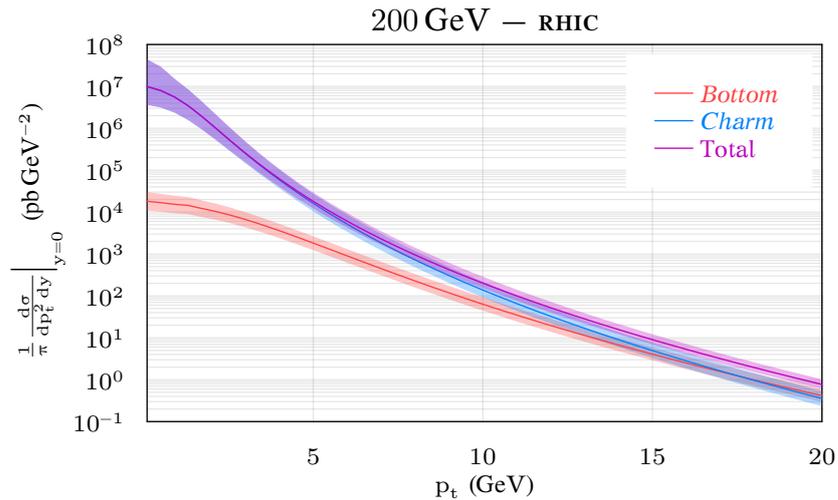


FIGURA 3.3: Seção de choque diferencial de produção de quarks pesados no RHIC. As faixas coloridas correspondem às incertezas dos cálculos.

3.3. Unificação dos procedimentos

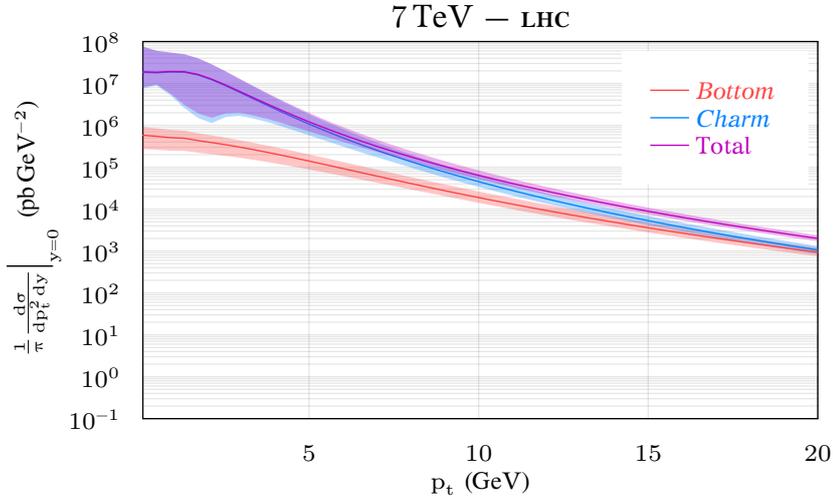


FIGURA 3.4: Seção de choque diferencial de produção de quarks pesados no LHC. As faixas coloridas correspondem às incertezas dos cálculos.

O resultado final esquemático para a seção de choque dada pelo método de FONLL fica então:

$$\text{FONLL} = \text{FO} + \frac{p_t^2}{p_t^2 + c^2 m^2} (\text{NLL} - \text{FOMO}). \quad (3.39)$$

As Figuras 3.3 e 3.4 mostram as seções de choque diferenciais de produção de quarks pesados para as energias do RHIC e do LHC respectivamente.

Modelos de perda de energia

A interpretação da supressão de partículas em colisões de íons pesados em relação a colisões p+p pode ser dada por perda de energia de pártons no QGP. Neste capítulo vamos estudar os modelos de perda de energia de maneira geral. Para a implementação do programa será escolhido um modelo simples já que a intenção é estudar fenomenologicamente apenas as contribuições das variações de condições iniciais para o resultado final de R_{AA} . Nesse sentido a perda de energia de quarks no QGP é causada por interações do quark com o meio, seja por colisões ou por emissão de glúons. À primeira se relacionam os modelos de perda de energia colisional enquanto que os modelos de perda de energia por radiação tentam descrever o segundo caso. O entendimento dos processos de perda de energia levam a conclusões sobre a dinâmica do meio, consistindo-se uma excelente ferramenta para se conhecer as propriedades do QGP.

Estamos interessados em observar o comportamento da perda de energia com variações nas condições iniciais da colisão através do fator de modificação nuclear R_{AA} , definido pela Equação (2.12). Assumindo uma situação idealizada de que colisões núcleo-núcleo poderiam ser consideradas como uma multiplicação de colisões próton-próton, teríamos um fator de modificação nuclear de 1, considerando a correta normalização dos espectros. O que se observa, entretanto, é uma supressão do espectro de colisão A+A devido a interação partônica com o meio formado na colisão, resultando em valores de R_{AA} menores que 1. O R_{AA} é, portanto, uma maneira de se observar a perda de energia de quarks no meio.

4.1 Perda de energia colisional

Os primeiros cálculos de perda de energia colisional foram realizados por Bjorken[22] em que é calculado o espalhamento elástico de um párton

4. MODELOS DE PERDA DE ENERGIA

dentro do qgp por outro párton. Parte-se de um meio uniforme em equilíbrio térmico. Diversas aproximações são feitas ao longo dos cálculos tais como não se considerar as massas na densidade de quarks e transferência de pequenas quantidades de momento levando a várias simplificações cinemáticas. O resultado obtido para o cálculo é:

$$-\frac{dE}{dx} \approx \left(\frac{2}{3}\right)^{\pm 1} \varepsilon^{1/2} \log \frac{4ET}{M^2} e^{-M/T} \left(1 + \frac{M}{T}\right), \quad (4.1)$$

em que escolhe-se +1 para glúons e -1 para quarks no expoente do primeiro fator. A densidade de energia do meio ε é dada por:

$$\varepsilon = \frac{8\pi^2}{15\beta^4} \left(1 + \frac{21N_f}{32}\right). \quad (4.2)$$

O modelo apresentado por Bjorken é extremamente simples e apresenta diversos problemas de singularidade que só foram sendo contornados em cálculos posteriores. Efeitos de *screening* foram inicialmente considerados por Thoma e Gyulassy[23] que calcularam a perda de energia através de um procedimento diferente, considerando a força de Lorentz induzida pelo campo cromoeletrico no qgp. Esse procedimento ainda tinha a vantagem de incluir as singularidades no intervalo infravermelho, que foram impostos a princípio manualmente por Bjorken. A expressão encontrada é:

$$-\frac{dE}{dx} = \frac{4\pi}{3} C_F \alpha_s^2 T^2 \ln \left(\frac{k_{\max}}{k_D}\right) \left(\frac{1}{v} - \frac{1-v^2}{2v^2} \ln \frac{1+v}{1-v}\right), \quad (4.3)$$

com $C_F = 4/3$, $v = p/E$ a velocidade do quark, $k_{\max} = \frac{4Tp}{E-p+4T}$, $k_D = m_g \sqrt{3}$, $m_g = g_s T \sqrt{\frac{1+n_f/6}{3}}$ a massa do glúon termalizado, $g_s = \sqrt{4\pi\alpha_s}$ a constante de acoplamento da QCD e n_f o número de sabores de quarks leves.

Posteriormente os cálculos foram considerados em um meio aquecido por Thoma e Braaten.[24] O objetivo era calcular a perda de energia através de um procedimento que eliminasse as singularidades do cálculo de Bjorken, parcialmente resolvidas por Thoma e Gyulassy. Eles obtiveram uma fórmula para a perda de energia em dois regimes: $E \ll M_Q^2/T$ e $E \gg M_Q^2/T$, considerando, para isso, o momento máximo transferido de um quark ou glúon de energia k em um espalhamento elástico como sendo:

$$q_{\max} = \frac{2k \left(1 + \frac{k}{E}\right)}{1 - v + 2\frac{k}{E}}. \quad (4.4)$$

No regime $E \ll M_Q^2/T$ essa fórmula pode ser aproximada para $q_{\max} = \frac{2k}{1-v}$ enquanto que para $E \gg M_Q^2/T$ pode-se adotar $q_{\max} = E$. O problema surge na região intermediária $E \sim M_Q^2/T$ em que q_{\max} deve ser utilizado

na sua expressão geral. No desenvolvimento feito por Thoma e Braaten essa região é obtida por continuidade entre os dois limites calculados. O resultado final obtido por eles é:

$$-\frac{dE}{dx} = \frac{8\pi\alpha_s^2 T^2}{3} \left(1 + \frac{n_f}{6}\right) \left(\frac{1}{v} - \frac{1-v^2}{2v^2} \ln \frac{1+v}{1-v}\right) \times \ln \left(2^{\frac{n_f}{6+n_f}} B(v) \frac{ET}{m_g M_Q}\right), \quad (4.5)$$

para $E \ll M_Q^2/T$, com $B(v)$ sendo uma função suave monotonicamente crescente entre $B(0) = 0.604$ e $B(0.88) = 0.731$, decrescendo em seguida até $B(1) = 0.629$. No outro regime temos:

$$-\frac{dE}{dx} = \frac{8\pi\alpha_s^2 T^2}{3} \left(1 + \frac{n_f}{6}\right) \times \ln \left(2^{\frac{n_f}{6+n_f}} 0.92 \frac{\sqrt{ET}}{m_g}\right), \quad (4.6)$$

para $E \gg M_Q^2/T$.

As Figuras 4.1 e 4.2 apresentam as comparações dos modelos de perda de energia colisional apresentados. Para o cálculo de Thoma e Braaten[24] a energia de cruzamento entre as fórmulas (4.5) e (4.6) é dada por $E_{\text{cruz}} = 1.8M_Q^2/T$, e é possível visualizá-la no gráfico para *charm* em $E_{\text{cruz}} \approx 16$ GeV.

No limite $v \rightarrow 0$ a Equação (4.5) não é válida pois a perda de energia deve trocar de sinal nessa região já que em uma colisão um quark com velocidade nula só pode ganhar energia. A correção apresentada por Thoma

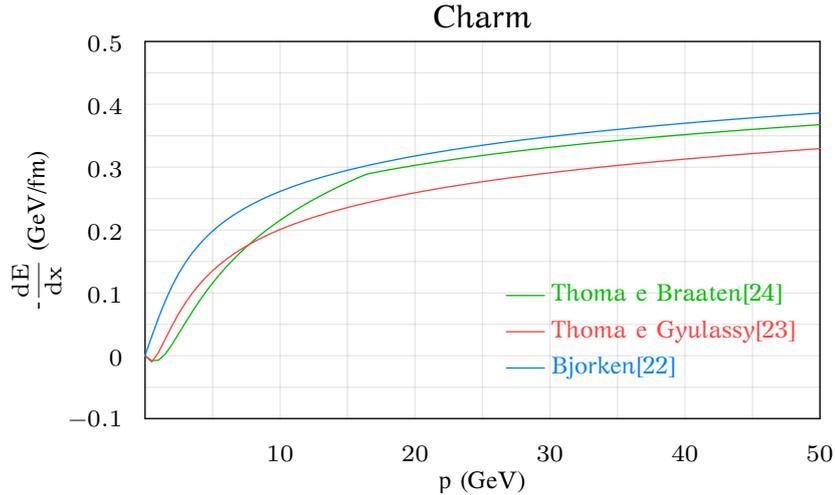


FIGURA 4.1: Comparação dos modelos de perda de energia colisional apresentados para quark *charm*, tomando $\alpha_s = 0.2$ e $T = 0.25$ GeV.

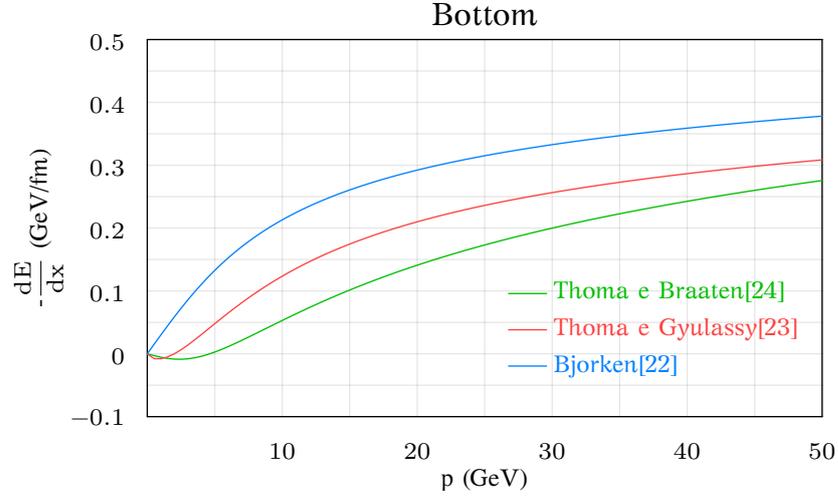


FIGURA 4.2: Comparação dos modelos de perda de energia colisional apresentados para quark *bottom*, tomando $\alpha_s = 0.2$ e $T = 0.25$ GeV.

e Braaten nesse limite é dada por:

$$-\frac{dE}{dx} = -\frac{16\pi\alpha_s^2 T^3}{3M_Q v} \left(1 + \frac{n_f}{6}\right) \times \ln \left(2^{\frac{n_f}{6+n_f}} 0.604 \frac{T}{m_g}\right). \quad (4.7)$$

Por fim o artigo ainda discute a validade da Equação (4.5) para energias muito baixas devido ao termo logarítmico ser menor que 1 em determinadas condições. Para os autores esse fato não causa transtorno devido ao fato de essa falha se encontrar fora da região de interesse experimental, no entanto isso prova que cálculos das propriedades do QGP sensíveis logaritmicamente devem considerar ordens superiores na constante de acoplamento para serem confiáveis.

O que todos esses procedimentos até agora possuem em comum é o fato de considerarem o plasma de quarks e glúons como um meio estático, desprezando efeitos causados pela expansão do meio e seu conseqüente esfriamento. Foi realizado por Mustafa *et al.*[25] um cálculo para quark *charm* em um plasma em expansão. Esse cálculo ainda apresenta algumas simplificações: é considerado um meio uniforme e só são consideradas colisões elásticas entre o quark *charm* e os pártons presentes no QGP. O cálculo parte da equação de Boltzmann para o movimento Browniano de uma partícula em que se inclui a taxa de colisões. O resultado é uma equação integrodiferencial não linear, a equação de Landau, de difícil solução. Parte-se então para uma aproximação em que o fundo é dado por um grande conjunto de partículas fracamente acopladas em equilíbrio térmico, enquanto que as partículas de prova são não termalizadas mas

homogeneamente distribuídas. Isso reduz a equação de Landau para a equação de Fokker-Plank, que é linear. Tal equação é dada por:

$$\frac{\partial D}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial p_i} [\mathcal{J}_{1i}^{\text{FP}} D] + \mathcal{J}_2^{\text{FP}} \left(\frac{\partial}{\partial \mathbf{p}} \right)^2 D, \quad (4.8)$$

em que D é a distribuição devido ao movimento da partícula, \mathbf{p} é o momento inicial da partícula e os coeficientes de transporte são dados por:

$$\mathcal{J}_{1i}^{\text{FP}} = p_i \mathcal{A}, \quad (4.9)$$

$$\mathcal{J}_2^{\text{FP}} = \mathcal{B}_0, \quad (4.10)$$

em que \mathcal{A} é o arraste e \mathcal{B}_0 a difusão transversal.

A manipulação da Equação (4.8) para um plasma unidimensional fornece o seguinte resultado:[25]

$$D(p, L) = \frac{1}{\sqrt{\pi \mathcal{W}(L)}} \exp \left[- \frac{\left(p - p_0 e^{-\int_0^L \mathcal{A}(t') dt'} \right)^2}{\mathcal{W}(L)} \right], \quad (4.11)$$

com:

$$\mathcal{W}(L) = 4e^{-2 \int_0^L \mathcal{A}(t') dt'} \int_0^L \mathcal{D}_F(t') e^{2 \int^{t'} \mathcal{A}(t'') dt''} dt', \quad (4.12)$$

sendo L o comprimento máximo de expansão do meio e \mathcal{D}_F um coeficiente de difusão. O efeito desses cálculos se apresenta da seguinte forma, no início tem-se um pico na distribuição de momentos $D(p, L)$ que, à medida que ocorre a expansão do meio, se desloca para momentos menores e sofre alargamento.

Esse resultado é utilizado para se calcular a perda de energia por colisões elásticas do quark *charm* no meio, dada por:

$$\Delta E = E_0 - \langle E \rangle = E_0 - \int_0^\infty E D(p, L) dp, \quad (4.13)$$

com $E = m_\perp = \sqrt{p_\perp^2 + m^2}$ na região $y = 0$. A expansão do meio tem o efeito de diminuir a perda de energia total do quark.

4.2 Perda de energia radiativa

Em contraposição à perda de energia colisional, causada por colisões elásticas entre os pártons presentes no QGP, temos através de um processo de emissão de glúons por *bremsstrahlung* a perda de energia radiativa. As primeiras estimativas de quantificação desse processo para quarks pesados foram realizadas por Mustafa.[26] Vamos aqui reproduzir os cálculos para a obtenção da expressão de perda de energia.

4. MODELOS DE PERDA DE ENERGIA

Inicialmente parte-se da probabilidade de emissão de glúon por um quark pesado válida para região de rapidez central:[27]

$$\frac{dn_g}{d\eta dq_{\perp}^2} = \frac{C_A \alpha_s}{\pi^2} \frac{l_{\perp}^2}{q_{\perp}^2 (\mathbf{q}_{\perp} - \mathbf{l}_{\perp})^2}, \quad (4.14)$$

com \mathbf{q}_{\perp} e \mathbf{l}_{\perp} os vetores de momento transversal dos glúons emitidos e trocados, respectivamente, $C_A = 3$ o invariante de Casimir na representação adjunta de SU(3)[2] e η a rapidez. Vamos então calcular a perda de energia média por colisão ν , dada pela média da energia emitida pelo glúon q_0 para todos os glúons emitidos:

$$\nu = \langle n_g q_0 \rangle = \int d\eta d^2 q_{\perp} \frac{dn_g}{d\eta dq_{\perp}^2} q_0 \Theta(\tau - \tau_f), \quad (4.15)$$

em que a função $\Theta(\tau - \tau_f)$ foi imposta para restringir o tempo de formação dos glúons τ_f para que seja anterior ao tempo de interação τ . Estimando-se através do princípio da incerteza obtém-se $\tau_f = \frac{\cosh \eta}{q_{\perp}}$. Fazendo a integração no limite $(\tau q_{\perp})^2 \gg 1$ e $q_{\perp} \gg l_{\perp}$ com $q_0 = q_{\perp} \cosh \eta$ temos:

$$\nu = \frac{3\alpha_s}{\pi^2} \int \frac{l_{\perp}^2 \cosh \eta}{q_{\perp}^3} \Theta(\tau q_{\perp} - \cosh \eta) d\eta d^2 q_{\perp} \quad (4.16)$$

$$= \frac{3\alpha_s}{\pi^2} \langle l_{\perp}^2 \rangle \int \frac{2\sqrt{(\tau q_{\perp})^2 - 1}}{q_{\perp}^3} d^2 q_{\perp} \quad (4.17)$$

$$\approx \frac{6\alpha_s}{\pi^2} \langle l_{\perp}^2 \rangle \tau \ln \frac{q_{\perp}^{\max}}{q_{\perp}^{\min}}, \quad (4.18)$$

em que se escolhe o valor q_{\perp}^{\min} como a massa de *screening* de Debye para um gás de glúons, a escala na qual efeitos coletivos se desenvolvem:

$$q_{\perp}^{\min} = \mu_D = T\sqrt{4\pi\alpha_s}. \quad (4.19)$$

Para se calcular o valor de q_{\perp}^{\max} para um quark de massa M temos:

$$(q_{\perp}^{\max})^2 = \left\langle \frac{(s - M^2)^2}{4s} \right\rangle, \quad (4.20)$$

sendo s a variável de Mandelstam. Sabendo que:

$$\langle s \rangle = M^2 + 2p'E, \quad e \quad (4.21)$$

$$\left\langle \frac{1}{s} \right\rangle = \frac{1}{4p'p} \ln \left[\frac{M^2 + 2Ep' + 2pp'}{M^2 + 2Ep' - 2pp'} \right], \quad (4.22)$$

para $p' \approx 3T$ o momento médio de um quark leve ou de um glúon no QGP, temos:

$$(q_{\perp}^{\max})^2 = \frac{3ET}{2} - \frac{M^2}{4} + \frac{M^4}{48pT} \ln \left[\frac{M^2 + 6ET + 6pT}{M^2 + 6ET - 6pT} \right], \quad (4.23)$$

Finalmente vamos calcular o momento médio transferido no processo de espalhamento, definido como:

$$\langle l_{\perp}^2 \rangle \simeq \langle l^2 \rangle \equiv \langle t \rangle = \frac{\int_{\mu_D^2}^{(q_{\perp}^{\max})^2} t \frac{d\sigma}{dt} dt}{\int_{\mu_D^2}^{(q_{\perp}^{\max})^2} \frac{d\sigma}{dt} dt}, \quad (4.24)$$

em que a seção de choque diferencial pode ser aproximada para:

$$\frac{d\sigma}{dt} \approx \frac{1}{t^2}, \quad (4.25)$$

resultando em:

$$\langle l_{\perp}^2 \rangle \approx \frac{\mu_D^2 (q_{\perp}^{\max})^2}{(q_{\perp}^{\max})^2 - \mu_D^2} \ln \frac{(q_{\perp}^{\max})^2}{\mu_D^2}. \quad (4.26)$$

Por fim, a perda de energia radiativa é obtida através da taxa de interação $\Gamma = 1/\tau$ e da energia média emitida pelo glúon, de forma que combinando as Equações (4.18) e (4.26) temos:

$$-\frac{dE}{dx} = \nu\Gamma = \frac{3\alpha_s}{\pi^2} \frac{\mu_D^2 (q_{\perp}^{\max})^2}{(q_{\perp}^{\max})^2 - \mu_D^2} \ln 2 \frac{(q_{\perp}^{\max})^2}{\mu_D^2}. \quad (4.27)$$

É preciso tomar cuidado ao aplicar a expressão da Equação (4.27). Note que ela só é válida quando $(q_{\perp}^{\max})^2 \geq \mu_D^2$, caso contrário não há emissão de radiação. Essa condição leva a um *threshold* na perda de energia e que é dependente da temperatura T .

A Figura 4.3 mostra o gráfico da perda de energia para quarks *charm* e *bottom* usando a Equação (4.27) em comparação com a perda de energia colisional dada pelas Equações (4.5) e (4.6). Nota-se pela figura que a perda de energia radiativa é dominante em relação à colisional. Essa conclusão, obtida por Mustafa *et al.*[26] não é correta. Posteriormente incluiu-se efeitos que diminuem a perda de energia por *bremsstrahlung*, tais como o efeito de *Dead Cone*. [28, 29]

O efeito Dead Cone

Consiste na supressão da perda de energia de quarks pesados por emissão de glúons quando esta se dá para pequenos ângulos. A diferença em comparação com quarks leves se dá no espectro de *bremsstrahlung*. Para quarks leves essa emissão é dada por:[29]

$$dP_0 \approx \frac{\alpha_s C_F}{\pi} \frac{d\omega}{\omega} \frac{dk_{\perp}^2}{k_{\perp}^2} = \frac{\alpha_s C_F}{\pi} \frac{d\omega}{\omega} \frac{d\theta^2}{\theta^2}, \quad (4.28)$$

em que $C_F = 4/3$ e $\theta \approx k_{\perp}/\omega \sim (\hat{q}/\omega^3)^{1/4}$ é o ângulo característico de emissão de um glúon com energia ω . Também definimos o coeficiente de transporte

4. MODELOS DE PERDA DE ENERGIA

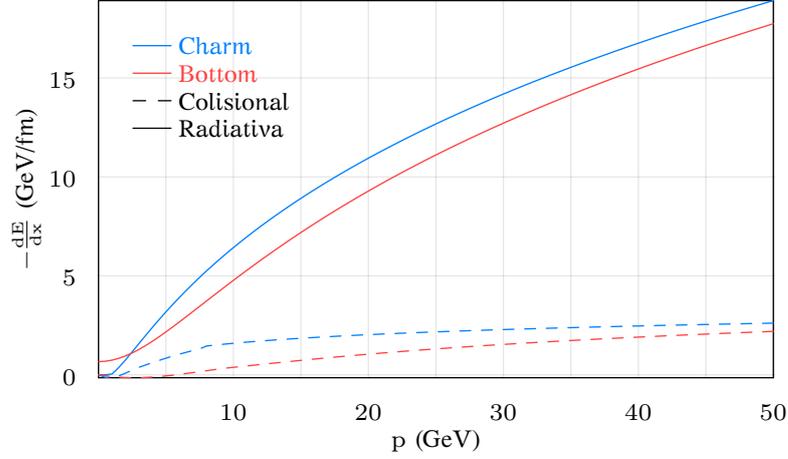


FIGURA 4.3: Gráfico ilustrando a perda de energia radiativa dada pela Equação (4.27) para quarks *charm* e *bottom* com $T = 500 \text{ MeV}$ e $\alpha_s = 0.3$.

gluônico como sendo:[29]

$$\hat{q} \equiv \rho \int \frac{d\sigma}{dq^2} q^2 dq^2, \quad (4.29)$$

com ρ a densidade de centros espalhadores.

O mesmo espectro, para quarks pesados, assume a seguinte forma:[29]

$$dP = \frac{\alpha_s C_F}{\pi} \frac{d\omega}{\omega} \frac{k_{\perp}^2 dk_{\perp}^2}{(k_{\perp}^2 + \omega^2 \theta_0^2)^2}, \quad (4.30)$$

com $\theta_0 \equiv M/E$ a razão entre a massa e a energia do quark. Assim, a razão que corresponde à diferença entre os espectros para quarks pesados e quarks leves é dada por:[29]

$$\frac{dP_{HQ}}{dP_0} = \left(1 + \frac{\theta_0^2}{\theta^2}\right)^{-2} = \left(1 + \theta_0^2 \omega \sqrt{\frac{\omega}{\hat{q}}}\right)^{-2}, \quad (4.31)$$

que corresponde a uma supressão da perda de energia para ângulos θ pequenos.

Para comparar a distribuição angular de glúons induzidos pela propagação de quarks no meio calcula-se o espectro de radiação de glúons por um quark:

$$\frac{dW}{d\omega} = \frac{\alpha_s C_F}{\pi \omega} \sqrt{\frac{\omega_1}{\omega}}, \quad (4.32)$$

com $\omega < \omega_1 \equiv \hat{q}L^2$, sendo L o comprimento do meio. Combinando as Equações (4.32) e (4.31) chegamos em:[29]

$$I(\omega) = \omega \frac{dW}{d\omega} = \frac{\alpha_s C_F}{\pi} \sqrt{\frac{\omega_1}{\omega}} \frac{1}{[1 + (\ell\omega)^{3/2}]^2}, \quad (4.33)$$

em que definimos:[29]

$$\ell \equiv \hat{q}^{-1/3} \left(\frac{M}{E} \right)^{4/3}. \quad (4.34)$$

O coeficiente de transporte é calculado em dois regimes, em meio quente e meio frio, e temos:

$$\hat{q}_{\text{quente}} \approx 0.01 \text{ GeV}^3 \quad (4.35)$$

$$\hat{q}_{\text{frio}} \approx 0.2 \text{ GeV}^3. \quad (4.36)$$

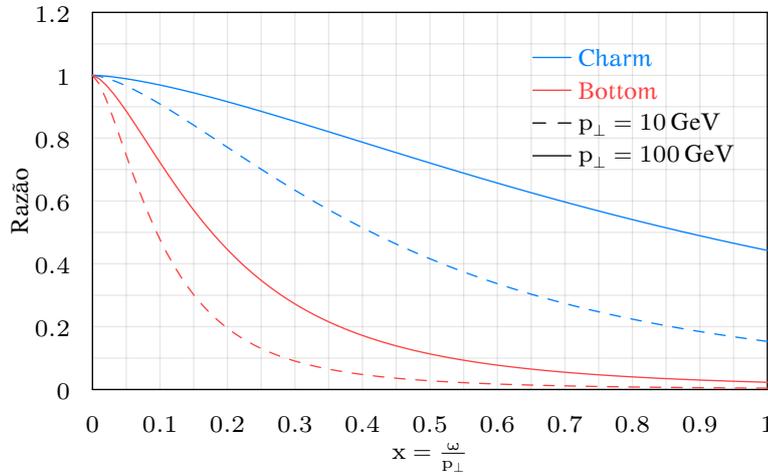


FIGURA 4.4: Razão do espectro de emissão de glúon emitidos por quarks pesados e quarks leves para 3 momentos de quark diferentes em meio quente, para *charm* e *bottom* ($\hat{q} = 0.2 \text{ GeV}^3$, $L = 5 \text{ fm}$). Reprodução dos resultados de Dokshitzer.[29]

A Equação (4.33) representa todo o espectro de emissão de glúons para quarks pesados. Para quarks leves apenas tomamos a expressão com $M = 0$. A Figura 4.4 mostra essa razão para quarks *charm* e *bottom* para todo o espectro, vemos que a supressão pode ser bem elevada em determinadas energias, especialmente para *bottom*. Djordjevic e Gyulassy[30–32] estudaram a perda de energia radiativa com a inclusão de diversos efeitos, incluindo o *Dead Cone*. Eles também discutem como a consideração de todos esses efeitos reduz a perda de energia radiativa a uma ordem comparável à perda de energia colisional, como já tinha sido considerado por Mustafa[25] de forma que a combinação dos dois processos de supressão levariam a melhores resultados em comparação com dados experimentais de R_{AA} .

Para Djordjevic[30] existem 3 efeitos devido ao meio que alteram os processos de perda de energia radiativa, sendo eles: Efeito Ter-Mikayelian[32], associado às propriedades dielétricas do meio e é responsável por aproximadamente 30% da redução de perda de energia radiativa; radiação de

4. MODELOS DE PERDA DE ENERGIA

transição, associada ao fato do plasma ter tamanho finito; radiação induzida, que corresponde a um aumento da emissão de glúons devido à interação com o meio. Para quarks pesados ela conclui que o único efeito relevante é a radiação induzida de glúons após ter calculado o R_{AA} considerando todos os efeitos[33]. O cálculo de perda de energia deles resulta na seguinte expressão:[31]

$$\frac{dE_{ind}}{dx} = \frac{C_R \alpha_s}{\pi} \frac{L}{\lambda} E \int \frac{d\mathbf{k}^2}{\mathbf{k}^2 + m_g^2 + M^2 x^2} \int \frac{d^2 \mathbf{q}_1}{\pi} \frac{\mu^2}{(\mathbf{q}_1^2 + \mu^2)^2} \times 2 \frac{\mathbf{k} \cdot \mathbf{q}_1 (\mathbf{k} - \mathbf{q}_1)^2 + (m_g^2 + M^2 x^2) \mathbf{q}_1 \cdot (\mathbf{q}_1 - \mathbf{k})}{\left(\frac{4E_x}{L}\right)^2 + [(\mathbf{k} - \mathbf{q}_1)^2 + M^2 x^2 + m_g^2]^2}, \quad (4.37)$$

com \mathbf{q}_1 o momento transferido por um jato a um párton, \mathbf{k} o momento transversal do glúon emitido, λ o caminho livre médio do glúon, $\mu \approx gT$ a massa de *screening* de Debye, $C_R = 4/3$ e L/λ a opacidade.

No presente trabalho vamos utilizar como modelo de perda de energia a perda de energia radiativa deduzida por Mustafa,[26] apresentada na Equação (4.27), devido ao fato de ser de simples implementação, corrigida com o efeito de *Dead Cone*.

Fragmentação

Após sua produção e eventualmente sua interação com o meio em que foram criados, os quarks sofrem fragmentação formando hádrons que serão medidos pelos detectores ou sofrerão posteriormente decaimento. A descrição da maneira como os quarks hadronizam é realizada através de uma distribuição chamada função de fragmentação. Essa distribuição representa a probabilidade de formar um hádron a partir de um determinado párton e que possua uma fração do momento inicial do mesmo. O formalismo que define essas distribuições foi inicialmente desenvolvido por Collins e Sopper[34] e, paralelamente, por Curci *et al.*[35] considerando Gauges diferentes: o primeiro desenvolve um método invariante por transformações de Gauge enquanto o último é específico para o Gauge de cone de luz definido como $n_\mu A_\mu = 0$ e $n^2 = 2$. Ambos fazem uso da propriedade de fatorização da QCD, definindo uma função de densidade de pártons $f(x)$ e as funções de fragmentação $d_{A/a}(z)$ e $\mathcal{P}_{A/a}(z, p_t)$ com z sendo a fração de momento que o hádron obtém do párton inicial e Q a escala de momento.

Gardi e Cacciari estudaram as funções de fragmentação especialmente para quarks pesados através de um tratamento perturbativo da QCD, tratando os efeitos não-perturbativos como correções ao modelo.[36, 37] A função de fragmentação é então definida como sendo a seguinte transformada de Fourier:

$$D(z; \mu^2) = \frac{1}{2\pi z} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dy_-}{y_-} e^{\frac{ipy_-}{z}} F(py; \mu^2), \quad (5.1)$$

sendo o elemento matricial hadrônico de um operador não-local no cone de luz:

$$F(py; \mu^2) \equiv \frac{1}{4N_c} \sum_{\mathbf{X}} \text{Tr} \left\{ \langle 0 | \gamma \Psi(y) | H(p) + X \rangle \langle H(p) + X | \bar{\Psi}(0) | 0 \rangle_{\mu^2} \right\}, \quad (5.2)$$

5. FRAGMENTAÇÃO

com $H(p)$ o estado de quark pesado com momento p .

A partir da Equação (5.1) calculamos a seção de choque para observáveis inclusivos, dada por:

$$\frac{d\sigma(x, Q^2)}{dx} = \int_x^1 \frac{dz}{z} C(x/z, Q^2; \mu^2) D(z; \mu^2), \quad (5.3)$$

com a função C incluindo as dependências do processo envolvido no quark. Aqui a função D é independente desses processos, descrevendo apenas o estágio de hadronização.

A prática comum para se calcular essas funções de fragmentação é obter modelos que descrevam a forma da função e possuem parâmetros livres a serem ajustados com os dados experimentais. As duas funções mais comumente utilizadas em quarks pesados são as descritas por Kartvelishvili *et al.*[38] e Peterson *et al.*[39]. Kartvelishvili encontra para quark *charm* a seguinte função de fragmentação em hádrons do tipo $C = (c\bar{q})$:

$$f_C^c(z) = \frac{\Gamma(2 + \gamma - \alpha_c - \alpha_q)}{\Gamma(1 - \alpha_c)\Gamma(1 + \gamma - \alpha_q)} z^{-\alpha_c} (1 - z)^{\gamma - \alpha_q}, \quad (5.4)$$

com $\gamma = 3/2$, $\alpha_c \in [-2, -4]$ e $\alpha_q = 1/2$. Já a função dada por Peterson é a seguinte:

$$D(z) \propto \frac{1}{z \left(1 - \frac{1}{z} - \frac{\epsilon}{1-z}\right)^2}, \quad (5.5)$$

com parâmetro ϵ que, para cálculos de aniquilação e^+e^- é dado pela razão entre as massas do quark e do hádron: $\epsilon \approx m_q^2/m_H^2$.

Posteriormente foi desenvolvido por Collins *et al.*[40] um modelo baseado no modelo de Peterson para descrever a fragmentação de quarks pesados. A função de fragmentação de Collins é dada por:

$$D(z) \propto \left[\frac{1-z}{z} + \frac{(2-z)\epsilon}{1-z} \right] \frac{1+z^2}{\left(1 - \frac{1}{z} - \frac{\epsilon}{1-z}\right)^2}. \quad (5.6)$$

A Figura 5.1 apresenta a função de fragmentação da Equação (5.5) para quarks *charm* e *bottom* com parâmetros ϵ_c e ϵ_b obtidos de aniquilação e^+e^- . Podemos observar, portanto, pelo gráfico o comportamento geral da função de fragmentação para quarks pesados.

Na definição das funções de fragmentação usualmente considera-se a variável z , definida como:

$$z \equiv \frac{(E + p_L)_H}{(E + p_L)_q}, \quad (5.7)$$

ou seja, a razão entre as somas da energia com o momento longitudinal do hádron formado pela soma do quark. Essa variável não é acessível experimentalmente, sendo necessária a conversão do espectro para a energia

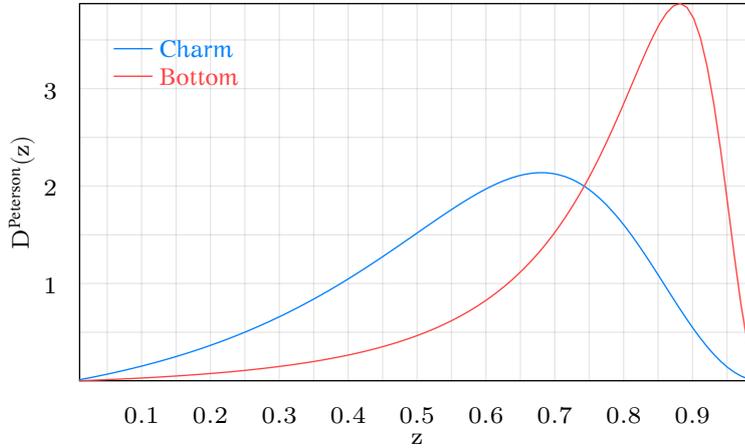


FIGURA 5.1: Função de fragmentação de Peterson dada pela Equação (5.5) para quarks *charm* e *bottom* com parâmetros encontrados para aniquilação e^+e^- : $\epsilon_c = 0.15$ e $\epsilon_b = 0.016$.

escalada, definida por:[41]

$$x_E \equiv \frac{2E_H}{\sqrt{s}}, \quad (5.8)$$

sendo \sqrt{s} a energia no centro de massa. Para essa conversão é definida uma variável x , análoga a z quando nenhum modelo de cordas é considerado, dada por:[42]

$$z = x \equiv \frac{\sqrt{x_E^2 - x_{\min}^2}}{\sqrt{1 - x_{\min}^2}}, \quad (5.9)$$

com $x_{\min} = \frac{2m_H}{\sqrt{s}}$. Dessa forma, podemos comparar com dados experimentais as parametrizações dadas pelas funções de fragmentação. Tal comparação é feita na Figura 5.2, usando as expressões das Equações (5.4), (5.5) e (5.6).

O problema apresentado por esses modelos é que eles não descrevem a dinâmica da fragmentação, consistindo apenas de funções com parâmetros ajustáveis aos dados experimentais. Além do mais, tais parâmetros não podem ser considerados universais, não sendo claro se um determinado ajuste é suficiente para se obter parâmetros que possam ser reutilizados em previsões teóricas. Com essa justificativa, cálculos cuidadosos em pQCD são necessários para se entender corretamente a dinâmica da fragmentação bem como o significado dos parâmetros ajustados nas funções modelo. No entanto, cálculos perturbativos para a obtenção dessas funções ainda possuem divergências na região $z \rightarrow 1$ devido a termos com logaritmos de $1 - z$ na expansão, denominados logaritmos de Sudakov.[36, 43–45]

5. FRAGMENTAÇÃO

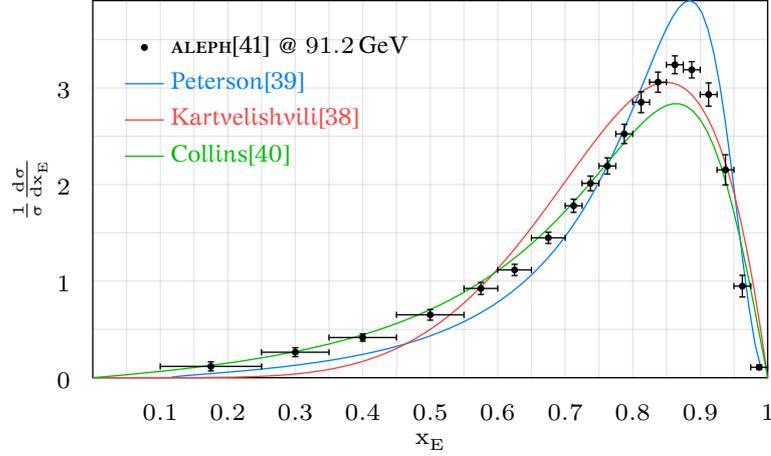


FIGURA 5.2: Comparação dos modelos de fragmentação das Equações (5.4), (5.5) e (5.6) com dados do experimento ALEPH. Aqui não são consideradas as correções de aceitação e da matriz de resolução entre os bins.

Para a realização dos cálculos nas considerações descritas vamos começar com a transformada de Mellin da função de fragmentação, dada por:[42]

$$\tilde{D}(N, m^2) \equiv \int_0^1 z^{N-1} D(z, m^2) dz, \quad (5.10)$$

com N uma variável complexa. Para valores inteiros de $N \geq 2$, $\tilde{D}(N, m^2)$ corresponde aos momentos da distribuição em x original. A vantagem de se usar a transformada de Mellin é podermos escrever a função de fragmentação como um produto das contribuições perturbativa e não-perturbativa:

$$\tilde{D}(N, m^2) = \tilde{D}_{\text{pert.}}(N, m^2) \times \tilde{D}_{\text{não-pert.}}(N, m^2). \quad (5.11)$$

Vamos considerar dois limites: para m muito grande e para N muito grande. No primeiro podemos escrever o elemento de matriz da Equação (5.2) como:

$$\frac{F(py, m^2)}{py} e^{ipy} \rightarrow \mathcal{F}(py\bar{\Lambda}/m) + \mathcal{O}(\bar{\Lambda}/m), \quad (5.12)$$

com $\bar{\Lambda} = M - m$ a diferença entre a massa do hádron e a massa do quark. Agora, para N muito grande, usando a definição da Equação (5.1) com a Equação (5.10) temos:

$$\tilde{D}(N, m^2) \rightarrow \frac{F(py, m^2)}{py} e^{ipy} \Big|_{py=-iN} + \mathcal{O}(1/N), \quad (5.13)$$

que nos leva a:

$$\tilde{D}(N, m^2) \approx \mathcal{F}(py\bar{\Lambda}/m) \Big|_{py=-iN} + \mathcal{O}(1/N), \quad (5.14)$$

de forma que a função de fragmentação se torna uma função de um único argumento $N\bar{\Lambda}/m$ quando tomamos o limite simultaneamente para $m \rightarrow \infty$ e $N \rightarrow \infty$ com uma razão fixa m/N .

Para dar conta das discrepâncias para $z \rightarrow 1$ com $N \rightarrow \infty$ temos que calcular os expoentes de Sudakov sobre todas as ordens, não bastando para tanto escolher uma precisão logarítmica fixa. O método para a realização dessa soma é o chamado *Dressed Gluon Exponentiation*. [36, 46–48] Através desse método obtém-se o termo não perturbativo da Equação (5.11) por:

$$\ln \tilde{D}_{\text{NP}}(N\bar{\Lambda}/m) = -\epsilon_1 \frac{N\bar{\Lambda}}{m} - \epsilon_3 \left(\frac{N\bar{\Lambda}}{m} \right)^3 - \epsilon_4 \left(\frac{N\bar{\Lambda}}{m} \right)^4 + \dots \quad (5.15)$$

com parâmetros ϵ_i que são ajustáveis aos dados experimentais.

Para a realização da simulação foi utilizada a função de fragmentação de Peterson. A razão disso vem do fato de precisarmos incluir os efeitos de perda de energia no quark, alterando-se o espectro do quark original dado pelo FONLL. Dessa maneira a fragmentação precisava ser feita à mão tendo sido escolhida a parametrização de Peterson. Os detalhes de como foram obtidos os parâmetros da função serão posteriormente discutidos. A obtenção do espectro do hádron a partir do espectro de quarks é feita sorteando-se valores z na função de fragmentação $f(z)$ escolhida partindo-se do espectro de momentos do quark. Sendo z definido a grosso modo como a fração de momento carregada pelo hádron a partir do quark que lhe deu origem – Equação (5.7) – a função $f(z)$ é interpretada como uma densidade de probabilidade de obtermos um determinado hádron com fração z do quark.

Parte II

Construção da Simulação

Desenvolvimento do programa

De porte do alicerce teórico apresentado foi desenvolvido o programa de simulação. O objetivo é calcular a evolução de um quark pesado gerado no QGP, passando pelas fases de perda de energia, fragmentação e decaimento até obter-se o espectro de elétrons que seria detectado no experimento. Aqui é apresentado o fluxo do programa e sua linha de execução.

Inicialmente o sabor da simulação é determinado através da escolha de quark *charm* ou *bottom*. Isso implica na fixação de diversos parâmetros do programa: as massas dos quarks e mésons envolvidos no processo, a constante na função de fragmentação de Peterson, os *branching ratios* de cada decaimento estudado, o espectro inicial de produção de quarks dada pelo cálculo de FONLL como descrito no Capítulo 3 e a seleção dos decaimentos relevantes a cada sabor que serão permitidos no PYTHIA8[49]. Nesse caso, o decaimento para quark *charm* é o canal $D \rightarrow e$, enquanto que para *bottom* é o canal $B \rightarrow e$. Cada evento considera adequadamente o *branching ratio* de cada canal.

Definidos os parâmetros da simulação inicia-se o processo criando-se um perfil de densidade no plano transversal correspondente às condições iniciais do QGP. No *toy model* aplicado aqui, este perfil de densidade é dado por uma função de *Woods-Saxon* para o núcleo de Au. Em modo de flutuações ativado são definidos os parâmetros de flutuação do *toy model*: a quantidade de “bolhas”, sua largura e altura. As “bolhas” de flutuação são perfis gaussianos em duas dimensões que são adicionados à densidade inicial formando regiões de altas densidades. A largura é definida pelo desvio padrão da gaussiana enquanto que a altura é definida pela razão entre o volume da gaussiana pelo volume da densidade total. As posições em que as “bolhas” são adicionadas são obtidas através de um sorteio usando

como densidade de probabilidade a própria função de *Woods-Saxon* original.

Por fim inicia-se o processo iterativo da simulação. Um quark é sorteado dentro do QGP usando o perfil de densidade como função densidade de probabilidade para o sorteio. Determina-se o momento dos quarks através do espectro dado por FONLL. A direção φ é determinada aleatoriamente com distribuição uniforme. Como estamos interessados em calcular o R_{AA} precisamos da evolução do quark sem a perda de energia, então calcula-se a fragmentação usando função de Peterson como descrito no Capítulo 5. O méson resultante é adicionado a um evento no PYTHIA8 para se calcular os parâmetros do elétron resultante de seu decaimento. Esses dados são então contabilizados no espectro de elétrons sem perda de energia.

Parte-se para o cálculo da perda de energia a partir do mesmo quark já sorteado, propagando-o no meio. Definem-se pequenos passos Δx e calcula-se qual a energia perdida em cada passo através da função de variação de energia de Mustafa dE/dx . Aqui é incluído o efeito de *Dead Cone* que acaba por diminuir a supressão de energia de quarks pesados. Se a energia do quark chega a zero dentro do QGP então é assumido que tal quark foi perdido. Em caso contrário calcula-se a fragmentação e o decaimento desse quark como foi feito antes de se fazer a perda de energia. Os parâmetros obtidos do elétron resultante do decaimento são contabilizados no espectro de elétrons com perda de energia.

A iteração ocorre para um número definido de quarks por evento, a cada evento uma nova condição inicial é gerada com novas “bolhas” sorteadas e o processo se reinicia. Após o ciclo ter sido executado para um determinado número de eventos obtém-se o R_{AA} a partir dos espectros resultantes da simulação.

Apresenta-se a seguir o pseudo código do programa, que resume o fluxo apresentado:

Algoritmo da simulação de perda de energia

```
Define parâmetros de simulação;
Define condições específicas de sabor;
Liga decaimento  $B \rightarrow e$  no pythia8;
Liga decaimento  $D \rightarrow e$  no pythia8;
Cria histograma de perfil de densidade Woods-Saxon;
para todo evento faça
  se flutuações ligadas então
    se já houver bolhas então
      Apaga bolhas;
    final do se
    Cria bolhas;
  final do se
  para todo quark faça
    Sorteia posição a partir da densidade inicial;
```

```

Sorteia uniformemente o ângulo  $\varphi$  de emissão;
Sorteia a partir do fonll o  $p_t$  do quark;
Executa fragmentação;
Executa decaimento;
Espectro sem perda de energia  $\leftarrow p_t$  do elétron;
Propaga quark no meio (perde energia);
se quark saiu do meio então
    Executa fragmentação para nova energia;
    Executa decaimento para nova energia;
    Espectro com perda de energia  $\leftarrow$  novo  $p_t$  do elétron;
final do se
final do para
final do para
 $R_{AA} \leftarrow$  Espectro com perda / Espectro sem perda;
Salva resultados;

```

Para se realizar a comparação com dados experimentais é necessário combinar os resultados para simulações *charm* e *bottom*. Para tanto utilizamos os espectros de elétrons sem perda de energia para se realizar a média ponderada para cada faixa de energia. Temos assim:

$$r = \frac{\sigma_{el}^{(charm)}}{\sigma_{el}^{(charm)} + \sigma_{el}^{(bottom)}}, \quad (6.1)$$

que nos fornece o resultado de R_{AA} combinado como:

$$R_{AA}^{(total)} = rR_{AA}^{(charm)} + (1 - r)R_{AA}^{(bottom)} \quad (6.2)$$

Vamos olhar com detalhes cada fragmento da simulação nas seções a seguir.

6.1 Densidade de energia inicial e flutuações

Para simular a propagação dos quarks no QGP é preciso primeiro defini-lo. Nesta simulação o QGP é definido através de uma densidade de energia no plano transversal, dada a princípio por uma função de *Woods-Saxon*:

$$D(r) = \frac{1}{1 + e^{\frac{(r-R)}{a}}}, \quad (6.3)$$

com R sendo o raio e a a difusividade. Os parâmetros utilizados foram os do núcleo de ouro: $R = 6.5(1)\text{fm}$ e $a = 0.535(27)\text{fm}$.

Associa-se à densidade um perfil de temperatura no meio, escalando-se a função para uma temperatura média de 250 MeV. Não utilizamos aqui a Equação de Estado, já que os cálculos de perda de energia só dependem da temperatura, a associação aqui é feita diretamente através de um fator de escala. O perfil de temperatura é o que será utilizado para o cálculo

6. DESENVOLVIMENTO DO PROGRAMA

da função de perda de energia. A Figura 6.1 mostra o perfil de densidade inicial da simulação. A temperatura obtida através dessa densidade é apresentada na Figura 6.2.

Sobre a densidade inicial de *Woods-Saxon* são acrescentadas “bolhas” de flutuação. Com isso é possível controlar a complexidade das flutuações através do número de “bolhas”, sua largura e sua altura. A construção das “bolhas” é feita através de uma função gaussiana simétrica em duas dimensões:

$$f(x, y) = A \exp \left[-\frac{(x - x_0)^2}{2\sigma^2} - \frac{(y - y_0)^2}{2\sigma^2} \right], \quad (6.4)$$

com A sendo um fator de normalização, relacionado à altura da “bolha”, e σ o desvio padrão em ambas as direções, relacionado à largura da “bolha”. A posição (x_0, y_0) do centro da gaussiana é sorteada a partir da densidade inicial dada pela função de *Woods-Saxon*. O número de bolhas em cada evento é um parâmetro da simulação e é fixo. Já os parâmetros de tamanho das “bolhas” possuem valores sorteados uniformemente em torno do valor central recebido como entrada do programa com intervalo de 20% para mais ou para menos. Para ilustrar vamos supor que σ tenha como entrada o valor 1 fm para uma determinada simulação. A cada “bolha” gerada pelo programa o valor de σ_{ef} efetivamente utilizado é um número sorteado no intervalo 0.8–1.2fm. Dessa maneira, as “bolhas” sorteadas não ficam idênticas dando ao perfil de densidade uma aparência mais aleatória. Após serem acrescentadas todas as “bolhas” a densidade é normalizada para o mesmo volume inicial, de forma que as “bolhas” correspondem a flutuações locais. Dessa forma, a densidade média considerando-se

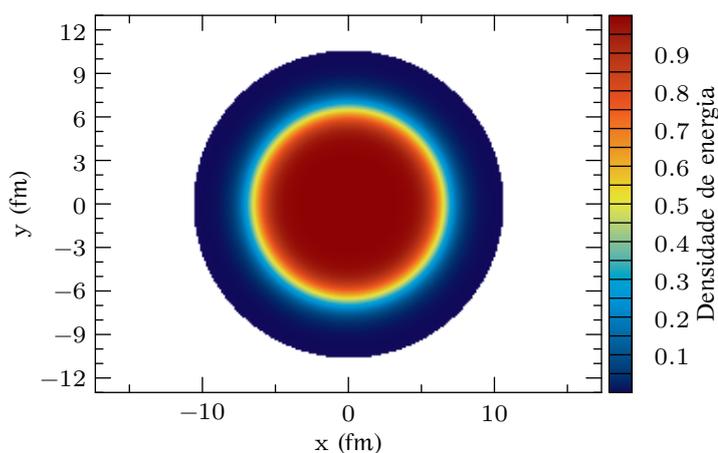


FIGURA 6.1: Gráfico do perfil de densidade inicial calculado durante a simulação.

6.1. Densidade de energia inicial e flutuações

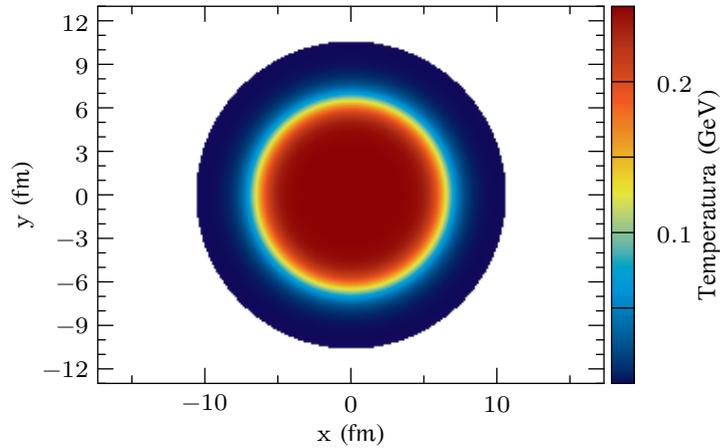


FIGURA 6.2: Gráfico do perfil de temperatura escalado a partir do perfil de densidade.

as “bolhas” é equivalente à densidade de eventos uniformes (função de *Woods-Saxon*).

A Figura 6.3 mostra um gráfico de exemplo de como as “bolhas” são acrescentadas ao perfil inicial de densidade. É importante notar que, devido às “bolhas”, as regiões de mais alta densidade são regiões com maior número de quarks sorteados no modelo.

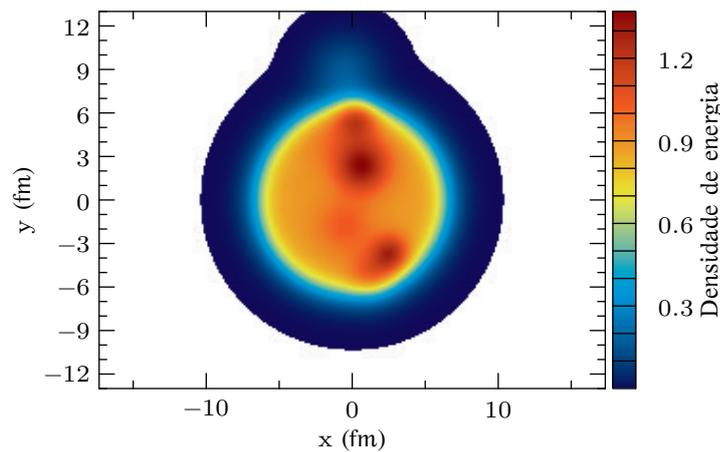


FIGURA 6.3: Gráfico do perfil de densidade com bolhas, os parâmetros de entrada do programa são dados por: $N = 8$ bolhas, $\sigma = 1.2$ fm e $A = 0.03\%$ do volume total da função de *Woods-Saxon*.

6.2 Cálculo da perda de energia

Para se implementar a propagação do quark no QGP foi utilizada a função de perda de energia de Mustafa (Equação (4.27)) que fornece uma expressão para dE/dx . Numericamente escolhe-se um intervalo de deslocamento Δx arbitrariamente pequeno e calcula-se a variação de energia nesse intervalo da seguinte maneira:

$$\Delta E = \left. \frac{dE}{dx} \right|_E \times \Delta x. \quad (6.5)$$

A nova posição é então dada por $(x_0 + \Delta x \cos \varphi, y_0 + \Delta x \sin \varphi)$, enquanto que a nova energia é calculada por $E' = E - \Delta E$. Com isso é calculada uma nova variação de energia $\Delta E'$ e o ciclo permanece até que a energia do quark seja nula ($E \leq m_q$) ou que a temperatura na posição do quark seja inferior à temperatura de *freeze-out*. No primeiro caso considera-se que o quark não escapou do meio e ele não será contabilizado no espectro de elétrons final. Já o segundo caso significa que o quark hadroniza, seguindo-se à próxima fase da simulação.

A Figura 6.4 mostra para quarks *charm* e *bottom* a fração de perda de energia em função da energia do quark para uma temperatura de 250 MeV.

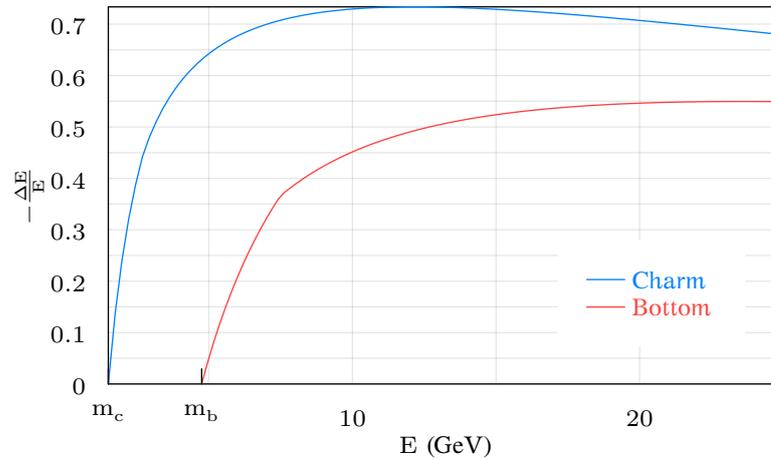


FIGURA 6.4: Gráfico da fração de perda de energia para quarks *charm* e *bottom* calculada com a Equação (4.27) para $T = 250$ MeV.

Efeito Dead Cone

O programa inclui o efeito de *dead cone* que diminui a supressão de quarks pesados em relação à de quarks leves. A diferença é bastante significativa, no entanto para fins de implementação aproximações são realizadas nos cálculos posto que os próprios modelos de perda de energia adotados são simplificados.

6.3. Função de fragmentação de Peterson

Fazendo a razão da Equação (4.33) entre quarks pesados e quarks leves ($M = 0$) chegamos ao fator de supressão de emissão de glúons com energia ω :

$$F(\xi) = \frac{I^{(HQ)}}{I^{(LQ)}} = \frac{1}{[1 + (\ell\xi p_t)^{3/2}]^2}, \quad (6.6)$$

com ξ sendo ω/p_t , a fração de energia do quark carregada pelo glúon. Definimos:

$$\ell \equiv \hat{q}^{-1/3} \left(\frac{M}{E} \right)^{4/3}, \quad (6.7)$$

e \hat{q} já foi definido como o coeficiente de transporte (Equação (4.29)). Vamos utilizar nas simulações o valor de $\hat{q} = 14 \text{ GeV}^2/\text{fm}$. Dessa maneira, definidos os parâmetros e a energia do quark, basta integrarmos a Equação (6.6) para todos os valores de $\xi \in [0, 1]$ e usamos esse valor em cada passo de perda de energia. Assim reescrevemos a Equação (6.5) como:

$$\Delta E = \left. \frac{dE}{dx} \right|_E \times \Delta x \times \int_0^1 F(\xi; E) d\xi. \quad (6.8)$$

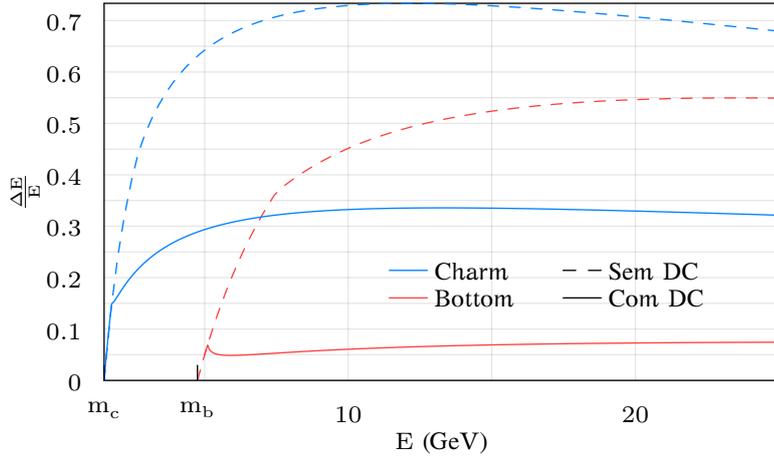


FIGURA 6.5: Gráfico da fração de perda de energia para quarks *charm* e *bottom* calculada com a Equação (4.27) para $T = 250 \text{ MeV}$ comparando o efeito de *dead cone*.

O gráfico apresentado na Figura 6.5 mostra a fração de perda de energia em função da energia do quark para *charm* e *bottom*, comparando o efeito de *dead cone*. Nota-se pela figura que de fato a diferença causada pelo efeito é bastante significativa.

6.3 Função de fragmentação de Peterson

Para se fazer a hadronização do quark, quando este chega a temperatura de *freeze out*, utiliza-se a função de fragmentação de Peterson apresentada

6. DESENVOLVIMENTO DO PROGRAMA

na Equação (5.5). Algumas observações devem ser feitas. Reescrevendo a equação temos:

$$f(z) = \frac{1}{z \left(1 - \frac{1}{z} - \frac{\epsilon}{1-z}\right)^2},$$

em que z é definido da seguinte maneira:

$$z = \frac{E^{(h)} + p_z^{(h)}}{E^{(q)} + p_z^{(q)}}, \quad (6.9)$$

e é importante notar como o índice z indica a direção de propagação do quark que originou o méson. Aqui fazemos uma aproximação dizendo que a direção do méson é a mesma que a do quark hadronizado. Dessa maneira definimos:

$$A = E^{(h)} + p_z^{(h)} = \left(E^{(q)} + p_z^{(q)}\right) z. \quad (6.10)$$

Obtemos z de um sorteio usando a função de fragmentação. Dessa maneira obtemos para uma determinada energia de quark, o valor de A . Agora podemos calcular $p_t^{(h)}$, a partir de (6.10):

$$\left(A - p_t^{(h)}\right)^2 = \left(E^{(h)}\right)^2 = \left(p_t^{(h)}\right)^2 + M^2 \quad (6.11)$$

$$A^2 - 2Ap_t^{(h)} = M^2 \quad (6.12)$$

$$\therefore p_t^{(h)} = \frac{A^2 - M^2}{2A}. \quad (6.13)$$

com M sendo a massa do méson. A Equação (6.13) nos fornece o espectro de momentos de mésons B e D dentro do programa.

6.4 Decaimentos e seleção dos elétrons

Os decaimentos no programa são feitos a partir do PYTHIA8[49]. É criado um evento com os parâmetros do méson definidos a partir do cálculo da fragmentação. O programa então gera um vetor com as partículas resultantes do decaimento do méson.

TABELA 6.1: Tabela com os valores de *branching ratio* utilizados no programa para os decaimentos selecionados no PYTHIA8.

Decaimento	Ratio
$D \rightarrow e + \dots$	0.103
$B \rightarrow e + \dots$	0.1086
$B \rightarrow D \rightarrow e + \dots$	0.096

Na configuração do PYTHIA8 é possível selecionar o tipo de decaimento que queremos observar. Para a simulação com quark *charm* ativamos o decaimento $D \rightarrow e$. No caso de simulação com quark *bottom* consideramos dois tipos de decaimento, o primeiro no canal $B \rightarrow e$ e o segundo no canal $B \rightarrow D \rightarrow e$. Como os decaimentos são selecionados no programa, sua contabilidade no espectro deve levar em conta os valores corretos de *branching ratio*. A Tabela 6.1 mostra os valores utilizados para cada tipo de decaimento.

A seleção é feita simplesmente buscando no vetor de partículas do PYTHIA8 um elétron cuja mãe seja o méson de entrada. No caso do decaimento $B \rightarrow D \rightarrow e$ primeiramente busca-se o méson D e depois faz-se a busca pelo elétron. Aqui é considerado que no decaimento semi-leptônico apenas um elétron é gerado. Além disso é preciso considerar a contagem de elétrons e pósitrons no espectro. Espera-se que a contribuição de cada um seja igual.

Calibração e execução da simulação

Agora serão apresentados alguns testes de confiabilidade do programa. Como referência utilizaremos os cálculos de FONLL realizados por Cacciari *et al.*[16, 17] para os espectros de produção de quark *charm* e *bottom*, mésons D e B e de elétrons. Como já foi explicado, o programa toma como ponto de partida o espectro de produção de quarks do FONLL. No entanto, para se incluir a perda de energia dos quarks (antes de sua fragmentação) é preciso separar os processos e escolheu-se por utilizar a função de fragmentação de Peterson para isso. É necessário, portanto, que na ausência de perda de energia, possamos reproduzir o espectro de mésons do FONLL. A partir deste ponto, realizando o decaimento através do PYTHIA8 procura-se reproduzir o espectro de elétrons do FONLL.

7.1 Ajuste do parâmetro da função de Peterson

A função de fragmentação de Peterson com valores de parâmetro ϵ comumente adotados para a fragmentação de *charm* e *bottom* não produzem resultados consistentes com o cálculo de FONLL.[50, 51] Estes valores subestimam o espectro de mésons sendo necessários valores menores de ϵ para a correta adequação ao modelo. Uma alternativa para corrigir esse fato é ajustar tais valores aos dados de FONLL, sendo esse o procedimento que foi adotado neste trabalho. Para a realização do ajuste é calculado um espectro de mésons a partir da função de fragmentação com uma dada escolha de valor de ϵ . Em seguida define-se uma função Q^2 tal que:

$$Q^2(\epsilon) = \sum \left(\frac{\sigma_{\text{had}}^{(\text{pet})}(p_t) - \sigma_{\text{had}}^{(\text{FONLL})}(p_t)}{s} \right)^2, \quad (7.1)$$

7. CALIBRAÇÃO E EXECUÇÃO DA SIMULAÇÃO

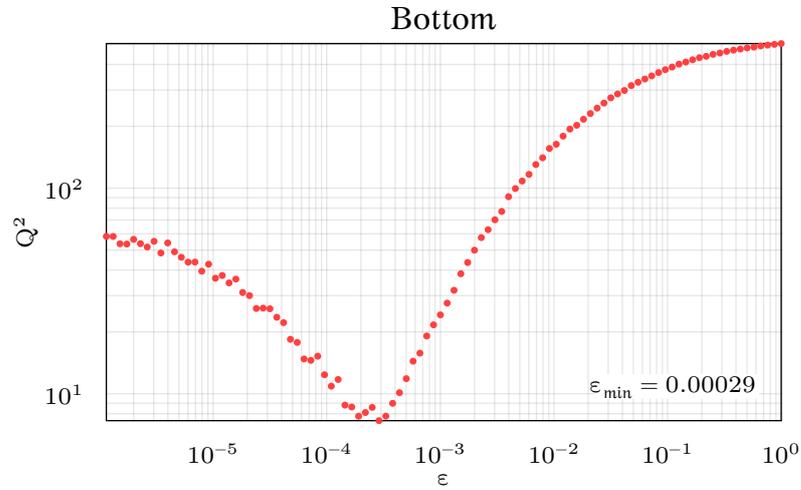


FIGURA 7.1: Gráfico do mapeamento da função Q^2 (Equação (7.1)) para espectros de quark *bottom*. O valor de ϵ que minimiza a função é mostrado na figura.

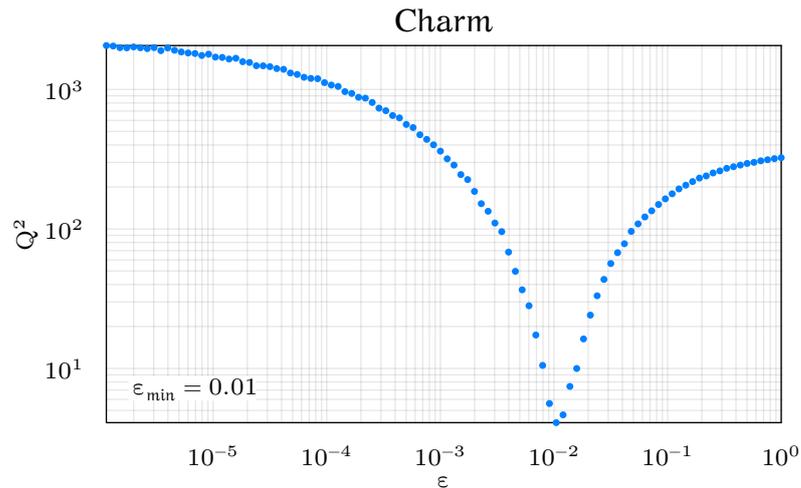


FIGURA 7.2: Gráfico do mapeamento da função Q^2 (Equação (7.1)) para espectros de quark *charm*. O valor de ϵ que minimiza a função é mostrado na figura.

em que $E(p_t)$ corresponde ao valor do espectro em um dado momento p_t e s é a incerteza do cálculo de FONLL. A somatória é realizada para todos os pontos da amostragem numérica das funções. O objetivo é minimizar o valor de Q^2 com o parâmetro ϵ . Isso é feito para ambos os quarks.

Os ajustes são realizados em espectros com intervalo maior que o intervalo de interesse. A razão disso é anular os efeitos de borda causados na simulação devido à dependência de uma determinada região de p_t com regiões de mais altas.

As Figuras 7.1 e 7.2 apresentam os gráficos do mapeamento da função

Q^2 para diversos valores de ϵ na busca de um valor que minimizasse a função. Os valores encontrados de ϵ serão então utilizados na função de fragmentação de Peterson para a obtenção dos espectros de mésons B e D durante a simulação do programa.

7.2 Comparação com resultados do FONLL

Vamos agora comparar os espectros gerados pelo programa com os espectros de referência dados pelo cálculo de FONLL. As Figuras 7.3 e 7.4 mostram o espectro inicial de produção de quarks obtidos diretamente do FONLL. Nota-se que os resultados correspondem exatamente ao esperado pois a obtenção deles não envolve nenhum cálculo extra, apenas sorteia-se o p_t dos quarks a partir da função original.

Partindo-se para a fragmentação dos quarks, utilizando o ajuste da função de fragmentação de Peterson apresentado na Seção 7.1 vamos comparar se o espectro produzido pelo programa se adequa ao esperado de acordo com os cálculos de referência. Essas comparações são apresentadas nas Figuras 7.5 e 7.6.

As faixas de incerteza apresentadas nos gráficos correspondem às incertezas do modelo de FONLL. Através delas é possível visualizar melhor se os cálculos realizados com o programa estão dentro das expectativas do modelo. Assim podemos concluir que para o intervalo de p_t considerado o ajuste do parâmetro da função de Peterson foi suficiente para obtermos um espectro de mésons correspondente ao esperado tanto para quark *bottom* quanto para *charm*.

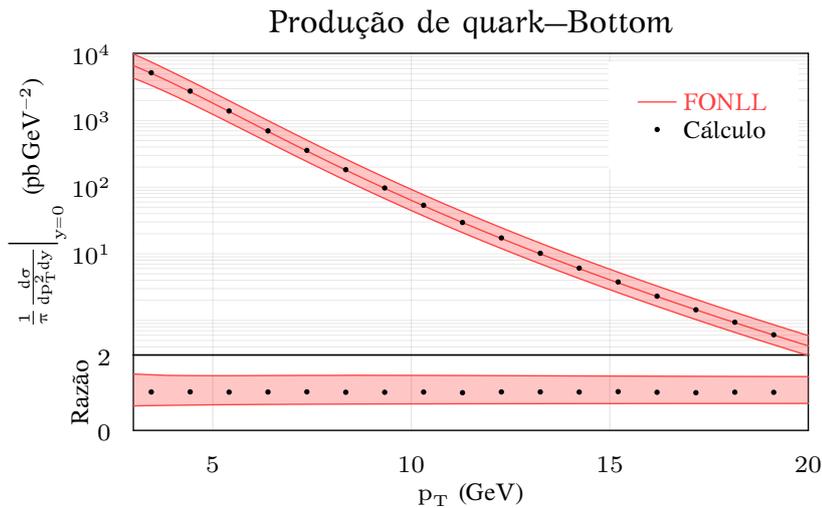


FIGURA 7.3: Gráfico da produção de quark *bottom* gerada através do cálculo de FONLL.

7. CALIBRAÇÃO E EXECUÇÃO DA SIMULAÇÃO

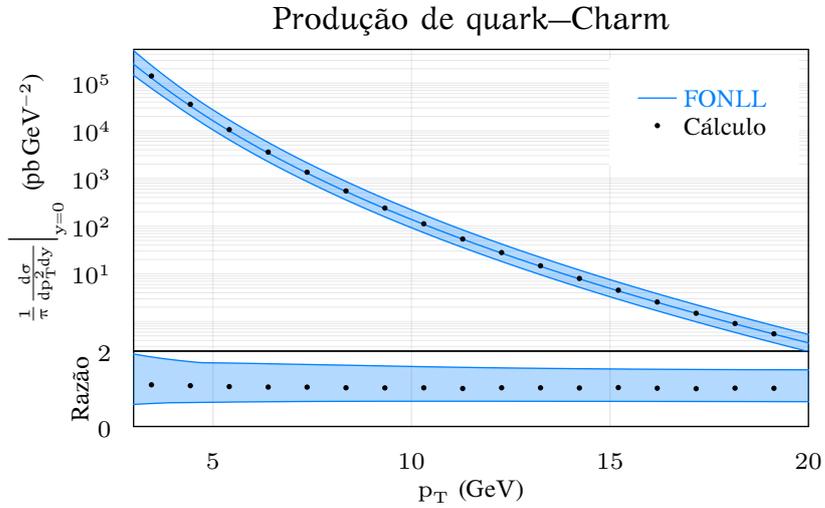


FIGURA 7.4: Gráfico da produção de quark *quark* gerada através do cálculo de FONLL.

Por fim precisamos do espectro de elétrons, que corresponde às partículas de fato observadas pelo detector. Os últimos espectros comparando os cálculos do programa com o esperado pelo FONLL são apresentados nas Figuras 7.7 e 7.8.

Nota-se que o resultado para quark *bottom* aparece tendendo a sair da faixa de incerteza para baixo p_t , porém, dentro do intervalo considerado isso não ocorre e todos os resultados estão dentro de incerteza aceitável.

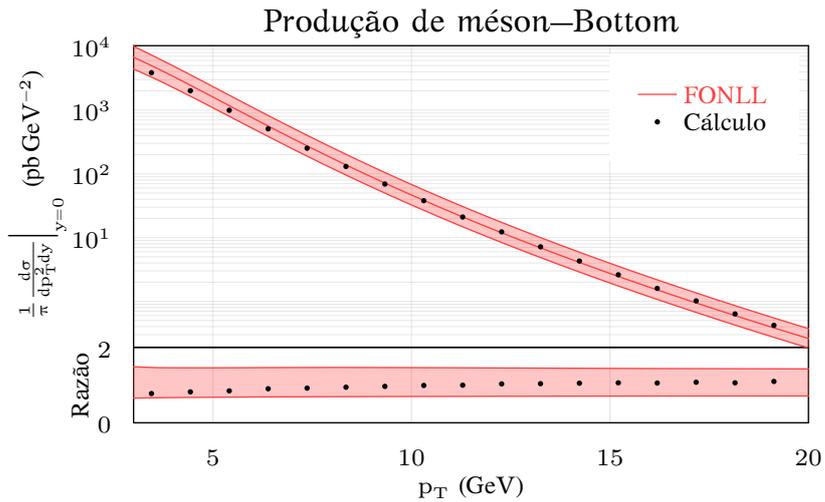


FIGURA 7.5: Gráfico do espectro de produção de méson B calculado através do FONLL e através de função de fragmentação de Peterson. Observamos que o cálculo da função de Peterson com o parâmetro ϵ ajustado corresponde ao resultado esperado pelo FONLL.

7.2. Comparação com resultados do FONLL

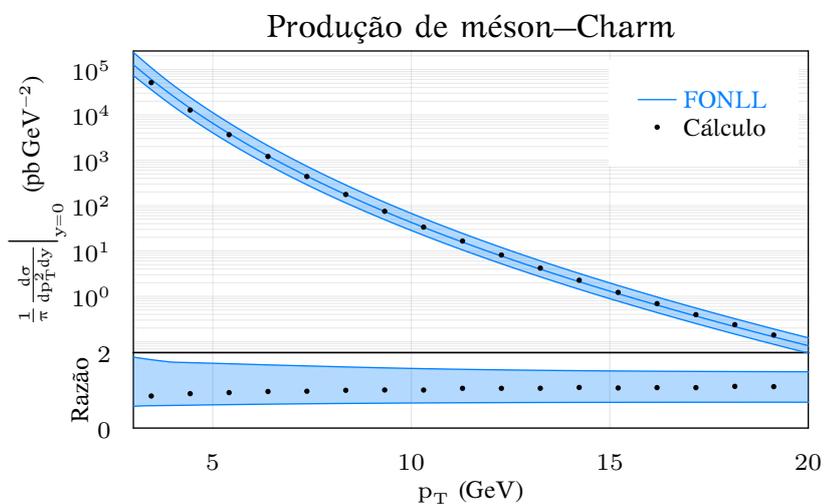


FIGURA 7.6: Gráfico do espectro de produção de méson D calculado através do FONLL e através de função de fragmentação de Peterson. Observamos que o cálculo da função de Peterson com o parâmetro ϵ ajustado corresponde ao resultado esperado pelo FONLL.

No entanto é necessário observar o comportamento dos resultados finais para *bottom* com cautela, verificando se esses efeitos são persistentes.

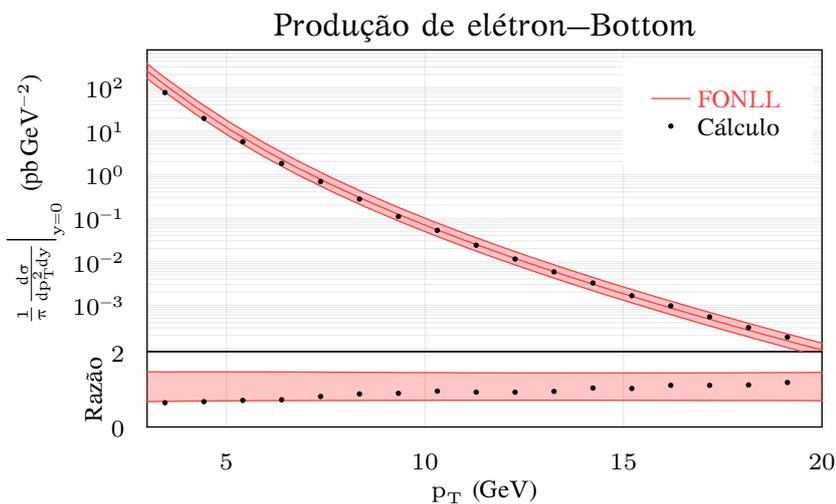


FIGURA 7.7: Gráfico do espectro de produção de elétrons provenientes de quarks *bottom* criados no QGP após a fragmentação utilizando função de Peterson e decaimento realizado através de simulação com o PYTHIA8. O resultado do cálculo é comparado ao espectro esperado pelo formalismo de FONLL.

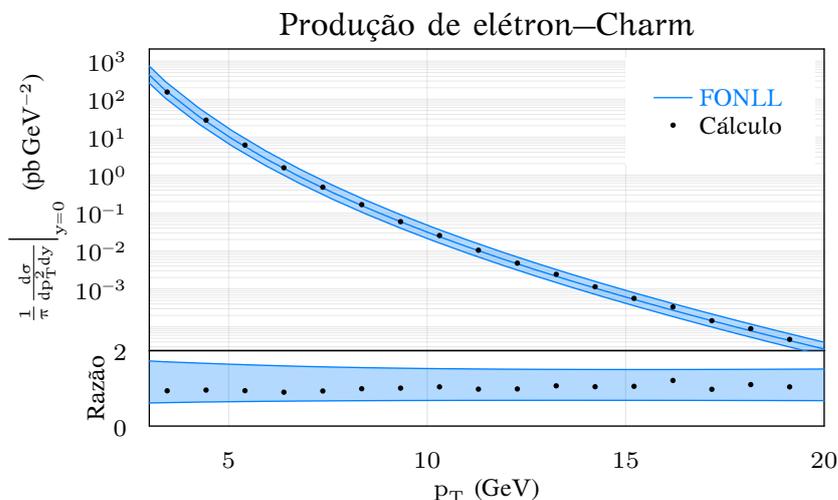


FIGURA 7.8: Gráfico do espectro de produção de elétrons provenientes de quarks *charm* criados no QGP após a fragmentação utilizando função de Peterson e decaimento realizado através de simulação com o PYTHIA8. O resultado do cálculo é comparado ao espectro esperado pelo formalismo de FONLL.

7.3 Execução completa do programa sem flutuações

Antes de finalmente executarmos o programa em seu modo completo, incluindo as flutuações de condições iniciais, vamos estudar o comportamento do programa para simulações com quarks *bottom* e *charm* com condições iniciais fixas, incluindo a perda de energia dentro do QGP e fazendo uso dos parâmetros ajustados nas Seções anteriores.

As próximas páginas apresentam os resultados dessas simulações para *bottom* e para *charm* com $\alpha_s = 0.3$ e $\hat{q} = 14 \text{ GeV}^2/\text{fm}$. Primeiramente nas Figuras 7.9 e 7.17 são apresentadas as posições sorteadas dos quarks, seguindo a distribuição de *Woods-Saxon*. Em seguida, nas Figuras 7.10 e 7.18 são contabilizados apenas os quarks que não perderam toda a sua energia dentro do QGP. Note que na simulação não é considerado o fluxo para se determinar a direção de propagação do quark, dessa maneira, efeitos para quarks criados na região periférica do meio, consistentes com supressão de di-jatos, não são observados. Ainda mostrando as posições apresentamos nas Figuras 7.11 e 7.19 a localização dos quarks quando deixaram o meio. As Figuras 7.12 e 7.20 mostram o deslocamento dos quarks que perderam toda a sua energia dentro do QGP. As Figuras 7.13 e 7.21 mostram a mesma grandeza mas para aqueles quarks que conseguiram escapar do meio e hadronizar. Por fim são apresentados os espectros de momento comparando o resultado sem perda de energia e o caso com

7.3. Execução completa do programa sem flutuações

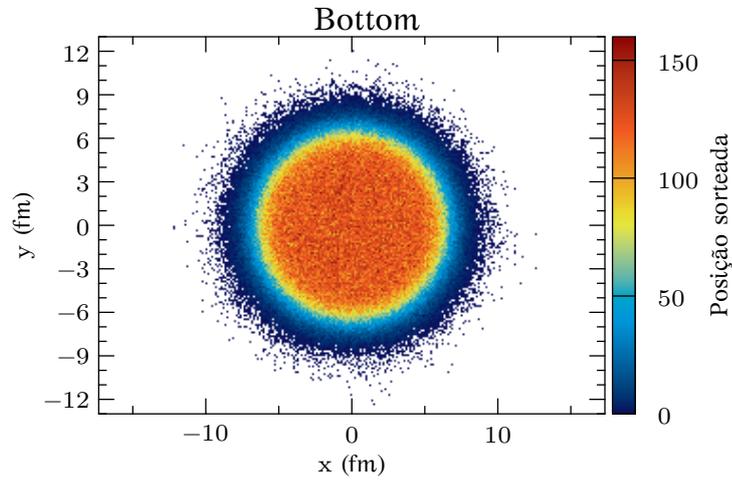


FIGURA 7.9: Posição dos quarks sorteados inicialmente na simulação.

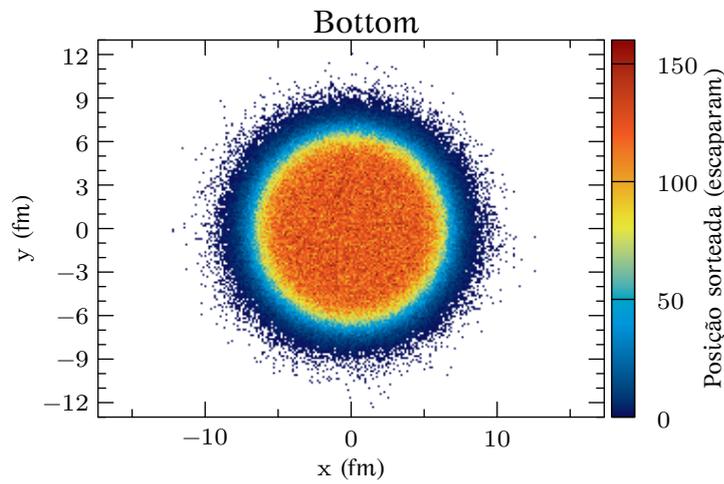


FIGURA 7.10: Posição dos quarks sorteados inicialmente na simulação que escaparam do meio.

7. CALIBRAÇÃO E EXECUÇÃO DA SIMULAÇÃO

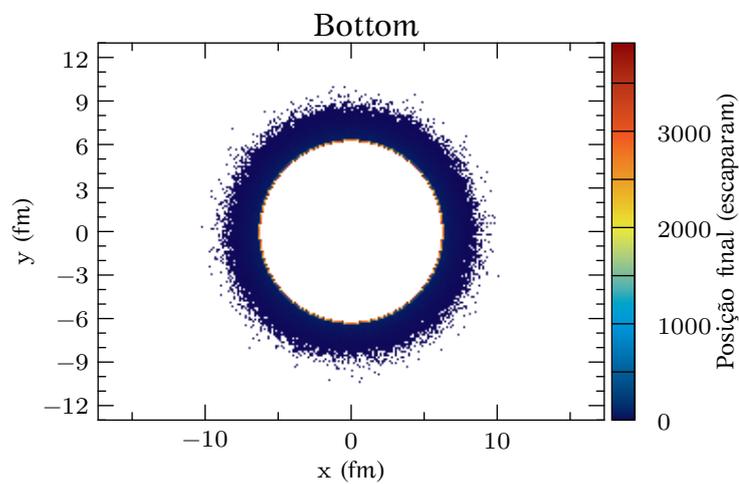


FIGURA 7.11: Posição final dos quarks que deixaram o meio.

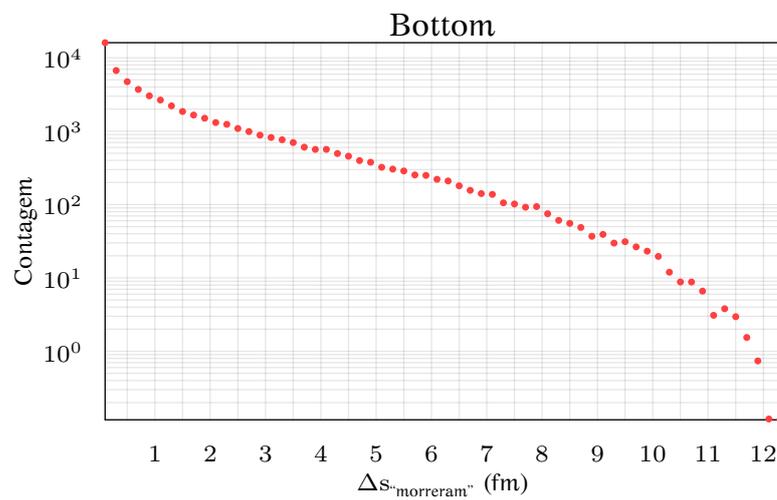


FIGURA 7.12: Gráfico do deslocamento dos quarks que não deixaram o meio.

7.3. Execução completa do programa sem flutuações

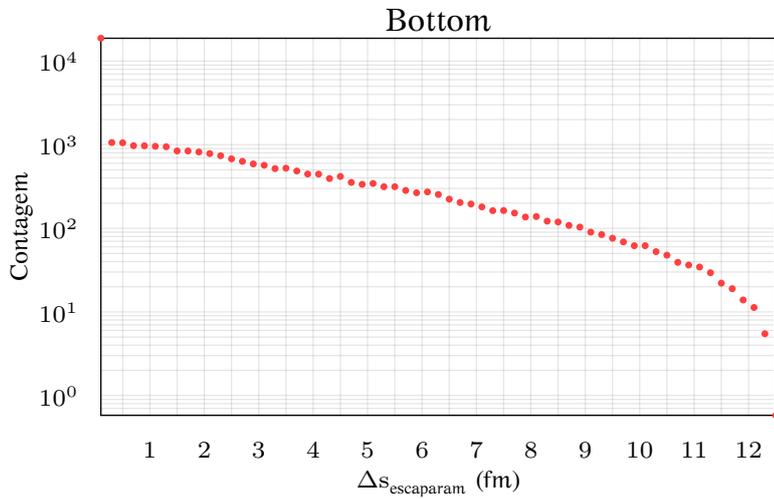


FIGURA 7.13: Gráfico do deslocamento dos quarks que deixaram o meio.

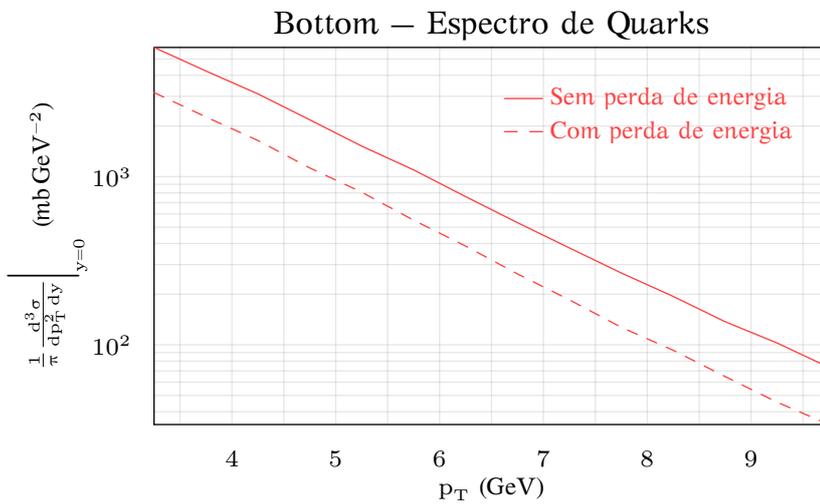


FIGURA 7.14: Espectro de momento do quark com e sem perda de energia.

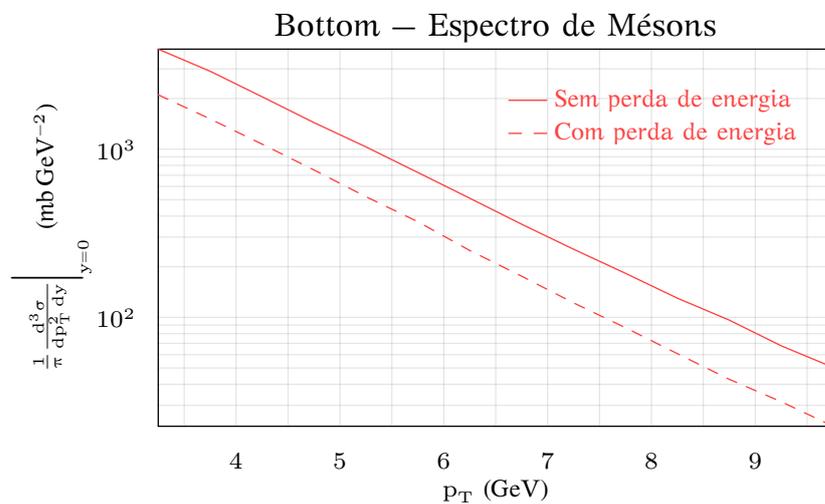


FIGURA 7.15: Espectro de momento do méson com e sem perda de energia.

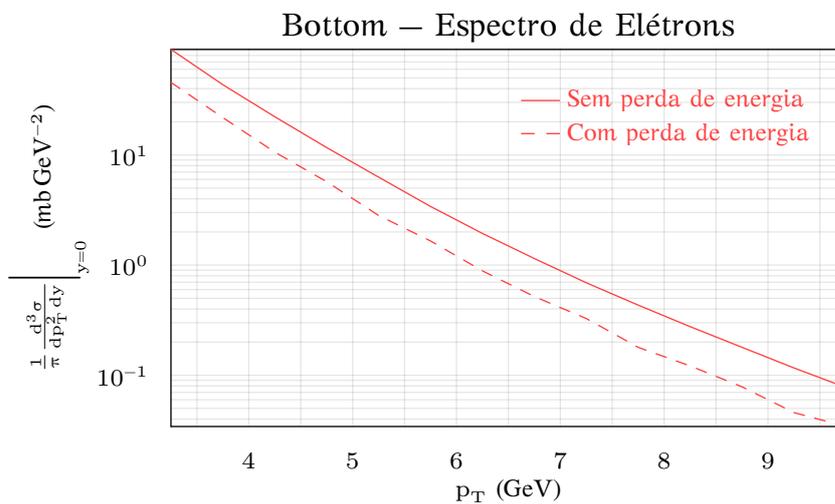


FIGURA 7.16: Espectro de momento do elétron com e sem perda de energia.

7.3. Execução completa do programa sem flutuações

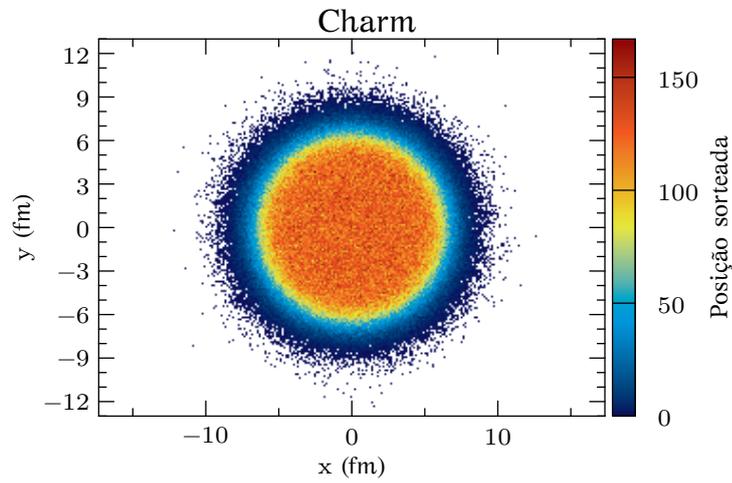


FIGURA 7.17: Posição dos quarks sorteados inicialmente na simulação.

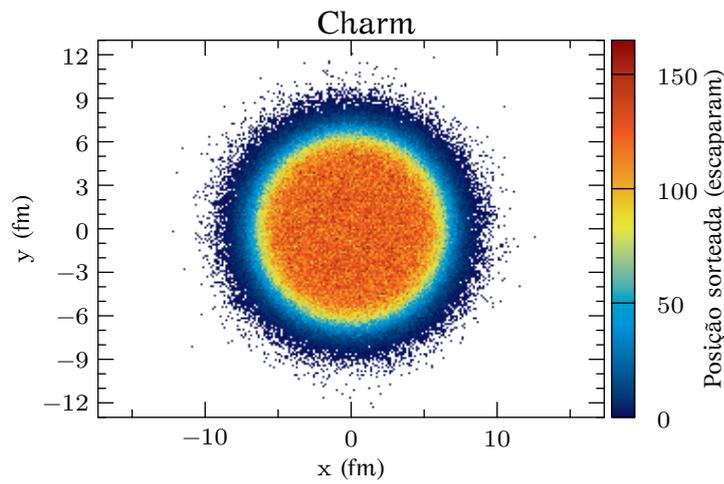


FIGURA 7.18: Posição dos quarks sorteados inicialmente na simulação que escaparam do meio.

7. CALIBRAÇÃO E EXECUÇÃO DA SIMULAÇÃO

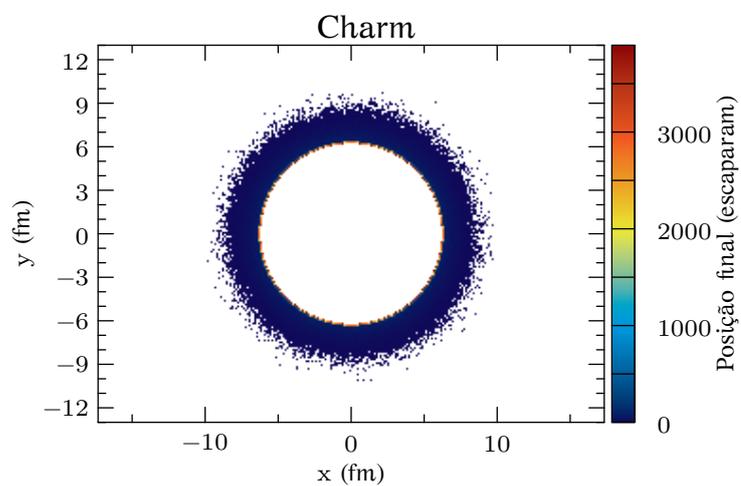


FIGURA 7.19: Posição final dos quarks que deixaram o meio.

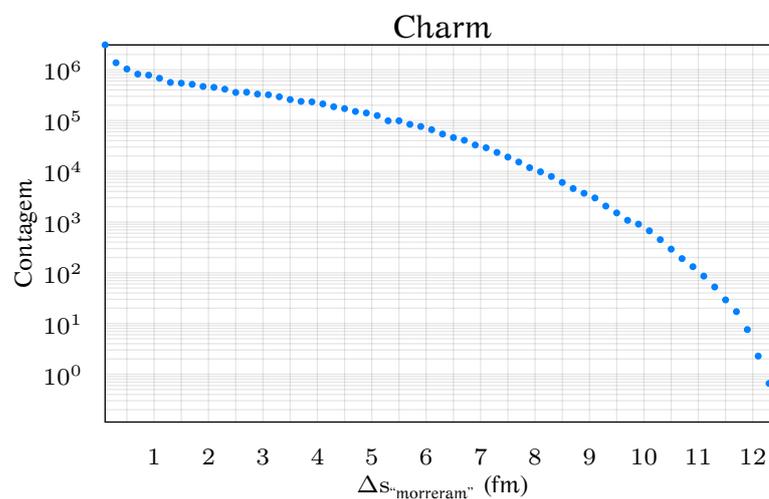


FIGURA 7.20: Gráfico do deslocamento dos quarks que não deixaram o meio.

7.3. Execução completa do programa sem flutuações

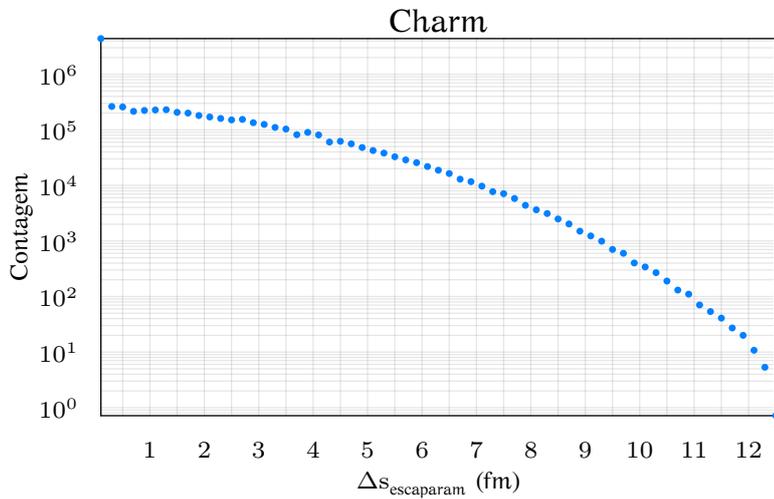


FIGURA 7.2.1: Gráfico do deslocamento dos quarks que deixaram o meio.

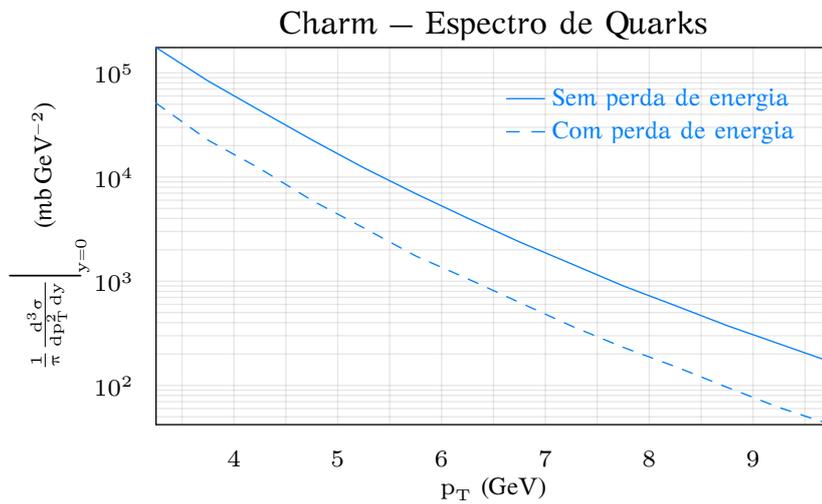


FIGURA 7.2.2: Espectro de momento do quark com e sem perda de energia.

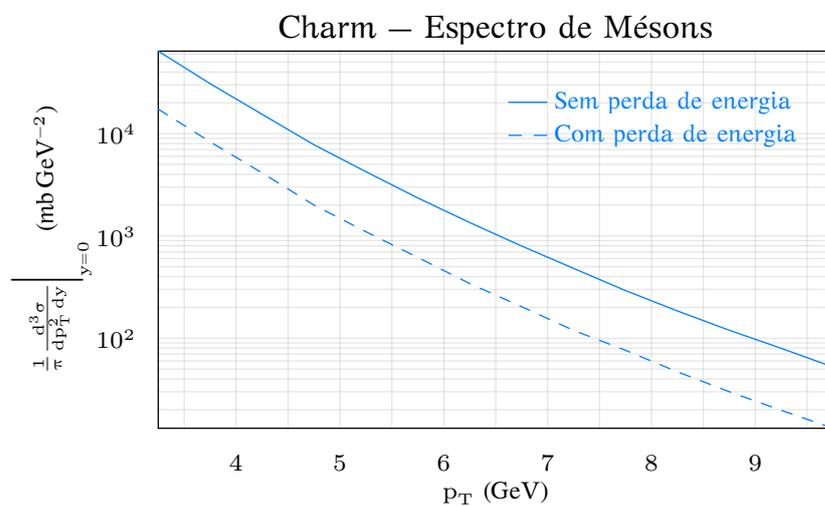


FIGURA 7.23: Espectro de momento do méson com e sem perda de energia.

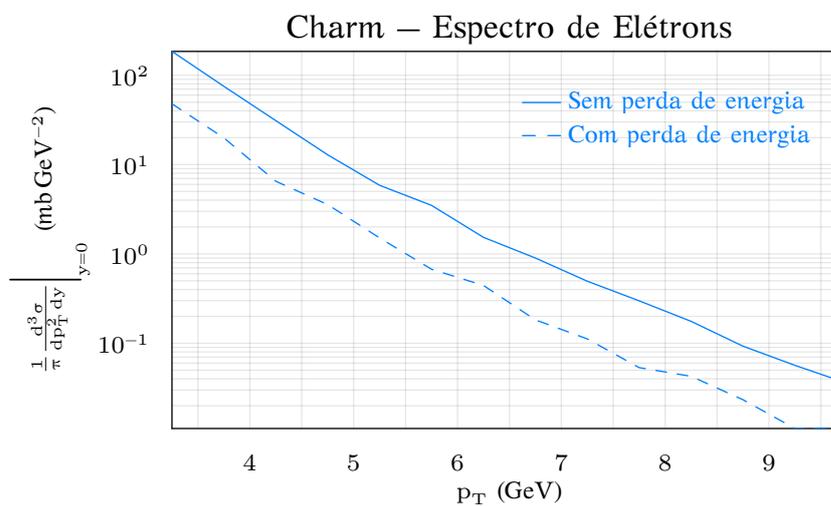


FIGURA 7.24: Espectro de momento do elétron com e sem perda de energia.

perda de energia em todos os níveis da simulação, ou seja, espectro de quarks, mésons e elétrons, como mostram as Figuras 7.14, 7.15, 7.16, 7.22, 7.23 e 7.24.

Para concluir a simulação nosso objetivo final é obter os espectros de fator de modificação nuclear R_{AA} , obtidos através da razão entre os espectros com perda de energia e os espectros sem perda de energia. Os gráficos de R_{AA} para *bottom* e *charm* em todos os níveis da simulação são apresentados nas Figuras 7.25 a 7.30.

Concluídos os testes de referência do programa podemos finalmente incluir as flutuações nas condições iniciais do meio para testarmos nossa hipótese.

Unindo os resultados de R_{AA} para *charm* e *bottom* através da Equação (6.2) chegamos no espectro apresentado pela Figura 7.31. O gráfico da figura compara os resultados com os dados experimentais do STAR[52] e com cálculos estudados por Armesto[53] com o espectro de produção de quarks dados pelo FONLL e modelos de perda de energia radiativa baseada em cálculos *leading order* em pQCD.[54] Estes cálculos incluem efeitos como o *Dead Cone*, no entanto não são exatamente os cálculos realizados primordialmente por Mustafa.[26]

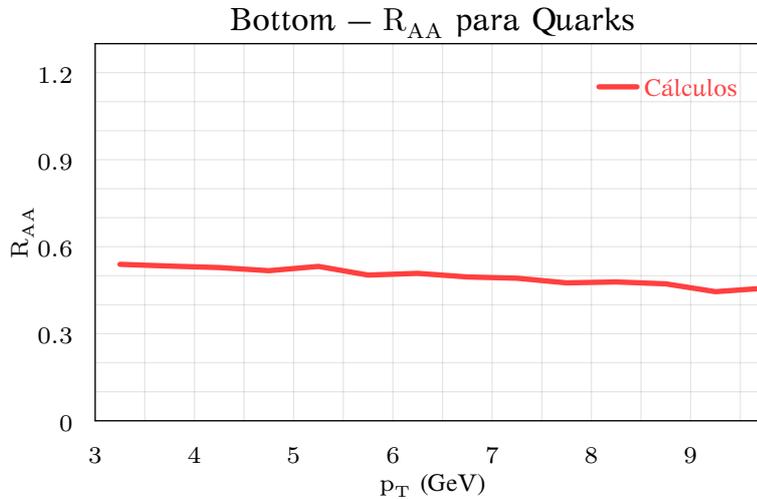


FIGURA 7.25: Espectro de R_{AA} para quarks *bottom*.

Nota-se, pelos gráficos das Figuras 7.27, 7.30 e 7.31, que os valores simulados de R_{AA} se aproximam para alto p_t dos valores calculados por Armesto[53] mas são diferentes para baixo p_t , principalmente para quark *bottom*. Essa diferença se mantém quando se faz a combinação para R_{AA} total. Em vista dos testes de referência feitos anteriormente entre a implementação do modelo de perda de energia de Mustafa no programa e a publicação no artigo[26], bem como as razões de *dead cone*[29] devemos

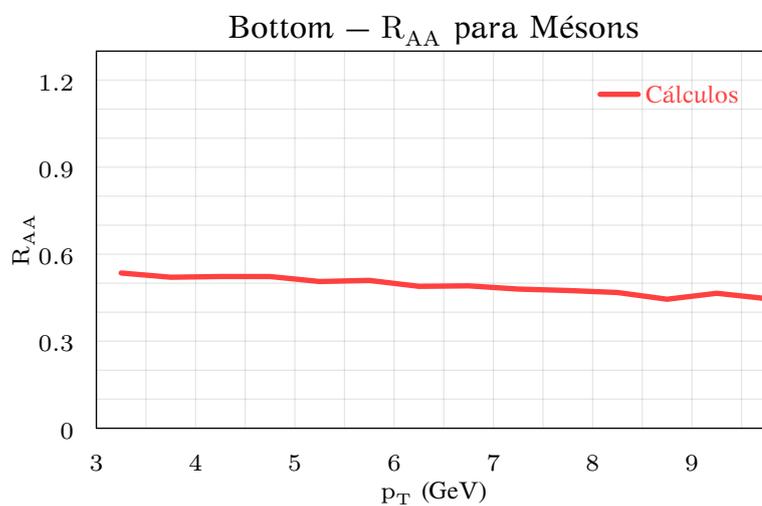


FIGURA 7.26: Espectro de R_{AA} para mésons B.

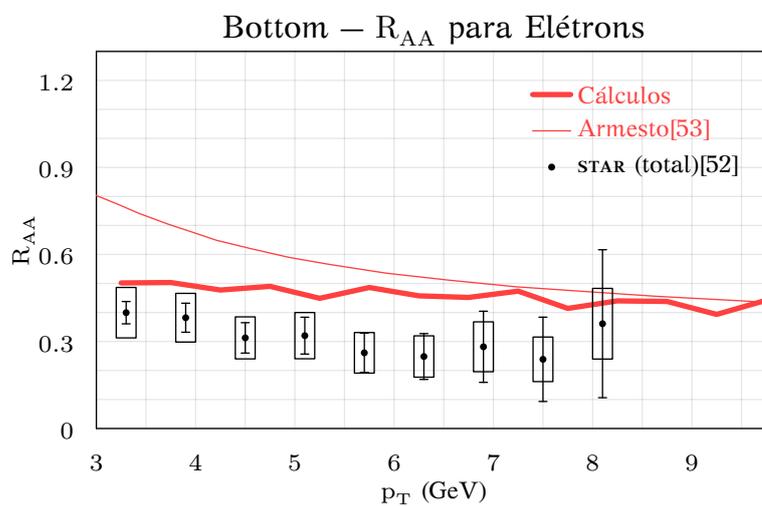


FIGURA 7.27: Espectro de R_{AA} para elétrons.

7.3. Execução completa do programa sem flutuações

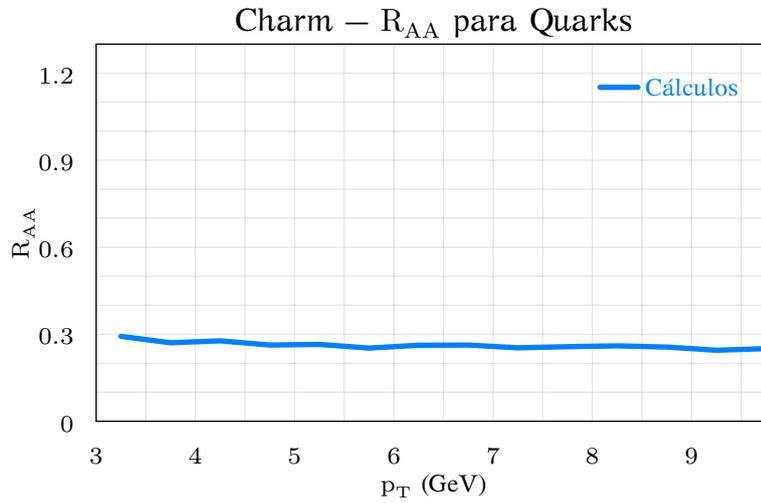


FIGURA 7.28: Espectro de R_{AA} para quarks *charm*.

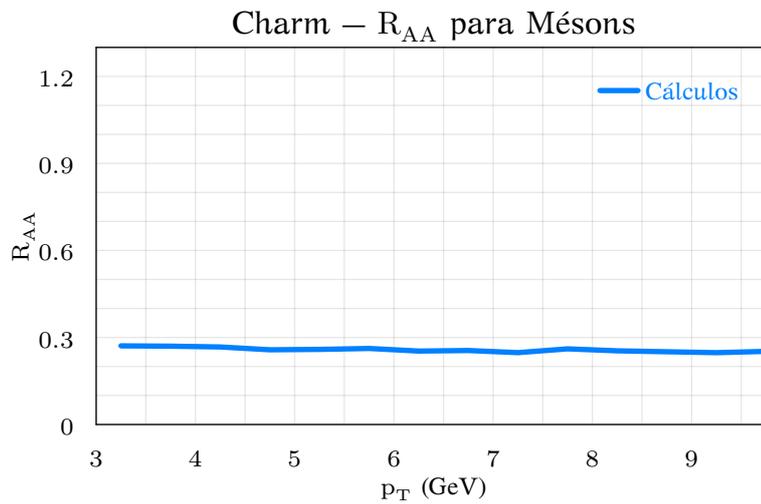


FIGURA 7.29: Espectro de R_{AA} para mésons *D*.

7. CALIBRAÇÃO E EXECUÇÃO DA SIMULAÇÃO

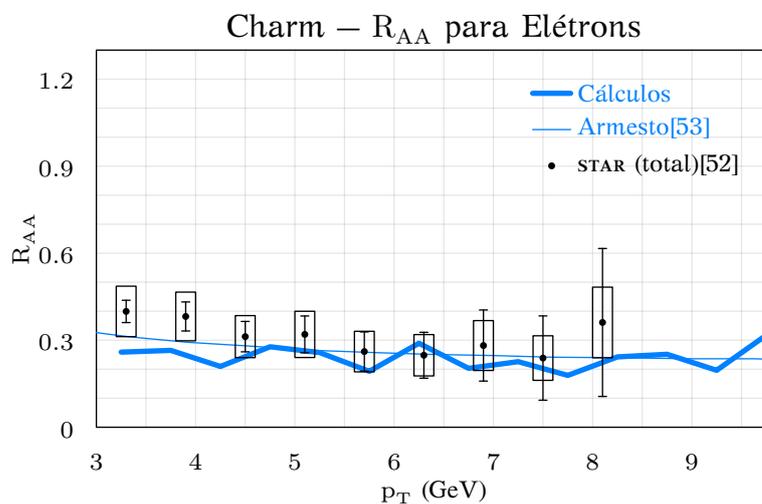


FIGURA 7.30: Espectro de R_{AA} para elétrons.

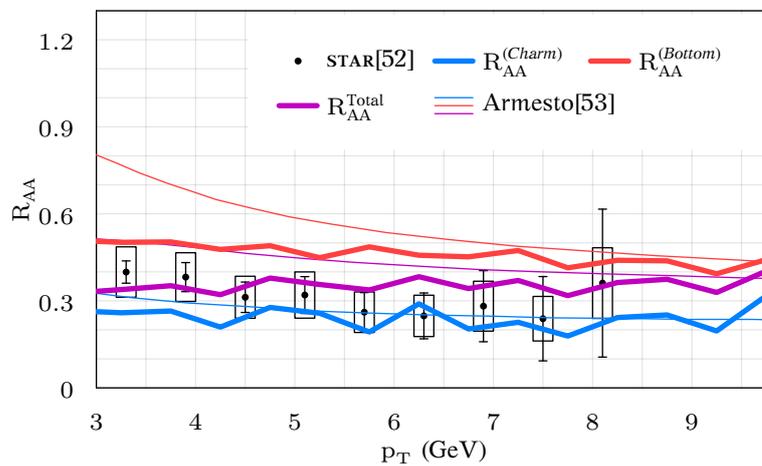


FIGURA 7.31: Espectro de R_{AA} para elétrons combinado para *charm* e *bottom*. São comparados os resultados com os dados experimentais do STAR[52] e com cálculos estudados por Armeisto.[53]

7.3. Execução completa do programa sem flutuações

concluir que as diferenças apresentadas nos gráficos decorrem de diferenças nos modelos de perda de energia.

Parte III

Resultados e Conclusões

Resultados

Neste capítulo apresentaremos os resultados das simulações. Primeiramente vamos mostrar os dados de uma simulação-exemplo, em que serão apresentados todos os passos da execução do programa e todos os dados coletados para os eventos. Em seguida partiremos para a grandeza de interesse, o fator de modificação nuclear R_{AA} , e discutiremos as possíveis dependências entre este e os parâmetros de simulação. São realizadas simulações com $\alpha_s = 0.3$ e $\hat{q} = 14 \text{ GeV}^2/\text{fm}$ para $N = 1.0 \times 10^4$ eventos, sorteando-se 100 quarks por evento.

8.1 Execução completa do programa com flutuações

As Figuras 8.1 a 8.16 apresentam os mesmos resultados das Figuras 7.9 a 7.24 apresentadas no capítulo anterior, sendo que aqui apresentamos estes resultados para uma simulação com os parâmetros de “bolhas” apresentados na Tabela 8.1.

TABELA 8.1: Tabela com os valores dos parâmetros da simulação-exemplo.

Parâmetro	Valor
Número de bolhas	5
Desvio padrão da gaussiana	1.5
Altura	0.05

A diferença mais notável em relação à simulação sem flutuações está nas Figuras 8.5 e 8.13, em que observa-se um aumento do deslocamento dos quarks que deixaram o meio. Isso pode ser explicado pelas regiões

8. RESULTADOS

de vale entre as bolhas que possuem densidades mais baixas fazendo com que a perda de energia por interação nessas regiões seja menor e, assim, permitindo com que quarks atravessassem essas regiões e escapem do meio.

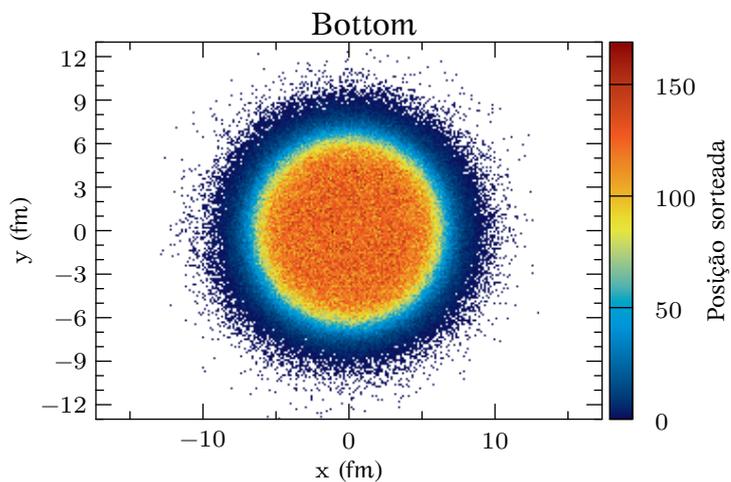


FIGURA 8.1: Posição dos quarks sorteados inicialmente na simulação.

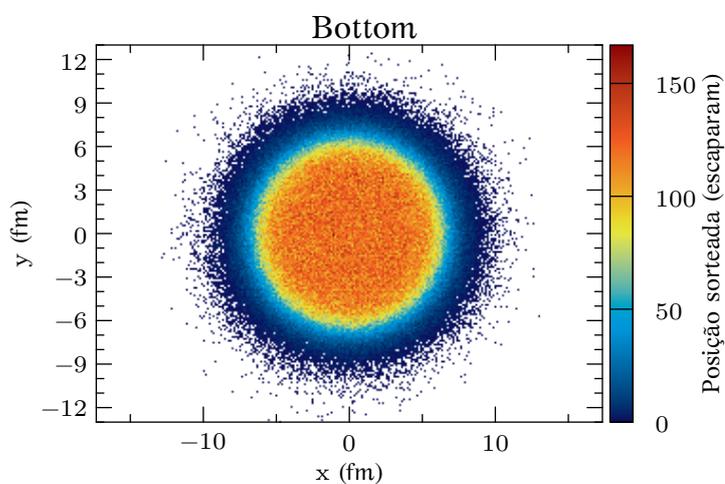


FIGURA 8.2: Posição dos quarks sorteados inicialmente na simulação que escaparam do meio.

8.1. Execução completa do programa com flutuações

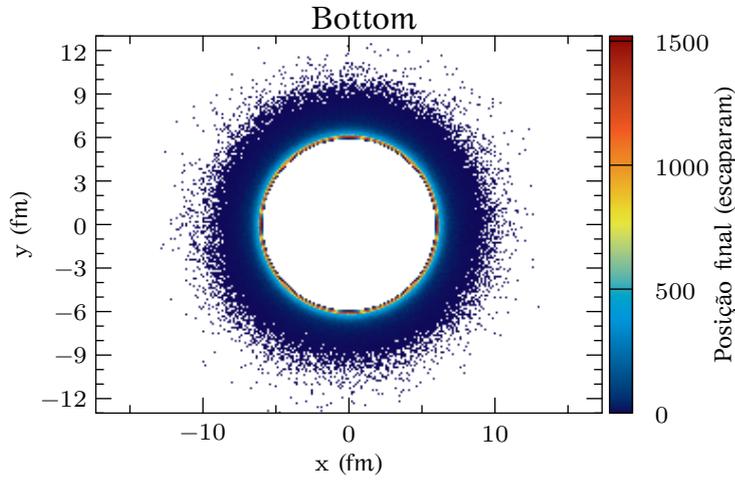


FIGURA 8.3: Posição final dos quarks que deixaram o meio.

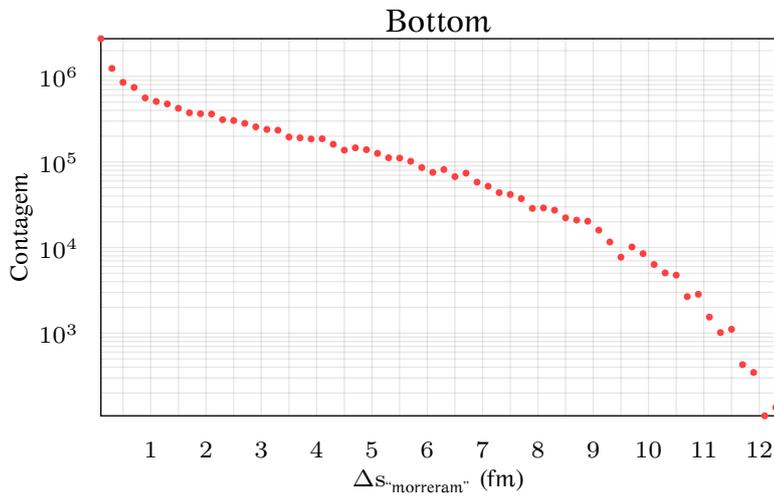


FIGURA 8.4: Gráfico do deslocamento dos quarks que não deixaram o meio.

8. RESULTADOS

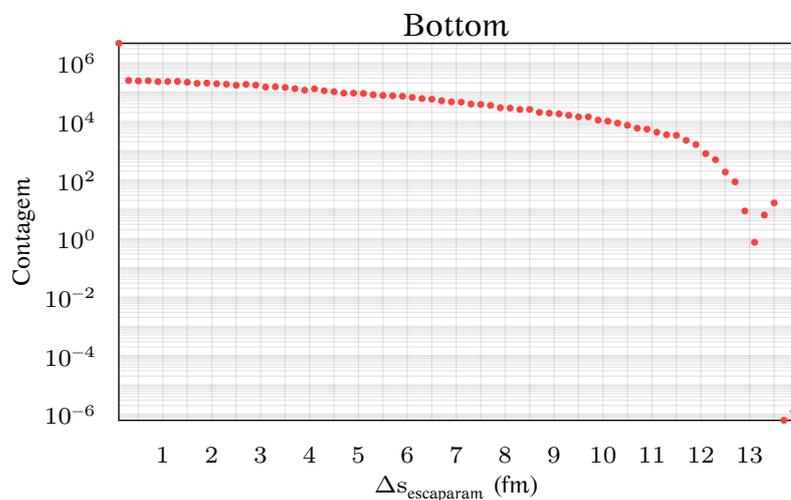


FIGURA 8.5: Gráfico do deslocamento dos quarks que deixaram o meio.

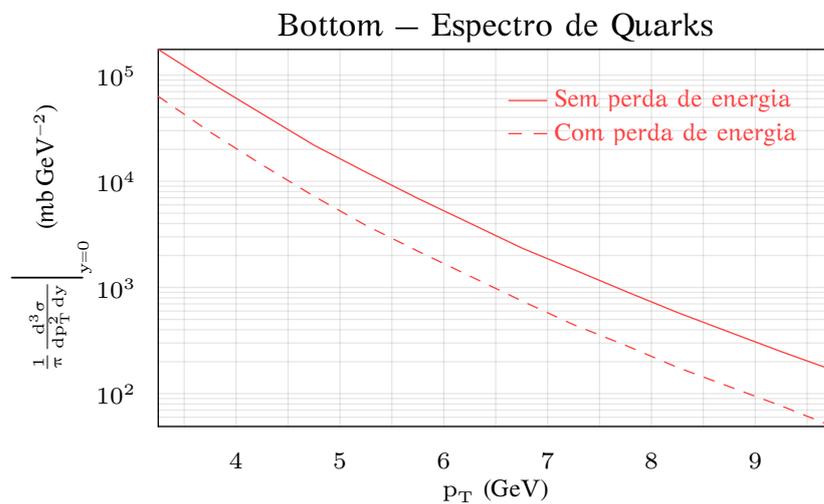


FIGURA 8.6: Espectro de momento a nível de quark com e sem perda de energia.

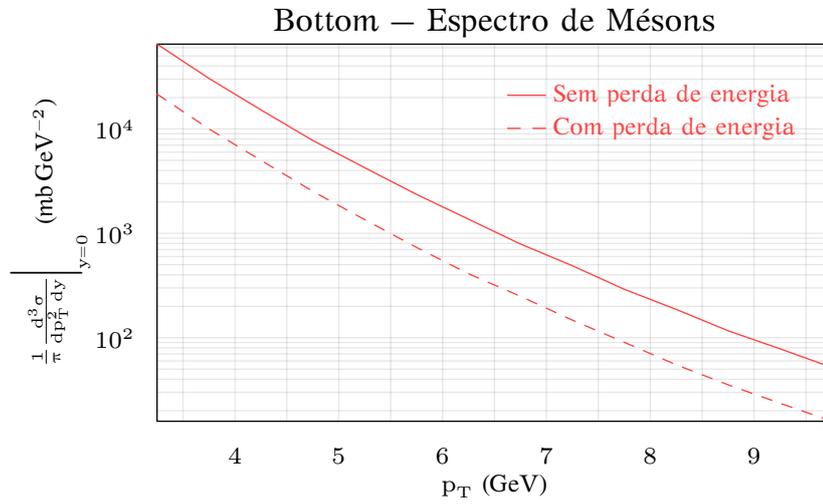


FIGURA 8.7: Espectro de momento a nível de méson com e sem perda de energia.

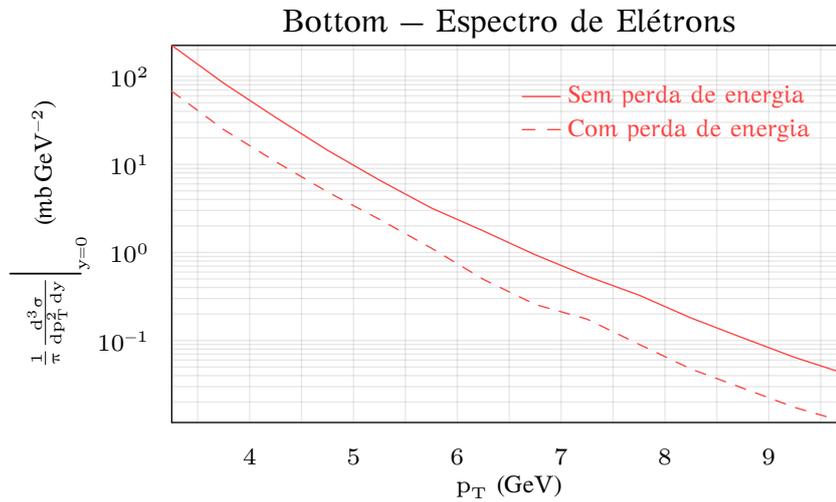


FIGURA 8.8: Espectro de momento a nível de elétron com e sem perda de energia.

8. RESULTADOS

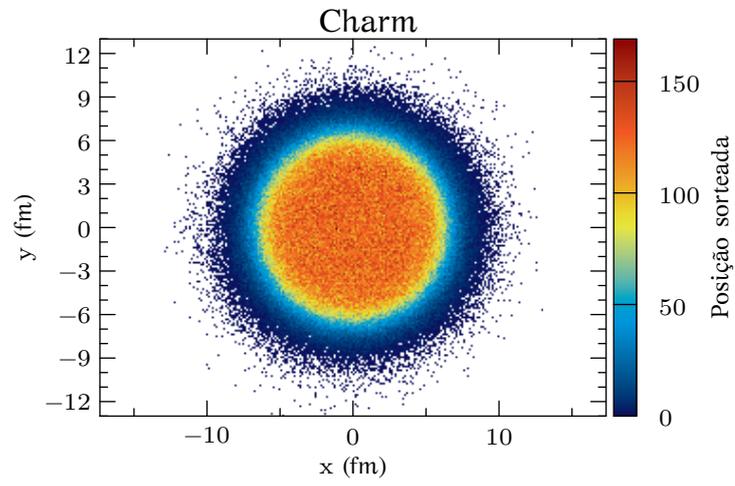


FIGURA 8.9: Posição dos quarks sorteados inicialmente na simulação.

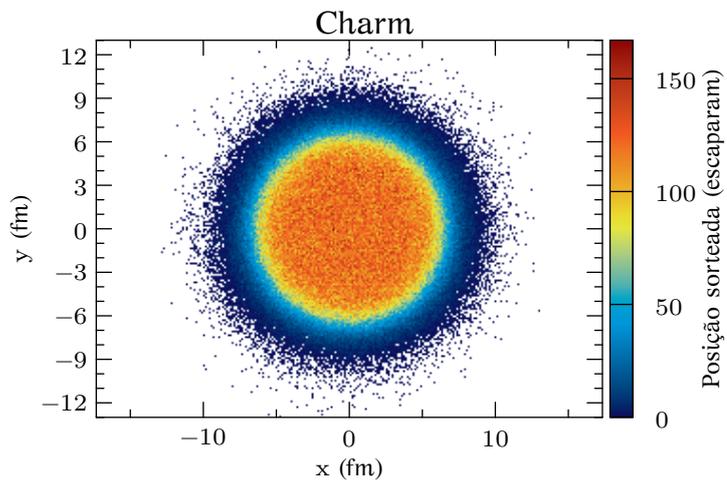


FIGURA 8.10: Posição dos quarks sorteados inicialmente na simulação que escaparam do meio.

8.1. Execução completa do programa com flutuações

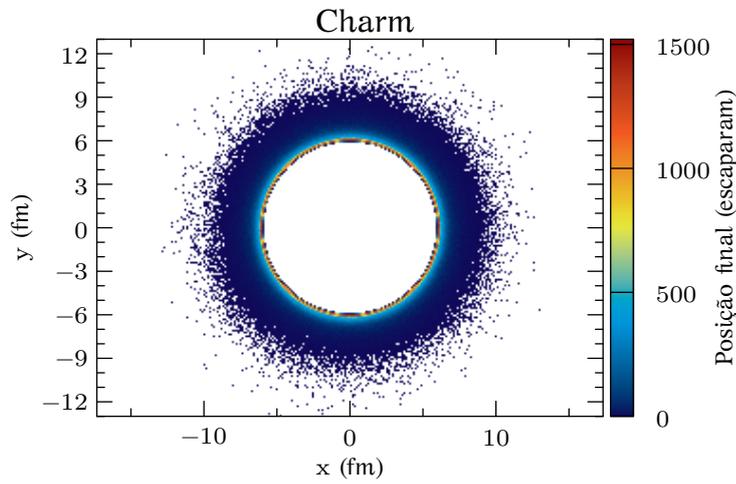


FIGURA 8.1.1: Posição final dos quarks que deixaram o meio.

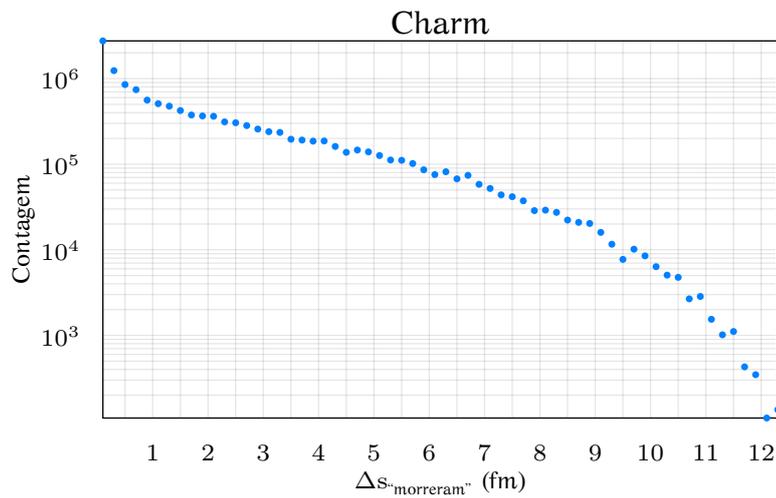


FIGURA 8.1.2: Gráfico do deslocamento dos quarks que não deixaram o meio.

8. RESULTADOS

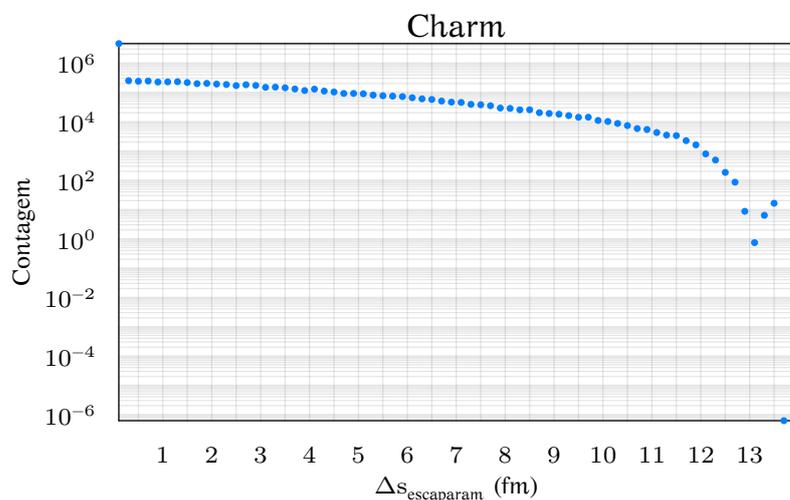


FIGURA 8.13: Gráfico do deslocamento dos quarks que deixaram o meio.

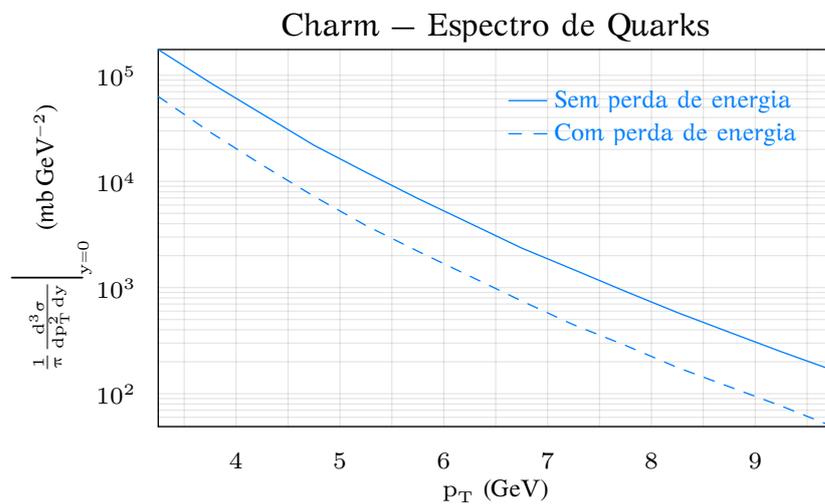


FIGURA 8.14: Espectro de momento a nível de quark com e sem perda de energia.

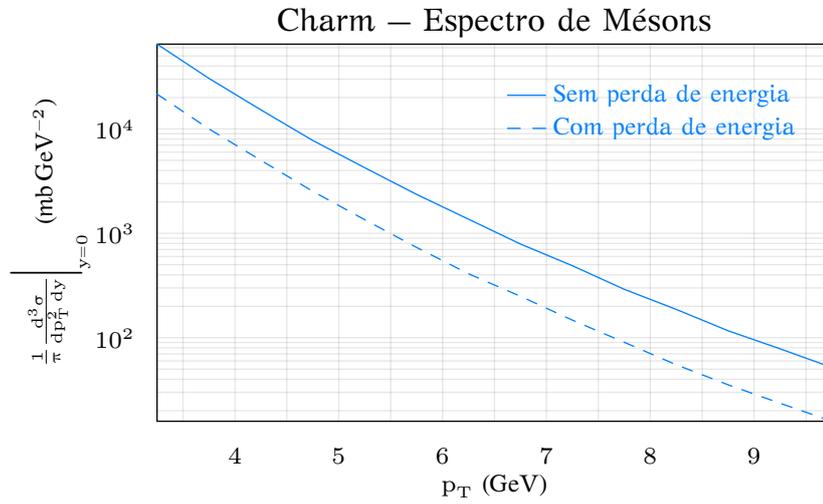


FIGURA 8.15: Espectro de momento a nível de méson com e sem perda de energia.

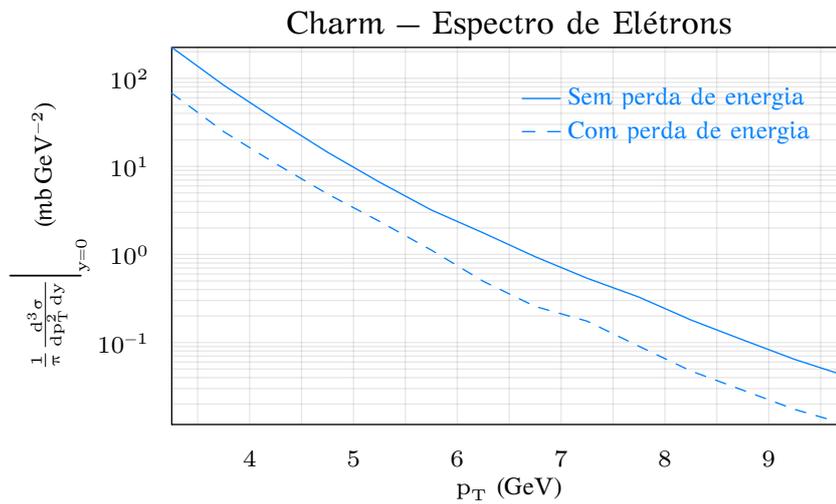


FIGURA 8.16: Espectro de momento a nível de elétron com e sem perda de energia.

8.2 Comparação do valor de R_{AA} com flutuações das condições iniciais

Aqui apresentaremos alguns resultados finais para o fator de modificação nuclear R_{AA} e suas flutuações devido à variação das condições iniciais no QGP. Os gráficos das Figuras 8.17 a 8.19 apresentam estes resultados variando-se os três parâmetros das “bolhas” da simulação separadamente.

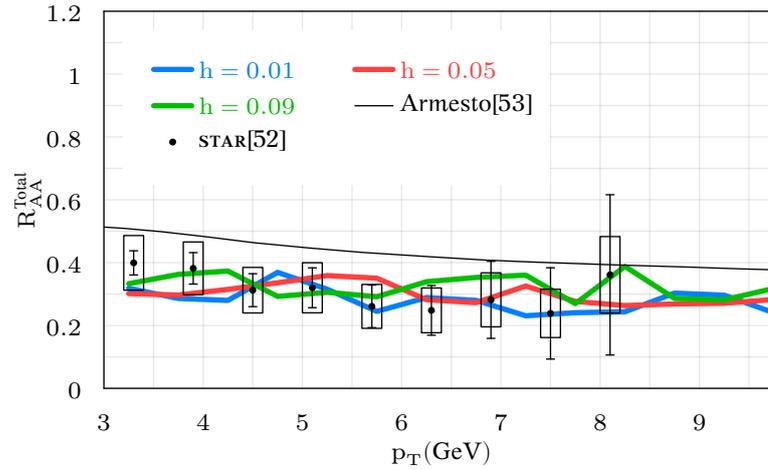


FIGURA 8.17: Comparação do espectro de R_{AA} para elétrons total ao se variar a altura das “bolhas”, mantendo-se valores constantes de $n = 5$ “bolhas” e desvio padrão $\sigma = 1.5$ fm.

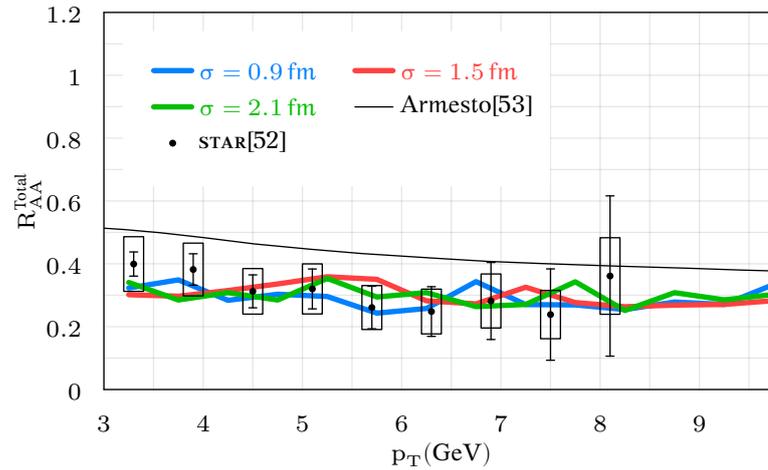


FIGURA 8.18: Comparação do espectro de R_{AA} para elétrons total ao se variar a largura das “bolhas”, mantendo-se valores constantes de $n = 5$ “bolhas” e desvio padrão $h = 0.05$.

8.2. Comparação do valor de R_{AA} com flutuações das condições iniciais

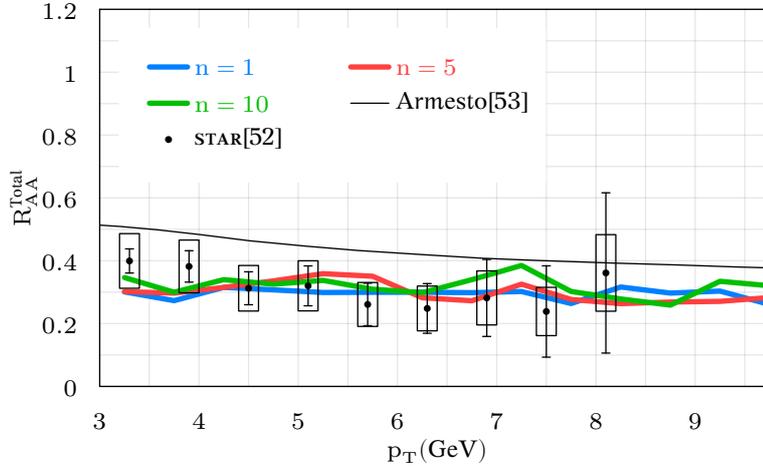


FIGURA 8.19: Comparação do espectro de R_{AA} para elétrons total ao se variar o número de “bolhas”, mantendo-se valores constantes de $h = 0.05$ e desvio padrão $\sigma = 1.5$ fm.

Para haver um controle das simulações os parâmetros das “bolhas” são variados separadamente. Os gráficos apresentados correspondem a variações de número de “bolhas”, largura das “bolhas”, bem como sua altura. O que é possível observar nas figuras é uma variação estatística do espectro de R_{AA} para os diferentes parâmetros de flutuação, não sendo possível notar nenhuma tendência decorrente de cada escolha de parâmetro. Esse fato é compatível com a conclusão de que as flutuações nas condições iniciais, da maneira como foram implementadas neste programa, não oferecem nenhuma influência na perda de energia de quarks pesados.

Diversos fatores precisam ser levados em consideração, primeiramente o excesso de números de “bolhas” de tamanho exagerado distribuídas no perfil de densidade podem gerar um meio que seja essencialmente uniforme, não alterando o comportamento da perda de energia. Para o extremo oposto, de “bolhas” em pequeno número e com pequena largura pode-se concluir que se houver influência, esta seria fraca e por isso não detectada. Os gráficos das Figuras 8.17, 8.18 e 8.19 mostram comparações para valores medianos de “bolhas” e ainda assim não se observam variações nos cálculos de perda de energia. Há de se considerar, contudo, que diversos fatores ainda foram desprezados durante a simulação, tais como a evolução temporal do meio, que deve ser tratada com modelos hidrodinâmicos adequados. Com isso as regiões de alta (e baixa) densidades evoluem no meio, criando efeitos de fluxo que influenciariam na propagação dos quarks dentro do qgp. Dessa forma, possivelmente haveria alguma diferença perceptível nos resultados para R_{AA} . Também não se assume modificações na função de fragmentação dos quarks para meio quente e

8. RESULTADOS

denso, é preciso verificar até que ponto essa suposição é válida.

Conclusões

Este trabalho se propôs a estudar a maneira como quarks pesados gerados no plasma de quarks e glúons (QGP) interagem com o meio e, através de simulações computacionais, observar se flutuações nas condições iniciais, essencialmente a distribuição de energia no meio, seriam capazes de afetar os resultados de perda de energia previstos pelos modelos teóricos. A grande motivação do estudo tem sua origem no fato de modelos teóricos para a supressão de quarks pesados, em geral, subestimarem a quantidade de energia perdida na interação com o meio. São diversos fatores que precisam ser levados em consideração para se calcular essa supressão e os experimentos são limitados no sentido de observação direta do meio formado nas colisões. A necessidade de se inferir sobre as propriedades do QGP a partir de dados experimentais de maneira indireta leva à criação de modelos e diversos estudos fenomenológicos para se tentar explicar a natureza do QGP.

Os quarks pesados, gerados dentro do plasma, são formados no início da evolução do sistema, de forma que o estudo de seus produtos podem oferecer pistas importantes sobre o comportamento do QGP. Sendo assim, as condições iniciais sob as quais estes quarks são produzidos deve influenciar os resultados finais observados pelos detectores dos experimentos. A simulação de condições iniciais realistas foge ao escopo deste trabalho de forma que as flutuações foram impostas através de um *toy model*, criando-se “bolhas” de altas densidades em um meio essencialmente homogêneo e estático. Através de variações nos parâmetros dessas flutuações, tais como número de “bolhas” e suas dimensões, pôde-se estudar as influências nos observáveis experimentais. Para tanto foi necessário o estudo de todos os processos físicos envolvidos desde a criação do quark no QGP, sua perda de energia devido à interação com o meio, a fragmentação ao sair do plasma, exigida pela lei do confinamento na QCD, e o decaimento

9. CONCLUSÕES

dos hádrons em partículas detectadas nos experimentos.

Cada parte do processo de evolução do sistema foi estudada separadamente, com a preocupação em se obter resultados coerentes com os já presentes na literatura, antes de se impor qualquer alteração nos modelos. Os testes de calibração do programa de simulação conseguiram reproduzir bem estes resultados, tomando-se como referência os espectros obtidos a partir de cálculos de FONLL para todos os níveis da evolução: nível de quarks, nível de hádrons (mésons B e D) e nível de elétrons.

Após a calibração partiu-se para o desenvolvimento da tese de que as flutuações nas condições iniciais implicariam em flutuações observáveis nos espectros de R_{AA} obtidos através do modelo. A realização do cálculo do *toy model* no entanto, não ofereceu alterações significativas no espectro final, sendo que o R_{AA} obtido flutua estatisticamente em torno de valores já estimados anteriormente.

É preciso considerar, entretanto, que diversos efeitos foram desprezados durante a simulação, através de simplificações feitas aos modelos. Entre estes efeitos podemos destacar a ausência de um tratamento apropriado da evolução temporal do meio, posto que a simulação toda é feita em meios estáticos. A evolução temporal exige cálculos hidrodinâmicos no sistema. A perda de energia de quarks no sistema sofreria alterações devido à evolução temporal já que as regiões de alta (e baixa) densidades poderiam se deslocar ou mudar de dimensões. Os efeitos de fluxo influenciam a direção de propagação inicial dos quarks que passariam a ter uma direção preferencial conforme a geometria do meio e a posição em que foi formado dentro dele. Dentro do programa de simulação este fato não foi considerado e a direção de propagação foi tomada como uniformemente distribuída em todos os ângulos azimutais. Esses e outros efeitos ainda poderiam ser estudados e trabalhados a fim de se obter conclusões sobre este estudo.

Apesar disso, os resultados obtidos no trabalho são coerentes tanto com resultados de modelos teóricos já investigados como com dados experimentais do experimento para colisões Au+Au a 200 GeV. Tais resultados foram obtidos a partir de simulações de Monte Carlo de modelos simplificados de perda de energia e de fragmentação, com baixo custo numérico. Isso abre espaço para a inclusão de cálculos mais complexos no âmbito das condições do meio e sua evolução temporal.

A evolução direta deste trabalho consiste em implementar a evolução temporal do QGP através de modelos hidrodinâmicos. Dessa maneira poderia-se observar se essa evolução fornece alguma influência na perda de energia de quarks pesados. Além disso, a inclusão de perfis de densidade realistas, substituindo o *toy model* aplicado aqui oferece perspectivas de estudo. Por fim, ainda é necessário a inclusão de modelos de perda de energia e fragmentação mais complexos e que levem em conta quantitativamente todos os efeitos físicos da interação do quark com o meio. Como

exemplo de situação que não foi tratado neste trabalho podemos citar a criação de um quark em uma região de alta densidade e que alcança o *freeze out*, hadronizando e, posteriormente atravessa novamente uma região de alta densidade. Os efeitos causados por esse hádron ao atravessar o meio não foram considerados aqui e constituem mais fontes de estudo. Este trabalho, portanto, abre precedente para a análise de diversas situações e aplicação de outros modelos teóricos a fim de se obter resultados fenomenológicos.

Bibliografia

1. Satz, H. Quarkonium Binding and Dissociation: The Spectral Analysis of the QGP. *Nuclear Physics A* **783**, 249–260. ISSN: 03759474 (fev. de 2007).
2. Quigg, C. *Gauge theories of the strong, weak, and electromagnetic interactions* ISBN: 9780805360202. <<http://books.google.com.br/books?id=GGQsAAAAYAAJ>> (Benjamin/Cummings Pub. Co., Advanced Book Program, 1983).
3. Gross, D. & Wilczek, F. Ultraviolet Behavior of Non-Abelian Gauge Theories. *Physical Review Letters* **30**, 1343–1346. ISSN: 0031-9007 (jun. de 1973).
4. Politzer, H. Reliable Perturbative Results for Strong Interactions? *Physical Review Letters* **30**, 1346–1349. ISSN: 0031-9007 (jun. de 1973).
5. McLerran, L. The Phase Diagram of QCD and Some Issues of Large. *Nuclear Physics B - Proceedings Supplements* **195**, 275–280. ISSN: 09205632 (nov. de 2009).
6. Greiner, W., Schramm, S., Stein, E. & Bromley, D. *Quantum Chromodynamics* ISBN: 9783540485346. <http://books.google.com.br/books?id=iNev7iHHG%5C_MC> (Springer, 2007).
7. Wong, C. *Introduction to High-Energy Heavy-Ion Collisions* ISBN: 9789810202644. <<http://books.google.com.br/books?id=BnCkQgAACAAJ>> (World Scientific, 1994).
8. Arsene, I. *et al.* Quark–gluon plasma and color glass condensate at RHIC? The perspective from the BRAHMS experiment. *Nuclear Physics A* **757**, 1–27. ISSN: 03759474 (ago. de 2005).
9. Barannikova, O. Probing collision dynamics at RHIC, 5 (mar. de 2004).
10. Adams, J. *et al.* Experimental and theoretical challenges in the search for the quark–gluon plasma: The STAR Collaboration’s critical assessment of the evidence from RHIC collisions. *Nuclear Physics A* **757**, 102–183. ISSN: 03759474 (ago. de 2005).

11. Adams, J. *et al.* Particle-Type Dependence of Azimuthal Anisotropy and Nuclear Modification of Particle Production in Au+Au Collisions at $\sqrt{s_{NN}}=200\text{GeV}$. *Physical Review Letters* **92**, 052302. ISSN: 0031-9007 (fev. de 2004).
12. Huovinen, P., Kolb, P., Heinz, U., Ruuskanen, P. & Voloshin, S. Radial and elliptic flow at RHIC: further predictions. *Physics Letters B* **503**, 58–64. ISSN: 03702693 (mar. de 2001).
13. Adams, J. *et al.* Evidence from d+Au Measurements for Final-State Suppression of High-pT Hadrons in Au+Au Collisions at RHIC. *Physical Review Letters* **91**, 072304. ISSN: 0031-9007 (ago. de 2003).
14. Nason, P. The total cross section for the production of heavy quarks in hadronic collisions. *Nuclear Physics B* **303**, 607–633. ISSN: 05503213 (jul. de 1988).
15. Cacciari, M. Large-p hadroproduction of heavy quarks. *Nuclear Physics B* **421**, 530–544. ISSN: 05503213 (jun. de 1994).
16. Cacciari, M., Greco, M. & Nason, P. The p T spectrum in heavy-flavour hadroproduction. *Journal of High Energy Physics* **1998**, 007–007. ISSN: 1029-8479 (mai. de 1998).
17. Cacciari, M. & Frixione, S. The pT spectrum in heavy-flavour photo-production. *Journal of High Energy Physics* **2001**, 006–006 (2001).
18. Altarelli, G. & Parisi, G. Asymptotic freedom in parton language. *Nuclear Physics B* **126**, 298–318. ISSN: 05503213 (ago. de 1977).
19. Mele, B. & Nason, P. The fragmentation function for heavy quarks in QCD. *Nuclear Physics B* **361**, 626–644. ISSN: 05503213 (set. de 1991).
20. Aversa, F., Chiappetta, P., Greco, M. & Guillet, J. QCD corrections to parton-parton scattering processes. *Nuclear Physics B* **327**, 105–143. ISSN: 05503213 (nov. de 1989).
21. Collins, J. C. & Tung, W.-K. Calculating heavy quark distributions. *Nuclear Physics B* **278**, 934–950. ISSN: 05503213 (dez. de 1986).
22. Bjorken, J. Energy loss of energetic partons in quark-gluon plasma: possible extinction of high pT jets in hadron-hadron collisions. *Fermilab preprint PUB-82/59-THY*. <http://lss.fnal.gov/cgi-bin/find%5C_paper.pl?pub-82-059-T> (1982).
23. Thoma, M. & Gyulassy, M. Quark damping and energy loss in the high temperature QCD. *Nuclear Physics B* **351**, 491–506. ISSN: 05503213 (mar. de 1991).
24. Braaten, E. & Thoma, M. Energy loss of a heavy quark in the quark-gluon plasma. *Physical Review D* **44**, R2625–R2630. ISSN: 0556-2821 (nov. de 1991).

25. Mustafa, M. Energy loss of charm quarks in the quark-gluon plasma: Collisional vs radiative losses. *Physical Review C* **72**, 1–11. ISSN: 0556-2813 (jul. de 2005).
26. Mustafa, M. G., Pal, D., Srivastava, D. K. & Thoma, M. Radiative energy-loss of heavy quarks in a quark-gluon plasma. *Physics Letters B* **428**, 234–240. ISSN: 03702693 (jun. de 1998).
27. Gunion, J. & Bertsch, G. Hadronization by color bremsstrahlung. *Physical Review D* **25**, 746–753. ISSN: 0556-2821 (fev. de 1982).
28. Dokshitzer, Y., Khoze, V. & Troyan, S. On specific QCD properties of heavy quark fragmentation ('dead cone'). *Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics* **17**, 1602 (1991).
29. Dokshitzer, Y. Heavy-quark colorimetry of QCD matter. *Physics Letters B* **519**, 199–206. ISSN: 03702693 (nov. de 2001).
30. Djordjevic, M. An overview of heavy quark energy loss puzzle at RHIC. *Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics* **32**, S333–S341. ISSN: 0954-3899 (dez. de 2006).
31. Djordjevic, M. Heavy quark radiative energy loss in QCD matter. *Nuclear Physics A* **733**, 265–298. ISSN: 03759474 (mar. de 2004).
32. Djordjevic, M. & Gyulassy, M. Ter-Mikayelian effect on QCD radiative energy loss. *Physical Review C* **68**, 1–11. ISSN: 0556-2813 (set. de 2003).
33. Djordjevic, M., Gyulassy, M. & Wicks, S. Charm and beauty tomography of the sQGP. *The European Physical Journal C* **43**, 135–138. ISSN: 1434-6044 (mai. de 2005).
34. Collins, J. & Soper, D. Parton distribution and decay functions. *Nuclear Physics B* **194**, 445–492. ISSN: 05503213 (jan. de 1982).
35. Curci, G., Furmanski, W. & Petronzio, R. Evolution of parton densities beyond leading order. *Nuclear Physics B* **175**, 27–92. ISSN: 05503213 (nov. de 1980).
36. Cacciari, M. & Gardi, E. Heavy-quark fragmentation. *Nuclear Physics B* **664**, 299–340. ISSN: 05503213 (ago. de 2003).
37. Gardi, E. & Cacciari, M. Perturbative and non-perturbative aspects of heavy-quark fragmentation. *The European Physical Journal C* **33**, s876–s880. ISSN: 1434-6044 (out. de 2003).
38. Kartvelishvili, V., Likhoded, A. & Petrov, V. On the fragmentation functions of heavy quarks into hadrons. *Physics Letters B* **78**, 615–617. ISSN: 03702693 (out. de 1978).
39. Peterson, C., Schlatter, D., Schmitt, I. & Zerwas, P. Scaling violations in inclusive e^+e^- annihilation spectra. *Physical Review D* **27**, 105–111. ISSN: 0556-2821 (jan. de 1983).

40. Collins, P. D. B. & Spiller, T. P. The fragmentation of heavy quarks. *Journal of Physics G: Nuclear Physics* **11**, 1289–1298. ISSN: 0305-4616 (dez. de 1985).
41. Heister, A. *et al.* Study of the fragmentation of b quarks into B mesons at the Z peak. *Physics Letters B* **512**, 30–48. ISSN: 03702693 (jul. de 2001).
42. Ben-Haim, E., Bambade, P., Roudeau, P., Savoy-Navarro, A. & Stocchi, A. Extraction of the x-dependence of the non-perturbative QCD b-quark fragmentation distribution component, 13 (fev. de 2003).
43. Collins, J. C. Sudakov Form Factors, 42 (dez. de 2003).
44. Cacciari, M. & Catani, S. Soft-gluon resummation for the fragmentation of light and heavy quarks at large x. *Nuclear Physics B* **617**, 253–290. ISSN: 05503213 (dez. de 2001).
45. Dokshitzer, Y., Khoze, V. & Troyan, S. Specific features of heavy quark production: Local parton-hadron duality approach to heavy particle spectra. *Physical Review D* **53**, 89–119. ISSN: 0556-2821 (jan. de 1996).
46. Gardi, E. Renormalon resummation and exponentiation of soft and collinear gluon radiation in the thrust distribution. *Nuclear Physics B* **609**, 123–182. ISSN: 05503213 (ago. de 2001).
47. Gardi, E. The thrust and heavy-jet mass distributions in the two-jet region. *Nuclear Physics B* **638**, 243–287. ISSN: 05503213 (ago. de 2002).
48. Gardi, E. Dressed gluon exponentiation. *Nuclear Physics B* **622**, 365–392. ISSN: 05503213 (fev. de 2002).
49. Sjostrand, T., Mrenna, S. & Skands, P. A brief introduction to PYTHIA 8.1. *Computer Physics Communications* **178**, 852–867. ISSN: 00104655 (jun. de 2008).
50. Cacciari, M. & Nason, P. Is There a Significant Excess in Bottom Hadroproduction at the Tevatron? *Physical Review Letters* **89**, 10–13. ISSN: 0031-9007 (ago. de 2002).
51. Cacciari, M., Nason, P. & Vogt, R. QCD Predictions for Charm and Bottom Quark Production at RHIC. *Physical Review Letters* **95**, 1–4. ISSN: 0031-9007 (set. de 2005).
52. Abelev, B. I. *et al.* Transverse momentum and centrality dependence of high-pT nonphotonic electron suppression in Au+Au collisions at $\sqrt{s_{NN}}=200$ GeV. *Physical review letters* **98**, 192301. ISSN: 0031-9007 (mai. de 2007).
53. Armesto, N. Testing radiative energy loss at RHIC and at the LHC. *Nuclear Physics A* **782**, 242–250. ISSN: 03759474 (fev. de 2007).

54. Armesto, N., Dainese, A., Salgado, C. & Wiedemann, U. Testing the color charge and mass dependence of parton energy loss with heavy-to-light ratios at BNL RHIC and CERN LHC. *Physical Review D* **71**, 054027. ISSN: 1550-7998 (mar. de 2005).